

УДК 533.9.01

## САМОЗАХВАТ ЭКСТРЕМАЛЬНОГО СВЕТА

*В. Ю. Быченков*<sup>1,2\*</sup>, *В. Ф. Ковалёв*<sup>2,3</sup><sup>1</sup> Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН;<sup>2</sup> Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н. Л. Духова;<sup>3</sup> Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, г. Москва, Россия

С использованием качественного, упрощённо-модельного и приближённо-самосогласованного нелинейно-оптических подходов объясняется природа ранее установленного в численном моделировании режима устойчивого распространения релятивистски-интенсивных лазерных импульсов в плазме на расстояния, намного превышающие рэлеевскую длину. Такой режим, требующий определённого согласования размера лазерного пятна с концентрацией плазмы и интенсивностью лазерного импульса, отвечает так называемому самозахвату излучения, который хорошо известен с 60-х годов прошлого века для квадратичной нелинейности диэлектрической проницаемости среды и, как теперь выяснено, имеет место также для релятивистской нелинейности плазмы. Рассматривается наиболее интересный с точки зрения практических применений случай плазмы с околокритической концентрацией. Обсуждается синхронизация хаотического движения электронов, ускоряемых лазерным импульсом в режиме самозахвата.

## ВВЕДЕНИЕ

Проблема устойчивого нелинейного распространения короткого мощного лазерного импульса в плазме является критической для так называемого кильватерного ускорения электронов [1, 2]. Со своей стороны, явление кильватерного ускорения является перспективным методом получения электронов высоких энергий на лабораторном пространственном масштабе для создания компактных источников рентгеновского и гамма-излучения, а также различных продуктов фотоядерных реакций. Для этого, с одной стороны, требуется, чтобы лазерный импульс каналированно проходил много рэлеевских длин, а с другой — мог распространяться в достаточно плотной плазме, которая обеспечивала бы максимально возможный заряд ускоренного сгустка электронов. Для осуществления этого требуется полное понимание природы распространения релятивистски-интенсивных лазерных импульсов в релятивистски-нелинейной плазме. Именно этому посвящена данная работа.

Наиболее хорошо известной реализацией трёхмерной ускоряющей структуры является так называемый кильватерный баббл (bubble) — каверна с вытесненными под действием лазерного импульса электронами, в которой имеется продольное электрическое поле, ускоряющее небольшое число самоинжектируемых в её заднюю часть электронов. Такая структура хорошо исследована в разрежённой плазме, с концентрацией электронов  $n_e$  много меньше критической концентрации  $n_c$  для лазерных импульсов с длиной  $L \leq l_p$  короче или порядка плазменной длины волны  $l_p = 2\pi c/\omega_p$  (где  $\omega_p$  — электронная плазменная частота,  $c$  — скорость света в вакууме) и шириной  $d > L$ . Основной целью такого исследования была разработка источника высокоэнергетичных электронов с энергиями от суб- до мультигигаэлектронвольтового уровня с хорошей коллимированностью и приемлемой для практических приложений монохроматичностью. Однако полный заряд генерируемого сгустка электронов типично был невысок и находился на мультипикокулонном уровне. Вместе с тем имеется целый ряд приложений, для которых не требуются такие высокие энергии электронов и качество пучка, но нужно гораздо большее число ускоренных частиц

\* bychenkovvy@lebedev.ru

с меньшей энергией порядка 100 МэВ. Этому требованию удовлетворяет режим, предложенный в работах [4, 5].

Исследование [4, 5] с использованием трёхмерного моделирования методом частиц в ячейках (particle in cell, PIC) выявило возможность оптимизации распространения релятивистски-интенсивного лазерного импульса в виде солитона, что отвечает движению со скоростью, близкой к скорости света, плазменной каверны, заполненной лазерным светом, с вытесненными световым давлением электронами. Такая оптимизация заключалась в нахождении оптимальных лазерно-плазменных параметров, позволяющих лазерному излучению устойчиво проходить расстояние порядка десяти рэлеевских длин в достаточно плотной плазме. В этом случае дифракционная расходимость сбалансирована релятивистской нелинейностью среды таким образом, что самофокусировки на ось не происходит и самосогласованно устанавливающийся радиус каверны остаётся практически постоянным в течение всего времени распространения импульса, вплоть до его истощения. При этом длина лазерного импульса заметно превышала как плазменную длину волны, так и его ширину. Такой режим распространения аналогичен выявленному почти 60 лет назад режиму самозахвата слабых лазерных импульсов в среде с квадратичной нелинейностью диэлектрической проницаемости [6–8] и поэтому был назван релятивистским самозахватом [4, 5]. В данной работе мы дополняем исследование [4, 5], главным образом, в отношении нелинейно-оптической трактовки.

## 1. ФОКУСИРОВКА ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА РЕЛЯТИВИСТСКИМ САМОЗАХВАТОМ

Проведённое в последние годы многомерное численное PIC-моделирование, подтверждённое результатами различных научных групп, показало, что устойчивое распространение релятивистски-интенсивных лазерных импульсов ( $a_0 \gg 1$ ; величина  $a_0$  вводится далее) на расстояния, много большие рэлеевской длины, требуют определённого согласования между поперечным размером распространяющегося баббля, концентрацией плазмы и мощностью лазерного импульса (см., например, [9–12]). Именно при этом оказывается возможным эффективное ускорение электронов, самоинжектирующихся в плазменную каверну, которое является основным требованием для практического использования как самого ускоренного сгустка электронов, так и иницируемых им процессов.

Результаты численных экспериментов полностью соответствуют обнаруженному лазерно-плазменному согласованию, которое может быть представлено в виде соотношения

$$R \approx \alpha \frac{c}{\omega_p} \sqrt{a_0} = \alpha \frac{c}{\omega} \sqrt{a_0 \frac{n_c}{n_e}}, \quad (1)$$

где  $\omega$  — частота лазера,  $a_0 = eE_L/(m_e \omega c)$  — стандартная безразмерная амплитуда лазерного электрического поля  $E_L$ ,  $R$  — самосогласованный радиус каверны,  $\alpha$  — численный коэффициент порядка единицы,  $e$  — элементарный заряд,  $m_e$  — масса электрона. Таким образом, только определённый радиус каверны для заданных интенсивности и концентрации плазмы отвечает стабильному распространению импульса. Результаты моделирования показали, что  $\alpha \approx 1,12$  [9] и  $\alpha \approx 2$  [10–12]. На рис. 1 для  $a_0 \gg 1$  показана распространяющаяся структура в виде каверны с лазерным излучением внутри (поперечные полосы) [5]. В ней точечный массив отвечает захваченным и ускоряющимся электронам. Рисунок приведён для момента времени, когда лазерный импульс прошёл около семи рэлеевских длин в плазме. Для используемых параметров  $\lambda = 2\pi c/\omega = 1$  мкм,  $a_0 = 24$ ,  $n_e = 0,1n_c$  и коэффициента  $\alpha = 2$  формула (1) даёт  $R \approx 5$  мкм, как видно на рис. 1.

Моделям, обосновывающим условие согласования (1), посвящён следующий раздел. Однако уже здесь мы можем привести качественный аргумент в его пользу, исходя из давно развитой модели самофокусирующегося волноводного канала в среде с экспоненциальной (насыщающейся) нелинейностью и разложением, отвечающим кубической зависимости диэлектрической проницаемости от поля. Эта модель была представлена В. И. Талановым в пионерской работе [6] для одномерного случая ( $x$ ), в котором нет сложностей, присущих цилиндрически-симметричной ( $r$ ) задаче. В частном случае, в работе [6] рассматривался самофокусирующийся волноводный канал для электромагнитного излучения в среде с кубической нелинейностью, описывающийся нелинейным уравнением Шрёдингера (НУШ) с нелинейным вкладом в диэлектрическую проницаемость вида  $\varepsilon_2|E|^2$  где  $|E|$  — модуль напряжённости электрического поля, который для холодной слабoreлятивистской ( $a_0 \ll 1$ ) плазмы может быть представлен как

$$\varepsilon_2|E|^2 = \frac{\omega_p^2}{4\omega^2} \left( \frac{eE}{m_e\omega c} \right)^2. \quad (2)$$

Соответственно, решение Таланова для (2) имеет вид

$$E(x) \propto \frac{1}{\text{ch}(x/\Delta)}, \quad \Delta = \frac{2\sqrt{2}c}{\omega_p a_0} (e) \approx 4,7 \frac{c}{\omega_p a_0}, \quad (3)$$

где полуширина канала  $\Delta$ , определяемая как пространственный масштаб, на котором амплитуда электрического поля падает в  $e$  раз, может рассматриваться как аналог  $R$  (см. (1)). Однако непосредственное сравнение (3) с (1) выглядит крайне неуместным. Тогда как решение (3) отвечает классическому скейлингу для солитонного решения, дающему уменьшение его ширины с амплитудой поля,  $R \sim \Delta \propto 1/a_0$ , условие (1) показывает противоположную зависимость, а именно увеличение ширины с ростом амплитуды поля,  $R \propto a_0^{1/2}$ . Чтобы разрешить этот парадокс, учтём, что условие согласования (1) записано для ультрарелятивистского случая  $a_0 \gg 1$ , тогда как решение (3) — для нерелятивистского. Поскольку релятивизм отвечает «утяжелению» электронов, выделим в  $\Delta$  зависимость от электронной массы,  $\Delta \propto m_e^{3/2}$ , и учтём, что для релятивизма, обусловленного лазерным ускорением электронов, связь эффективной массы частицы с её массой покоя отвечает переходу  $m_e \rightarrow \gamma_e m_e \sim a_0 m_e$ , где  $\gamma_e$  — релятивистский фактор электрона. Отсюда сразу же получаем переход  $R \sim c/\omega_p a_0 \rightarrow ca_0^{1/2}/\omega_p$ , отвечающий (1). Ниже мы покажем, что такая простая трактовка имеет строгое обоснование.

## 2. ЛАЗЕРНО-ПЛАЗМЕННОЕ СОГЛАСОВАНИЕ ДЛЯ РЕЛЯТИВИСТСКОГО САМОЗАХВАТА

Несмотря на то, что условие согласования (1) для реализации режима самозахвата в плазме с релятивистской нелинейностью хорошо подтверждено трёхмерным численным моделированием,

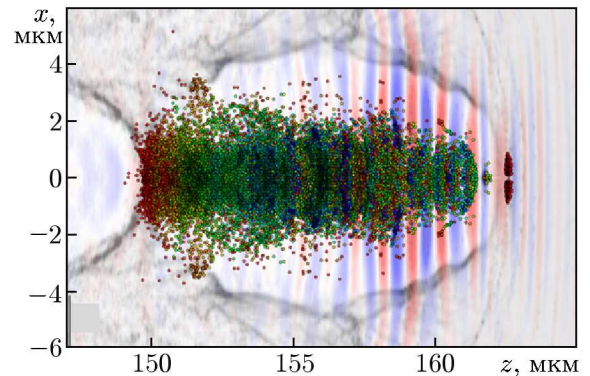


Рис. 1. Распространяющаяся слева направо каверна с лазерным импульсом (поперечные полосы) длительности 30 фс в плазме с  $n_e = 0,1n_c$ . Входные параметры лазерного импульса: длина волны излучения  $\lambda = 1$  мкм, радиус пятна  $R_L = 2\lambda$ , безразмерная пиковая амплитуда  $a_0 = 24$

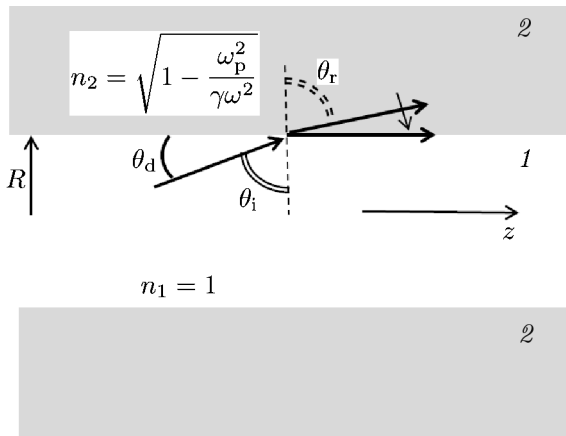


Рис. 2. Схема, объясняющая самозахват релятивистски-интенсивного лазерного импульса в плазме с релятивистской нелинейностью: 1 — каверна (вакуум), 2 — плазма

его теоретическое обоснование до сих пор оставалось открытым. Здесь мы описываем возможные подходы к такому обоснованию. Прежде всего обратимся к простой лучевой трактовке режима самозахвата [5]. Рассмотрим плоскую геометрию распространения лазерного импульса в самосогласованном волноводе, представленную на рис. 2. Окружающую плазму (среда 2) будем описывать показателем преломления  $n_2 = [1 - \omega_p^2 / (\gamma_e \omega^2)]^{1/2}$ , определяющимся релятивистской нелинейностью с  $\gamma_e = (1 + a_0^2 / 2)^{1/2}$ . Рассматривая наиболее хорошо изученный случай полной эвакуации электронов из каверны (среда 1), примем, что там показатель преломления  $n_1 = 1$ , т. е. равен вакуумной величине, т. к. наличие ионов не оказывает на него влияния. Тем самым мы учитываем нелинейный эффект пондеромоторного вытеснения электронов. Дифракцию описываем углом дифракционной расходимости лазерного пучка  $\theta_d \approx \lambda\pi/R$ , так что для лазерного луча угол падения оказывается равным  $\theta_i = \pi/2 - \theta_d$ . Вводя для него угол преломления  $\theta_r$ , записываем закон преломления света:  $n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_r$ . На пороге полного внутреннего отражения на границе раздела двух сред, 1 и 2, следует положить  $\theta_r = \pi/2$ , когда преломлённый лазерный луч распространяется в направлении оси  $z$ , что отвечает каналированию света. Тогда в случае ультрарелятивистской интенсивности  $\gamma_e \gg 1$  для радиуса соответствующего волноводного канала из записанного закона преломления света приходим к выражению (1) с коэффициентом  $\alpha = 2^{3/4}$ .

Такой наглядный физический подход подкрепляется самофокусирующим решением типа самозахвата излучения, получаемым из НУШ с релятивистской нелинейностью

$$2ik\partial_z E + \Delta_{\perp} E + k^2 \frac{\epsilon_2}{\epsilon_0} E = 0, \quad E(0, \mathbf{r}) = E_0(\mathbf{r}), \tag{4}$$

для медленно меняющейся в направлении распространения  $z$  комплексной амплитуды электрического поля  $E(z, \mathbf{r})$  электромагнитной (лазерной) волны с частотой  $\omega$ . Уравнение (4) соответствует квазиоптическому приближению, описывающему стационарную (по времени) структуру волнового пучка. Здесь  $k = (\omega/c) \sqrt{\epsilon_0}$  — волновое число электромагнитной волны,  $\partial_z$  — частная производная по  $z$ ,  $\Delta_{\perp}$  — оператор Лапласа в плоскости  $\mathbf{r}$ , перпендикулярной оси пучка  $z$ ,  $\epsilon_0 = 1 - 4\pi e^2 n_{e0} / (m_e \omega^2)$  — линейная диэлектрическая проницаемость плазмы, а  $\epsilon_2$  — действительная часть нелинейной диэлектрической проницаемости плазмы. Нелинейность в НУШ (4) определяется нелинейным преломлением светового пучка, которое задаётся видом функции  $\epsilon_2$ :

$$\epsilon_2 = \epsilon_0 \frac{k_p^2}{k^2} \left( 1 - \frac{n_e}{\gamma n_{e0}} \right), \quad k_p = \left( \frac{4\pi e^2 n_{e0}}{m_e c^2} \right)^{1/2} = \frac{\omega_p}{c}. \tag{5}$$

Здесь учтены два вклада: во-первых, это релятивистская нелинейность массы электрона, определяемая релятивистским фактором  $\gamma = \sqrt{1 + \beta |E/E_{rel}|^2}$ , где  $E_{rel}^2 = (\omega c m_e / e)^2$ , и, во-вторых, пондеромоторная нелинейность, связанная с нелинейной деформацией электронной концентрации  $n_e = n_{e0} N_e(\gamma)$ , пропорциональной  $\Delta_{\perp} \gamma$  (релятивистская стрикция). Множитель  $\beta$  в релятивистском факторе  $\gamma$  для линейно поляризованного щелевого пучка в плоской геометрии равен  $1/2$ ,

а для циркулярно поляризованного аксиально-симметричного пучка в цилиндрической геометрии он равен 1.

В наиболее упрощённой модели для  $N_e$  используется следующее выражение:

$$N_e = 1 + k_p^{-2} \Delta_{\perp} \gamma, \quad (6)$$

которое справедливо при выполнении естественного условия неотрицательности электронной концентрации  $n_e \geq 0$ . В условиях более сильной релятивистской стрикции, когда это условие оказывается нарушенным, требуется более аккуратное описание сильной деформации концентрации, включая эффекты электронной кавитации [13–15] и возможной динамики ионов [16]. Развитием модели (6) является дополнительное условие  $N_e = 0$  при нарушении условия  $n_e \geq 0$ . Этому соответствует выражение для нелинейной диэлектрической проницаемости в виде кусочно-гладкой функции, что приводит к необходимости строить решение искомой задачи кусочно-непрерывным способом, сшивая решения в различных областях, например так, как это было сделано в работах [14, 15]. Для более сложных моделей, использующих гладкую функцию для концентрации электронов и, следовательно, не требующих сшивки решений, сравнение вкладов в нелинейную диэлектрическую проницаемость, обусловленных как релятивизмом электронов, так и пондеромоторной стрикцией, показывает [12], что разница диэлектрических проницаемостей с учётом релятивистской стрикции и без неё становится тем менее заметной, чем больше интенсивность релятивистского пучка. Следовательно, в наиболее интересном пределе сильной релятивистской нелинейности диэлектрическая проницаемость становится «вакуумной» уже за счёт релятивизма, т. е. качественно эффект релятивистского самозахвата можно рассмотреть, учитывая только релятивистское изменение массы электронов. При умеренном релятивизме погрешность заметнее, но качественно эффект сохраняется. Таким образом, для получения условия согласования (1) возникает более простая модель (без построения «разрывных» решений и последующей сшивки), которая и используется в данной работе.

Отметим, что условие применимости стационарного (по времени) приближения для НУШ (4) может быть расширено для описания медленной временной эволюции огибающей амплитуды лазерного электрического поля применительно к задаче о нахождении условия согласования (1), получаемого в РС-моделировании. В самом деле, для достаточно длинных лазерных импульсов медленная временная эволюция картины самозахвата может быть описана в предположении зависимости амплитуды пучка от временной переменной вида  $\tau = t - z/v_g$ , как это было сделано в [17, Ch. 9.1.1, p. 136]. Лазерный импульс в этом приближении может быть представлен как набор «поперечных слоёв», эволюция каждого из которых может рассматриваться независимо. Естественно, для более строгого моделирования физических процессов с участием ультракоротких лазерных импульсов вместо НУШ-модели следует использовать модель на основе нелинейного волнового уравнения с временными и пространственными производными второго порядка (см., например, [17, Ch. 9.2, p. 139–141] и [18]).

Рассмотрим сначала плоскую геометрию с  $\beta = 1/2$ , когда комплексная амплитуда электрического поля пучка имеет единственную компоненту  $E$  вдоль оси  $x$ , зависящую от координаты  $z$  вдоль оси пучка, поперечной координаты  $x$ , а зависимость от времени  $t$  входит в виде параметра  $\tau = t - z\sqrt{\epsilon_0}/c$ , т. е.  $E = E(z, x, \tau)$ . Выделяя в  $E = A \exp(i\Phi)$  вещественные амплитуду  $A(x, \tau)$  и линейную по продольной координате  $z$  фазу  $\Phi = k\lambda z \equiv [z/(2k)]\nu$ , получим уравнение, определяющее зависимость  $A$  от поперечной координаты  $x$ :

$$\frac{\partial_{xx} A}{A} + k_p^2 - \nu - k_p^2 \frac{N_e(\gamma)}{\gamma} = 0. \quad (7)$$

Ниже мы используем безразмерную амплитуду поля  $A \equiv A/A_0$ , где  $A_0$  — максимальное значение амплитуды электрического поля  $|E|$  на границе среды. Соответствующее безразмерное

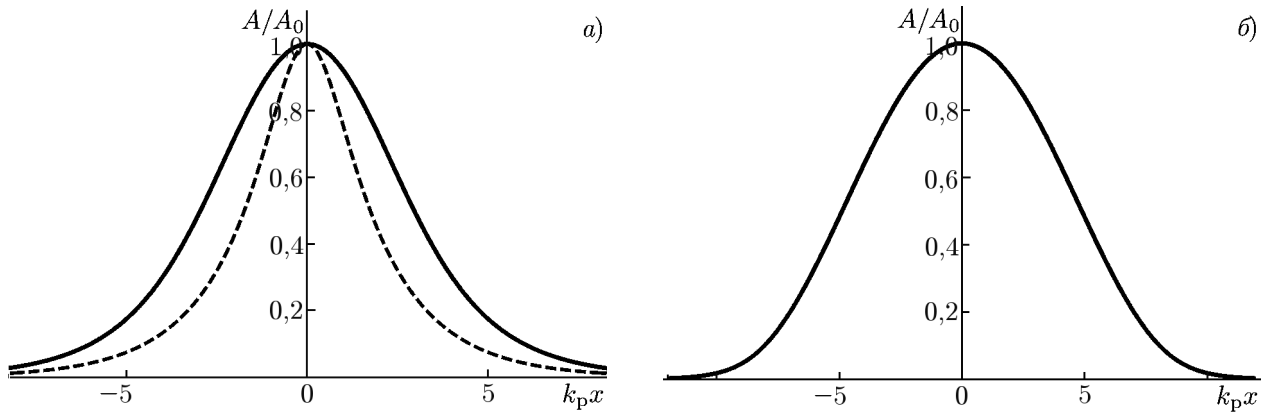


Рис. 3. Профили амплитуды самофокусированного лазерного пучка  $A$  для  $a_0 = \sqrt{6}$  (а) и для  $a_0 = 24$  (б) при учёте только релятивистской нелинейности массы электрона. Штриховая кривая на панели а отвечает дополнительному учёту влияния релятивистской стрикции для  $a_0 = \sqrt{6}$

максимальное значение  $a_0 = [e/(\omega m_e c)]A_0$ . Параметр  $a_0^2$  можно представить как отношение максимальной интенсивности пучка  $I_0 = [c/(4\pi)]A_0^2$  к характерной релятивистской интенсивности  $I_r = \omega^2 m_e^2 c^3 / (4\pi e^2)$ , т. е.  $a_0 = \sqrt{I_0/I_r}$  и  $\gamma = \sqrt{1 + (a_0^2/2)A^2}$ .

Вид решения уравнения (7) существенным образом зависит как от формы функции  $N_e(\gamma)$ , так и от постоянной  $\nu$ . Наиболее простая форма лазерно-плазменной нелинейности,  $N_e(\gamma) = 1$ , отвечает пренебрежению эффектом электронной кавитации, т. е. учёту только релятивистской нелинейности массы электрона. Локализованное в пространстве распределение по координате  $x$  амплитуды  $A$  с максимумом  $A(x = 0) = 1$  и  $\partial_x A(x)|_{x=0} = 0$  в начале координат получается при  $\nu = k_p^2(\gamma_0 - 1)/(\gamma_0 + 1)$ , где  $\gamma_0 = \gamma(A = 1)$ . Такое солитоноподобное решение уравнения (7) имеет вид

$$\mp \sqrt{\frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0 + 1}} k_p x = \sqrt{\frac{\gamma_0 - 1}{2}} \left[ \frac{\pi}{2} + \arcsin \left( 1 - 2 \frac{\gamma + 1}{\gamma_0 + 1} \right) \right] + \ln \left| \sqrt{\frac{2(\gamma_0 - 1)}{(\gamma_0 + 1)(\gamma - 1)}} \left( \sqrt{\frac{\gamma + 1}{2}} + \sqrt{\frac{\gamma_0 - \gamma}{\gamma_0 - 1}} \right) \right|. \quad (8)$$

Графики пространственного распределения (профили) амплитуды лазерного пучка  $A$  представлены на рис. 3 сплошными кривыми для  $a_0 = \sqrt{6}$  (рис. 3а) и для  $a_0 = 24$  (рис. 3б). Интересно отметить, что усложнение модели нелинейности за счёт учёта эффекта пондеромоторного вытеснения электронов из области локализации пучка, т. е. при подстановке в уравнение (7) формулы (6) для  $N_e > 0$ , приводит к пространственному распределению интенсивности лазерного излучения, которое отличается от (8) отсутствием первых двух слагаемых в правой части:

$$\mp \sqrt{\frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0 + 1}} k_p x = \ln \left| \sqrt{\frac{2(\gamma_0 - 1)}{(\gamma_0 + 1)(\gamma - 1)}} \left( \sqrt{\frac{\gamma + 1}{2}} + \sqrt{\frac{\gamma_0 - \gamma}{\gamma_0 - 1}} \right) \right|. \quad (9)$$

Соответствующее распределение амплитуды представлено на рис. 3а штриховой линией для  $a_0 = \sqrt{6}$ . Решение (9) может быть переписано в виде явной зависимости  $\gamma$  от  $x$ :

$$\gamma = \frac{\text{ch}^2 \zeta + \nu k_p^{-2}}{\text{ch}^2 \zeta - \nu k_p^{-2}}, \quad \zeta = \sqrt{\nu} x, \quad \nu k_p^{-2} = \frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0 + 1}, \quad (10)$$

совпадающей с результатом, приведённым в [17, с. 24] и [19], где вместо  $\nu$  используется величина  $s = \sqrt{1 - \nu k_p^{-2}}$ . При получении (9) нами предполагалось отсутствие полной электронной кавитации,  $N_e > 0$ , что налагает ограничение сверху на интенсивность лазера в виде  $\gamma_0 \leq 2$ , т. е.  $a_0 \leq \sqrt{6}$ . Для интенсивных лазерных пучков с  $\gamma_0 \gg 1$  решение (9) пригодно лишь в области малых  $\gamma \lesssim (3/4)\gamma_0$ , соответствующих локальному значению амплитуды  $A \lesssim 3/4$ , и, следовательно, описание самозахвата для сильного релятивизма в плоской геометрии с учётом релятивистской стрикции требует более строгой модели, чем (6). Примеры детального анализа структуры электрического поля в условиях полной кавитации электронов можно найти, например, в [20, 21], однако решение такой задачи выходит за рамки данной работы.

Используя (8) и (9), можно получить условие согласования ширины лазерного пучка с амплитудой лазерного поля, т. е. зависимость  $\Delta$  от  $a_0$ , для различных моделей релятивистского пучка. Исходя из использованного выше определения полуширины канала  $\Delta$  как координаты  $x$ , при которой амплитуда электрического поля падает в  $e$  раз, нетрудно вывести зависимость  $\Delta$  от  $a_0$  из формул (8) и (9), полагая в правой части этих уравнений  $A = 1/e$ . Графики  $\Delta(a_0)$  представлены на рис. 4, причём модели с учётом стрикционных эффектов отвечает штриховая кривая, область применимости которой ограничена сверху сравнительно небольшими значениями амплитуды,  $a_0 \leq \sqrt{6}$ . Наименьшего значения ширина пучка  $\Delta_{\min} \approx 3,5$  достигает при  $a_0 \approx 3,7$ . При сильном релятивизме ширина  $\Delta$  растёт пропорционально  $a_0^{1/2}$ :

$$\Delta \approx \frac{\pi/2 + \arcsin(1 - 2/e)}{2^{3/4}} \frac{c\sqrt{a_0}}{\omega_p} \approx 1,1 \frac{c\sqrt{a_0}}{\omega_p}, \quad a_0 \gg 1. \quad (11)$$

В слаборелятивистском пределе она увеличивается с уменьшением  $a_0$  пропорционально  $1/a_0$ :

$$\Delta \approx [2\sqrt{2} \ln(e + \sqrt{-1 + e^2})] \frac{c}{\omega_p a_0} \approx 4,7 \frac{c}{\omega_p a_0}, \quad a_0 \ll 1. \quad (12)$$

Для умеренного релятивизма,  $\gamma_0 \leq 2$ , решение (10) можно представить в виде явного выражения для амплитуды  $A$ , справедливого для всех значений  $\zeta$ :

$$A = 2\text{ch}(\zeta)[(\gamma_0 + 1)\text{ch}^2\zeta + 1 - \gamma_0]^{-1}, \quad (13)$$

В пределе  $\gamma_0 \rightarrow 1$  отсюда следует решение Таланова  $A = \text{ch}^{-1}(x/\Delta)$  с  $\Delta$  из (3).

Перейдём теперь к рассмотрению цилиндрической геометрии (для  $\beta = 1$ ) в осесимметричном случае, когда комплексная амплитуда электрического поля  $E$  релятивистской электромагнитной волны с круговой поляризацией зависит от координаты  $z$  вдоль оси пучка, поперечной координаты  $r$ , а зависимость от времени  $t$  входит в виде параметра  $\tau = t - z\sqrt{\varepsilon_0}/c$ , т. е.  $E = E(z, r, \tau)$ . Выделяя в  $E = A \exp(i\Phi)$  вещественные амплитуду  $A(r, z, \tau)$  и фазу  $\Phi(r, z, \tau)$ , получим уравнения, определяющие зависимость  $A$  и  $\Phi$  от поперечной координаты  $r$  и координаты вдоль оси пучка  $z$ :

$$\frac{\Delta_{\perp} A}{A} - 2k\partial_z \Phi - (\partial_r \Phi)^2 + \frac{k^2 \varepsilon_2}{\varepsilon_0} = 0, \quad 2k\partial_z A + 2\partial_r A \partial_r \Phi + A \Delta_{\perp} \Phi = 0. \quad (14)$$

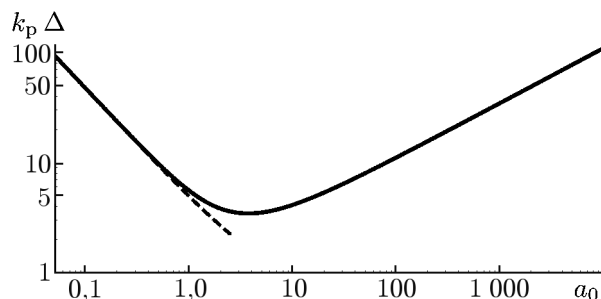


Рис. 4. График зависимости безразмерной ширины лазерного пучка  $k_p \Delta$  от максимальной амплитуды  $a_0$ . Наименьшей ширине пучка  $k_p \Delta_{\min} \approx 3,5$  соответствует  $a_0 \approx 3,7$

Аналогом для плоской геометрии является решение с постоянной по координате  $z$  амплитудой  $A(r, \tau)$  и линейной по  $z$  фазой  $\Phi = k\lambda z \equiv [z/(2k)]\nu$ , которое следует из уравнения для зависящей от поперечной координаты  $r$  амплитуды  $A$ :

$$\frac{\Delta_{\perp} A}{A} + k_p^2 - \nu - \frac{k_p^2 N_e(\gamma)}{\gamma} = 0. \quad (15)$$

В уравнении (15) мы используем те же безразмерные переменные, что и в (7) с заменой  $x$  на  $r$ . Однако переход к цилиндрической геометрии делает невозможным построение аналитического решения вида (9) и задача решается только с помощью численного моделирования. Численные решения уравнения (15), характеризующие локализованные по координате  $r$  распределения интенсивности самозахваченного релятивистского лазерного пучка, обсуждались в работах [13, 17, 22], где были найдены нулевая (подобная основной моде для кубической нелинейности [7]), первая и вторая высшие моды. При этом, хотя численное моделирование релятивистской самофокусировки в настоящее время является хорошо разработанным инструментом, оно всё же не может полностью конкурировать с теорией в отношении возможности прогнозирования результатов из-за многопараметрической зависимости самофокусировочных решений. Следовательно, желательно иметь аналитическую теорию, которая может предсказать поведение самофокусировки во всём диапазоне управляющих параметров (например, применительно к условиям сильно релятивистских пучков, не ограниченных условиями, аналогичными условию существования решения (9) для щелевого пучка в плоской геометрии). К числу таких «управляющих параметров» следует отнести и заданный на входе в среду профиль распределения интенсивности лазерного пучка по поперечной координате, т. к. в большинстве реальных физических ситуаций распределение интенсивности пучка на входе в нелинейную среду отличается от «идеального» (подобного основной моде самозахваченного пучка) и, значит, будет изменяться по мере его распространения в среде. Задача, таким образом, оказывается нестационарной, и актуальным становится вопрос о возможности реализации (для заданного на входе в среду пучка) режима, близкого к самозахватному за счёт выбора лазерно-плазменных параметров. Ниже мы обсудим такую возможность на примере приближённого аналитического решения задачи о релятивистской самофокусировке пучка с гауссовым распределением интенсивности на входе в плазму. По мере распространения вглубь плазмы это распределение изменяется с ростом  $z$  согласно уравнениям (14), для построения приближённого аналитического решения которых можно воспользоваться методом ренормгрупповых симметрий [23]. Суть этого метода заключается в нахождении симметрий специального вида, которые оставляют инвариантными приближённые решения уравнений (14), построенные по теории возмущений для малого удаления от границы нелинейной среды, и использовании этих симметрий для продолжения решений от границы  $z = 0$  вглубь нелинейной среды. Для рассматриваемых здесь уравнений (14) приближённое аналитическое решение, задающее в параметрической форме с помощью двух параметров,  $\chi$  и  $\mu$ , пространственное распределение интенсивности лазерного пучка в плазме, имеет вид [24, 25]

$$w(z, r) = J(\mu) \frac{\chi}{r} \frac{\partial_{\chi^2} S}{\partial_{\mu^2} S}, \quad r = \chi(1 + z^2 \partial_{\chi^2} S), \quad S(\mu) = S(\chi) + (z^2/4)(\partial_{\chi} S)^2. \quad (16)$$

Здесь поперечная координата  $r$  нормирована на начальный радиус пучка  $d$ , продольная координата  $z$  — на  $kd^2$ , величина  $w$  определяет нормированную на максимальное значение интенсивность лазера в среде,  $J(\mu)$  — её распределение на входе в плазму, связь параметров  $\chi$  и  $\mu$  задаётся функцией  $S(\chi)$ :

$$S(\chi) = k_p^2 d^2 F[J(\chi)] + \frac{1}{\chi \sqrt{J(\chi)}} \partial_{\chi} [\chi \partial_{\chi} (\sqrt{J(\chi)})], \quad F(J) = 1 - \frac{N_e[\gamma(J)]}{\gamma(J)}, \quad (17)$$



в которой учтено влияние нелинейности (через функцию  $F$ ) и дифракции. В условиях баланса нелинейных и дифракционных вкладов в (17), т. е. при  $S(\chi) = \text{const}$ , получаются решения в виде стационарных волноводных конфигураций, реализующихся только для выделенных распределений амплитуды электрического поля пучка на входе в среду, т. е. для обсуждавшихся выше собственных мод для НУШ (см., например, [13, 17]). В случае произвольного распределения  $J(r)$  на входе в среду, когда нелинейные и дифракционные вклады не уравниваются друг друга, распределение электрического поля в среде отлично от стационарного волноводного. Тем не менее подбором функций параметров плазмы и пучка можно постараться обеспечить близкую к постоянной зависимость  $S(\chi)$  по крайней мере для центральной области пучка, переносящей основную часть его энергии. Тогда следует ожидать реализации режима распространения пучка, близкого к самозахватному, когда распределение интенсивности по поперечной координате сохраняется на расстояниях, превышающих рэлеевскую длину.

Проиллюстрируем возможность реализации подобного режима на примере анализа эволюции пучка с гауссовым начальным профилем  $J(r) = \exp(-r^2)$ . При этом, как и в случае плоской геометрии, рассмотрим вначале наиболее простую форму для функции  $F$ , в которой учтена только релятивистская зависимость массы электронов от интенсивности лазера и пренебрегается эффектом пондеромоторного вытеснения электронов из области локализации пучка, т. е.  $N_e = 1$ . В качестве примера физического обоснования такой модели можно указать на малое различие нелинейных диэлектрических проницаемостей плазмы с учётом пондеромоторного смещения электронов и без учёта этого эффекта, которое становится очевидным для больших интенсивностей лазерного пучка,  $a_0^2 \gg 1$  [4]. При учёте в  $F$  только релятивистской зависимости массы электронов для функции  $S$  получается простая формула

$$S \equiv S^r = k_p^2 d^2 \left( 1 - 1 / \sqrt{1 + a_0^2 p} \right) - 2 - \ln p, \quad p = \exp(-\chi^2). \quad (18)$$

Разница между нестационарными решениями (16)–(18) и волноводными самозахваченными решениями уравнения (15) состоит в том, что, в отличие от волноводных решений, где все лучи пучка распространяются параллельно его оси, в нестационарных решениях направления распространения лучей могут быть разными для различных значений радиуса: они могут быть направлены как в сторону оси пучка (фокусировка на ось), так и в направлении внешних областей пучка, что характерно для дефокусировки и дифракции. Пересечение лучей приводит к появлению особенностей в решении, которые могут формироваться как на оси пучка (осевая особенность), так и вне оси (внеосевая (кольцевая) особенность). С точки зрения обеспечения квазизахватного режима распространения пучка наиболее опасной является осевая особенность, которая изменяет именно центральную область пучка, а внеосевая особенность проявляется в периферийной области, где доля переносимой энергии меньше. Согласно [25, формулы (13), (14)] при учёте (18) продольная координата  $z_{br}$  осевой ( $p = 1$ ) особенности задаётся формулой

$$z_{br}^2 = \left[ -1 + (k_p^2 d^2 / 2) a_0^2 (1 + a_0^2)^{-3/2} \right]^{-1}. \quad (19)$$

Граница области существования осевой особенности получается из (19) в пределе  $z_{br} \rightarrow \infty$  и задаёт связь параметров плазмы и пучка

$$k_p d_{tr} = \sqrt{2} (1 + a_0^2)^{3/4} / a_0, \quad (20)$$

которая на плоскости  $\{a_0, k_p d\}$  имеет вид кривой, приведённой на рис. 5. Соотношение (20) соответствует результату, предложенному в [26] в качестве условия самозахвата. Наименьшей ширине самофокусированного пучка  $d_{\min} = 3^{3/4} (c/\omega_p)$  отвечает амплитуда  $a_0 = \sqrt{2}$ . Как и в плоской гео-

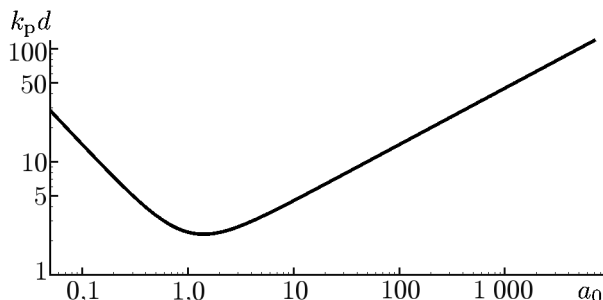


Рис. 5. График зависимости (20) радиуса  $k_p d$  лазерного пучка от  $a_0$  в режиме самозахвата

метрии, радиус цилиндрического пучка в самозахватном режиме при сильном релятивизме растёт пропорционально  $a_0^{1/2}$ :

$$d_{tr} \approx \sqrt{2} \frac{c \sqrt{a_0}}{\omega_p} \approx 1,4 \frac{c \sqrt{a_0}}{\omega_p}, \quad a_0 \gg 1, \quad (21)$$

и в слаборелятивистском пределе увеличивается с уменьшением  $a_0$  пропорционально  $1/a_0$ :

$$d_{tr} \approx \sqrt{2} \frac{c}{\omega_p a_0} \approx 1,4 \frac{c}{\omega_p a_0}, \quad a_0 \ll 1. \quad (22)$$

Исходя из использованного выше определения полуширины (радиуса) канала  $\Delta$  как радиуса  $r$ , на котором амплитуда электрического поля падает в  $e$  раз, запишем связь  $\Delta = \sqrt{2} d_{tr}$ , что для цилиндрической геометрии даёт  $\Delta = 2(c/\omega_p)a_0^{1/2}$  в условиях сильного релятивизма. Следует учесть, что слабое изменение радиуса пучка с ростом координаты  $z$ , например его уменьшение в области слабого релятивизма (см., например, [14]), может потребовать при сравнении с результатами численного моделирования использовать эффективную ширину пучка, отличающуюся от ширины  $d_{tr}$ , рассчитанной для гауссова пучка на границе плазмы.

Для иллюстрации сказанного выше приведём два примера распределений амплитуды на различных расстояниях от границы плазмы для пучка с гауссовым распределением на этой границе для двух различных значений параметров  $a_0$  и  $d = d_{tr}$ , соответствующих точкам на кривой (20). Рисунок 6а отвечает лазерному пучку с минимальным значением  $d = d_{min}$ , что соответствует амплитуде  $a_0 = \sqrt{2}$ , а рис. 6б построен для амплитуды  $a_0 = 4$  и ширины пучка  $d_{tr}(4) \approx 3,0$ . Из этих графиков следует, что выбор параметров плазмы и пучка из условия (20) гарантирует отсутствие осевой особенности, т. е. сохраняет целостность приосевой области пучка. Наиболее привлекательным в этом смысле выглядит режим с наименьшей мощностью пучка и умеренным релятивизмом с  $a_0 = \sqrt{2}$ : пучок лишь слегка сужается на расстояниях порядка нескольких рэлеевских длин. Для бóльших значений интенсивности  $a_0 = 4$  и, соответственно, большого радиуса  $d = d_{tr}(4) \approx 3,0$  пучок не теряет энергию в своей центральной части, однако на конечном расстоянии от границы в его структуре развивается кольцевая особенность, что делает аналитический прогноз его поведения на больших расстояниях весьма затруднительным. Однако возможность

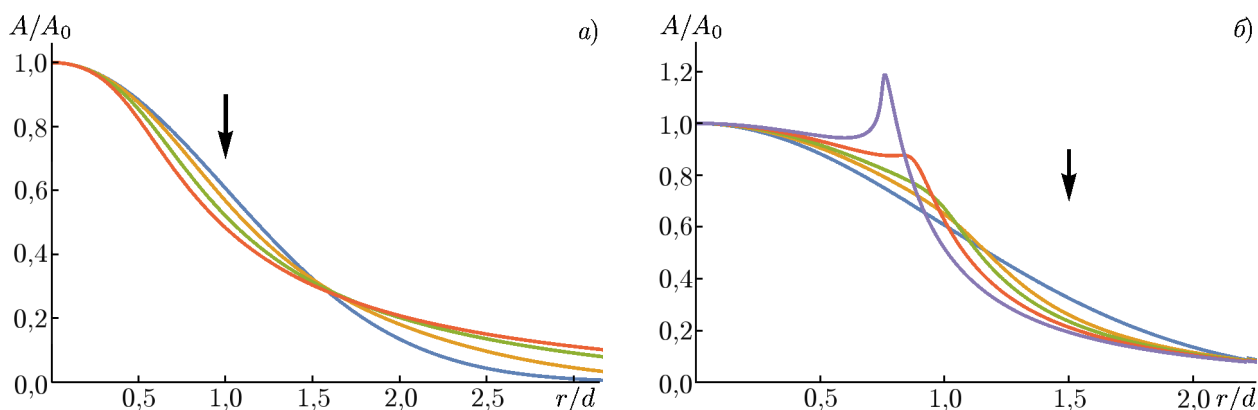


Рис. 6. График зависимости амплитуды лазерного пучка  $A$  от радиуса  $r/d$  на различных расстояниях  $z$  от входа в плазму  $z = 0,0; 0,8; 1,6; 2,5$  для  $a_0 = \sqrt{2}$ ,  $d = d_{min} \approx 2,28$  (а) и  $z = 0,0; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8$  для  $a_0 = 4$ ,  $d = d_{tr}(4) \approx 3,0$  (б). Стрелка указывает направление возрастания величины  $z$

улучшения приближённой теории и сравнительная узость пиков особенности (т. е. малая доля энергии пучка в них) позволяет надеяться на то, что центральная область пучка сохранит свою структуру на значительных длинах вдоль его оси.

Следует отметить, что корневая зависимость (21) радиуса цилиндрического пучка в самозахватном режиме сохраняется и в более сложной модели для  $S$ , учитывающей как релятивистскую зависимость массы электрона, так и релятивистскую стрикцию, характеризуемые вкладами в  $F$ , пропорциональными  $1/\gamma$  и  $\Delta_{\perp}\gamma$  соответственно. Как было показано в [25], для радиуса гауссова светового пучка  $k_p d$ , превышающего  $\sqrt{2} a_0/(1+a_0^2)^{1/4}$ , стрикция недостаточно сильна, чтобы полностью вытеснить электроны из области локализации пучка на входе в плазму, хотя в дальнейшем эффект кавитации может быть достигнут за счёт изменения профиля электрического поля пучка при его распространении вглубь плазмы. Такая эволюция может сопровождаться, как было указано выше, появлением при достаточной мощности пучка осевой особенности, которая развивается на масштабе  $z_{\text{axis}}$ ,

$$z_{\text{axis}}^2 = \left[ (2a_0^2 - 1)(1 + a_0^2)^{-2} + (k_p^2 d^2 / 2) a_0^2 (1 + a_0^2)^{-3/2} \right]^{-1}, \quad (23)$$

и оказывается тем больше при заданном  $a_0$ , чем меньше величина  $d$ . При  $k_p d = \sqrt{2} a_0/(1+a_0^2)^{1/4}$ , когда ещё нет эффекта кавитации на входе в плазму, величина  $z_{\text{axis}}$  оказывается порядка единицы при  $a_0 \gg 1$ , т. е. сравнимой с релеевской длиной. Это означает, что для сохранения режима распространения пучка без появления особенности на расстояниях, превышающих релеевскую длину, следует использовать пучки с радиусом  $k_p d < \sqrt{2} a_0/(1+a_0^2)^{1/4}$ , что предполагает наличие кавитации на входе пучка в плазму. При этом для  $N_e$  можно использовать аппроксимацию  $N_e = (1 + k_p^{-2} \Delta_{\perp} \gamma) \{1 - \exp[-\alpha_0(1 + k_p^{-2} \Delta_{\perp} \gamma)]\}^{-1}$ ,  $\alpha_0 \gg 1$  [25, формула (4)], которая даёт линейную зависимость  $N_e \propto \Delta_{\perp} \gamma$  в области плазмы и экспоненциальное убывание  $N_e$  к нулю в области кавитации. Соответственно, функция  $S(p)$  (17) в решении (16) задаётся разными формулами в области кавитации ( $p > p_c$ ) и вне её ( $p < p_c$ ):

$$\begin{aligned} S \equiv S^c &= (k_p d)^2 [1 - (1 + a_0^2 p)^{-1/2}] - 2(1 + a_0^2 p) - \ln p (1 + a_0^2 p)^{-2}, & p < p_c, \\ S \equiv S^d &= (k_p d)^2 - 2 - \ln p, & p > p_c. \end{aligned} \quad (24)$$

Здесь граница областей  $p_c$  определяется решением уравнения  $S^c(p_c) = S^d(p_c)$ , которое в пределе  $a_0^2 p_c \gg 1$  приводится к простому виду

$$k_p^2 d^2 / (2a_0) = \sqrt{p_c} [1 - \ln(1/\sqrt{p_c})], \quad a_0^2 p_c \gg 1. \quad (25)$$

Поскольку, как следует из (25), лучи в области кавитации направлены от оси пучка, то происходит расплывание его центральной части с выполаживанием амплитудного распределения и появления осевой особенности можно не опасаться. В области  $p < p_c$  и при  $a_0^2 p \gg 1$  лучи направлены к оси пучка и следует ожидать формирования внеосевой (кольцевой) особенности в области  $p_{\text{br}} \approx p_c$  на расстоянии  $z_{\text{br}}$  от входа пучка в плазму [25], где

$$z_{\text{br}}^{-2} = [k_p^2 d^2 / (2a_0) \sqrt{p_{\text{br}}}] [1 + \ln(1/\sqrt{p_{\text{br}}})] + [2/(a_0^2 p_{\text{br}})] [1 + 2 \ln(1/p_{\text{br}})], \quad a_0^2 p_{\text{br}} \gg 1. \quad (26)$$

Полагая в этой формуле  $p_{\text{br}} \approx p_c$  и используя формулу (25) для  $k_p^2 d^2 / (2a_0)$ , получаем из (26) для заданной длины самозахватного режима  $z_{\text{br}}$  и амплитуды  $a_0$  оценку для  $p_c$ , а потом, после подстановки в (25), искомую оценку и для коэффициента  $2\sqrt{p_c} [1 - \ln(1/\sqrt{p_c})]$ , связывающего радиус пучка  $k_p d$  с его амплитудой  $a_0$ :

$$k_p d_{\text{tr}} = \sqrt{2a_0} p_c^{1/4} [1 - \ln(1/\sqrt{p_c})]^{1/2}, \quad a_0^2 p_c \gg 1. \quad (27)$$

Видно, что оценка (27) отличается от (21) только численным коэффициентом  $\sqrt{p_c} [1 - \ln(1/\sqrt{p_c})] < 1$ .

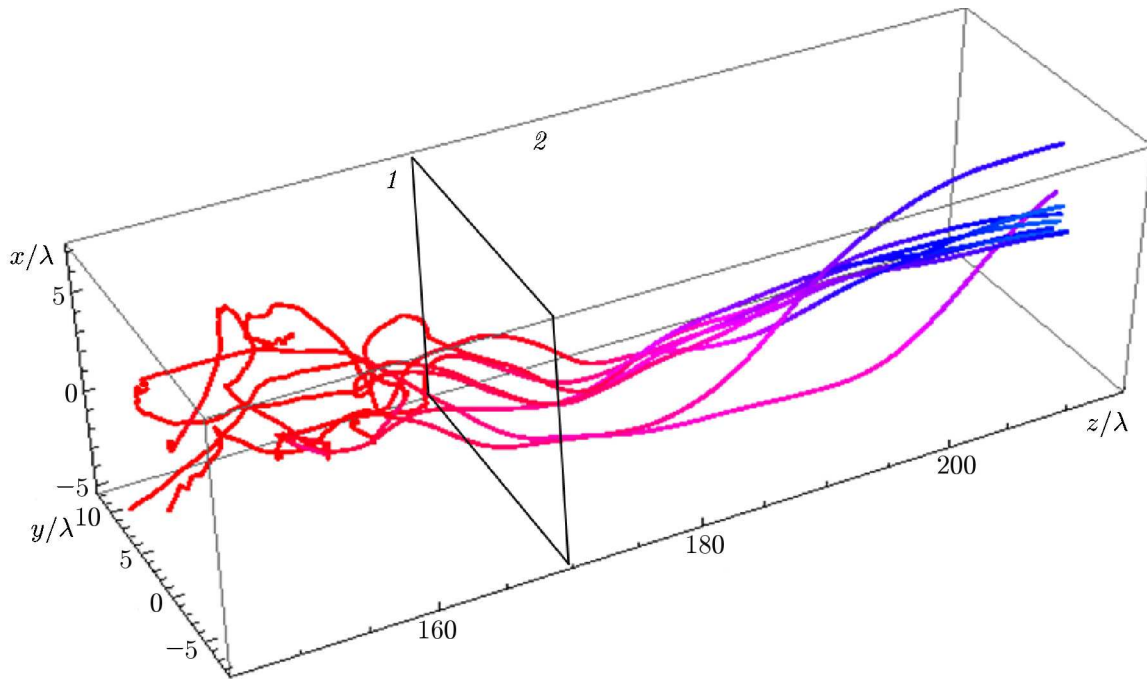


Рис. 7. Характерные траектории ускоряемых (слева направо) лазером электронов для лазерного импульса с длиной волны излучения 1 мкм, безразмерной пиковой амплитудой  $a_0 = 24$ , длительностью 30 фс и радиусом пятна  $R_L = 2\lambda$  в плазме с  $n_e = 0,1n_c$

### 3. УСКОРЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ ПРИ РЕЛЯТИВИСТСКОМ САМОЗАХВАТЕ

Рассмотренный режим релятивистского самозахвата лазерного излучения весьма эффективен для ускорения электронов, которые попадают в каверну в результате самоинжекции в её задней части [27]. При этом, в отличие от классического баббля, образованного коротким лазерным импульсом, заполняющим небольшую головную часть каверны, в случае самозахваченного импульса инжектируемые электроны попадают в сильное лазерное поле каверны. Небольшое число инжектируемых электронов испытывают действие как лазерного поля, так и самосогласованных плазменных полей, приводящих к их сложному движению.

На отдельный электрон действует сила Лоренца, которая включает в себя силы со стороны высокочастотного лазерного электрического поля, продольного электростатического поля движущейся почти со скоростью света каверны ( $2\pi$ -видеоимпульс) ускоряющей направленности в задней половине каверны и тормозящей — в передней, радиального (фокусирующего на ось) электростатического поля и азимутального магнитного полей положительно заряженной каверны. Под действием этих сил инжектируемые электроны движутся хаотически. На рис. 7 показаны характерные траектории ускоряемых электронов, которые явно демонстрируют хаотическое движение в области 1 (первый этап ускорения,  $100\lambda < z < 170\lambda$ ). Метод ляпуновских экспонент наглядно идентифицировал такое движение электронов как хаотическое [12]. По мере ускорения движение электронов всё более упорядочивается, что видно из хода траекторий в области 2, формирующихся на последующем этапе ускорения ( $170\lambda < z < z_{\max}$ ), заканчивающемся, когда электроны достигают задней границы мишени ( $z = z_{\max} = 260\lambda$ ). Можно полагать, что при этом мы сталкиваемся с так называемой синхронизацией хаоса [28]. Здесь мы лишь обращаем внимание на возможность её реализации в рассматриваемой системе и интерес к её более детальному изучению.

Устойчивое распространение лазерного импульса в обсуждаемом режиме релятивистского самозахвата лазерного излучения в достаточно плотной плазме позволяет достичь высоких энергий электронов в ускоренном сгустке, причём с рекордно высоким полным зарядом. Важное практическое применение ускоренных лазером электронов связывается с созданием источника импульсов рентгеновского излучения сверхвысокого пространственного и временного разрешения [29]. Существенная роль лазерного поля в ускорении электронов выражается в появлении их анизотропии. На рис. 8 для импульса с  $a_0 = 24$  представлен вид электронного пятна (изображение электронного пучка в фас), образованного частицами с энергией выше 30 МэВ. Видна анизотропия, отвечающая эллиптичности пятна, несколько вытянутого вдоль направления поляризации (вдоль направления  $x$ ) лазерного импульса. Такая анизотропия распределения электронов должна приводить к тому, что в результате бетатронных колебаний электронного пучка [30] генерируемое им рентгеновское излучение будет поляризованным с существенной степенью поляризации. При этом большой заряд электронного сгустка приведёт к более высокой яркости генерируемого рентгеновского излучения, чем в случае его генерации в режиме обычного баббл-ла [30]. Повышенная яркость и наличие поляризации будет, очевидно, важным для практических приложений генерируемых лазером импульсов бетатронного излучения. Их изучение в режиме релятивистского самозахвата лазерного излучения явится предметом наших дальнейших исследований.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты, о которых сообщается в данной статье, были представлены на XIX научной школе «Нелинейные волны – 2020». Они отражают современное понимание самофокусировочного режима самозахвата лазерного импульса в такой сильнонелинейной среде, как релятивистская плазма. Несмотря на то, что в принципиальном плане такой режим самофокусировки в нелинейной среде был предсказан почти 60 лет назад [6, 7], теоретически обоснованное доказательство возможности его реализации в плазме с релятивистской нелинейностью появилось только сейчас. Здесь такое обоснование дано как с помощью простых качественных физических геометрико-оптических подходов и продолжения известного слабонелинейного решения на область параметров вне рамок условия формальной применимости последнего с учётом релятивизма электронов, так и с помощью аналитического подхода на основе НУШ. Отметим, что первые два подхода представляют методологический интерес для академического обучения. Представленный аналитический подход на основе НУШ, опираясь на точные решения задачи о самозахвате в плоской геометрии, позволяет спрогнозировать и качественно обосновать результаты численного моделирования самозахватной моды. Приближённый аналитический подход к решению НУШ в цилиндрической геометрии, максимально соответствующий реальному эксперименту, позволяет предсказать ос-

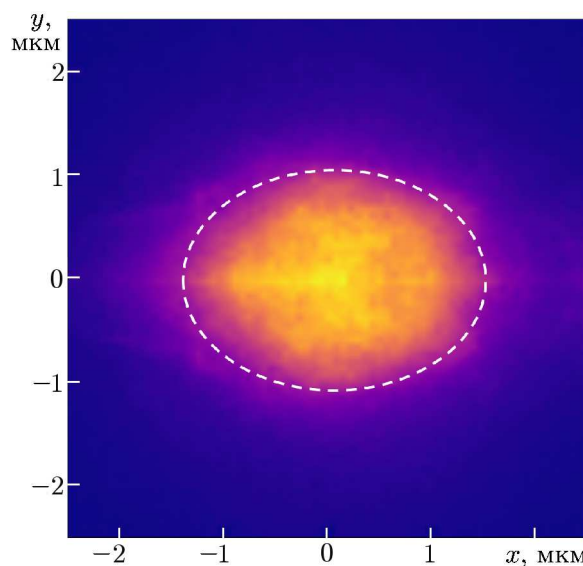


Рис. 8. Поперечное распределение ускоренных электронов (светящееся пятно) в вакууме (синий фон) для лазерного импульса с длиной волны излучения 1 мкм, безразмерной пиковой амплитудой  $a_0 = 24$ , длительностью 30 фс и радиусом пятна  $R_L = 2\lambda$  в плазме с  $n_e = 0,1n_c$

новые варианты распространения релятивистского пучка в различных режимах, включая самозахват. Для последнего такой подход позволил получить физически и теоретически обоснованное условие согласования лазер—среда для различных параметров плазмы и лазерного импульса, что хорошо согласуется с результатами многомерного численного моделирования. Обсуждавшийся режим релятивистского самозахвата имеет решающее значение для устойчивого распространения релятивистски-интенсивного лазерного импульса в достаточно плотной плазме, обеспечивая высокий (рекордный) полный заряд ускоренных электронов, что важно для радиационных применений. Безусловный интерес для более глубокого фундаментального исследования представляет динамика ускорения электронов, демонстрирующая картину типа синхронизации хаоса.

Работа выполнена при частичной поддержке В. Ю. Быченкова Российским фондом фундаментальных исследований (проект 18–02–00452) и В. Ф. Ковалёва Министерством науки и высшего образования РФ (государственное задание по теме 0017-2019-0002). Авторы выражают благодарность М. Г. Лобку за предоставленные рисунки по результатам PIC-моделирования.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Tajima T., Dawson J.M. // Phys. Rev. Lett. 1979. V.43, No. 4, P.267–270. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.43.267>
2. Esarey E., Sprangle P., Krall J., Ting A. // IEEE Trans. Plasma Sci. 1996. V. 24, No. 2, P. 252–288. <https://doi.org/10.1109/27.509991>
3. Pukhov A., Meyer-ter-Vehn J. // Appl. Phys. B. 2002. V.74, P.355–361. <https://doi.org/10.1007/s003400200795>
4. Bychenkov V. Yu., Lobok M. G., Kovalev V. F., Brantov A. V. // Plasma Phys. Contr. Fus. 2019. V. 61, No. 12. Art. no. 124004. <https://doi.org/10.1088/1361-6587/ab5142>
5. Lobok M. G., Brantov A. V., Bychenkov V. Yu. // Phys. Plasmas. 2019. V. 26, Art. no. 123107. <https://doi.org/10.1063/1.5125968>
6. Таланов В. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1964. Т. 7, № 3. С. 564–565.
7. Chiao R. Y., Garmire E., Townes C. // Phys. Rev. Lett. 1964. V.13. P.479–482. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.13.479>
8. Ахманов С. А., Сухоруков А. П., Хохлов Р. В. // Журн. exper. теор. физ. 1966. Т. 50, № 6, С. 1537–1549.
9. Gordienko S., Pukhov A. // Phys. Plasmas. 2005. V.12. Art. no. 043109. <https://doi.org/10.1063/1.1884126>
10. Lu W., Tzoufras M., Joshi C., et al. // Phys. Rev. Spec. Top.-Accel. Beams. 2007. V.10. Art. no. 061301. <https://doi.org/10.1103/PhysRevSTAB.10.061301>
11. Masson-Laborde P. E., Mo M. Z., Ali A., et al. // Phys. Plasmas. 2014. V.21. Art. no. 123113. <https://doi.org/10.1063/1.4903851>
12. Lobok M. G., Gozhev D. A., Brantov A. V., Bychenkov V. Yu. // Plasma Phys. Contr. Fus. 2018, V. 60, No. 8, Art. no. 084010. <https://doi.org/10.1088/1361-6587/aaca79>
13. Borisov A. B., Borovskiy A. V., Shiryayev O. B., et al // Phys. Rev. A. 1992. V. 45, P. 5830–5845. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.45.5830>
14. Feit M. D., Komashko A. M., Musher S. L., et al. // Phys.Rev. E. 1998. V. 57. P. 7122–7125. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.57.7122>
15. Комашко А., Мюшер С., Рубенчик А. и др. // Письма в ЖЭТФ. 1995. Т. 62, № 11. С. 849–853.
16. Feit M. D., Garrison J. C., Rubenchik A. M. // Phys.Rev. E. 1997. V. 56, No. 3. P. R2394–R2397.

17. Borovsky A. V., Galkin A. L., Shiryayev O. B., Auguste T. *Laser Physics at Relativistic Intensities*. New York : Springer, 2003. 225 p.
18. Абрамян Л. А., Литвак А. Г., Миронов В. А., Сергеев А. М. // Журн. exper. теор. физ. 1992. Т. 102, С. 1816–1824.
19. Esirkerov T. Zh., Kamenets F. F., Bulanov S. V., Naumova N. M. // Письма в ЖЭТФ. 1998. V. 68, No. 1. P. 33–38.
20. Cattani F., Kim A., Anderson D., Lisak M. // *Phys. Rev. E*. 2001. V. 64. Art. no. 016412. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.64.016412>
21. Kim A., Tushentsov M., Cattani F., et al. // *Phys. Rev. E*. 2002. V. 65. Art. no. 036416. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.65.036416>
22. Sun G.-Z., Ott E., Lee Y. C., Guzdar P. // *Phys. Fluids*. 1987. V. 30. P. 526–532. <https://doi.org/10.1063/1.866349>
23. Ковалёв В. Ф., Ширков Д. В. // Успехи физ. наук. 2008. Т. 178. № 8. С. 849–865. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0178.200808d.0849>
24. Ковалёв В. Ф., Быченко В. Ю. // Письма в ЖЭТФ. 2018. Т. 107, № 7–8. С. 484–490. <https://doi.org/10.7868/S0370274X18080039>
25. Kovalev V. F., Bychenkov V. Yu. // *Phys. Rev. E*. 2019. V. 99, Art. no. 043201. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.99.043201>
26. Sen S., Varshney M. A., Varshney D. // *ISRN Opt.* 2013. V. 2013. P. 1–8, Art. no. 642617. <https://doi.org/10.1155/2013/986924>
27. Kostyukov I., Pukhov A., Kiselev S. // *Phys. Plasmas*. 2004. V. 11, No. 11. P. 5256–5264. <https://doi.org/10.1063/1.1799371>
28. Pikovsky A., Rosenblum M., Kurths J. // *Synchronization. A Universal Concept in Nonlinear Sciences*. Cambridge : Cambridge University Press, 2001. 411 p.
29. Kneip S., McGuffey C., Martins J. L., et al. // *Nature Phys.* 2010. V. 6. P. 980–983. <https://doi.org/10.1038/nphys1789>
30. Rousse A., Phuoc K. T., Shah R., et al. // *Phys. Rev. Lett.* 2004. V. 93, No. 13. Art. no. 135005. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.135005>

Поступила в редакцию 23 апреля 2020 г.; принята в печать 21 сентября 2020 г.

## SELF-TRAPPING OF EXTREME LIGHT

*V. Yu. Bychenkov and V. F. Kovalev*

We use the qualitative, simplified modeling, and approximately self-consistent nonlinear-optical approaches to explain the nature of the regime, under which relativistically intense laser pulses propagate in plasma to distances exceeding the Rayleigh length considerably, as it was found earlier by numerical simulation. Such a regime requires certain matching of the size of the laser spot with the plasma density and the laser pulse intensity. It corresponds to the so-called self-trapping of radiation, which has been well known since the 1960s for the quadratic nonlinearity of the medium's dielectric permittivity and, as it has been established, takes place for the relativistic plasma nonlinearity as well. The case of the plasma with a near-critical density is considered as it is of greatest interest in the context of practical applications. Synchronization of chaotic motions of the electrons accelerated by the laser pulse in the self-trapping regime is discussed.