

УДК 537.86+530.182

ВЛИЯНИЕ ЗАПАЗДЫВАНИЯ НА ВЗАИМНУЮ СИНХРОНИЗАЦИЮ ДВУХ СВЯЗАННЫХ ГИРОТРОНОВ

А. Б. Адилова^{1*}, Н. М. Рыскин^{1,2}

¹ Саратовский госуниверситет им. Н. Г. Чернышевского;

² Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, г. Саратов, Россия

Проведено исследование взаимной синхронизации в системе двух гиротронов, связанных с задержкой. Представлены результаты бифуркационного анализа в приближении, когда время задержки мало по сравнению со временем установления колебаний. Анализируются условия устойчивости режимов синфазной и противофазной синхронизации при различных значениях параметров. Построены области синхронизации на плоскости параметров расстройки — коэффициент связи. Особое внимание уделяется механизмам возникновения и исчезновения бистабильности синхронных режимов при вариации параметров. Предложен простой и физически обоснованный способ переключения между синфазной и противофазной модами, что может быть полезно для ряда приложений.

ВВЕДЕНИЕ

Одной из основных тенденций развития современной сверхвысокочастотной электроники является получение сверхвысоких уровней мощности путём сложения нескольких мощных генераторов (см., например, [1–4]). Среди различных подходов привлекает интерес использование взаимной синхронизации связанных генераторов. Наиболее широко взаимная синхронизация исследовалась в системах связанных магнетронов [5–8] и виркаторов [9–11]. В последнее время привлекла внимание задача о взаимной синхронизации мощных гиротронов [12], поскольку комплексы, состоящие из нескольких гиротронов, используются для нагрева плазмы в установках управляемого термоядерного синтеза [13, 14].

На сверхвысоких частотах расстояние между связанными генераторами может существенно превышать длину волны, поэтому необходимо учитывать запаздывание сигнала, распространяющегося между ними. Не вызывает сомнений, что картина синхронизации в системах с запаздыванием имеет ряд специфических особенностей по сравнению с системами с малым числом степеней свободы. В частности, учёт запаздывания превращает систему из конечномерной в распределённую, т. е. обладающую бесконечным числом степеней свободы, поэтому с ростом времени задержки число стационарных состояний увеличивается, т. е. возникает мультистабильность (см., например, [15–19]). В работах [20, 21] исследовалась синхронизация двух автоколебательных систем с кубичной нелинейностью, связанных с задержкой. Из-за задержки сигнал, распространяющийся между двумя генераторами, приобретает фазовый сдвиг, который существенно влияет на картину синхронизации. Как показано в работах [20, 21], в зависимости от набега фазы может преобладать либо диссипативная, либо инерционная (реактивная) связь. В случае, когда доминирует диссипативная связь, генераторы могут синхронизироваться только синфазно. В случае же, когда доминирует инерционная связь, генераторы могут синхронизироваться либо синфазно, либо противофазно, т. е. возникает бистабильность синхронных режимов.

* adilova.ab@gmail.com

В данной статье результаты работ [20, 21] обобщаются на случай синхронизации в системе двух связанных гиротронов. В разделе 1 сформулирована математическая модель системы и обсуждаются значения параметров, характерные для мощных гиротронов в режиме мягкого самовозбуждения. В разделе 2 проводится бифуркационный анализ данной системы в приближении, когда время задержки мало по сравнению с характерным временем установления колебаний, и обсуждаются условия возникновения мультистабильности. В разделе 3 исследуется возможность быстрого переключения между режимами синфазной и противофазной синхронизации.

1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим систему двух связанных гиротронов, которые будем считать идентичными за исключением небольшой расстройки собственных частот: $\omega_1 \neq \omega_2$, причём $|\omega_1 - \omega_2| \ll \omega_0$, где $\omega_0 = (\omega_1 + \omega_2)/2$ — средняя частота. Будем исходить из известных уравнений нестационарной теории гиротрона с фиксированной структурой высокочастотного поля (см., например, [22–24]). Считая, что время пролёта электронов много меньше, чем характерное время установления колебаний, т.е. $L/v_{\parallel 0} \ll Q/\omega_0$, где Q — добротность резонатора, L — длина пространства взаимодействия, $v_{\parallel 0}$ — продольная скорость электронов, запишем уравнения движения электронов¹

$$\frac{dp_j}{d\zeta} + i(\Delta_H + |p_j|^2 - 1)p_j = iA_j f_s(\zeta). \quad (1)$$

Здесь $j = 1$ и $j = 2$ относятся к первому и второму гиротронам соответственно, p_j — безразмерные поперечные импульсы электронов, A_j — медленно меняющиеся (по сравнению с $\exp(i\omega_0 t)$) безразмерные комплексные амплитуды полей, $\zeta = [\beta_{\perp}^2/(2\beta_{\parallel})]\omega_0 z/c$ — безразмерная продольная координата, $\beta_{\parallel} = v_{\parallel 0}/c$, $\beta_{\perp} = v_{\perp 0}/c$, $\Delta_H = 2(\omega_0 - \omega_H)/(\beta_{\perp}^2 \omega_0)$ — расстройка циклотронного резонанса, ω_H — циклотронная частота. Функция $f_s(\zeta)$ описывает распределение поля в резонаторе. Выберем её в виде гауссовой функции

$$f_s(\zeta) = \exp\left[-3\left(\frac{2\zeta}{\zeta_k} - 1\right)^2\right], \quad (2)$$

где $\zeta_k = [\beta_{\perp}^2/(2\beta_{\parallel})]\omega_0 L/c$. Функция (2) часто используется для аппроксимации реального распределения поля в резонаторе гиротрона.

Уравнения (1) решаются с граничными условиями

$$p(\zeta = 0) = \exp(i\varphi_0), \quad (3)$$

где начальные фазы φ_0 равномерно распределены по промежутку $[0, 2\pi)$.

Амплитуды A_j ($j = 1, 2$) подчиняются уравнениям возбуждения [22–24]. Если считать, что связь осуществляется путём проникновения части выходного излучения одного генератора в резонатор другого [5–11] (так называемая радиационная связь), то в случае двух связанных генераторов эти уравнения принимают вид

$$\begin{aligned} \frac{dA_1}{d\tau} + i\frac{\Delta}{2}A_1 + A_1 &= I_s\Phi(A_1)A_1 + \rho \exp(-i\psi)A_2(\tau - \tau_d), \\ \frac{dA_2}{d\tau} - i\frac{\Delta}{2}A_2 + A_2 &= I_s\Phi(A_2)A_2 + \rho \exp(-i\psi)A_1(\tau - \tau_d). \end{aligned} \quad (4)$$

¹ Будем ограничиваться случаем, когда взаимодействие осуществляется на основной циклотронной гармонике.

Здесь $\tau = \omega_0 t / (2Q)$ — нормированное время, $\Delta = 2Q(\omega_2 - \omega_1) / \omega_0$ — нормированная расстройка собственных частот,

$$\Phi(A_j) = \frac{i}{A_j} \int_0^{\zeta_k} J_j(\zeta, \tau) f_s^*(\zeta) d\zeta \quad (5)$$

— комплексная электронная восприимчивость (здесь и далее * обозначает комплексное сопряжение), $\mu = \zeta_k / \sqrt{3}$ — безразмерная длина пространства взаимодействия,

$$J_j = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p_j d\varphi_0 \quad (6)$$

— гармоники высокочастотного тока,

$$I_s = \left(\frac{e\mu_0}{\pi m_0 c} \right) \frac{1}{\beta_{\perp}^2 \beta_{\parallel} \gamma_0} \frac{QG_{mn}I_b}{N_s}, \quad (7)$$

где I_b — постоянный ток электронного пучка, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная постоянная, γ_0 — релятивистский масс-фактор в начале пространства взаимодействия, $N_s = \int_0^{\zeta_k} |f_s(\zeta)|^2 d\zeta \approx (\mu/2) \sqrt{\pi/2}$ — норма волны, $G_m = J_{m-1}^2(\nu_{mn} R_b / R_g) / [J_m^2 \nu_{mn} (\nu_{mn}^2 - m^2)]$ — фактор связи пучка с рабочей модой TE_{mn} , J_m — функция Бесселя 1-го рода порядка m , ν_{mn} — n -й положительный корень уравнения $J'_m(\nu) = 0$, R_b и R_g — радиусы электронного пучка и волновода соответственно.

Последние слагаемые в правых частях (4) отвечают за связь между генераторами. В них $\rho = \sqrt{P_{in}/P_{out}}$ — параметр связи, который определяется отношением входной и выходной мощностей [5, 8, 9, 11], $\tau_d = \omega_0 t_d / (2Q)$ — нормированное время задержки, $\psi = \omega_0 t_d$ — набег фазы сигнала. Будем считать, что время задержки $t_d \approx l/c$, где l — расстояние между гиротронами.

Существует подход, позволяющий значительно упростить исследование автоколебаний в гиротроне с фиксированной структурой высокочастотного поля. Он основан на так называемой квазилинейной теории [22, 23, 25], в рамках которой уравнения движения электронов решаются приближённо методом разложения по малому параметру, в роли которого выступает амплитуда поля. В результате можно найти сгруппированный ток и получить выражение для комплексной электронной восприимчивости в виде ряда по степеням амплитуды поля: $\Phi \approx \alpha - \beta |A|^2 + \dots$. Однако квазилинейная теория справедлива только при небольшом превышении порога самовозбуждения, поэтому её результаты имеют качественный характер.

В работе [26] была предложена модификация квазилинейной теории, которая позволяет добиться не только качественного, но и количественного соответствия с нестационарной теорией гиротрона с фиксированной структурой поля. Если рассмотреть одиночный гиротрон, для которого уравнение возбуждения имеет вид

$$\frac{dA}{d\tau} + A = I_s \Phi(A) A, \quad (8)$$

то для режима стационарных колебаний с фиксированной частотой из уравнения (8) получим

$$I = I_s \Phi'(A), \quad \Omega = I_s \Phi''(A), \quad (9)$$

где $\Phi' \equiv \text{Re}\Phi$, $\Phi'' \equiv \text{Im}\Phi$ — вещественная (активная) и мнимая (реактивная) составляющие электронной восприимчивости соответственно. Проведя серию расчетов установления колебаний при различных значениях параметра I_s на основе приведённых выше уравнений нестационарной теории с фиксированной структурой высокочастотного поля, можно найти соответствующие

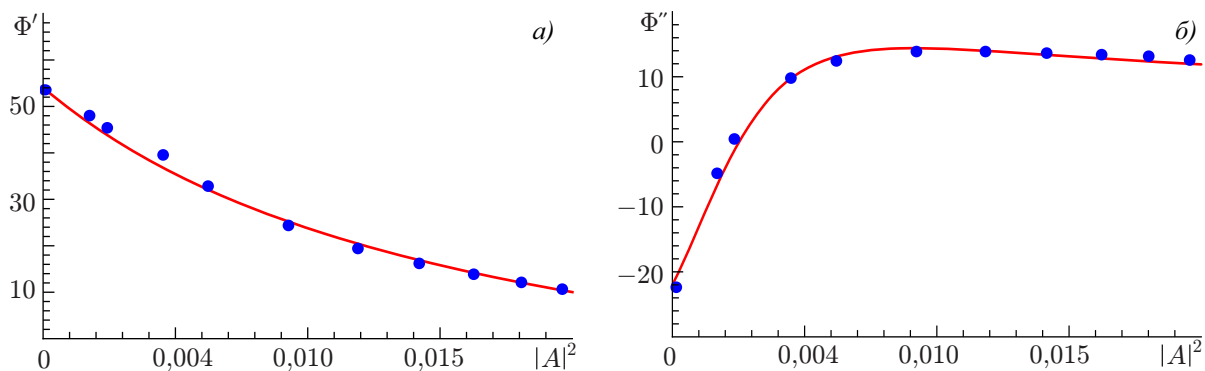


Рис. 1. Зависимости активной (а) и реактивной (б) составляющих электронной восприимчивости от квадрата амплитуды в случае мягкого самовозбуждения ($\Delta_H \approx 0,4, \mu \approx 10$)

значения частоты и амплитуды колебаний $\Omega(I_s)$ и $W(I_s)$, где $W = |A|^2$. Далее, если обратить зависимость $W(I_s)$ и выразить I_s как функцию W , $I_s = I_s(W)$, то из соотношений (9) можно определить Φ' и Φ'' как функции W :

$$\Phi' = 1/I_s(W), \tag{10}$$

$$\Phi'' = \Omega(W)/I_s(W). \tag{11}$$

Для определённости рассмотрим гиротрон с рабочей модой $TE_{25,10}$, предназначенный для электронно-циклотронного нагрева плазмы. Он имеет следующие параметры [27]: рабочая частота 170 ГГц, мощность порядка 1 МВт, ток электронного пучка 45 А, напряжение 73 кВ, радиус резонатора 17,77 мм, радиус пучка 7,39 мм, длина однородного участка резонатора 11,5 мм, питч-фактор 1,3, магнитное поле 6,7 Тл. При таких значениях параметров $\Delta_H \approx 0,5, \mu \approx 10$.

Можно подобрать достаточно простые аналитические аппроксимации для зависимостей $\Phi'(W)$ и $\Phi''(W)$ в виде рациональных функций. При значениях параметров $\Delta_H = 0,4$ и $\mu = 10$, эти аппроксимации имеют вид [26]

$$\Phi'(W) = \frac{\alpha' - \beta'W}{1 + \delta'W}, \quad \Phi''(W) = \frac{\alpha'' + \beta''W + \gamma''W^2}{1 + \delta''W^2}, \tag{12}$$

где $\alpha' \approx 54,05, \beta' = 15,0 \cdot 10^2, \delta' = 60,0; \alpha'' = -22,0; \beta'' = 8,0 \cdot 10^3, \gamma'' = 28,0 \cdot 10^4, \delta'' = 5,0 \cdot 10^4$. Значение Δ_H выбрано несколько меньшим, чем в работе [27], чтобы генератор находился в режиме мягкого самовозбуждения. Зависимости $\Phi'(W)$ и $\Phi''(W)$ приведены на рис. 1, где кружками показаны результаты численного моделирования, а сплошными линиями — аппроксимации (12).

С практической точки зрения представляет интерес не амплитуда поля в резонаторе, а выходная мощность, которую можно определить, зная поперечный коэффициент полезного действия (КПД) $\eta = 1 - (2\pi)^{-1} \int_0^{2\pi} |p(\zeta_k)|^2 d\varphi_0$, т. е. долю вращательной энергии, отдаваемой электронами полю. В режиме установившихся одночастотных колебаний КПД удобно выразить через активную электронную восприимчивость (см., например, [23]):

$$\eta = 2\Phi'(|A|^2) |A|^2. \tag{13}$$

Зависимость КПД от амплитуды колебаний при выбранных значениях параметров построена на рис. 2. Он достигает максимума $\eta = \eta_{\max} \approx 0,505$ при амплитуде колебаний $|A| = A_{\max} \approx 0,113$. Тогда из (9) можно найти соответствующее значение параметра тока $I_s \approx 0,05$. Однако в случае двух связанных гиротронов амплитуда колебаний изменится, поэтому изменится и оптимальное

значение I_s , которое, вообще говоря, зависит от параметра связи ρ . Более подробно этот вопрос обсуждается ниже в следующем разделе.

Поскольку выражения для восприимчивости (12) получены для одиночного гиротрона, возникает вопрос о применимости данной модели в случае двух связанных гиротронов при наличии достаточно сильной связи. В [26] проводилось сопоставление модифицированной квазилинейной модели и нестационарной теории с фиксированной гауссовой структурой поля для случая $\rho = 0,8$. Было обнаружено, что значения КПД для двух рассматриваемых моделей отличаются не более чем на 5 %, а частоты синхронных мод равны друг другу.

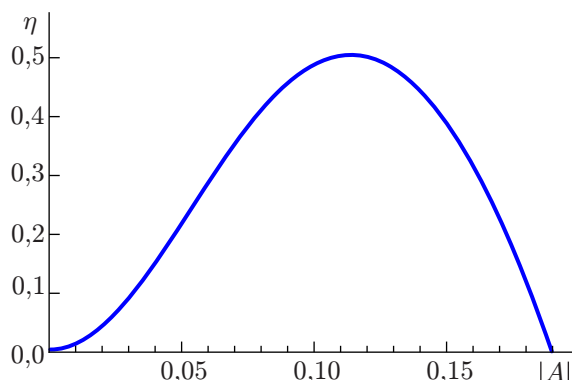


Рис. 2. Зависимость поперечного КПД η от амплитуды стационарных колебаний при $\Delta_H = 0,4$ и $\mu = 10$

2. БИФУРКАЦИОННЫЙ АНАЛИЗ В СЛУЧАЕ МАЛОГО ВРЕМЕНИ ЗАПАЗДЫВАНИЯ

Важное преимущество модифицированной квазилинейной модели состоит в том, что она позволяет исследовать режимы синхронизации аналитически, используя методы теории колебаний и нелинейной динамики, в том числе с помощью современных пакетов для автоматизированного бифуркационного анализа. Следуя [20, 21], рассмотрим ситуацию, когда время задержки мало по сравнению с характерным временем установления колебаний, т. е. $\tau_d \ll 1$, или в размерных переменных $t_d \ll 2Q/\omega_0$. В этом случае в правых частях уравнений (4) можно положить $A_j(\tau - \tau_d) \approx A_j(\tau)$, $j = 1, 2$, после чего они превращаются в систему обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Разделим её на уравнения для действительных амплитуд и фаз, полагая $A_j = R_j \exp(i\varphi_j)$. Получим систему уравнений третьего порядка

$$\begin{aligned} \dot{R}_1 &= [I_s \Phi'(R_1^2) - 1]R_1 + \rho R_2 \cos(\psi + \varphi), & \dot{R}_2 &= [I_s \Phi'(R_2^2) - 1]R_2 + \rho R_1 \cos(\psi - \varphi), \\ \dot{\varphi} + \Delta &= I_s [\Phi''(R_1^2) - \Phi''(R_2^2)] + \rho \left[\frac{R_1}{R_2} \sin(\psi - \varphi) - \frac{R_2}{R_1} \sin(\psi + \varphi) \right], \end{aligned} \quad (14)$$

где $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ — разность фаз, а точка сверху означает дифференцирование по τ . Неподвижные точки системы (14) отвечают режимам синхронизации. Несмотря на то, что (14) представляет собой систему ОДУ, в ней опосредованно учитываются эффекты запаздывания, поскольку набег фазы ψ определяется временем задержки.

Исследование системы (14) проводилось с использованием программного пакета XPPAUT [28]. На рис. 3 построены области устойчивости синхронных режимов при различных значениях набег фазы ψ на плоскости параметров расстройка собственных частот Δ — параметр связи ρ ². На этом рисунке приведены границы седлоузловой бифуркации и бифуркации Андронова—Хопфа (здесь $j = 1$ и $j = 2$ отвечают синфазной и противофазной модам соответственно). Как известно [29–31], седлоузловая бифуркация SN_j отвечает механизму синхронизации посредством захвата частоты, а бифуркация Андронова—Хопфа $АН_j$ — синхронизации посредством подавления.

² Для большей наглядности на рис. 3 бифуркационные линии построены вплоть до значений $\rho = 1,5$, хотя в силу определения этого параметра значения $\rho > 1$ физического смысла не имеют.

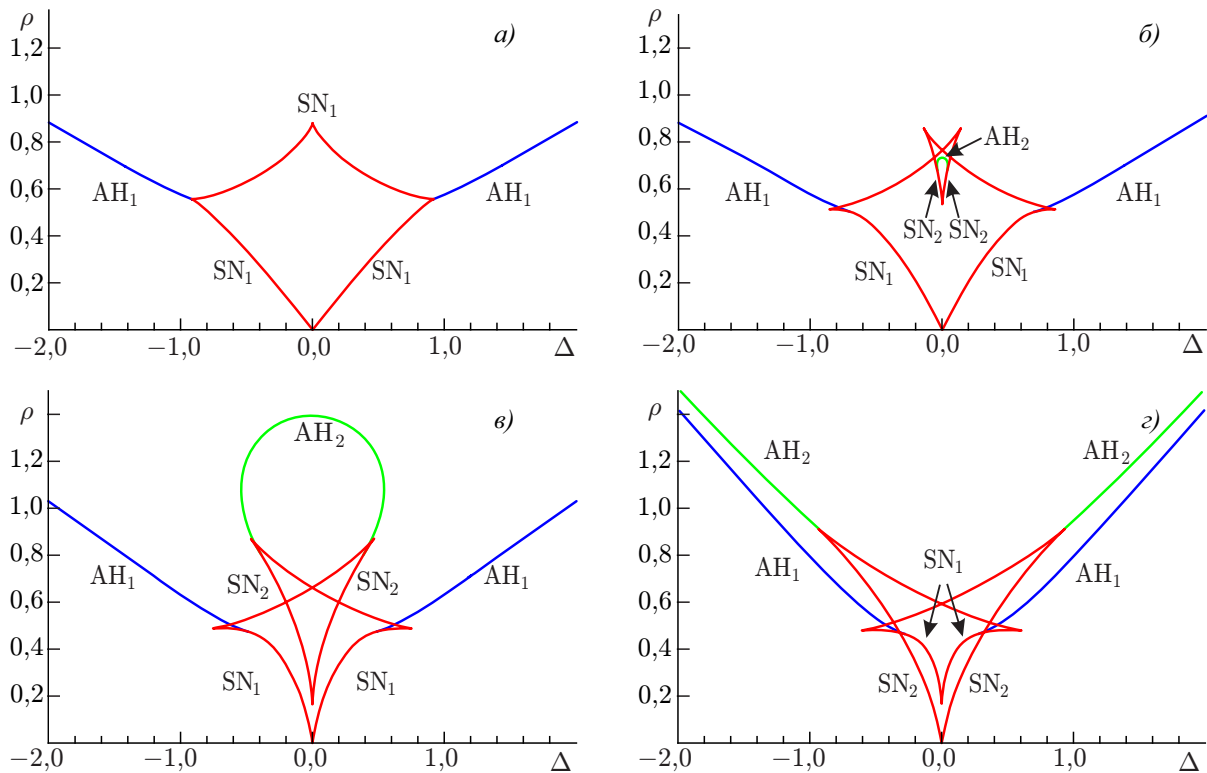


Рис. 3. Области синхронизации на синфазной и противофазной модах на плоскости параметров Δ и ρ при $I_s = 0,05$ и при различных значениях набега фаза ψ : $0, 2\pi$ (а), $0, 3\pi$ (б), $0, 4\pi$ (в) и $0, 5\pi$ (г)

Представленные на рис. 3 результаты качественно согласуются с полученными в работах [20, 21] для связанных осцилляторов с кубической нелинейностью. Структура областей синхронизации определяется прежде всего параметром ψ , который характеризует набег фазы сигнала в канале связи³. Когда $\psi \approx 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, доминирует диссипативная связь. В этом случае синхронизация возможна только на синфазной моде (рис. 3а). По мере увеличения ψ начинает сказываться инерционная связь. Появляется область, в которой устойчива противофазная синхронизация, т. е. возникает бистабильность синхронных режимов (подробнее см. [21]). На рис. 3б, в эта область ограничена снизу линиями SN_2 , а сверху — линией AH_2 . В случае, когда $\psi \approx 2\pi n + \pi/2$, доминирует инерционная связь. При этом бистабильность имеет место практически во всей области синхронизации (рис. 3г). Схожее поведение отмечалось и в ряде других работ, где рассматривались связанные системы, в которых конкурируют инерционный и диссипативный типы связи (см., например, [31, 32]).

При $\psi \approx 2\pi n + \pi$ структура областей синхронизации будет такой же, как и при $\psi \approx 2\pi n$, однако место синфазной моды займёт противофазная. Действительно, пусть колебания противофазны, тогда за время распространения в канале связи сигнал приобретает дополнительный фазовый сдвиг на $2\pi n + \pi$ и поступает в резонатор другого гиротрона синфазно с его собственными колебаниями.

Следует отметить и ряд отличий от картины, представленной в работах [20, 21]. Они обусловлены неизохронностью, т. е. зависимостью частоты (и, соответственно, фазового набега) от амплитуд колебаний. За неё отвечают слагаемые, пропорциональные Φ'' в последнем уравнении

³ Поскольку набег фазы пропорционален времени задержки, при изменении τ , т. е. при изменении расстояния между генераторами, трансформация областей синхронизации будет происходить периодически (ср. [19]).

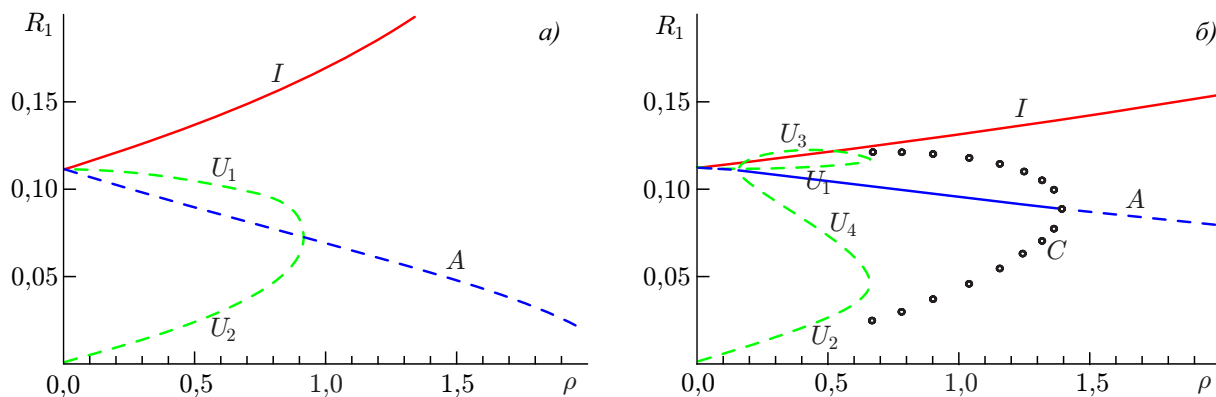


Рис. 4. Бифуркационные диаграммы для состояний равновесия и предельных циклов при $I_s = 0,05$, $\Delta = 0$ и $\psi = 0,2\pi$ (а), $\psi = 0,4\pi$ (б). Сплошными линиями показаны устойчивые точки, пунктирными — неустойчивые, кружками — неустойчивый предельный цикл (показаны максимальные и минимальные значения переменной R_1 , отвечающие предельному циклу)

системы (14). В результате на рис. 3г границы для синфазной и противофазной мод несколько отличаются, тогда как в изохронном случае при $\psi = \pi/2$ они были бы полностью вырождены [20, 21, 31, 32]. Более того, следует отметить, что в области малых расстройк границы для синфазной и противофазной мод поменялись местами, т. е. при очень слабой связи возможна лишь противофазная синхронизация.

Структуру «языков» синхронизации помогают прояснить бифуркационные диаграммы, построенные на рис. 4. На этих рисунках отложены зависимости амплитуды колебаний R_1 от параметра связи ρ , соответствующие различным неподвижным точкам, в случае $\Delta = 0$. Сплошными линиями показаны устойчивые положения равновесия, штриховыми — неустойчивые.

Рассмотрим вначале случай, когда доминирует диссипативная связь (рис. 4а). При малых значениях параметра ρ существуют неподвижные точки, соответствующие синфазной (I) и противофазной (A) модам. Для этих точек $R_1 = R_2$ (поскольку мы рассматриваем случай нулевой расстройки). Помимо них существуют также точки U_1 и U_2 , соответствующие несимметричным решениям. Для этих точек $R_1 \neq R_2$, однако они симметричны друг другу относительно замены $R_1 \rightarrow R_2$, $R_2 \rightarrow R_1$. Таким образом, при $\Delta = 0$ бифуркационные диаграммы для R_1 и R_2 по сути идентичны. Как уже отмечалось выше, устойчивым является только решение на синфазной моде.

С увеличением ρ несимметричные решения приближаются к неустойчивой точке A . При $\rho \approx 0,91$ они сливаются друг с другом и исчезают (см. рис. 4а).

Более сложная ситуация имеет место в случае, когда доминирует инерционная связь (рис. 4б). При $\rho \approx 0,19$ происходит седлоузловая бифуркация, в результате которой от точки A ответвляются ещё две седловые точки U_3 и U_4 , а сама эта точка становится устойчивой. Таким образом, возникает мультистабильность синхронных режимов.

При увеличении ρ точки U_1 , U_3 и U_2 , U_4 попарно приближаются друг к другу и при $\rho \approx 0,68$ в результате двойной седлоузловой бифуркации сливаются и исчезают. Из гетероклинических траекторий, соединяющих точки U_1 , U_2 и U_3 , U_4 , при этом образуется неустойчивый предельный цикл C , который показан на рис. 4б кружками. Он лежит на поверхности, разграничивающей бассейны притяжения точек I и A .

С дальнейшим ростом параметра связи неустойчивый цикл C уменьшается в размерах и при $\rho \approx 1,41$ сливается с точкой A , в результате чего она теряет устойчивость и мультистабильность синхронных режимов исчезает. Таким образом, происходит обратная бифуркация Андронова—

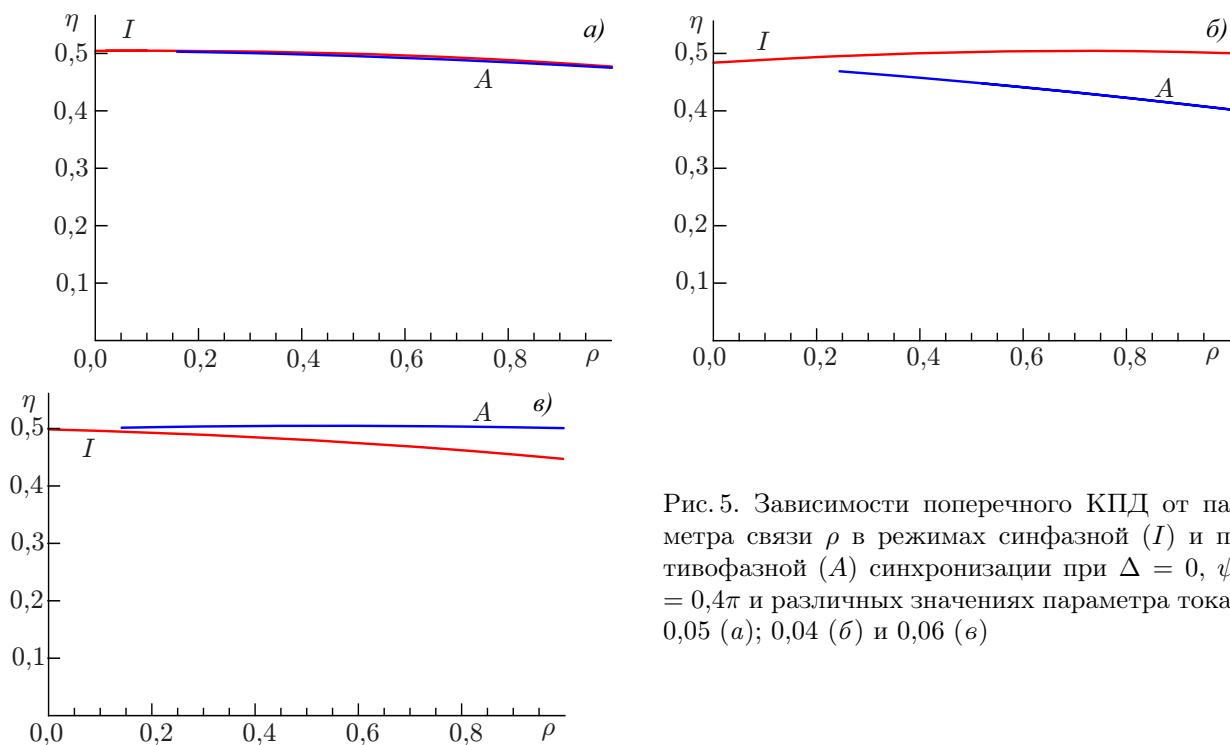


Рис. 5. Зависимости поперечного КПД от параметра связи ρ в режимах синфазной (I) и противофазной (A) синхронизации при $\Delta = 0$, $\psi = 0,4\pi$ и различных значениях параметра тока I_s : 0,05 (a); 0,04 (b) и 0,06 (v)

Хопфа. Этой бифуркации соответствует линия AN_2 на рис. 3б, в.

Как видно из рис. 4, с ростом ρ амплитуда колебаний для синфазной моды увеличивается, а для противофазной — уменьшается. Однако, как уже отмечалось, на практике представляют интерес значения мощности и КПД, а не амплитуды. Выше мы анализировали случай, когда $I_s = 0,05$, что соответствует максимальному КПД для одиночного гиротрона. Однако при наличии связи ситуация меняется. Рассмотрим, как зависит КПД от параметра связи в различных случаях. Моделирование будем проводить при значении параметра набега фазы $\psi = 0,4$, при котором наблюдается бистабильность синхронных режимов (см. рис. 3в и рис. 4б). Для простоты ограничимся случаем $\Delta = 0$.

На рис. 5 построены зависимости поперечного КПД от параметра связи ρ для синфазной и противофазной моды. Рассмотрим вначале случай $I_s = 0,05$ (рис. 5а). Поскольку для обеих мод с ростом ρ амплитуда начинает всё сильнее отличаться от оптимального значения $A_{\max} \approx 0,113$, КПД убывает. При этом он примерно одинаков для обеих мод.

Если несколько уменьшить параметр тока, амплитуда колебаний в отсутствие связи станет меньше оптимальной. При увеличении ρ для синфазной моды амплитуда увеличивается и приближается к A_{\max} . Соответственно, значение КПД для неё также увеличивается, приближаясь к максимальному значению 0,505 (рис. 5б). Для противофазной моды КПД, напротив, уменьшается.

При $I_s = 0,06$ имеет место обратная ситуация (рис. 5в). В отсутствие связи амплитуда колебаний больше оптимальной. Для синфазной моды амплитуда увеличивается, а КПД уменьшается. Однако для противофазной моды амплитуда уменьшается и, следовательно, КПД увеличивается. При этом в данном случае увеличится и мощность колебаний по сравнению с двумя несвязанными гиротронами. Такое поведение полностью согласуется с зависимостью $\eta(|A|)$, представленной на рис. 2.

3. ПЕРЕКЛЮЧЕНИЕ МЕЖДУ РАЗЛИЧНЫМИ РЕЖИМАМИ СИНХРОНИЗАЦИИ

Наличие мультистабильности, с одной стороны, является нежелательным эффектом, поскольку может приводить к скачкообразным изменениям мощности и частоты при вариации параметров. С другой стороны, мультистабильность открывает возможности для быстрого переключения частоты, что может быть полезно для ряда приложений [33].

В данном разделе обсудим возможность управляемого переключения между синфазной и противофазной модами. Для лучшего соответствия с реальными условиями рассмотрим динамику с учётом конечного времени запаздывания. Отметим, что для системы функциональных дифференциальных уравнений (4) число устойчивых стационарных состояний (т. е. число возможных режимов синхронизации) может быть больше двух, причём с ростом τ_d это число увеличивается [20, 26]. Однако высшие моды возникают лишь при достаточно больших значениях параметра связи.

Выберем нормированный параметр тока равным $I_s = 0,04$, что меньше значения, при котором КПД одиночного гиротрона достигает максимума. Соответственно, можно ожидать, что в режиме синхронизации КПД увеличится. Безразмерное время запаздывания выберем равным $\tau_d = 3,0$. Поскольку для рассматриваемого гиротрона частота генерации $f_0 \approx 170$ ГГц, а добротность резонатора $Q \approx 1\,100$, получим, что время запаздывания $t_d \approx 6,2$ нс, что соответствует расстоянию между гиротронами $l \approx 2$ м.

Для исследования возможности переключения мод целесообразно рассмотреть ситуацию, когда связь имеет преимущественно инерционный характер, чтобы бистабильность наблюдалась уже при достаточно малых ρ . Этого можно добиться, подбирая значение набега фазы ψ . Соответствующие границы областей синхронизации на синфазной и противофазной модах построены на рис. 6, где $\Delta f = (\omega_2 - \omega_1)/(2\pi)$ — размерная расстройка собственных частот. Существует ещё одна область синхронизации, однако она лежит выше по параметру связи ($\rho > 0,5$), поэтому с практической точки зрения интереса не представляет. Отметим, что расчёты проводились как на основе модифицированной квазилинейной модели, так и с помощью нестационарной теории гиротрона с фиксированной структурой поля. Видно, что результаты моделирования полностью согласуются друг с другом.

Обратим внимание, что в данном случае инерционная связь доминирует при $\psi = 0$, что отличается от случая $\tau_d \ll 1$, рассматривавшегося в разделе 2, где при $\psi = 0$ как раз доминировала диссипативная связь. Это объясняется тем, что частота сигнала, а, следовательно, и фазовый набег зависят от времени запаздывания. Действительно, рассмотрим для простоты случай $\Delta = 0$, т. е. случай, когда холодные собственные частоты обоих гиротронов одинаковы. В режиме синхронизации колебания обоих генераторов происходят с одинаковой частотой Ω . Для неё из (4) нетрудно получить следующее уравнение:

$$\Omega = I_s \Phi''(W) \mp \rho \sin(\Omega\tau_d + \psi), \quad (15)$$

где знак «−» соответствует синфазному решению, знак «+» — противофазному. Чисто инерционная связь реализуется при $\Omega\tau_d + \psi \approx 2\pi n + \pi/2$. Значение ψ , при котором выполняется это условие, не является фиксированным, а зависит самосогласованным образом от частоты, амплитуды и других параметров.

Выберем значение коэффициента связи равным $\rho = 0,3$, что соответствует примерно 10 % от мощности выходного сигнала, а параметр расстройки собственных частот $\Delta = 0,3$, что отвечает 23 МГц в размерных единицах. При таком значении расстройки устойчивы и синфазный, и противофазный режимы синхронизации, см. штриховую линию на рис. 6. На рис. 7 построены

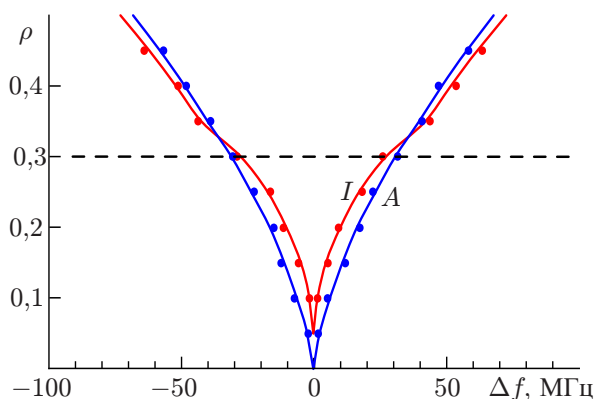


Рис. 6. Границы областей синхронизации на синфазной (*I*) и противофазной (*A*) модах при $I_s = 0,04$, $\Delta_H = 0,4$, $\mu = 10,0$, $\psi = 0$ и $\tau_d = 3,0$. Сплошными линиями показаны результаты численного моделирования для модифицированной квазилинейной модели, кружками — для уравнений нестационарной теории гиротрона с фиксированной структурой высокочастотного поля

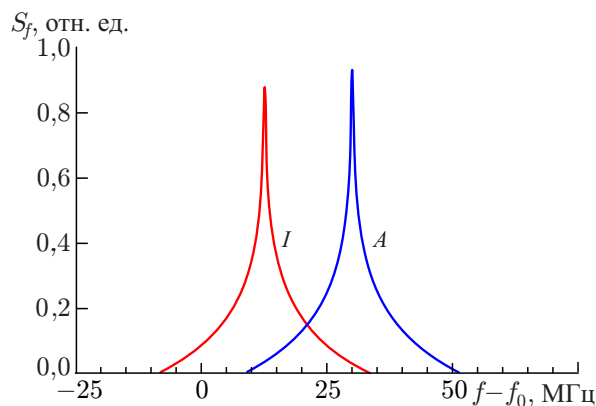


Рис. 7. Спектры колебаний синфазной и противофазной мод при $\rho = 0,3$ и $\Delta = 0,3$. Остальные параметры те же, что на рис. 6

спектры колебаний синфазной и противофазной моды для данного случая. Видно, что частоты отличаются примерно на 18 МГц.

Вопрос о том, как возбудить ту или иную моду, является нетривиальным. Фактически ответ на него определяется тем, как устроены бассейны притяжения двух сосуществующих аттракторов. Однако если для конечномерной системы (14), фазовое пространство которой трёхмерно, возможно проанализировать конфигурацию бассейнов притяжения, то для бесконечномерной системы (4) это сделать затруднительно. Компьютерное моделирование показывает, что если рассматривать самовозбуждение от малых шумовых флуктуаций, то при выбранных значениях параметров синфазные и противофазные колебания устанавливаются примерно с равной вероятностью.

Можно, однако, предложить простой и физически обоснованный способ, позволяющий возбуждать желаемую моду. Он основан на том, что частоты противофазной и синфазной мод близки к парциальным частотам первого и второго гиротронов соответственно. Поэтому, если один из гиротронов включается немного раньше другого, то он навязывает ему свою частоту, которая близка к частоте соответствующей моды. В итоге эта мода и будет устанавливаться после включения второго гиротрона.

Аналогично можно реализовать управляемые переключения между синфазной и противофазной модами. Для этого необходимо на короткое время уменьшать мощность генерации одного из гиротронов. В современных гиротронах для управляемого термоядерного синтеза экспериментально реализована 100 % модуляция выходной мощности в виде импульсов длительностью 100 мкс с характерной длительностью фронта порядка 1 мкс (см., например, [34]). Модуляция осуществлялась с помощью управления анодным напряжением электронной пушки.

Рассмотрим динамику переключения мод в случае, когда осуществляется кратковременное уменьшение параметра тока одного из гиротронов. На рис. 8а приведены зависимости КПД первого и второго гиротронов от времени. Вначале устанавливается синхронизация на противофазной моде. В этом режиме КПД первого гиротрона примерно равен КПД одиночного гиротрона (50,5 %, см. рис. 2), а КПД второго гиротрона несколько меньше. Затем в момент времени

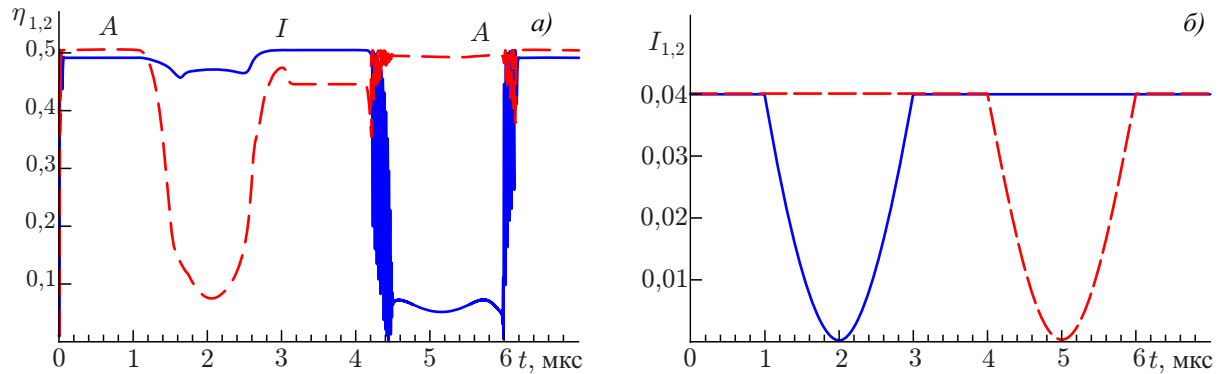


Рис. 8. Зависимости от времени КПД (а) и безразмерного параметра тока (б) первого (сплошные линии) и второго (штриховые линии) гиротронов, иллюстрирующие процесс переключения мод. Символами I и A отмечены стадии синфазной и противофазной синхронизации. Параметры те же, что и на рис. 7

$t_1 = 1$ мкс параметр тока первого гиротрона I_1 начинает изменяться по закону $I_1 = I_{\max}\{[1 - \sin[\pi(t - t_1)/T]]\}$, где $T = 2$ мкс (см. рис. 8б). Такая зависимость моделирует фронты импульса переключения. Длительность стадии, когда один из гиротронов выключен, очевидно, не влияет на процесс переключения.

Из рис. 8а видно, что с уменьшением тока КПД первого гиротрона падает примерно до 8 %, а КПД второго гиротрона уменьшается, но незначительно. Отметим, что, поскольку в резонатор продолжает поступать сигнал второго гиротрона, КПД первого не уменьшается до нуля, даже когда ток становится ниже стартового и гиротрон не генерирует.

После того, как ток I_1 восстанавливается до рабочего значения, устанавливается режим синхронизации на синфазной моде. Отметим, что теперь КПД первого гиротрона примерно равен максимальному, а КПД второго гиротрона составляет около 45 %. Аналогичное уменьшение тока второго гиротрона, которое начинается в момент времени $t_2 = 4$ мкс, приводит к обратному переключению. Данное значение t_2 выбрано для наглядности, на динамику процесса переключения оно, очевидно, не влияет.

Подчеркнём, что минимальное время, за которое можно осуществить переключение, определяется только тем, насколько быстро удаётся осуществить модуляцию мощности гиротрона. При численном моделировании мы варьировали время T , за которое изменяется ток, в широких пределах $0,1 \div 10$ мкс и не обнаружили принципиальных отличий. Единственное ограничение состоит в том, что это время должно быть велико по сравнению с временем задержки (в данном случае 6 нс). Возможно, более быструю модуляцию мощности можно осуществить, воздействуя на гиротрон модулированным внешним сигналом [35].

Для анализа нестационарных процессов типа переключения мод удобно использовать аппарат непрерывного вейвлет-преобразования (см., например, [36]). В частности, для задач частотно-временного анализа наиболее подходящим представляется комплексный вейвлет Морле

$$\Psi_{s,t_0}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \Psi_0(\xi),$$

где $\Psi_0(\xi) = \pi^{-1/4} \exp(i\nu_0\xi) \exp(-\xi^2/2)$ — материнский вейвлет, $\xi = (t - t_0)/s$, s — масштаб вейвлетного преобразования. Параметр ω_0 определяет качество разрешения по частоте и времени: с его ростом улучшается разрешение в фурье-пространстве, но ухудшается локализация по времени [36]. При выборе $\nu_0 = 6,0$ величина $1/s$ примерно соответствует фурье-частоте.

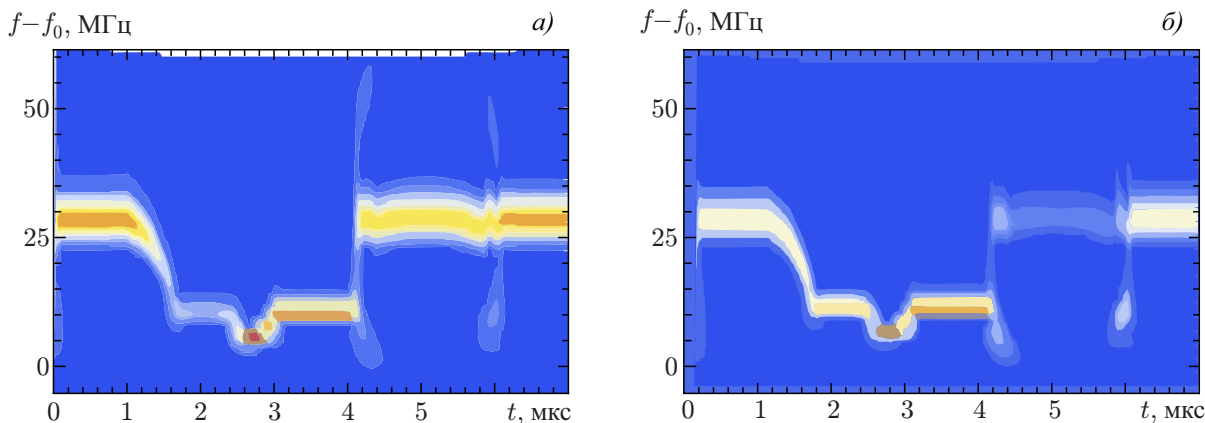


Рис. 9. Результаты вейвлет-анализа зависимостей $A_1(t)$ (а) и $A_2(t)$ (б)

Комплексный вейвлет-спектр функции $Z(t)$ определяется в результате преобразования

$$W(s, t_0) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{+\infty} Z(t) \Psi_{s, t_0}^*(\xi) dt.$$

Наглядным способом графического представления результатов вейвлет-преобразования являются проекции распределения амплитуд коэффициентов $|W(s, t_0)|$ на плоскость $t_0, f - f_0$, показанные на рис. 9. Более светлые оттенки соответствуют большим значениям $|W(s, t_0)|$. При этом мы фактически получаем картину распределения интенсивностей спектральных компонент во времени. Хорошо видны переключения между двумя режимами, причём значения частот, определённые с помощью вейвлет-преобразования, практически совпадают с частотами синфазной и противофазной мод, см. рис. 7. Сравнение результатов вейвлет-анализа сигналов первого и второго гиротронов (рис. 9а, б) наглядно показывает, в какие моменты времени генерируют оба гиротрона, а в какие — только один.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе задача о взаимной синхронизации двух связанных гиротронов исследуется на основе модифицированной квазилинейной модели, развитой в работе [26]. Модель позволяет получить результаты, не только качественно, но и количественно согласующиеся с нестационарной теорией гиротрона с фиксированной структурой поля. Одним из главных преимуществ такой модели является возможность исследовать режимы синхронизации аналитически, используя автоматизированные пакеты бифуркационного анализа. Рассмотрение проводится на примере мощных гиротронов диапазона 170 ГГц в режиме мягкого самовозбуждения. Случай жёсткого возбуждения представляет самостоятельный интерес и будет предметом дальнейших исследований.

Запаздывающий характер связи играет принципиальную роль и существенно влияет на картину синхронизации. В приближении, когда время запаздывания мало по сравнению с временем установления колебаний, проведён бифуркационный анализ режимов синхронизации с помощью программного пакета ХРРАУТ. Результаты достаточно хорошо согласуются с теорией, развитой в работе [21] для упрощённой модели связанных автоколебательных систем с кубической нелинейностью. Переход к синхронному режиму при малых расстройках осуществляется в результате взаимного захвата частот, а при достаточно больших — в результате подавления собственных

колебаний одного из гиротронов. В зависимости от набега фазы в канале связи доминирует либо диссипативная, либо инерционная связь. При диссипативной связи устанавливается синфазная синхронизация. При инерционной связи синхронизация возможна как на синфазной, так и на противофазной модах, т. е. возникает бистабильность синхронных режимов. В целом структура областей синхронизации на плоскости параметров частотная расстройка — связь существенно отличается от хорошо изученной картины в отсутствие запаздывания.

Проанализирована возможность достижения максимального КПД в системе связанных гиротронов. Для этого параметр тока I_s нужно выбирать либо ниже, либо выше того, который соответствует оптимальному КПД одиночного гиротрона. Тогда при наличии связи КПД синфазной (при уменьшенном I_s) или противофазной (при увеличенном I_s) генерации может достигнуть оптимального значения.

Продемонстрирована возможность управляемых переключений между синфазной и противофазной модами. Поскольку частоты синфазной и противофазной мод близки к парциальным частотам одного или другого гиротрона, переключения можно реализовать путём кратковременного уменьшения мощности генерации одного из гиротронов. При численном моделировании модуляция мощности осуществляется уменьшением тока соответствующего гиротрона. Соответственно, частота колебаний становится примерно равной парциальной частоте другого гиротрона, и после восстановления тока до рабочего значения установится тот режим синхронизации, частота которого более близка к ней.

Подчеркнём, что перечисленные выше особенности синхронизации невозможно описать на основе традиционно используемого фазового приближения [5, 6, 9, 11], которое не позволяет корректно рассмотреть случай инерционной связи [20].

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках государственного задания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Zhang J., Zhang D., Fan Y., et al. // Phys. Plasmas. 2020. V. 27, No. 1. Art. no. 010501. <https://doi.org/10.1063/1.5126271>
2. Ginzburg N. S., Cross A. W., Golovanov A. A., et al. // Phys. Rev. Lett. 2015. V. 115, No. 11. Art. no. 114802. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.115.114802>
3. Li Y., Zhang X., Zhang J., et al. // Phys. Plasmas. 2014. V. 21, No. 10. Art. no. 103302. <https://doi.org/10.1063/1.4900417>
4. Xiao R., Deng Y., Chen C., et al. // Phys. Plasmas. 2018. V. 25, No. 3. Art. no. 033109. <https://doi.org/10.1063/1.5022808>
5. Benford J., Sze H., Woo W., et al. // Phys. Rev. Lett. 1989. V. 62, No. 8. P. 969–971. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.62.969>
6. Woo W., Benford J., Fittinghoff D., et al. // J. Appl. Phys. 1989. V. 65, No. 2. P. 861–866. <https://doi.org/10.1063/1.343079>
7. Бочаров Е. П., Коростелев Г. Н. // Изв. вузов. Радиофизика. 1981. Т. 24, № 7. С. 825–830.
8. Cruz E. J., Hoff B. W., Pengvanich P., et al. // Appl. Phys. Lett. 2009. V. 95, No. 19. Art. no. 191503. <https://doi.org/10.1063/1.3262970>
9. Sze H., Price D., Harteneck B. // J. Appl. Phys. 1990. V. 67, No. 5. P. 2278–2282. <https://doi.org/10.1063/1.345521>
10. Дубинов А. Е., Селемир В. Д., Царев А. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2000. Т. 43, № 8. С. 709–714.

11. Репин Б. Г., Дубинов А. Е. // Журн. техн. физ. 2006. Т. 76, № 4. С. 99–104.
12. Rozental R. M., Ginzburg N. S., Glyavin M. Yu., et al. // Phys. Plasmas. 2015. V. 22, No. 9. Art. no. 093118. <https://doi.org/10.1063/1.4931746>
13. Thumm M. // IEEE Trans. Plasma Sci. 2014. V. 42, No. 3. P. 590–599. <https://doi.org/10.1109/TPS.2013.2284026>
14. Thumm M. K. A., Denisov G. G., Sakamoto K., Tran M. Q. // Nucl. Fusion. 2019. V. 59, No. 7. Art. no. 073001. <https://doi.org/10.1088/1741-4326/ab2005>
15. Yanchuk S., Perlikowski, P. // Phys. Rev. E. 2009. V. 79, No. 4. Art. no. 046221. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.79.046221>
16. Wolfrum M., Yanchuk S. // Phys. Rev. Lett. 2006. V. 96, No. 22. Art. no. 220201. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.220201>
17. Балакин М. И., Рыскин Н. М. // Нелинейная динамика. 2017. Т. 13, № 2. С. 151–164. <https://doi.org/10.20537/nd1702001>
18. Балакин М. И., Рыскин Н. М. // Письма в ЖТФ. 2019. Т. 45, № 6. С. 33–35. <https://doi.org/10.21883/PJTF.2019.06.47497.17551>
19. Klinshov V. V., Nekorkin V. I. // Chaos, Solitons & Fractals. 2011. V. 44, No. 1. P. 98–107. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2010.12.007>
20. Usacheva S. A., Ryskin N. M. // Chaos. 2014. V. 24, No. 2. Art. no. 023123. <https://doi.org/10.1063/1.4881837>
21. Адилова А. Б., Герасимова С. А., Рыскин Н. М. // Нелинейная динамика. 2017. Т. 13, № 1. С. 3–12. <https://doi.org/10.20537/nd1701001>
22. Nusinovich G. S. // Int. J. Electron. 1981. V. 51, No. 4. P. 457–474. <https://doi.org/10.1080/00207218108901349>
23. Nusinovich G. S. Introduction to the physics of gyrotrons. Baltimore, London : The Johns Hopkins University Press, 2004. 352 p.
24. Бакунин В. Л., Денисов Г. Г., Завольский Н. А., Моисеев М. А. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2012. Т. 20, № 6. С. 67–81. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2012-20-6-67-81>
25. Моисеев М. А., Нусинович Г. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1974. Т. 17, № 11. С. 1709–1717.
26. Адилова А. Б., Рыскин Н. М. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2018. Т. 26, № 6. С. 68–81. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2018-26-6-68-81>
27. Глявин М. Ю., Денисов Г. Г., Кулыгин М. Л. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 2015. Т. 58, № 9. С. 747–758.
28. <http://www.math.pitt.edu/~bard/xpp/xpp.html>
29. Пиковский А., Розенблюм М., Куртс Ю. Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление. М. : Техносфера, 2003. 496 с.
30. Кузнецов А. П., Кузнецов С. П., Рыскин Н. М. Нелинейные колебания. М. : Физматлит, 2005. 292 с.
31. Кузнецов А. П., Емельянова Ю. П., Сатаев И. Р., Тюрюкина Л. В. Синхронизация в задачах. Саратов : ООО Издательский центр «Наука», 2010. 256 с.
32. Kuznetsov A. P., Stankevich N. V., Turukina L. V. // Physica D. 2009. V. 238, No. 14. P. 1203–1215. <https://doi.org/10.1016/j.physd.2009.04.001>
33. Nusinovich G. S., Sinitsyn O. V., Antonsen T. M. // Phys. Rev. Lett. 2007. V. 98, No. 20. Art. no. 205101. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.98.205101>
34. Kajiwara K., Sakamoto K., Oda Y., et al. // Nucl. Fusion. 2013. V. 53, No. 4. Art. no. 043013. <https://doi.org/10.1088/0029-5515/53/4/043013>
35. Бакунин В. Л., Денисов Г. Г., Новожилова Ю. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2019. Т. 62, № 7.

С. 549–565.

36. Короновский А. А., Храмов А. Е. Непрерывный вейвлетный анализ и его приложения. М. : Физматлит, 2003. 176 с.

Поступила в редакцию 8 мая 2020 г.; принята в печать 30 июня 2020 г.

INFLUENCE OF THE DELAY ON MUTUAL SYNCHRONIZATION OF TWO COUPLED GYROTRONS

A. B. Adilova and N. M. Ryskin

We study mutual synchronization in a system of two delay-coupled gyrotrons. The results of the bifurcational analysis under an approximation, where the delay time is short compared with the oscillation onset duration, are presented. The conditions of the stability of in-phase and antiphase synchronization regimes are analyzed for various values of parameters. Synchronization regions are plotted on the detuning–coupling coefficient parameter plane. Main attention is given to the mechanisms of origination and disappearance of the bistability of synchronous regimes during parameter variations. A simple and physically justified way to switch between the in-phase and antiphase modes is proposed, which can be useful for many applications.