

УДК 533.95

## САМОВОЗДЕЙСТВИЕ АЛЬВЕНОВСКИХ ВОЛН В ПЛАЗМЕ С ТЕПЛОВЫМ ДИСБАЛАНСОМ

*С. А. Белов*<sup>1,2\*</sup>, *Н. Е. Молевич*<sup>1,2</sup>, *Д. И. Завершинский*<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Самарский филиал Физического института им. П. Н. Лебедева РАН;

<sup>2</sup> Самарский национальный исследовательский университет им. акад. С. П. Королёва,  
г. Самара, Россия

В работе рассмотрено самовоздействие альвеновских волн в плазме с тепловым дисбалансом. Для описания данного процесса получена система укороченных уравнений, допускающая относительно простой алгоритм численного решения. Она позволяет описывать самовоздействие альвеновских волн при различных режимах теплового дисбаланса и тепловых неустойчивостей. Результаты, полученные с помощью численного решения этой системы, согласуются с результатами, найденными с помощью решения полной системы одномерных магнитогидродинамических уравнений.

### ВВЕДЕНИЕ

Альвеновские волны [1, 2] длительное время рассматривались в качестве возможного источника энергии для нагрева солнечной короны и ускорения солнечного ветра [3, 4], поскольку они могут распространяться на большие расстояния без существенного затухания (процессы диссипации практически не влияют на альвеновские волны в линейном режиме). Однако модель нагрева с помощью альвеновских волн требует существования механизмов, посредством которых волна может преобразовать свою энергию в тепловую энергию плазмы. В качестве таких механизмов, например, могут выступать фазовое перемешивание [5], нелинейные взаимодействия волна–волна [6–8] и формирование ударно-волновых фронтов в линейно поляризованных альвеновских волнах с большими амплитудами [9–12]. Последний механизм интересен тем, что в настоящее время зарегистрирована диссипация альвеновских волн в хромосфере из-за формирования ударно-волновых фронтов на границе тени солнечного пятна [13]. Данная диссипация объясняется, в частности, появлением токовых слоёв, вызванных укрупнением профиля альвеновской волны [10, 12]. Физический механизм этого укрупнения состоит в следующем: сначала альвеновская волна индуцирует акустическую волну и продольное возмущение плазмы, вызванное пондеромоторной силой и распространяющееся с альвеновской скоростью [14]. Далее это возмущение взаимодействует с альвеновской волной, приводя к зависимости фазовой скорости волны от величины её амплитуды, что в результате и ведёт к укрупнению профиля. Такое взаимодействие альвеновской волны с вызванным ею продольным возмущением называют самовоздействием. Подобное самовоздействие для слабо нелинейных эллиптически поляризованных альвеновских волн описывается уравнением Коэна–Кулсруда [15]. Самовоздействие линейно поляризованных плоских [16] и сферических [11] альвеновских волн, а также крутильных альвеновских волн [17], может быть рассмотрено в рамках скалярного уравнения Коэна–Кулсруда.

В то же время, солнечная атмосфера является средой, в которой присутствуют различные механизмы нагрева и радиационного охлаждения. Несбалансированность этих процессов может проявлять себя в виде тепловых неустойчивостей: изохорической, изобарической и изоэнтропической [18]. Последняя является наиболее интересной, поскольку она связана с возмущени-

---

\* mr\_beloff@mail.ru

ями акустического типа. Так в изоэнтропически неустойчивой среде магнитоакустические волны становятся неустойчивыми и могут усилиться до больших амплитуд, в то время как альвеновские волны остаются устойчивыми [19–22]. Изоэнтропическая неустойчивость может привести к формированию медленных магнитоакустических квазипериодических волновых пакетов [23]. Кроме того, в изоэнтропически неустойчивой плазме возможно возникновение автоволн [21, 24] и автоволновых солитонных акустических/магнитоакустических импульсов [22, 25]. В то же время изоэнтропическая устойчивость плазмы может быть использована, чтобы объяснить поведение квазипериодических колебаний горячих корональных петель (SUMER-колебаний<sup>1</sup>) [26].

Тепловой дисбаланс не воздействует на альвеновские волны в линейном режиме, однако в нелинейном режиме ситуация может измениться. В частности, параметрическое взаимодействие изоэнтропически неустойчивых магнитоакустических волн с альвеновскими приводит к биэкспоненциальному усилению последних [27–29]. Самовоздействие альвеновских волн в плазме с тепловым дисбалансом может быть описано нелинейным интегро-дифференциальным уравнением, которое в приближении квазигармонического сигнала сводится к скалярному уравнению Козна–Кулсруда с кубическим источником [30]. Недостатком упрощённого уравнения в приближении квазигармоничности сигнала является ограниченность рассматриваемого спектра и, как результат, ограниченность времени его применимости.

В данной работе рассматривается влияние теплового дисбаланса на самовоздействие альвеновских волн без использования приближения квазигармоничности сигнала. Подобное исследование может быть полезно в контексте определения методов наблюдательного детектирования альвеновских волн в короне и источника альвеновских волн, наблюдаемых в солнечном ветре.

Данная работа состоит из трёх разделов. В первом разделе рассматривается математическая модель. Во втором разделе выводится система укороченных уравнений для описания самовоздействия альвеновских волн в плазме с тепловым дисбалансом. В третьем разделе проведено численное решение полученной системы и сравнение его результатов с результатами численного решения полной системы магнитогидродинамических уравнений для проверки корректности и применимости полученной укороченной системы уравнений.

## 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим систему магнитогидродинамических (МГД) уравнений, описывающую процессы в полностью ионизованной плазме при наличии теплового дисбаланса между радиационным охлаждением и нагревом [31]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0; \quad (1)$$

$$\rho \left[ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] = -\nabla P - \frac{1}{4\pi} \mathbf{B} \times (\nabla \times \mathbf{B}); \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}); \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0; \quad (4)$$

$$C_{V\infty} \rho \left[ \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) T \right] - \frac{k_B T}{m} \left[ \frac{\partial \rho}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \rho \right] = -\rho Q(\rho, T); \quad (5)$$

<sup>1</sup> Название колебаний происходит от названия впервые обнаружившего их прибора, Solar Ultraviolet Measurement of Emitted Radiation (SUMER).

$$P = \frac{k_B}{m} \rho T, \quad (6)$$

Здесь  $\rho$ ,  $T$  и  $P$  — плотность, температура и давление в плазме соответственно;  $\mathbf{v}$  и  $\mathbf{B}$  — скорости и магнитное поле в плазме;  $k_B$  — постоянная Больцмана;  $C_{V\infty}$  — высокочастотная теплоёмкость при постоянном объёме;  $m$  — средняя масса одной частицы;  $Q(\rho, T) = L(\rho, T) - H(\rho, T)$  — обобщённая функция тепловых потерь [18, 32];  $L(\rho, T)$  и  $H(\rho, T)$  — функции охлаждения и нагрева соответственно. В стационарных условиях обобщённая функция тепловых потерь равна нулю:  $Q(\rho_0, T_0) = L(\rho_0, T_0) - H(\rho_0, T_0) = L_0 - H_0 = 0$ . Зависимости функций нагрева и охлаждения от плотности и температуры приводят к тому, что возмущения этих величин в волне способны вызвать тепловой дисбаланс, влияющий на индуцирующую его волну. Также стоит отметить, что, в целях простоты рассмотрения обусловленных тепловым дисбалансом нелинейных эффектов, в уравнениях (1)–(6) не учитываются другие процессы, способные влиять на динамику рассматриваемых волн, такие как теплопроводность, вязкость и конечная электрическая проводимость.

Далее рассмотрим линейно поляризованную по оси  $x$  альвеновскую волну, распространяющуюся вдоль внешнего магнитного поля  $\mathbf{B}_0$ , сонаправленного с осью  $z$ . В этом случае уравнения (1)–(6) можно записать в одномерном виде:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_z}{\partial z} = 0; \quad (7)$$

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} - \frac{B_0}{4\pi} \frac{\partial B_x}{\partial z} = -\rho v_z \frac{\partial v_x}{\partial z}; \quad (8)$$

$$\rho \frac{\partial v_z}{\partial t} + \rho v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial z} \left( P + \frac{B_x^2}{8\pi} \right); \quad (9)$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial t} - B_0 \frac{\partial v_x}{\partial z} = -\frac{\partial v_z B_x}{\partial z}; \quad (10)$$

$$B_z = B_0; \quad (11)$$

$$C_{V\infty} \rho \left( \frac{\partial T}{\partial t} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) - \frac{k_B T}{m} \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} + v_z \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) = -\rho Q(\rho, T); \quad (12)$$

$$P = \frac{k_B}{m} \rho T. \quad (13)$$

## 2. ВЫВОД УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ОПИСАНИЯ САМОВОЗДЕЙСТВИЯ АЛЬВЕНОВСКИХ ВОЛН

Для получения уравнений, описывающих самовоздействие альвеновских волн, используем теорию возмущений и ограничимся рассмотрением величин вплоть до третьего порядка малости по параметру  $\alpha \ll 1$ , представляющему собой относительную амплитуду возмущения в волне. Для этого представим величины в уравнениях (7)–(13) в следующем виде:  $\rho = \rho_0 + \alpha \rho_1 + \alpha^2 \rho_2 + \alpha^3 \rho_3$ ,  $B_x = \alpha B_{x1} + \alpha^2 B_{x2} + \alpha^3 B_{x3}$ . Тогда в первом порядке малости по  $\alpha$  уравнения (7)–(13) переходят в два независимых уравнения, описывающих эволюцию альвеновских волн и акустических возмущений соответственно:

$$\frac{\partial^2 B_{x1}}{\partial t^2} - c_a^2 \frac{\partial^2 B_{x1}}{\partial z^2} = 0; \quad (14)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial^2 v_{z1}}{\partial t^2} - c_\infty^2 \frac{\partial^2 v_{z1}}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{\tau_V} \left( \frac{\partial^2 v_{z1}}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 v_{z1}}{\partial z^2} \right) = 0. \quad (15)$$

Здесь  $c_\infty^2 = C_{P\infty} k_B T_0 / (C_{V\infty} m)$  — квадрат высокочастотной ( $\omega \tau_V \gg 1$ ) скорости звука (совпадает со значением скорости звука в плазме без процессов нагрева и охлаждения);  $c_0^2 = C_{P0} k_B T_0 / (C_{V0} m)$  — квадрат низкочастотной ( $\omega \tau_V \ll 1$ ) скорости звука (при наличии в среде теплового дисбаланса скорость звука становится частотно-зависимой и изменяется в пределах между  $c_0$  и  $c_\infty$  [23, 25, 33]);  $c_a^2 = B_0^2 / (4\pi \rho_0)$  — квадрат альвеновской скорости;  $C_{V0} = k_B T_0 Q_{0T} / (m H_0)$  — низкочастотная теплоёмкость при постоянном объёме;  $C_{P0} = k_B (Q_{0T} T_0 - Q_{0\rho} \rho_0) / (m H_0)$  и  $C_{P\infty} = C_{V\infty} + k_B / m$  — низко- и высокочастотные теплоёмкости при постоянном давлении соответственно;  $\tau_V = C_{V\infty} / Q_{0T}$  — характерное время;  $Q_{0T} = \partial Q / \partial T|_{T=T_0, \rho=\rho_0}$ ,  $Q_{0\rho} = \partial Q / \partial \rho|_{T=T_0, \rho=\rho_0}$ .

Независимость уравнений (14) и (15) означает то, что альвеновские волны и акустические возмущения независимы в линейном приближении. Отсюда следует, что, если среда не была изначально акустически возмущена, то прохождение альвеновской волны не приводит к появлению в ней акустических возмущений первого порядка по  $\alpha$ , т. е. можно положить, что  $v_{z1} = \rho_1 = T_1 = P_1 = 0$ , а  $v_{x1} \neq 0$ ,  $B_{x1} \neq 0$  (данное приближение широко используется при выводе скалярного уравнения Коэна—Кулсруда [11, 16, 17]). Во втором порядке малости (7)–(13) сводятся к следующим уравнениям:

$$\frac{\partial^2 B_{x2}}{\partial t^2} - c_a^2 \frac{\partial^2 B_{x2}}{\partial z^2} = 0; \quad (16)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial^2 v_{z2}}{\partial t^2} - c_\infty^2 \frac{\partial^2 v_{z2}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial z \partial t} \frac{B_{x1}}{8\pi \rho_0} \right) + \frac{1}{\tau_V} \left( \frac{\partial^2 v_{z2}}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 v_{z2}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial z \partial t} \frac{B_{x1}}{8\pi \rho_0} \right) = 0. \quad (17)$$

Уравнение (17) показывает, что альвеновская волна нелинейно воздействует на акустические возмущения второго порядка малости через градиент возмущения магнитного давления  $B_{x1}^2 / (8\pi)$ , отвечающий за появление пондеромоторной силы. Но в то же время из уравнения (16) видно, что акустические возмущения второго порядка не влияют на альвеновские возмущения второго порядка.

В третьем порядке малости по  $\alpha$  уравнения (8) и (10) записываются следующим образом:

$$\frac{\partial B_{x3}}{\partial t} - B_0 \frac{\partial v_{x3}}{\partial z} = - \frac{\partial v_{z2} B_{x1}}{\partial z}; \quad (18)$$

$$\rho_0 \frac{\partial v_{x3}}{\partial t} - \frac{B_0}{4\pi} \frac{\partial B_{x3}}{\partial z} = - \rho_0 v_{z2} \frac{\partial v_{x1}}{\partial z} - \rho_2 \frac{\partial v_{x1}}{\partial t}. \quad (19)$$

Уравнение (7), записанное во втором порядке по  $\alpha$ , позволяет получить связь между возмущениями второго порядка малости плотности и продольной скорости плазмы:  $\rho_2 = \rho_0 v_{z2} / c_a$  (см. также [30]). Использование этого соотношения, а также уравнения (8) для величин первого порядка малости и уравнения (10) для первого и второго порядков, позволяет свести (18) и (19) к следующему уравнению:

$$\frac{\partial^2 B_{x3}}{\partial t^2} - c_a^2 \frac{\partial^2 B_{x3}}{\partial z^2} = - \frac{\partial^2 v_{z2} B_{x1}}{\partial z \partial t}. \quad (20)$$

Акустические возмущения третьего порядка не подвержены влиянию акустических возмущений низших порядков, т. к. последние могут влиять на них только в комбинации вида  $v_{z1} v_{z2}$ , где  $v_{z1} = 0$  по предположению, сделанному ранее. Также на динамику альвеновской волны в третьем порядке по  $\alpha$  влияет только второй порядок акустических возмущений  $v_{z2}$ . Всё это позволяет остановиться на уравнении (17), записав его в следующем виде:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial^2 v_z}{\partial t^2} - c_\infty^2 \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial z \partial t} \frac{B_x}{8\pi \rho_0} \right) + \frac{1}{\tau_V} \left( \frac{\partial^2 v_z}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial z \partial t} \frac{B_x}{8\pi \rho_0} \right) = 0. \quad (21)$$

Далее, сложение (14), (16) и (20) приводит к уравнению

$$\frac{\partial^2 B_x}{\partial t^2} - c_a^2 \frac{\partial^2 B_x}{\partial z^2} = - \frac{\partial^2 v_z B_x}{\partial z \partial t}. \quad (22)$$

Из уравнения (21) видно, что альвеновская волна индуцирует продольные движения плазмы благодаря градиенту магнитного давления  $B_x^2/(8\pi)$ . В то же время уравнение (22) показывает, что это индуцированное движение воздействует на альвеновскую волну. В результате такое взаимодействие ведёт к медленному искажению профиля альвеновской волны по мере её распространения. Это искажение можно учесть, используя метод медленно меняющегося профиля (см., например, [34, 35]), т. е. перейдя к «медленному» времени  $\tau = \alpha^2 t$  и сопутствующей системе координат  $\xi = z - c_a t$ . Применяя данный метод к уравнениям (21), (22) и отбрасывая слагаемые с порядком малости выше третьего, получим два укороченных уравнения:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[ c_a (c_\infty^2 - c_a^2) v_z + \frac{c_a^4}{2B_0^2} B_x^2 \right] + \frac{1}{\tau_V} \left[ (c_a^2 - c_0^2) v_z - \frac{c_a^3}{2B_0^2} B_x^2 \right] = 0; \quad (23)$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial \tau} + \frac{1}{2} \frac{\partial v_z B_x}{\partial \xi} = 0. \quad (24)$$

### 3. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ УКРОЧЕННЫХ УРАВНЕНИЙ

Для периодических граничных условий уравнения (23) и (24) допускают следующий явный алгоритм численного решения.

1) Для заданного начального периодического профиля  $B_x$  из уравнения (23) находится профиль скорости  $v_z$ . На данном временном шаге уравнение (23) интегрируется как обыкновенное неоднородное дифференциальное уравнение с помощью любого подходящего метода, например с помощью метода прогноза и коррекции, при этом начальное условие для  $v_z|_{\xi=0}$  подбирается итеративно таким образом, чтобы полученный профиль скорости также удовлетворял периодическим граничным условиям.

2) На следующем временном шаге с использованием профиля скорости  $v_z$  из предыдущего пункта решается уравнение (24), например с помощью метода коррекции потоков [36, 37].

3) Полученный в пункте 2 профиль  $B_x$  становится «начальным» для следующего временного шага.

#### 3.1. Плазма без теплового дисбаланса

Для начала численно решим уравнения (23) и (24) для случая плазмы без теплового дисбаланса. В этом случае самовоздействие линейно поляризованных альвеновских волн описывается скалярным уравнением Коэна–Кулсруда. Здесь и далее при решении уравнений время нормируется на период альвеновской волны  $T_a$ , длина — на  $\lambda_a = c_a T_a$ , скорость — на альвеновскую скорость  $c_a$ , плотность плазмы — на стационарное значение плотности  $\rho_0$ , а температура — на  $m c_a^2 / k_b$ .

На рис. 1а показан пример эволюции профиля альвеновской волны, полученный с помощью численного решения уравнений (23) и (24) для параметра  $\beta = 8\pi P_0 / B_0^2 = 0,8$ . Из рис. 1а видно, что альвеновская волна испытывает укручение при постоянном значении амплитуды.

На рис. 1б показано сравнение решения укороченной системы (23) и (24) с численным решением полной системы одномерных МГД уравнений (7)–(13) с помощью метода коррекции потоков [36, 37] для  $\tau/T_a = 9$ . Для решения полной системы на левой границе расчётной области

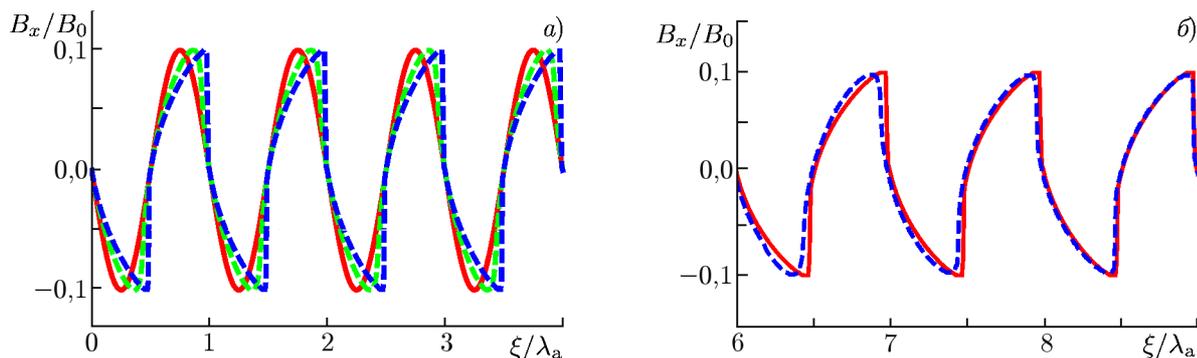


Рис. 1. Панель *a*: эволюция профиля альвеновской волны для моментов времени  $\tau/T_a = 0$  (красная кривая),  $\tau/T_a = 5$  (зелёная кривая) и  $\tau/T_a = 10$  (синяя кривая) в плазме без теплового дисбаланса с  $\beta = 0,8$ . Панель *b*: сравнение численных решений полной (синяя кривая) и укороченной (красная кривая) систем для момента времени  $\tau/T_a = 9$

альвеновская волна задавалось следующим выражением:

$$B_x = 0,1B_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T_a} t\right), \quad v_x = -\frac{B_x}{\sqrt{4\pi\rho_0}}.$$

Из сравнения видно, что решения полной и укороченной систем в случае плазмы без теплового дисбаланса совпадают.

### 3.2. Плазма с тепловым дисбалансом

Для задачи моделирования теплового дисбаланса необходимо определить вид обобщённой функции тепловых потерь  $Q(\rho, T)$ . Для оптически тонкой плазмы верхних слоёв солнечной атмосферы функция охлаждения  $L(\rho, T)$  может быть аппроксимирована степенной функцией [31]. С другой стороны, функция нагрева  $Q(\rho, T)$  в зависимости от конкретного механизма также может быть задана в степенной форме [38–40]. Учёт сказанного выше о функциях охлаждения и нагрева, а также требования, что в стационарных условиях  $Q(\rho_0, T_0) = 0$ , позволяет представить обобщённую функцию тепловых потерь в следующем виде:

$$Q(\rho, T) = H_0 \left[ \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{a_1} \left(\frac{T}{T_0}\right)^{b_1} - \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{a_2} \left(\frac{T}{T_0}\right)^{b_2} \right].$$

В данном выражении  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  и  $b_2$  — константы, зависящие от конкретных механизмов нагрева и охлаждения. Например, применительно к солнечной короне, наиболее часто рассматривают следующие пять механизмов нагрева [38–40]: постоянный нагрев на единицу объёма ( $a_2 = -1$ ,  $b_2 = 0$ ); постоянный нагрев на единицу массы ( $a_2 = 0$ ,  $b_2 = 0$ ); нагрев вследствие диссипации корональных токов ( $a_2 = 0$ ,  $b_2 = 1$ ); нагрев путём передачи энергии альвеновскими волнами другим модам ( $a_2 = 1/6$ ,  $b_2 = 7/6$ ); нагрев альвеновскими волнами/за счёт аномальной проводимости ( $a = -1/2$ ,  $b = -1/2$ ). Следует упомянуть, что в работе [23] определены характерные времена теплового дисбаланса и дана их численная оценка для корональных условий. Так, для функции потерь, полученной аппроксимацией данных атомной базы данных CHIANTI [41], и нагрева вследствие диссипации корональных токов эти времена находятся в диапазоне 1–30 мин, что совпадает с периодом наблюдаемых в короне магнитоакустических волн. В работе [26] для функции потерь также были использованы данные базы CHIANTI и показано, что характерные

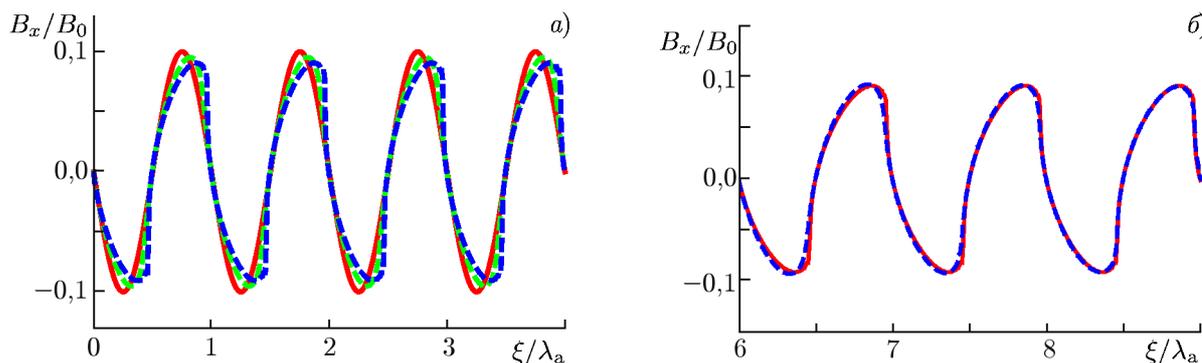


Рис. 2. Панель *a*: эволюция профиля альвеновской волны для моментов времени  $\tau/T_a = 0$  (красная кривая),  $\tau/T_a = 5$  (зелёная кривая) и  $\tau/T_a = 10$  (синяя кривая) в изоэнтропически устойчивой плазме с  $\beta = 0,8$ . Панель *б*: сравнение численных решений полной (синяя кривая) и укороченной (красная кривая) систем для момента времени  $\tau/T_a = 9$

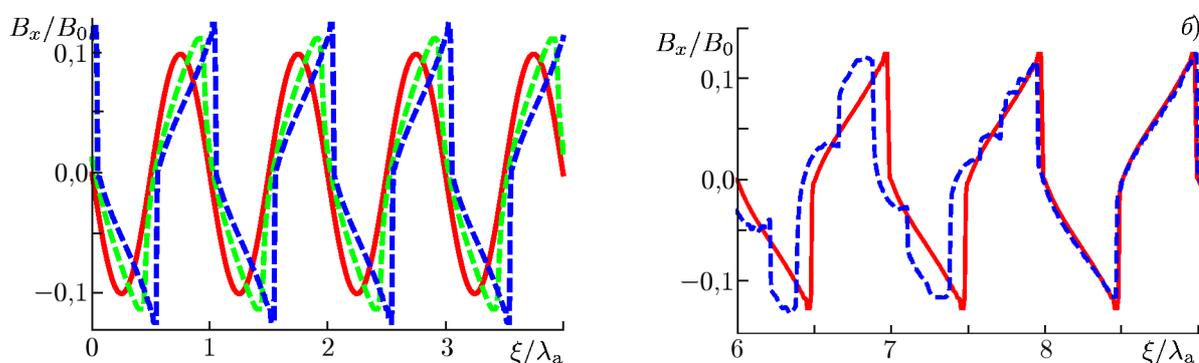


Рис. 3. Панель *a*: эволюция профиля альвеновской волны для моментов времени  $\tau/T_a = 0$  (красная кривая),  $\tau/T_a = 5$  (зелёная кривая) и  $\tau/T_a = 10$  (синяя кривая) в изоэнтропически неустойчивой плазме с  $\beta = 0,8$ . Панель *б*: сравнение численных решений полной (синяя кривая) и укороченной (красная кривая) систем для момента времени  $\tau/T_a = 9$

времена теплового дисбаланса для условий корональных петель сравнимы с наблюдаемыми периодами SUMER-колебаний (от нескольких минут до нескольких десятков минут) для широкого набора параметров  $a_2$  и  $b_2$ , что, в свою очередь, открывает возможность определения механизмов коронального нагрева с помощью наблюдения затухания SUMER-колебаний.

В данной работе для иллюстративных целей мы отвлечёмся от конкретных физических процессов, стоящих за значением параметров  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  и  $b_2$ , и рассмотрим случаи изоэнтропически устойчивой ( $C_{V0}(c_\infty^2 - c_0^2) > 0$ ) и изоэнтропически неустойчивой ( $C_{V0}(c_\infty^2 - c_0^2) < 0$ ) тепловыделяющей плазмы [33]. При этом выберем параметры так, чтобы плазма была изобарически и изоэнтропически устойчива, а эффекты, вызванные воздействием теплового дисбаланса на альвеновскую волну, проявлялись достаточно ярко. В результате для моделирования среды с изоэнтропической устойчивостью были использованы следующие значения параметров:  $H_0 = 10$ ;  $a_1 = 1,0$ ;  $a_2 = 1,0$ ;  $b_1 = 0,5$  и  $b_2 = 0,0$ . Для моделирования среды с изоэнтропической неустойчивостью достаточно изменить параметр  $a_2$ :  $a_2 = 1,6$ .

На рис. 2*a* показана эволюция профиля альвеновской волны для случая изоэнтропически устойчивой тепловыделяющей плазмы. Из него видно, что, в отличие от случая идеальной плазмы, амплитуда альвеновской волны уменьшается, при этом укручение профиля становится более медленным. Из рис. 2*б* видно, что в случае изоэнтропической устойчивости решения полной и укороченной систем совпадают.

роченной систем также совпадают.

В случае изоэнтропически неустойчивой тепловыделяющей плазмы (рис. 3а) профиль альвеновской волны подвергается более быстрому укрупнению по сравнению со случаем идеальной плазмы. Решения полной и укороченной систем, показанные на рис. 3б, совпадают в области  $8,0 \leq \xi/\lambda_a \leq 9,0$ ; при  $\xi/\lambda_a \leq 8,0$  профиль альвеновской волны подвергается не только воздействию индуцированного возмущения продольной компоненты плазмы, но также и воздействию серии автоволновых импульсов [30], возникающих в условиях изоэнтропической неустойчивости [22, 25, 42].

Таким образом можно заключить, что решение укороченной системы уравнений (23) и (24) способно адекватно описывать самовоздействие альвеновских волн в условиях теплового дисбаланса.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрено самовоздействие альвеновских волн в плазме с тепловым дисбалансом. Для описания данного процесса была получена укороченная система уравнений (23) и (24). Данная система может быть сведена к нелинейному интегро-дифференциальному уравнению, полученному в работе [30]. Однако полученная система допускает относительно простую процедуру численного интегрирования, результаты которого совпадают с результатами интегрирования полной системы одномерных МГД уравнений (7)–(13).

Таким образом, полученная укороченная система уравнений имеет следующие преимущества: она допускает относительно простое численное интегрирование по сравнению с нелинейным интегро-дифференциальным уравнением; меньшую затрату вычислительных ресурсов по сравнению с полной системой; возможность изучать самовоздействие альвеновских волн при различных режимах теплового дисбаланса, в том числе включающих тепловые неустойчивости плазмы. Так, например, численное решение укороченной системы уравнений показало следующее: в условиях изоэнтропически устойчивой плазмы альвеновская волна испытывает более медленное укрупнение, сопровождающееся уменьшением амплитуды волны, а в условиях изоэнтропически неустойчивой плазмы, напротив, имеет место более быстрое укрупнение, сопровождающееся увеличением амплитуды.

Работа частично поддержана Министерством образования и науки РФ в рамках государственного задания вузам и научным организациям (проекты FSSS–2020–0014 и 0023–2019–0003).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Alfvén H. // Nature. 1942. V. 150, No. 3 805. P. 405–406. <https://doi.org/10.1038/150405d0>
2. Alfvén H. // Arkiv for Matematik, Astronomi och Fysik. 1943. V. 29B. P. 1–7.
3. Alfvén H., Lindblad B. // Monthly Notices Royal Astronom. Soc. 1947. V. 107, No. 2. P. 211–219. <https://doi.org/10.1093/mnras/107.2.211>
4. Osterbrock D. E. // Astrophys. J. 1961. V. 134. P. 347–388. <https://doi.org/10.1086/147165>
5. Heyvaerts J., Priest E. R. // Astron. Astrophys. 1983. V. 117. P. 220–234.
6. Wentzel D. G. // Solar Phys. 1974. V. 39, No. 1. P. 129–140. <https://doi.org/10.1007/BF00154975>
7. Wentzel D. G. // Solar Phys. 1976. V. 50, No. 2. P. 343–360. <https://doi.org/10.1007/BF00155297>
8. Brodin G., Stenflo L. // J. Plasma Phys. 1988. V. 39, No. 2. P. 277–284. <https://doi.org/10.1017/S0022377800013027>

9. Hollweg J. V., Jackson S., Galloway D. // *Solar Phys.* 1982. V. 75, No. 1–2. P. 35–61. <https://doi.org/10.1007/BF00153458>
10. Boynton G. C., Torkelsson U. // *Astron. Astrophys.* 1996. V. 308. P. 299–308.
11. Nakariakov V. M., Ofman L., Arber T. D. // *Astron. Astrophys.* 2000. V. 353. P. 741–748.
12. Zheng J., Chen Y., Yu M. // *Phys. Scr.* 2015. V. 91, No. 1. Art. no. 015601. <https://doi.org/10.1088/0031-8949/91/1/015601>
13. Grant S. D. T., Jess D. B., Zaqarashvili T. V. et al. // *Nature Phys.* 2018. V. 14, No. 5. P. 480–483. <https://doi.org/10.1038/s41567-018-0058-3>
14. McLaughlin J. A., De Moortel I., Hood A. W. // *Astron. Astrophys.* 2011. V. 527. Art. no. A149. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201015552>
15. Cohen R. H., Kulsrud R. M. // *Phys. Fluids.* 1974. V. 17, No. 12. P. 2215–2225. <https://doi.org/10.1063/1.1694695>
16. Verwichte E., Nakariakov V. M., Longbottom A. W. // *J. Plasma Phys.* 1999. V. 62, No. 2. P. 219–232. <https://doi.org/10.1017/S0022377899007771>
17. Farahani S. V., Nakariakov V. M., Verwichte E., et al. // *Astron. Astrophys.* 2012. V. 544. Art. no. A127. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201219569>
18. Field G. B. // *Astrophys. J.* 1965. V. 142. P. 531–567. <https://doi.org/10.1086/148317>
19. Heyvaerts J. // *Astron. Astrophys.* 1974. V. 37, No. 1. P. 65–73.
20. Nakariakov V. M., Mendoza-Briceño C. A., Ibáñez S. M. H. // *Astrophys. J.* 2000. V. 528, No. 2. P. 767–775. <https://doi.org/10.1086/308195>
21. Chin R., Verwichte E., Rowlands G., et al. // *Phys. Plasmas.* 2010. V. 17, No. 3. Art. no. 032107. <https://doi.org/10.1063/1.3314721>
22. Завершинский Д. И., Молевич Н. Е. // *Письма в ЖТФ.* 2013. Т. 39, № 15. С. 18–25.
23. Zavershinskii D. I., Kolotkov D. Y., Nakariakov V. M., et al. // *Phys. Plasmas.* 2019. V. 26, No. 8. Art. no. 082113. <https://doi.org/10.1063/1.5115224>
24. Nakariakov V. M., Roberts B. // *Phys. Lett. A.* 1999. V. 254, No. 6. P. 314–318. [https://doi.org/10.1016/S0375-9601\(99\)00136-X](https://doi.org/10.1016/S0375-9601(99)00136-X)
25. Molevich N. E., Zavershinsky D. I., Galimov V. G. // *Astrophys. Space Sci.* 2011. V. 334, P. 35–44. <https://doi.org/10.1007/s10509-011-0683-0>
26. Kolotkov D. Y., Nakariakov V. M., Zavershinskii D. I. // *Astron. Astrophys.* 2019. V. 628. Art. no. A133. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201936072>
27. Zavershinskiy D. I., Molevich N. E. // *Astrophys. Space Sci.* 2015. V. 358. P. 22. <https://doi.org/10.1007/s10509-015-2418-0>
28. Белов С. А., Молевич Н. Е., Завершинский Д. И. // *Письма в ЖТФ.* 2018. Т. 44, № 5. С. 41–48. <https://doi.org/10.21883/PJTF.2018.05.45706.16954>
29. Белов С. А., Молевич Н. Е., Завершинский Д. И. // *Изв. вузов. Физика.* 2019. Т. 62, № 2. С. 3–8.
30. Belov S. A., Molevich N. E., Zavershinskii D. I. // *Phys. Scr.* 2019. V. 94, No. 10. Art. no. 105605. <https://doi.org/10.1088/1402-4896/ab2f02>
31. Priest E. *Magnetohydrodynamics of the Sun.* Cambridge : Cambridge University Press, 2014.
32. Parker E. N. // *Astrophys. J.* 1953. V. 117. P. 431–436. <https://doi.org/10.1086/145707>
33. Молевич Н. Е., Ораевский А. Н. // *ЖЭТФ.* 1988. Т. 94, № 3. С. 128–132.
34. Хохлов Р. В. // *Радиотехн. и электрон.* 1961. Т. 6. С. 917–925.
35. Ахманов С. А. // *Успехи физ. наук.* 1986. Т. 149, № 7. С. 361–390. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0149.198607a.0361>
36. Boris J. P., Book D. L. // *J. Comput. Phys.* 1973. V. 11, № 1. P. 38–69. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(73\)90147-2](https://doi.org/10.1016/0021-9991(73)90147-2)
37. Toth G., Odstrcil D. // *J. Comput. Phys.* 1996. V. 128, № 1. P. 82–100.

- <https://doi.org/10.1006/jcph.1996.0197>
38. Rosner R., Tucker W.H., Vaiana G. S. // *Astrophys. J.* 1978. V.220. P. 643–645. <https://doi.org/10.1086/155949>
39. Dahlburg R.B., Mariska J.T. // *Solar Phys.* 1988. V.117, No. 1. P.51–56. <https://doi.org/10.1007/BF00148571>
40. Ibanez S.M.H., Escalona T.O.B. // *Astrophys. J.* 1993. V.415. P.335–341. <https://doi.org/10.1086/173167>
41. Dere K.P., Landi E., Mason H.E., et al. // *Astron. Astrophys. Supplement Series.* 1997. V.125, No. 1. P.149–173.
42. Krasnobaev K.V., Tagirova R.R., Arafailov S.I., et al. // *Astron. Lett.* 2016. V.42, No. 7. P.460–473. <https://doi.org/10.1134/S1063773716070057>

Поступила в редакцию 5 апреля 2020 г.; принята в печать 1 июня 2020 г.

### ALFVÉN WAVE SELF-INTERACTION IN A PLASMA WITH THERMAL MISBALANCE

*S. A. Belov, N. E. Molevich, and D. I. Zavershinskiĭ*

We consider the Alfvén wave self-interaction in a plasma with thermal misbalance. To describe this process, a system of truncated equations is obtained that allows using a relatively simple algorithm for its numerical solution is used. The obtained truncated system describes the self-interaction of Alfvén waves under various conditions of thermal misbalance and thermal instabilities. The results obtained by numerically solving the truncated system are consistent with the results obtained by solving the full system of one-dimensional MHD equations.