

УДК 621.321

## ОБНАРУЖЕНИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ КВАЗИРАДИОСИГНАЛОВ НА ФОНЕ ШУМА

*Ю. Э. Корчагин\**, *К. Д. Титов*

Воронежский госуниверситет, г. Воронеж, Россия

Рассмотрен максимально правдоподобный алгоритм обнаружения быстро флуктуирующей последовательности сверхширокополосных квазирадиосигналов с произвольной формой модулирующей функции с неизвестными амплитудой и начальной фазой, наблюдаемой на фоне гауссовского белого шума. Найдены структура и статистические характеристики этого алгоритма и выполнено его статистическое моделирование.

### ВВЕДЕНИЕ

В теории и технике радиоэлектронных устройств активно развивается направление, связанное с применением сверхширокополосных сигналов и их последовательностей. Использование таких сигналов в радиолокации обсуждалось уже три десятилетия назад. В работах [1–3] показано, что сверхширокополосные сигналы позволяют обнаруживать и сопровождать малозаметные цели в диапазоне дальностей от нескольких до сотен километров при скоростях от нескольких метров в секунду. В последние годы сверхширокополосные сигналы нашли применение в системах связи [4–6]. В результате появилась возможность улучшения характеристик систем радиосвязи и передачи данных за счёт создания новых и совершенствования имеющихся алгоритмов обработки сигналов.

Большое число практических задач требует обнаружения последовательности импульсов на фоне случайных искажений [7–11]. Например, в радиолокационных системах начальная фаза сигнала является случайным параметром вследствие его отражения от объекта. Амплитуда и длительность сигнала также могут быть случайными из-за сложения копий сигнала, отражённых от разных частей крупногабаритного объекта. В системах радиосвязи и передачи данных, функционирующих в условиях сложной помеховой обстановки, параметры сигнала существенно изменяются при прохождении через канал распространения и становятся случайными для каждого из импульсов. Подробно изучены алгоритмы обнаружения последовательности узкополосных радиоимпульсов с неизвестными амплитудами и начальными фазами [7, 8]. В работах [9–11] исследованы алгоритмы обнаружения последовательности сверхширокополосных импульсов.

Среди множества сверхширокополосных сигналов выделяют отдельный класс — сверхширокополосные квазирадиосигналы [12], структура которых подобна узкополосным радиосигналам, но условие относительной узкополосности для них не выполняется. Вопросам оптимального и квазиоптимального обнаружения одиночных сверхширокополосных квазирадиосигналов посвящён ряд работ [12–16]. Однако вопрос оптимального обнаружения последовательности сверхширокополосных квазирадиосигналов изучен недостаточно. В работе [17] выполнен синтез и анализ максимально правдоподобного алгоритма обнаружения медленно флуктуирующей (когерентной) последовательности сверхширокополосных квазирадиосигналов с произвольной формой модулирующей функции.

---

\* korchagin@phys.vsu.ru

Целью данной работы является исследование алгоритма обнаружения быстро флуктуирующей (некогерентной) последовательности сверхширокополосных квазирадиосигналов с произвольной формой модулирующей функции, неизвестными амплитудой и начальной фазой.

## 1. МАКСИМАЛЬНО ПРАВДОПОДОБНЫЙ ОБНАРУЖИТЕЛЬ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ КВАЗИРАДИОСИГНАЛОВ

Последовательность сверхширокополосных квазирадиосигналов запишем в виде

$$s(t) = \sum_{k=0}^{\nu-1} s_k(t - kT_0, a_k, \varphi_k), \quad (1)$$

где  $\nu$  — количество импульсов в последовательности,  $T_0$  — период их повторения,  $k = 0, \dots, \nu - 1$ . Каждый импульс представляет собой сверхширокополосный квазирадиосигнал [12], определяемый выражением

$$s_k(t, a_k, \varphi_k) = \begin{cases} a_k f(t) \cos(\omega t - \varphi_k), & 0 \leq t \leq \tau, \\ 0, & t < 0, t > \tau. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь  $a_k, \varphi_k$  — амплитуда и начальная фаза  $k$ -го импульса последовательности соответственно,  $\omega$  и  $\tau$  — одинаковые для всех импульсов частота и длительность импульса соответственно,  $f(t)$  — модулирующая функция. Если полоса частот  $\Delta\omega$  и частота  $\omega$  сигнала (2) удовлетворяют условию

$$\Delta\omega \ll \omega, \quad (3)$$

то сигнал (2) является узкополосным радиосигналом [7, 8]. Будем аналогично [12–16] считать, что условие (3) не выполняется и формула (2) описывает сверхширокополосный квазирадиосигнал. Величины  $a_k, \varphi_k, \omega$  являются параметрами гармонического колебания, используемого для его формирования. Тем не менее, аналогично [12–16], для краткости далее будем называть  $a_k, \varphi_k, \omega$  соответственно амплитудой, начальной фазой и частотой каждого  $k$ -го импульса последовательности (1). В данной работе будем считать, что длительность  $\tau$ , частота  $\omega$  и форма импульсов  $f(t)$  априори известны.

Рассмотрим задачу обнаружения последовательности сверхширокополосных квазирадиосигналов (1) с неизвестными амплитудами  $a_k$  и начальными фазами  $\varphi_k$  на фоне белого гауссовского шума  $n(t)$  с односторонней спектральной плотностью  $N_0$ . Аналогично [7, 8] можно рассматривать два случая. В первом из них амплитуды и фазы сверхширокополосных квазирадиосигналов неизвестны на приёмной стороне, но одинаковы для всех импульсов последовательности:  $a_k = a, \varphi_k = \varphi, k = 0, \dots, \nu - 1$ . Такую последовательность называют медленно флуктуирующей [9, 10] или когерентной [18]. При этом сигнал (1) зависит от двух неизвестных параметров,  $s(t) = s(t, a, \varphi)$ . Алгоритмы обнаружения такого сигнала исследованы в работе [17]. Во втором случае, т. е. в случае быстро флуктуирующей или некогерентной последовательности, неизвестные амплитуды  $a_k$  и фазы  $\varphi_k$  независимо друг от друга меняются от импульса к импульсу. Тогда сигнал (1), подлежащий обнаружению, содержит  $2\nu$  неизвестных параметров,  $s(t) = s(t, \mathbf{a}, \boldsymbol{\varphi})$ , где  $\mathbf{a} = \{a_0, a_1, \dots, a_{\nu-1}\}, \boldsymbol{\varphi} = \{\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_{\nu-1}\}$  — векторы амплитуд и фаз импульсов последовательности сверхширокополосных квазирадиосигналов. В данной работе рассмотрено обнаружение быстро флуктуирующей (некогерентной) последовательности.

Наблюдаемую в течение интервала времени  $t \in [0, T]$  аддитивную смесь сигнала (1) и шума  $n(t)$  запишем в виде

$$\xi(t) = \gamma_0 s(t, \mathbf{a}_0, \boldsymbol{\varphi}_0) + n(t),$$

где  $\mathbf{a}_0, \varphi_0$  — векторы-строки истинных значений амплитуд и фаз импульсов последовательности  $\mathbf{a}_0 = \{a_{0k}\}, \varphi = \{\varphi_{0k}\}, k = 0, \dots, \nu-1, a_{0k}, \varphi_{0k}$  — истинные значения амплитуды и начальной фазы каждого импульса,  $\gamma_0$  — дискретный параметр состояния, принимающий значение  $\gamma_0 = 0$  при отсутствии сигнала и  $\gamma_0 = 1$  при наличии сигнала,  $n(t)$  — гауссовский белый шум с односторонней спектральной плотностью  $N_0$ . Располагая принятой реализацией  $\xi(t)$ , приёмное устройство должно выносить решение о наличии или отсутствии сигнала. Тогда задача обнаружения сводится к оценке параметра состояния  $\gamma_0$  на основе наблюдаемых данных  $\xi(t)$ .

Обнаружение последовательности сигналов на фоне гауссовского белого шума, аналогично работам [7, 16, 19], можно интерпретировать как задачу обнаружения при многоканальном приёме. Каналы при этом разнесены во времени и соответствуют интервалам  $[T_0k, T_0(k+1)], k = 0, \dots, \nu-1$ . Обозначим отрезки реализаций  $\xi(t)$  и  $n(t)$ , взятые на временных интервалах  $t \in [T_0k, T_0(k+1)], k = 0, \dots, \nu-1$ , как  $\xi_k(t)$  и  $n_k(t)$  соответственно, причём начало отсчёта времени в каждом временном канале совмещено с началом интервала,  $t' = t - kT_0$ . Тогда в каждом канале наблюдается отрезок реализации аддитивной смеси сигнала и шума

$$\xi_k(t) = \gamma_0 s_k(t, a_{0k}, \varphi_{0k}) + n_k(t), \quad k = 0, \dots, \nu-1, \quad (4)$$

где  $t \in [0, T_0]$ . Взаимные корреляционные функции шума в каналах с номерами  $m$  и  $k$  равны  $K_{mk}(t_1, t_2) = N_0 \delta_{mk} \delta(t_1 - t_2)/2$ , где  $\delta_{mk}$  — символ Кронекера, а  $\delta(t)$  — дельта-функция Дирака.

Для синтеза алгоритма обнаружения сигнала (оценки параметра  $\gamma_0$ ) воспользуемся методом максимального правдоподобия [7, 8, 19]. Согласно этому методу, на основе наблюдаемых данных (4) нужно сформировать логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОП)  $L(\gamma, \mathbf{a}, \varphi)$ , зависящий от параметра состояния  $\gamma$  и неизвестных значений  $\mathbf{a}$  и  $\varphi$ . Оценка максимального правдоподобия  $\hat{\gamma}$  параметра  $\gamma_0$  определяется как значение параметра  $\gamma$ , при котором логарифм ФОП принимает максимальное значение. Согласно [18, 19] логарифм ФОП для последовательности импульсов можно записать как

$$L(\gamma, \mathbf{a}, \varphi) = \frac{2\gamma}{N_0} \sum_{k=0}^{\nu-1} \int_0^{\tau} \xi_k(t) a_k f(t) \cos(\omega t - \varphi_k) dt - \frac{\gamma}{N_0} \sum_{k=0}^{\nu-1} \int_0^{\tau} a_k^2 f^2(t) \cos^2(\omega t - \varphi_k) dt. \quad (5)$$

Максимально правдоподобный алгоритм обнаружения сигнала (оценки параметра  $\gamma_0$ ) можно, аналогично работам [12, 13, 17, 19], представить в виде

$$\hat{\gamma} = \begin{cases} 1, & L \geq h; \\ 0, & L < h. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь

$$L = \sup_{\mathbf{a}, \varphi} L(\mathbf{a}, \varphi) = L(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\varphi}), \quad (7)$$

$L(\mathbf{a}, \varphi) = L(\gamma = 1, \mathbf{a}, \varphi)$ , а  $(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\varphi}) = \arg \sup L(\mathbf{a}, \varphi)$  — оценки максимального правдоподобия неизвестных векторов амплитуд и начальных фаз импульсов (2). Порог  $h$  в формуле (6) выбирается в соответствии с заданным критерием оптимальности [7, 8, 19].

Подставив в выражение (5) явный вид последовательности сверхширокополосных квазирадиосигналов (1), перепишем логарифм ФОП в виде

$$L(\mathbf{a}, \varphi) = \sum_{k=0}^{\nu-1} a_k (X_k \cos \varphi_k + Y_k \sin \varphi_k) - \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\nu-1} a_k^2 [Q_1 + P_{c1} \cos(2\varphi_k) + P_{s1} \sin(2\varphi_k)], \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned}
 X_k &= \frac{2}{N_0} \int_0^\tau \xi_k(t) f(t) \cos(\omega t) dt, & Y_k &= \frac{2}{N_0} \int_0^\tau \xi_k(t) f(t) \sin(\omega t) dt, \\
 Q_1 &= \frac{1}{N_0} \int_0^\tau f^2(t) dt, & P_{c1} &= \frac{1}{N_0} \int_0^\tau f^2(t) \cos(2\omega t) dt, & P_{s1} &= \frac{1}{N_0} \int_0^\tau f^2(t) \sin(2\omega t) dt.
 \end{aligned}$$

Для получения решающей статистики (7) необходимо выполнить аналитически максимизацию логарифма ФОП (8) по переменным  $a_k$  и  $\varphi_k$ . Сделаем в выражении (8) замену переменных

$$\begin{cases} u_k = a_k \cos \varphi_k; \\ v_k = a_k \sin \varphi_k, \end{cases} \quad \begin{cases} a_k = \sqrt{u_k^2 + v_k^2}; \\ \varphi_k = \arctg(v_k/u_k), \end{cases}$$

тогда

$$L(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \sum_{k=0}^{\nu-1} [X_k u_k + Y_k v_k] - \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\nu-1} [(Q_1 + P_{c1}) u_k^2 + (Q_1 - P_{c1}) v_k^2 + 2P_{s1} u_k v_k]. \tag{9}$$

Введём в рассмотрение векторы-строки

$$\mathbf{u} = \{u_k\}, \quad \mathbf{v} = \{v_k\}, \quad \mathbf{X} = \{X_k\}, \quad \mathbf{Y} = \{Y_k\} \tag{10}$$

и блочные векторы  $\mathbf{w} = \{\mathbf{u}|\mathbf{v}\}$ ,  $\mathbf{Z} = \{\mathbf{X}|\mathbf{Y}\}$ , причём

$$(\mathbf{u}|\mathbf{v})^T = \begin{pmatrix} \mathbf{u}^T \\ \mathbf{v}^T \end{pmatrix}.$$

Используя матричные обозначения, перепишем логарифм ФОП (8) в виде

$$L(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \mathbf{X}\mathbf{u}^T + \mathbf{Y}\mathbf{v}^T - \frac{1}{2} \mathbf{u}(\mathbf{Q}_1 + \mathbf{P}_{c1})\mathbf{u}^T - \frac{1}{2} \mathbf{v}(\mathbf{Q}_1 - \mathbf{P}_{c1})\mathbf{v}^T - \mathbf{u}\mathbf{P}_{s1}\mathbf{v}^T, \tag{11}$$

где  $\mathbf{Q}_1 = Q_1\mathbf{I}$ ,  $\mathbf{P}_{c1} = P_{c1}\mathbf{I}$ ,  $\mathbf{P}_{s1} = P_{s1}\mathbf{I}$ , а  $\mathbf{I} = \{\delta_{ik}\}$  — единичная матрица с размерностью  $\nu \times \nu$ . Составим блочную (клеточную) матрицу с размером  $2\nu \times 2\nu$

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_1 + \mathbf{P}_{c1} & \mathbf{P}_{s1} \\ \mathbf{P}_{s1} & \mathbf{Q}_1 - \mathbf{P}_{c1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{pmatrix} \tag{12}$$

и выразим через неё вторую сумму в выражении (9)

$$\begin{aligned}
 &\sum_{k=0}^{\nu-1} [(Q_1 + P_{c1})u_k^2 + (Q_1 - P_{c1})v_k^2 + 2P_{s1}u_k v_k] = \\
 &= \mathbf{u}(\mathbf{Q}_1 + \mathbf{P}_{c1})\mathbf{u}^T + \mathbf{v}(\mathbf{Q}_1 - \mathbf{P}_{c1})\mathbf{v}^T + 2\mathbf{u}\mathbf{P}_{s1}\mathbf{v}^T = (\mathbf{u}|\mathbf{v}) \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}^T \\ \mathbf{v}^T \end{pmatrix} = (\mathbf{u}|\mathbf{v}) \begin{pmatrix} \mathbf{A}\mathbf{u}^T + \mathbf{B}\mathbf{v}^T \\ \mathbf{C}\mathbf{u}^T + \mathbf{D}\mathbf{v}^T \end{pmatrix} = \\
 &= \mathbf{u}(\mathbf{A}\mathbf{u}^T + \mathbf{B}\mathbf{v}^T) + \mathbf{v}(\mathbf{C}\mathbf{u}^T + \mathbf{D}\mathbf{v}^T) = \mathbf{u}\mathbf{A}\mathbf{u}^T + \mathbf{u}\mathbf{B}\mathbf{v}^T + \mathbf{v}\mathbf{C}\mathbf{u}^T + \mathbf{v}\mathbf{D}\mathbf{v}^T. \tag{13}
 \end{aligned}$$

С учётом (10), (12) и (13) выражение (11) принимает вид

$$L(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = L(\mathbf{w}) = \mathbf{Z}\mathbf{w}^T - \frac{1}{2} \mathbf{w}\mathbf{R}\mathbf{w}^T. \tag{14}$$

В результате максимизации логарифма ФОП (14) по компонентам вектора  $\mathbf{w}$  имеем

$$L = \sup_{\mathbf{w}} L(\mathbf{w}) = \sup_{\mathbf{a}, \varphi} L(\mathbf{a}, \varphi) = \frac{1}{2} \mathbf{Z} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Z}^T, \quad (15)$$

где  $\mathbf{R}^{-1}$  — матрица, обратная к  $\mathbf{R}$ . Для нахождения обратной матрицы  $\mathbf{R}^{-1}$  к блочной матрице типа (12) воспользуемся формулой Фробениуса [20]

$$\mathbf{R}^{-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}^{-1} + \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{H}^{-1} \mathbf{C} \mathbf{A}^{-1} & -\mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{H}^{-1} \\ -\mathbf{H}^{-1} \mathbf{C} \mathbf{A}^{-1} & \mathbf{H}^{-1} \end{pmatrix}, \quad (16)$$

где  $\mathbf{H} = \mathbf{D} - \mathbf{C} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}$ .

Блочные матрицы  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$  являются квазидиагональными (блочно-диагональными) и в случае одинаковых длительности и формы каждого импульса в последовательности имеют одинаковые элементы на диагоналях. Тогда с учётом обозначений (12)  $\mathbf{A} = (Q_1 + P_{c1})\mathbf{I}$ ,  $\mathbf{B} = \mathbf{C} = P_{s1}\mathbf{I}$ ,  $\mathbf{D} = (Q_1 - P_{c1})\mathbf{I}$ , получаем для обратной матрицы  $\mathbf{R}^{-1}$  выражение

$$\mathbf{R}^{-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{G} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{E} \end{pmatrix}, \quad (17)$$

где

$$\mathbf{G} = \frac{Q_1 - P_{c1}}{Q_1^2 - P_{c1}^2 - P_{s1}^2} \mathbf{I}, \quad \mathbf{E} = \frac{Q_1 + P_{c1}}{Q_1^2 - P_{c1}^2 - P_{s1}^2} \mathbf{I}, \quad \mathbf{M} = -\frac{P_{s1}}{Q_1^2 - P_{c1}^2 - P_{s1}^2} \mathbf{I},$$

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{Q_1 + P_{c1}} \mathbf{I}, \quad \mathbf{H} = \frac{Q_1^2 - P_{c1}^2 - P_{s1}^2}{Q_1 + P_{c1}} \mathbf{I}.$$

Поскольку вектор  $\mathbf{Z}$  является блочным вектором,  $\mathbf{Z} = \{\mathbf{X}|\mathbf{Y}\}$ , а матрица  $\mathbf{R}^{-1}$  состоит из четырёх диагональных блоков, с учётом (17) перепишем выражение (15) в виде

$$L = \frac{1}{2} (\mathbf{X} \mathbf{G} \mathbf{X}^T + \mathbf{X} \mathbf{M} \mathbf{Y}^T + \mathbf{Y} \mathbf{M} \mathbf{X}^T + \mathbf{Y} \mathbf{E} \mathbf{Y}^T). \quad (18)$$

Здесь все слагаемые имеют вид  $\mathbf{X} \mathbf{W} \mathbf{Y}^T$ , где  $\mathbf{X}$  и  $\mathbf{Y}$  — векторы, а  $\mathbf{W}$  — диагональная матрица с элементами  $w_{kj} = w_{kk} \delta_{kj}$ , следовательно  $\mathbf{X} \mathbf{W} \mathbf{Y}^T = \sum_k w_{kk} x_k y_k$ , и выражение (18) принимает вид

$$L = \frac{1}{2} \sum_k \frac{Q_1 - P_{c1}}{Q_1^2 - P_{c1}^2 - P_{s1}^2} X_k^2 + \frac{1}{2} \sum_k \frac{Q_1 + P_{c1}}{Q_1^2 - P_{c1}^2 - P_{s1}^2} Y_k^2 - \sum_k \frac{P_{s1}}{Q_1^2 - P_{c1}^2 - P_{s1}^2} X_k Y_k =$$

$$= \sum_{k=0}^{\nu-1} \frac{(Q_1 - P_{c1}) X_k^2 + (Q_1 + P_{c1}) Y_k^2 - 2P_{s1} X_k Y_k}{2(Q_1^2 - P_{c1}^2 - P_{s1}^2)}. \quad (19)$$

Если импульсы последовательности имеют одинаковую форму и длительность, то коэффициенты в суммах выражения (19) не зависят от  $k$  и могут быть вынесены за знак суммы:

$$L = \frac{1}{2} \frac{(Q_1 - P_{c1}) \sum_k X_k^2 + (Q_1 + P_{c1}) \sum_k Y_k^2 - 2P_{s1} \sum_k X_k Y_k}{Q_1^2 - P_{c1}^2 - P_{s1}^2}. \quad (20)$$

Перепишем алгоритм максимального правдоподобия обнаружения сигнала (оценки параметра  $\gamma_0$ ) (6) с учётом (19) в виде

$$L \underset{\gamma=0}{\overset{\gamma=1}{\geq}} h, \quad L = \sum_{k=0}^{\nu-1} L_k, \quad (21)$$

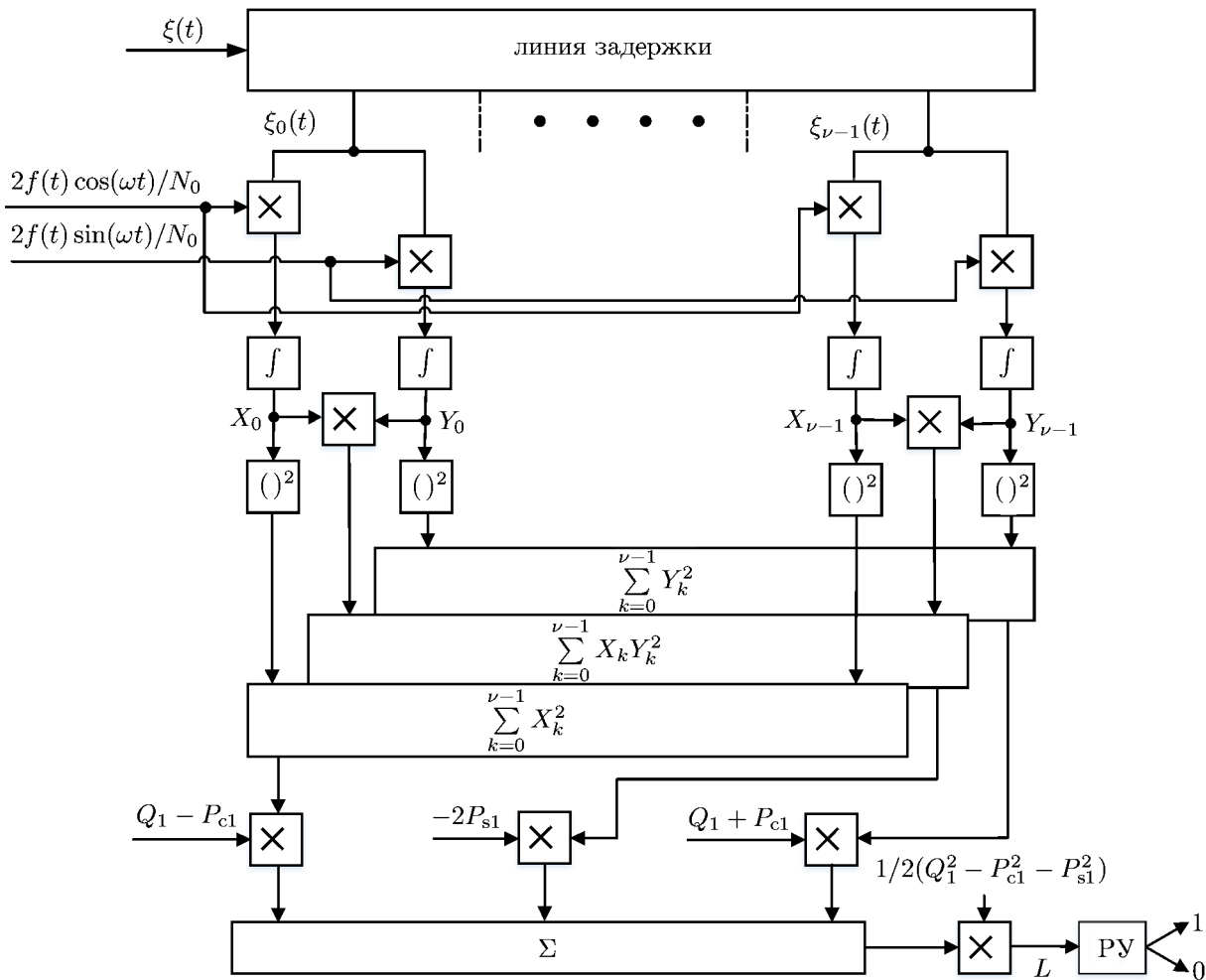


Рис. 1. Блок-схема максимально правдоподобия обнаружителя некогерентной последовательности сверхширокополосных квазирадиосигналов

где

$$L_k = \frac{(Q_1 - P_{c1})X_k^2 + (Q_1 + P_{c1})Y_k^2 - 2P_{s1}X_kY_k}{2(Q_1^2 - P_{c1}^2 - P_{s1}^2)}. \tag{22}$$

Максимально правдоподобный обнаружитель последовательности (1) сверхширокополосных квазирадиосигналов (2) можно реализовать на основе блок-схемы, приведённой на рис. 1, где линия задержки имеет  $\nu$  отводов через время  $T_0$ ,  $\int$  — интеграторы, работающие на интервалах времени  $[T_0k, T_0k + \tau]$ , ПУ — решающее устройство, которое выносит решение о наличии или отсутствии сигнала на основе сравнения величины  $L$  (21) с порогом  $h$ . Сброс всех интеграторов проводится в момент времени  $T$ .

## 2. ХАРАКТЕРИСТИКИ МАКСИМАЛЬНО ПРАВДОПОДОБНОГО ОБНАРУЖИТЕЛЯ

Эффективность обнаружения характеризуется вероятностями ошибок 1-го и 2-го рода — ложной тревоги  $\alpha$  и пропуска сигнала  $\beta$  [7, 19] соответственно. Найдём вероятности ошибок макси-

мально правдоподобного алгоритма обнаружения (21)  $\alpha = P\{L > h | \gamma_0 = 0\}$ ,  $\beta = P\{L < h | \gamma_0 = 1\}$ . Для этого исследуем статистические характеристики случайных величин  $X_k$  и  $Y_k$ . Подставив принятые реализации  $\xi_k(t)$  в выражение (8), представим случайные величины  $X_k$  и  $Y_k$  в виде сумм детерминированных и случайных составляющих

$$X_k = \gamma_0 S_{xk} + N_{xk}, \quad Y_k = \gamma_0 S_{yk} + N_{yk}, \quad (23)$$

где

$$S_{xk} = \langle X_k \rangle = \frac{2a_{0k}}{N_0} \int_0^\tau f^2(t) \cos(\omega t - \varphi_0) \cos(\omega t) dt = a_{0k} [(Q_1 + P_{c1}) \cos \varphi_{0k} + P_{s1} \sin \varphi_{0k}],$$

$$S_{yk} = \langle Y_k \rangle = \frac{2a_{0k}}{N_0} \int_0^\tau f^2(t) \cos(\omega t - \varphi_{0k}) \sin(\omega t) dt = a_{0k} [(Q_1 - P_{c1}) \sin \varphi_{0k} + P_{s1} \cos \varphi_{0k}],$$

$$N_{xk} = \frac{2}{N_0} \int_0^\tau n_k(t) \cos(\omega t) dt, \quad N_{yk} = \frac{2}{N_0} \int_0^\tau n_k(t) \sin(\omega t) dt.$$

Случайные величины  $N_{xk}$  и  $N_{yk}$  являются гауссовскими с нулевыми математическими ожиданиями, дисперсиями  $\sigma_{xk}^2 = \langle N_{xk}^2 \rangle = Q_1 + P_{c1}$ ,  $\sigma_{yk}^2 = \langle N_{yk}^2 \rangle = Q_1 - P_{c1}$  и корреляционным моментом  $K_{km} = \langle N_{xk} N_{ym} \rangle = P_{s1} \delta_{km}$ .

Аналогично [21] проведём в выражении (22) замену переменных

$$J_k = -P_{s1} X_k + (Q_1 + P_{c1}) Y_k, \quad Z_k = g_1 X_k, \quad g_1^2 = Q_1^2 - P_{c1}^2 - P_{s1}^2,$$

тогда  $L_k$  (22) принимает вид

$$L_k = \frac{Z_k^2 + J_k^2}{2g_1^2(Q_1 + P_{c1})}. \quad (24)$$

Для вычисления вероятности ложной тревоги и пропуска сигнала необходимо найти плотность вероятности случайной величины  $L_k$  (22), (24), которая является функцией случайных величин  $Z_k$  и  $J_k$ . Поэтому предварительно вычислим совместную плотность вероятности случайных величин  $Z_k$  и  $J_k$ .

Случайные величины  $Z_k$  и  $J_k$  представляют собой линейные комбинации случайных величин  $X_k$  и  $Y_k$ , а значит, также являются гауссовскими и полностью описываются первыми двумя моментами

$$m_{Zk} = \langle Z_k \rangle = \gamma_0 S_{xk} g_1, \quad m_{Jk} = \langle J_k \rangle = -\gamma_0 P_{sk} S_{xk} + \gamma_0 (Q_1 + P_{c1}) S_{yk},$$

$$\sigma_{Zk}^2 = \sigma_{Jk}^2 = \langle (Z_k - m_{Zk})^2 \rangle = \langle (J_k - m_{Jk})^2 \rangle = g_1^2 (Q_1 + P_{c1}),$$

$$\langle (Z_k - m_{Zk})(J_k - m_{Jk}) \rangle = 0. \quad (25)$$

С учётом (25) совместная гауссовская плотность вероятности случайных величин  $Z_k$  и  $J_k$  определяется формулой

$$W_{ZJk}(z, j) = \frac{1}{2\pi\sigma_{Zk}\sigma_{Jk}} \exp \left[ -\frac{(z - m_{Zk})^2}{2\sigma_{Zk}^2} - \frac{(j - m_{Jk})^2}{2\sigma_{Jk}^2} \right]. \quad (26)$$

Сделаем в выражении (24) замену переменных  $Z_k = \Psi_1(\Lambda_k, \theta_k) = \Lambda_k \cos \theta_k$ ,  $J_k = \Psi_2(\Lambda_k, \theta_k) = \Lambda_k \sin \theta_k$ , тогда

$$L_k = \frac{\Lambda_k^2}{2g_1^2(Q_1 + P_{c1})}. \quad (27)$$

Для совместной плотности вероятности случайных величин  $\Lambda_k$  и  $\theta_k$  можем записать формулу

$$W_{\Lambda\theta k}(\Lambda_k, \theta_k) = W_{ZJk}[\Psi_1(\Lambda_k, \theta_k), \Psi_2(\Lambda_k, \theta_k)] |D_k|, \quad (28)$$

где якобиан преобразования

$$D_k = \begin{vmatrix} \frac{\partial \Psi_1}{\partial \Lambda_k} & \frac{\partial \Psi_1}{\partial \theta_k} \\ \frac{\partial \Psi_2}{\partial \Lambda_k} & \frac{\partial \Psi_2}{\partial \theta_k} \end{vmatrix} = \Lambda_k,$$

причём  $\Lambda_k \geq 0$ ,  $\theta_k \in [-\pi, \pi]$ . Подставляя в формулу (28)  $\Psi_1(\Lambda_k, \theta_k)$ ,  $\Psi_2(\Lambda_k, \theta_k)$ , находим

$$W_{\Lambda\theta k}(\Lambda_k, \theta_k) = \frac{\Lambda_k}{2\pi g_1^2(Q_1 + P_{c1})} \exp\left[-\frac{(\Lambda_k \cos \theta_k - m_{Zk})^2 + (\Lambda_k \sin \theta_k - m_{Jk})^2}{2g_1^2(Q_1 + P_{c1})}\right]. \quad (29)$$

Плотность вероятности (29) описывает случайные величины  $\Lambda_k$  и  $\theta_k$  при обеих гипотезах.

Для того, чтобы получить вероятность ложной тревоги, положим в (25)  $\gamma_0 = 0$  и найдём условную плотность вероятности случайных величин  $L_k$  (27),  $W(L_k | \gamma_0 = 0)$ , т. е. когда сигнал отсутствует. Для этого проинтегрируем плотность вероятности (29) по  $\theta_k$  при  $\gamma_0 = 0$ :

$$W_{\Lambda_k}(\Lambda_k | \gamma_0 = 0) = \int_{-\pi}^{+\pi} W_{\Lambda\theta k}(\Lambda_k, \theta_k) d\theta_k = \frac{\Lambda_k}{g_1^2(Q_1 + P_{c1})} \exp\left[-\frac{\Lambda_k^2}{2g_1^2(Q_1 + P_{c1})}\right], \quad \Lambda_k \geq 0.$$

Затем аналогично [21] переходим от плотности вероятности случайной величины  $\Lambda_k$  к плотности вероятности случайной величины  $L_k$  (27)

$$W(L_k | \gamma_0 = 0) = \exp(-L_k), \quad L_k \geq 0. \quad (30)$$

Найдём плотность вероятности суммы (21). Величина  $L$  при  $\gamma_0 = 0$  представляет собой сумму экспоненциально распределённых случайных величин. Экспоненциальное распределение (30) является частным случаем гамма-распределения  $\Gamma(p, \theta)$  [22], которое описывается плотностью вероятности

$$w(x) = x^{p-1} \frac{\exp(-x\theta)}{\theta^p \Gamma(p)}, \quad x > 0. \quad (31)$$

При  $p = 1$  и  $\theta = 1$  выражение (31) принимает вид  $w(x) = \exp(-x)$ . Гамма распределение при фиксированном  $\theta$  является безгранично делимым [22]. Следовательно, сумма  $L = \sum_{k=0}^{\nu-1} L_k$  конечного числа слагаемых  $L_k \sim \Gamma(1, 1)$ ,  $k = 0, \dots, \nu-1$ , также описывается гамма-распределением  $\Gamma(\nu, 1)$ . Тогда плотность вероятности случайной величины  $L$

$$W(L | \gamma_0 = 0) = L^{\nu-1} \frac{\exp(-L)}{\Gamma(\nu)}, \quad L \geq 0. \quad (32)$$

Используя плотность вероятности (32), находим вероятность ложной тревоги для обнаружителя (21) в виде

$$\alpha = P\{L > h | \gamma_0 = 0\} = 1 - F(h) = 1 - \int_0^h L^{\nu-1} \frac{\exp(-x)}{\Gamma(\nu)} dx. \quad (33)$$



Для того, чтобы получить выражение для вероятности пропуска сигнала, необходимо найти плотность вероятности величины  $L_k$  (27)  $W(L_k | \gamma_0 = 1)$  при условии, что  $\gamma_0 = 1$ . Положив в формуле (29)  $\gamma_0 = 1$  и интегрируя полученное выражение по  $\theta_k$ , получим плотность вероятности случайной величины  $\Lambda_k$

$$W(\Lambda_k) = \frac{\Lambda_k}{g_1^2(Q_1 + P_{c1})} \exp\left[-\frac{\Lambda_k^2 + m_{Zk}^2 + m_{Jk}^2}{2g_1^2(Q_1 + P_{c1})}\right] I_0\left[\frac{\Lambda_k \sqrt{m_{Zk}^2 + m_{Jk}^2}}{g_1^2(Q_1 + P_{c1})}\right], \quad \Lambda_k \geq 0.$$

Здесь  $I_0$  — модифицированная функция Бесселя нулевого порядка мнимого аргумента [23]. Переходя от плотности вероятности случайной величины  $\Lambda_k$  к плотности вероятности случайной величины  $L_k$  (27), имеем

$$W(L_k | \gamma_0 = 1) = \exp\left(-\frac{z_k^2}{2} V_k\right) \exp(-L_k) I_0\left(z_k \sqrt{2L_k V_k}\right),$$

где

$$V_k = \frac{g_1^2 A_{ck}^2 + [(Q_1 + P_{c1}) A_{sk} - P_{s1} A_{ck}]^2}{g_1^2 Q_1 (Q_1 + P_{c1})},$$

$$A_{ck} = (Q_1 + P_{c1}) \cos \varphi_{0k} + P_{s1} \sin \varphi_{0k}, \quad A_{sk} = (Q_1 - P_{s1}) \sin \varphi_{0k} + P_{s1} \cos \varphi_{0k},$$

$g_1^2 = Q_1^2 - P_{c1}^2 - P_{s1}^2$ ,  $z_k^2 = Q_1 a_{0k}^2$  — отношение сигнал/шум (ОСШ) на выходе максимально правдоподобного приёмника для каждого импульса последовательности. Обозначим

$$\theta_k(u) = \langle \exp(juL_k) | \gamma_0 = 1 \rangle = \int_0^\infty \exp\left(jux - \frac{z_k^2}{2} V_k - x\right) I_0\left(z_k \sqrt{2xV_k}\right) dx \quad (34)$$

характеристическую функцию случайной величины  $L_k$ . Характеристическая функция суммы (21) статистически независимых случайных величин (34) равна

$$\theta_L(u) = \prod_{k=0}^{\nu-1} \theta_k(u) = \prod_{k=0}^{\nu-1} \int_0^\infty \exp\left(jux - \frac{z_k^2}{2} V_k - x\right) I_0\left(z_k \sqrt{2xV_k}\right) dx.$$

Тогда для плотности вероятности  $L$  получаем

$$W(L | \gamma_0 = 1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-juL) \left[ \prod_{k=0}^{\nu-1} \int_0^\infty \exp\left(jux - \frac{z_k^2}{2} V_k - x\right) I_0\left(z_k \sqrt{2xV_k}\right) dx \right] du. \quad (35)$$

С учётом (35) находим вероятность пропуска сигнала для обнаружителя (21):

$$\begin{aligned} \beta &= \int_0^h W(L | \gamma_0 = 1) dL = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^h \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-juL) \left[ \prod_{k=0}^{\nu-1} \int_0^\infty \exp\left(jux - \frac{z_k^2}{2} V_k - x\right) I_0\left(z_k \sqrt{2xV_k}\right) dx \right] du dL. \quad (36) \end{aligned}$$

Расчёт вероятности пропуска по формуле (36) возможен только с помощью численных методов. Представим выражение (36) в более удобной для вычисления форме

$$\beta = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-juL)\chi(u) du = \int_{-\infty}^0 \exp(-juL)\chi(u) du + \int_0^{\infty} \exp(-juL)\chi(u) du, \quad (37)$$

где

$$\chi(u) = \frac{1}{2\pi} \int_0^h \left[ \prod_{k=0}^{\nu-1} \int_0^{\infty} \exp\left(jux - \frac{z_k^2}{2} V_k - x\right) I_0\left(z_k \sqrt{2xV_k}\right) dx \right] dL.$$

Проведём в выражении (37) замену переменных  $t = u/(u-1)$  для первого слагаемого,  $t = u/(u+1)$  — для второго, в результате чего получим

$$\beta = \int_0^1 \left[ \chi\left(\frac{t}{1-t}\right) \exp\left(-jL \frac{t}{1-t}\right) + \chi\left(\frac{t}{1+t}\right) \exp\left(jL \frac{t}{1+t}\right) \right] \frac{1}{(1-t)^2} dt.$$

Таким образом, выражение для вероятности пропуска сигнала принимает вид

$$\beta = \int_0^1 \frac{1}{\pi} \int_0^h \left[ \prod_{k=0}^{\nu-1} \int_0^{\infty} \exp\left(\frac{jxt}{1-t} - \frac{z_k^2}{2} V_k - x\right) I_0\left(z_k \sqrt{2xV_k}\right) dx \right] \cos\left(\frac{Lt}{1-t}\right) \frac{dL dt}{(1-t)^2}. \quad (38)$$

Если истинные значения амплитуд и начальных фаз импульсов одинаковы,  $a_{0k} = a_0$ ,  $\varphi_{0k} = \varphi_0$ ,  $k = 0, \dots, \nu-1$ , то формулы (36) и (38) упрощаются:

$$\begin{aligned} \beta &= \int_0^h W(L | \gamma_0 = 1) dL = \\ &= \frac{\exp(-z^2 V/2)}{2\pi} \int_0^h \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-juL) \left[ \int_0^{\infty} \exp(jux - x) I_0\left(z \sqrt{2xV}\right) dx \right]^{\nu} du dL, \end{aligned}$$

где  $z^2 = \sum_{k=0}^{\nu-1} z_k^2$  — ОСШ на выходе максимально правдоподобного приёмника для последовательности импульсов,  $V = V_k$ ,  $k = 0, \dots, \nu-1$ ,

$$\beta = \exp\left(-\frac{z^2}{2} V\right) \frac{1}{\pi} \int_0^h \int_0^1 \int_0^{\infty} \exp\left(\frac{jtv}{1-t} x - \nu x\right) \frac{\cos[Lt/(1-t)]}{(1-t)^2} \left[ I_0\left(z \sqrt{2xV}\right) \right]^{\nu} dx dt dL.$$

Если в выражениях для вероятности ложной тревоги (33) и пропуска сигнала (36) положить  $\nu = 1$ , то приходим к аналогичным выражениям для одиночного сверхширокополосного квазирадиосигнала, полученным в работах [15, 21].

### 3. СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АЛГОРИТМА ОБНАРУЖЕНИЯ

С целью верификации синтезированного максимально правдоподобного алгоритма обнаружения быстро флуктуирующей последовательности сверхширокополосных квазирадиосигналов было выполнено статистическое моделирование алгоритма обнаружения (21). В качестве примера

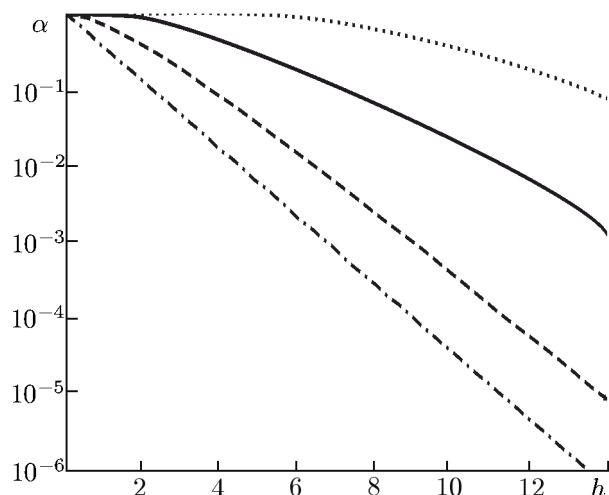


Рис. 2. Зависимость вероятности ложной тревоги от порога

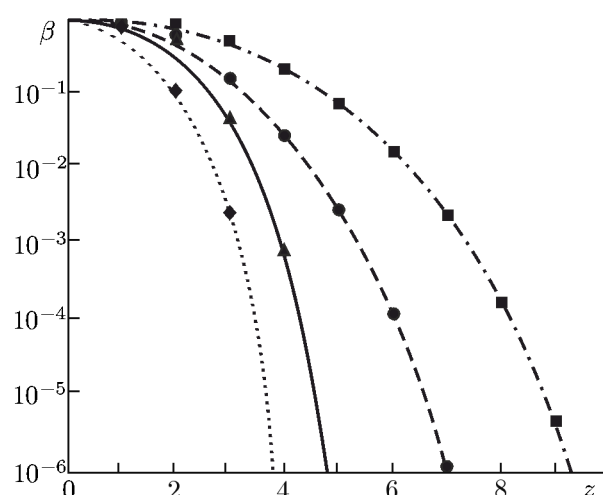


Рис. 3. Зависимость вероятности пропуска сигнала от ОСШ

рассматривалось обнаружение последовательности сверхширокополосных квазирадиосигналов, форма модулирующей функции которых определялась выражением  $f(t) = \exp(-\lambda t/T_2)$ , где  $\lambda$  характеризует скорость изменения модулирующей функции. В ходе моделирования вырабатывалась решающая статистика (21) на выходе приёмника последовательности сверхширокополосных квазирадиосигналов. Для этого формировались выборочные значения гауссовских случайных величин  $X_k$  и  $Y_k$  (23), которые обладают соответственно математическими ожиданиями  $\gamma_0 S_{xk}$ ,  $\gamma_0 S_{yk}$ , дисперсиями  $\sigma_{xk}^2 = Q_1 + P_{c1}$ ,  $\sigma_{yk}^2 = Q_1 - P_{c1}$  и корреляционным моментом  $K_{km} = P_{s1} \delta_{km}$ , где

$$Q_1 = \tau \frac{1 - \exp(-2\lambda)}{2N_0\lambda};$$

$$P_{c1} = \frac{\tau}{2N_0} \frac{\lambda - \lambda \cos(4\pi\kappa) \exp(-2\lambda) + 2\pi\kappa \sin(4\pi\kappa) \exp(-2\lambda)}{4\pi^2\kappa^2 + \lambda^2};$$

$$P_{s1} = \frac{\tau}{2N_0} \frac{\lambda \sin(4\pi\kappa) \exp(-2\lambda) - 2\pi\kappa + 2\pi\kappa \cos(4\pi\kappa) \exp(-2\lambda)}{4\pi^2\kappa^2 + \lambda^2}.$$

Здесь введена величина  $\kappa = \omega\tau/(2\pi)$ , которая характеризует степень узкополосности сверхширокополосных квазирадиосигналов и равна количеству периодов гармонического колебания (1), укладывающихся на длительности каждого импульса последовательности  $\tau$ .

Решающая статистика (21) формировалась многократно для различных значений  $\gamma_0$  и сравнивалась с порогом  $h$ , который был выбран по критерию Неймана—Пирсона [19] из решения уравнения  $\alpha(h) = 1 - \int_0^h L^{\nu-1} \exp(-x)/\Gamma(\nu) dx = p$ . Если при  $\gamma_0 = 0$  порог превышался, то фиксировалась ошибка ложной тревоги. Если при  $\gamma_0 = 1$  значение логарифма ФОР не превышало порога, то фиксировался пропуск сигнала. При моделировании предполагалось, что  $\lambda = 2$ , амплитуды и начальные фазы всех импульсов принятой последовательности одинаковы,  $a_{0k} = a_0$ ,  $\varphi_{0k} = 0$ ,  $k = 0, \dots, \nu - 1$ . Тогда ОСШ одинаковы для каждого импульса:  $z_k = z_1$ , а ОСШ для всей последовательности определяется выражением  $z^2 = \nu z_1^2$ .

На рис. 2 изображены зависимости вероятности ложной тревоги (33) от порога при различных значениях числа сверхширокополосных квазирадиосигналов в импульсной последовательности. Штрихпунктирная кривая соответствует одиночному импульсу,  $\nu = 1$ , штриховая — двум импульсам в последовательности,  $\nu = 2$ , сплошная —  $\nu = 5$ , пунктирная —  $\nu = 10$ .

На рис. 3 показаны зависимости вероятности пропуска сигнала (36) от ОСШ при фиксированном уровне вероятности ложной тревоги  $p = 10^{-3}$ . Также на нём приведены результаты моделирования в виде маркеров. Штрихпунктирная кривая и квадратные маркеры соответствуют одиночному импульсу,  $\nu = 1$ , штриховая кривая и круглые маркеры — двум импульсам в последовательности,  $\nu = 2$ , сплошная кривая и треугольные маркеры —  $\nu = 5$ , пунктирная кривая и ромбовые маркеры —  $\nu = 10$ . При расчёте кривых на рис. 2 и 3 предполагалось, что  $\kappa = 0,3$ .

Из рис. 2 и 3 видно, что с ростом числа импульсов в последовательности вероятность ложной тревоги возрастает, а вероятность пропуска сигнала уменьшается. Характер зависимостей на рис. 2 подтверждается результатами, полученными в работе [1] для последовательности узкополосных радиосигналов. Это объясняется тем, что сигнал труднее обнаружить, когда полная энергия распределена между  $\nu$  импульсами, чем в случае, когда энергия сконцентрирована в одиночном импульсе. С другой стороны, для заданной средней энергии в импульсе, вероятность обнаружения возрастает с ростом числа импульсов в последовательности. Из рис. 3 видно, что при фиксированной вероятности ложной тревоги вероятность пропуска сигнала принимает значение  $\beta = 10^{-6}$  для одиночного импульса при ОСШ  $z = 9,3$ , для 2 импульсов — при ОСШ  $z = 7,1$ , для 5 импульсов — при ОСШ  $z = 4,8$ , для 10 импульсов — при ОСШ  $z = 3,7$ . Таким образом, передача информации последовательностью из 10 сверхширокополосных квазирадиосигналов вместо одиночного позволяет повысить эффективность обнаружения в 2,5 раза. Вместе с тем, аппаратная или программная реализация оптимального алгоритма обнаружения последовательности сверхширокополосных квазирадиосигналов оказывается довольно сложной по сравнению с известными алгоритмами обнаружения последовательностей узкополосных радиосигналов.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе исследован максимально правдоподобный алгоритм обнаружения быстро флуктуирующей последовательности сверхширокополосных квазирадиосигналов, наблюдаемой на фоне гауссовского белого шума. Предполагалось, что квазирадиосигналы модулируются функцией произвольной формы и обладают неизвестными амплитудой и начальной фазой гармонического заполнения. Получена структура и статистические характеристики алгоритма обнаружения и выполнено его статистическое моделирование. Аппаратная или программная реализация оптимального алгоритма обнаружения последовательности сверхширокополосных квазирадиосигналов оказывается довольно сложной по сравнению с известными алгоритмами обнаружения последовательностей узкополосных радиосигналов. Вместе с тем, как и следовало ожидать, передача информации последовательностью сверхширокополосных квазирадиосигналов вместо одиночного сигнала позволяет существенно повысить эффективность обнаружения. Синтезированный алгоритм обнаружения последовательности сверхширокополосных квазирадиосигналов может найти применение в таких практических приложениях, как радиосвязь, локация, навигация.

Следует заметить, что в силу специфики распространения сверхширокополосных сигналов частота, длительность и форма импульсов принимаемой последовательности могут оказаться неизвестными. Тогда синтезированный максимально правдоподобный алгоритм обнаружения следует считать квазиоптимальным. Это, безусловно, приведёт к потерям в эффективности его функционирования. Однако количественное исследование потерь в эффективности обнаружения вследствие априорного незнания формы импульсов, их частот и длительностей является отдельной самостоятельной задачей, требующей дальнейшего изучения.

Полученные в статье результаты могут быть использованы для повышения эффективности функционирования существующих систем связи и передачи данных, а также при проектировании

новых систем телекоммуникаций, радиолокации, подповерхностного и дистанционного зондирования и др.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Астанин Л. Ю., Костылев А. А. Основы сверхширокополосных радиолокационных измерений. М. : Радио и связь, 1989. 192 с.
2. Лазоренко О. В., Черногор Л. Ф. // Радиофизика и радиоастрономия. 2008. Т. 13, № 4. С. 270–322.
3. Mohamed N. J. // IEEE Trans. Electromagn. Compatibility. 1994. V. 36, No. 3. P. 229–241. <https://doi.org/10.1109/15.305459>
4. Maali A., Boukhelifa A., Mesloub A., et al. // Procs. 13th European Conf. Antennas Propag. (EuCAP). 31 March–5 April 2019, Krakow, Poland. P. 1–5.
5. Jin Y., Kwak K. S. // Procs. 11th Int. Symp. Commun. Inf. Technol. (ISCIT). 12–14 October. 2011, Hangzhou, China. P. 417–421. <https://doi.org/10.1109/ISCIT.2011.6089962>
6. ISO/IEC/IEEE 802-15-4-2018. Information technology–Telecommunications and information exchange between systems–Local and metropolitan area networks–Specific requirements–Part 15-4: Wireless medium access control (MAC) and physical layer (PHY) specifications for low-rate wireless personal area networks (WPANs). New York : 2018. 712 p. <https://doi.org/10.1109/IEEESTD.2018.8362834>
7. Хелстром К. Статистическая теория обнаружения сигналов М. : Из-во иностранной литературы, 1963. 432 с.
8. Филькенштейн М. И. Основы радиолокации: учебник для вузов М. : Радио и связь, 1983. 536 с.
9. Трифонов А. П., Беспалова М. Б. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2001. Т. 44, № 4, С. 20–26.
10. Трифонов А. П., Беспалова М. Б. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2003. Т. 46, № 5. С. 3–10.
11. Трифонов П. А. // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2007. Т. 10, № 1. С. 27–32.
12. Трифонов А. П., Руднев П. Е. // Изв. вузов. Радиофизика. 2009. Т. 52. № 9. С. 749–760.
13. Трифонов А. П., Корчагин Ю. Э., Титов К. Д. // Радиотехника. 2016. № 6. С. 99–105.
14. Корчагин Ю. Э., Титов К. Д. // Успехи современной радиоэлектроники. 2016. № 11. С. 193–199.
15. Трифонов А. П., Корчагин Ю. Э., Титов К. Д. // Журн. техн. физ. 2018. № 8. С. 1 235–1 240. <https://doi.org/10.21883/JTF.2018.08.46315.2552>
16. Корчагин Ю. Э., Титов К. Д. // Изв. вузов. Радиофизика. 2018. Т. 61, № 11. С. 958–973.
17. Корчагин Ю. Э., Титов К. Д. // Радиотехника. 2019. № 3. С. 26–32. <https://doi.org/10.18127/j00338486-201903-04>
18. Радзиевский В. Г., Трифонов П. А. Обработка сверхширокополосных сигналов и помех. М. : Радиотехника, 2009. 288 с.
19. Акимов П. С. Бакут П. А., Богданович В. А. Теория обнаружения сигналов. М. : Радио и связь, 1984. 440 с.
20. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. М. : Наука, 1966. 576 с.
21. Корчагин Ю. Э., Титов К. Д. Синтез и анализ алгоритмов обработки сверхширокополосных квазирадиосигналов. Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019. 128 с.
22. Королюк В. С., Портенко Н. И., Скороход А. В., Турбин А. Ф. Справочник по теории вероятностей и математической статистике. М. : Наука, 1985. 640 с.

23. Справочник по специальным функциям / под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. М. : Наука, 1979. 832 с.

Поступила в редакцию 15 мая 2020 г.; принята в печать 31 июля 2020 г.

## DETECTION OF A SEQUENCE OF ULTRAWIDEBAND QUASI RADIO SIGNALS AGAINST A BACKGROUND OF NOISE

*Yu. É. Korchagin and K. D. Titov*

We consider a maximum likelihood algorithm for detecting the rapidly fluctuating sequence of ultrawideband quasi radio signals with an arbitrary shape of modulating function with unknown amplitude and initial phase, which is observed against a background of Gaussian white noise. The structure and the statistical characteristics of this algorithm are found and its statistical simulation is performed.