

УДК 537.87

ВЛИЯНИЕ ЭФФЕКТОВ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СВИСТОВЫХ ВОЛН В МАГНИТОСФЕРЕ ЗЕМЛИ НА ИХ ЦИКЛОТРОННОЕ УСИЛЕНИЕ

Д. Л. Пасманик^{1*}, А. Г. Демехов^{1,2,3}

¹ Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород;

² Полярный геофизический институт, г. Апатиты;

³ Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, Россия

Исследуются особенности циклотронного усиления свистовых волн при их распространении в магнитосфере Земли при наличии крупномасштабных плазменных неоднородностей, таких как плазмопауза и плазменные дакты. Распространение волн рассматривается в рамках уравнений геометрической оптики с использованием профилей распределения холодной плазмы, измеренных на спутниках Van Allen Probes. Исследовано изменение амплитуды сигналов, обусловленное циклотронным взаимодействием волн и энергичных электронов с анизотропной функцией распределения. Инкремент циклотронной неустойчивости вычисляется вдоль траектории распространения волны с учётом изменяющегося волнового вектора для заданной аналитически функции распределения энергичных электронов. Показано, что в случае каналированного распространения внутри дакта или вблизи плазмопаузы частотный профиль однопроходного усиления примерно совпадает с частотным профилем инкремента циклотронной неустойчивости в экваториальной области для малых ($|\Theta_0| \lesssim 30^\circ$) начальных углов между волновым вектором и магнитным полем и относительно небольших ($W_0 \lesssim 15$ кэВ) энергий электронов, а для старта под большими углами и больших энергий полоса усиления расширяется в область более высоких частот. В случае неканалированного распространения эффективность циклотронного взаимодействия заметно ниже, а частотный профиль однопроходного усиления отличается от экваториального профиля инкремента циклотронной неустойчивости: эффективнее усиливаются волны, начальный волновой вектор которых направлен к Земле, и эта асимметрия увеличивается с ростом энергии электронов.

ВВЕДЕНИЕ

Задача о циклотронном взаимодействии крайне низкочастотных и очень низкочастотных (КНЧ–ОНЧ, 0,3–30 кГц) волн и энергичных заряженных частиц в магнитосфере Земли активно исследуется на протяжении многих лет. Актуальность этой задачи обусловлена важной ролью такого взаимодействия в динамике радиационных поясов Земли. В этом диапазоне находятся свистовые волны, циклотронное взаимодействие с которыми приводит как к высыпанию энергичных электронов в ионосферу, так и к ускорению некоторой их части до релятивистских энергий.

Один из факторов, обуславливающих сложность указанной задачи, состоит в необходимости учёта изменения характеристик волн при их распространении в магнитосферной плазме, являющейся неоднородной средой. Её неоднородность связана как с конфигурацией геомагнитного поля, так и с различными неоднородностями распределения холодной компоненты плазмы. Подобные неоднородности, например резкое изменение концентрации плазмы на границе плазмосферы (плазмопаузе) и дакты с повышенной и пониженной концентрацией плазмы, могут существенно влиять на характер распространения волн, обеспечивая их каналированное распространение вдоль геомагнитного поля. При этом угол между волновым вектором и магнитным полем может оставаться достаточно малым вдоль траектории волны. В таких ситуациях как для описания процесса распространения, так и для расчётов эффектов циклотронного взаимодействия с энергичными частицами может быть использовано приближение квазипродольного распространения

* pdl@ipfran.ru

свистовых волн. В этом случае можно ограничиться учётом циклотронного взаимодействия только на основном циклотронном резонансе.

Однако подобное приближение не всегда корректно использовать: необходимо учитывать, что эффективность циклотронного взаимодействия достаточно сильно зависит от угла между волновым вектором и магнитным полем, который может существенно изменяться вдоль траектории волны, в том числе и при каналированном распространении. Таким образом, для корректного определения усиления волны по мере её распространения через область взаимодействия с энергичными частицами необходимо учитывать изменение этого угла, а также вычислять инкремент КНЧ–ОНЧ волн для произвольного угла, в том числе с учётом эффектов затухания из-за взаимодействия на циклотронных резонансах, отличных от основного.

Насколько нам известно, к настоящему времени вопрос о зависимости усиления свистовых волн в магнитосфере Земли от эффектов распространения почти не исследован. Нам известна лишь работа [1], в которой этот вопрос анализировался для диапазона частот ниже частоты нижнегибридного резонанса (НГР). В отличие от [1], в данной работе влияние эффектов распространения волн в неоднородной магнитосферной плазме на характеристики циклотронного взаимодействия свистовых волн и энергичных электронов с неравновесным распределением по скоростям исследуется для диапазона частот намного выше частоты НГР. Рассматриваются только крупномасштабные неоднородности плазмы (плазмопауза и плазменные дакты), что позволяет использовать для описания распространения волн приближение геометрической оптики.

Эти методы получили широкое применение в современных исследованиях магнитосферной плазмы. В частности, это приближение используется для интерпретации данных наблюдений на спутниках MAGION-5, Cluster, DEMETER, Van Allen Probes на основе расчёта лучевых траекторий, в том числе для многоточечных наблюдений (см., например, [2–8]). В работах [9, 10] с помощью обратной трассировки лучей от области их наблюдения на низко орбитальных спутниках DEMETER, MAGION-5 и Freja до предполагаемой области их генерации вблизи экватора удалось интерпретировать данные по наблюдению шумовых излучений, содержащих дискретные элементы. Также этот подход позволяет учитывать влияние эффектов распространения (рефракции) и резонансного взаимодействия с энергичными частицами на амплитудные характеристики сигналов. В работе [11] в приближении геометрической оптики рассматривается задача о передаче энергии между частицами за счёт их циклотронного взаимодействия со свистовыми волнами на разных резонансах (нулевом и первом циклотронном) с учётом изменяющихся параметров волны при распространении. Влияние затухания Ландау при взаимодействии свистовых волн с надтепловыми электронами рассмотрено в работах [12, 13] при распространении волн в так называемом магнитосферном режиме (т. е. в отсутствие неоднородностей, приводящих к их каналированию), где показано, что это затухание может быть существенным. В работе [14] рассмотрены особенности распространения хоровых ОНЧ излучений при наличии в магнитосфере дактов и показано, что наличие небольших как по возмущению концентрации, так и по размерам дактов может существенно снизить эффект от затухания Ландау за счёт уменьшения угла волновой нормали из-за эффектов каналирования. Эффекты изменения амплитуды КНЧ–ОНЧ волн из-за рефракции при наличии крупномасштабных искусственных плазменных неоднородностей, вызванных воздействиями нагревных стенов типа HAARP и «Сура» на ионосферу, рассмотрены в работе [15]. В ней показано, что наличие подобных возмущений концентрации приводит к эффективному каналированию свистовых волн в области возмущения, что может приводить к существенному (в 10 и более раз) увеличению амплитуды сигналов по сравнению со случаем невозмущённой магнитосферной плазмы. Однако после выхода лучей из этой области происходит их дефокусировка.

В разделе 1 данной статьи приводится модельный профиль распределения холодной плазмы,

построенный на основе данных измерений на спутниках Van Allen Probes в декабре 2015 года. В разделе 2 представлены результаты расчётов лучевых траекторий для трёх качественно различных случаев: 1) каналированное распространение внутри дакта с повышенной концентрацией, 2) каналированное распространение вблизи плазмопаузы, 3) неканалированное распространение внутри плазмосферы. В разделе 3 для этих трёх случаев приводятся результаты расчётов инкремента циклотронной неустойчивости свистовых волн для модельного распределения энергичных электронов по скоростям с поперечной анизотропией. Также исследуется суммарное циклотронное усиление волн при их однократном распространении вдоль геомагнитной силовой линии от экватора до ионосферы или точки отражения в области НГР [2, 16] с учётом изменения параметров волн вдоль луча. Показано, что циклотронное взаимодействие наиболее эффективно в области вблизи экватора, а основной вклад вносит взаимодействие на низких циклотронных резонансах. В обоих рассмотренных случаях каналированного распространения частотные профили однопроходного усиления и инкремента циклотронной неустойчивости в экваториальной области примерно совпадают, отличия проявляются при старте волн под достаточно большим углом к магнитному полю и взаимодействию с электронами с относительно высокими энергиями. В случае неканалированного распространения эффективность циклотронного взаимодействия заметно ниже, а частотный профиль однопроходного усиления становится асимметричным: эффективнее усиливаются волны, начальный волновой вектор которых направлен к Земле.

1. МОДЕЛЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛАЗМЫ И МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Для описания распространения низкочастотных волн в магнитосфере Земли будем применять разработанную ранее численную модель, основанную на уравнениях геометрической оптики [17]. Она позволяет использовать для расчётов произвольный профиль распределения холодной плазмы (в том числе с учётом её ионного состава, хотя для целей данной работы эта возможность несущественна). Для исследования влияния эффектов распространения свистовых волн на их циклотронное взаимодействие с энергичными электронами в условиях, близких к реальным, в работе используются модельные распределения концентрации плазмы, полученные на основе измерений на спутниках Van Allen Probes¹ (ранее RBSP) 25.12.2015, когда наблюдались такие характерные неоднородности распределения, как плазменные дакты и плазмопауза. Как отмечено во введении, изучение подобных неоднородностей представляет особый интерес, т. к. они существенно влияют на характеристики распространения волн в магнитосфере, в том числе приводя к эффектам их каналирования вдоль геомагнитного поля.

Для моделирования профиля концентрации холодной компоненты плазмы в магнитосфере на основе измерений на спутниках Van Allen Probes в приэкваториальной области использовалась гиротропная модель распределения вдоль геомагнитного поля:

$$n = n_L(H/H_L)^\beta, \quad (1)$$

где n — концентрация плазмы в произвольной точке вдоль геомагнитной линии, n_L — концентрация в экваториальной плоскости, H — локальное значение геомагнитного поля, H_L — геомагнитное поле на экваторе, β — показатель, принимающий, как правило, значения от 0,5 до 2. В данной работе используется значение $\beta = 1$.

Магнитное поле рассматривается в дипольном приближении:

$$B[\text{Гс}] = 0,314 \left(\frac{r}{R_0} \right)^{-3} \sqrt{1 + 3 \sin^2 \lambda}, \quad (2)$$

¹ Использовались данные инструмента EMFISIS [18]

где r – расстояние от центра Земли, R_0 – радиус Земли, λ – геомагнитная широта. Данное приближение достаточно корректно описывает геомагнитное поле в интересующей нас области магнитных оболочек ($L < 5$, здесь L – параметр Мак-Илвайна, равный отношению максимального удаления силовой линии магнитного поля от центра Земли к её радиусу).

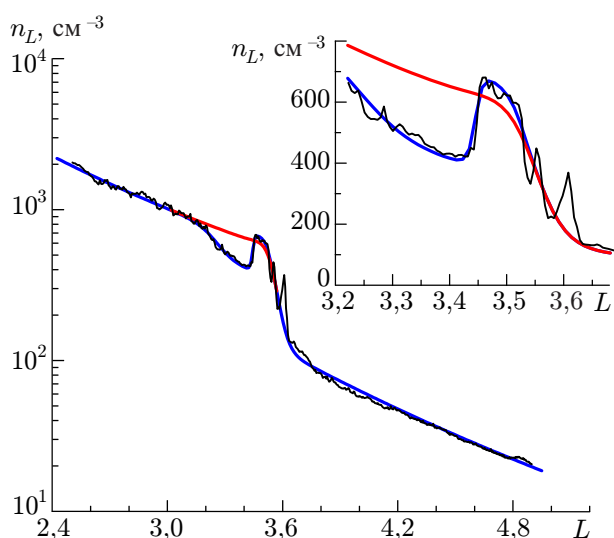


Рис. 1. Распределение холодной компоненты плазмы в экваториальной плоскости. Показаны данные измерений на спутнике RBSP-B, пересчитанные на экватор по гиротропной модели (чёрная кривая). На их основе построены аналитические распределения, используемые в расчётах: синяя кривая – модельное распределение с учётом дактов с пониженной и повышенной концентрацией, красная кривая – без учёта дактов (показана только отличающаяся часть распределения). На вставке представлен более детальный вид распределения концентрации в области неоднородности

На рис. 1 представлены данные измерений концентрации холодной плазмы на спутнике RBSP-B 25 декабря 2015 года, пересчитанные на экваториальную область по гиротропной модели (1) с показателем $\beta = 1$ (чёрная кривая). На основе этих данных было построено два модельных аналитических распределения плазмы (рис. 1, синяя и красная кривые) для расчётов лучевых траекторий. Первое модельное распределение (синяя кривая) учитывает все основные особенности измеренного профиля плазмы: резкий перепад концентрации (плазмопаузу) на $L \approx 3,6$, дакты с пониженной и повышенной концентрацией вблизи плазмопаузы ($L \approx 3,2 \div 3,4$ и $L \approx 3,4 \div 3,6$ соответственно), перепад концентрации в дактах составляет примерно 260 см^{-3} , плавное спадание концентрации внутри ($L < 3,2$) и вне ($L > 3,6$) плазмосферы. Во втором модельном распределении учитывается только наличие плазмопаузы, неоднородности в виде дактов отсутствуют (красная кривая; показана только отличающаяся часть распределения).

Внутри и вне плазмосферы модельное экваториальное распределение концентрации по L -оболочкам аппроксимировано степенными зависимостями с показателями $-3,6$ и $-5,738$ соответственно; распределение с плазмопаузой задавалась выражением

$$n_L[\text{см}^{-3}] = \frac{53\,000}{L^{3,6}} \left(1 - \text{th} \frac{L - 3,55}{0,0555} \right) + \frac{180\,000}{L^{5,738}} \left(1 + \text{th} \frac{L - 3,5}{0,0667} \right);$$

распределение с дактами моделировалось подобной комбинацией элементов на основе гиперболического тангенса, которую мы не приводим для краткости. Более детальный вид распределения концентрации в области неоднородности показан на вставке с линейной шкалой на рис. 1.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЁТОВ ЛУЧЕВЫХ ТРАЕКТОРИЙ

Для целей данной работы наиболее интересным является распространение свистовых волн внутри плазмосферы, т. к. именно в области с повышенным содержанием частиц условие циклотронного резонанса выполняется для большего числа энергичных электронов и, соответственно, циклотронное взаимодействие может быть более эффективным. В соответствии с этим рассмотрим три наиболее характерных варианта распространения КНЧ–ОНЧ волн.

2.1. Канализованное распространение в дакте с повышенной концентрацией

Как хорошо известно (см., например, [19]), свистовые волны могут канализоваться в дактах как с повышенной, так и с пониженной концентрацией плазмы. В дактах с повышенной концентрацией захват возможен только в диапазоне частот $f < f_c/2$ (f_c — электронная гирочастота) и захваченные волны могут распространяться в квазипродольном режиме (с небольшим углом между волновым вектором и магнитным полем). В дактах с пониженной концентрацией захват с квазипродольным распространением волн возможен только в диапазоне частот $f > f_c/2$, а для частот $f < f_c/2$ захват реализуется только для волн, распространяющихся с большими углами волновой нормали. При квазипродольном распространении и для типичных значений степени анизотропии $A < 1$ (см. ниже) распределения энергичных электронов в магнитосфере усиление свистовых волн при циклотронном взаимодействии происходит в диапазоне частот ниже половины гирочастоты. Учитывая это, рассмотрим распространение волн в дакте с повышенной концентрацией, который расположен на $L \approx 3,4 \div 3,6$. Примеры расчётов лучевых траекторий для волн, стартующих на экваторе вблизи центра дакта ($L = 3,5$, экваториальная гирочастота $f_{cL} \approx 20,5$ кГц) вдоль магнитного поля (начальный угол между волновым вектором и магнитным полем $\Theta_0 = 0$) с частотами от 1 до 12 кГц (что соответствует $(0,05 \div 0,60)f_{cL}$; отмечены цветовой шкалой) представлены на рис. 2а. Расчёт лучей проводился до момента достижения ими высоты 120 км над поверхностью Земли. На рисунке также изображены поверхность Земли (чёрная линия) и силовые линии геомагнитного поля для $L = 2,5; 3,0; 3,4; 3,6; 4,0$ и $4,5$ (серые линии), расстояния на осях приведены в единицах радиуса Земли.

Как видно, в рассматриваемом случае происходит захват волн внутри дакта для частот, меньших 10 кГц (что примерно соответствует $0,49f_{cL}$), и они распространяются внутри него до высот ионосферы. Для больших частот условие захвата нарушается (красные кривые соответствуют 11 и 11,7 кГц, что больше $f_{cL}/2$). Такие волны после начального распространения вдоль магнитного поля могут достаточно быстро выходить из дакта (луч, соответствующий 11,7 кГц). Если при начальном распространении от экватора вдоль магнитного поля они останутся в дакте до области, где их частота станет меньше половины локальной гирочастоты, то они могут быть захвачены дактом (луч, соответствующий 11 кГц). После нескольких осцилляций этот луч выходит из дакта, что связано с нарушением захвата, которое может происходить на внутренней границе дакта вблизи минимума концентрации при $L \approx 3,4$. Отметим, что подобное нарушение захвата может иметь место и при отсутствии ярко выраженного дакта с пониженной концентрацией, который имеется в нашем случае. Для этого достаточно формирования минимума концентрации на внутренней границе дакта из-за роста концентрации при уменьшении параметра L в соответствии с типичным распределением во внутренней магнитосфере.

Для волн, стартующих под углом к магнитному полю, захват возможен только для углов меньше угла Жандрена². Эффективное канализование таких волн (т.е. сохранение канализования до высот ионосферы) происходит для достаточно большого диапазона начальных углов, $|\Theta_0| \lesssim 30^\circ$. Траектории этих волн качественно подобны представленным на рис. 2а. С увеличением угла в этом интервале несколько сужается диапазон частот, в котором сохраняется захват волн вдоль всего дакта (в том числе из-за уменьшения угла Жандрена с ростом частоты). При дальнейшем увеличении стартового угла условие захвата нарушается при приближении к Земле (аналогично приведённому выше случаю для волны с частотой 11 кГц) для всего диапазона частот. Чем больше начальный угол и чем выше частота, тем раньше (ближе к экватору) происходит выход захваченной волны через внутреннюю границу дакта, т.е. в сторону уменьшения

² Угол Жандрена $\Theta_G = \arccos(2f/f_c)$ — угол, соответствующий дисперсионной особенности свистовых волн в диапазоне частот $f < f_c/2$, когда групповая скорость направлена строго вдоль магнитного поля.

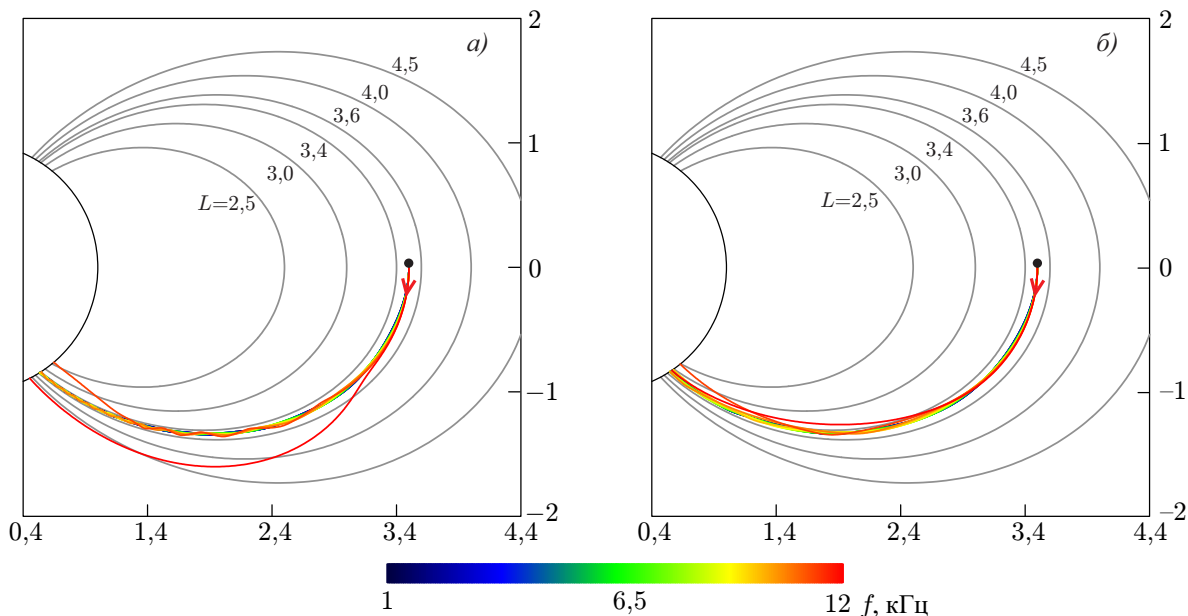


Рис. 2. Результаты расчёта лучевых траекторий для волн, стартующих вдоль магнитного поля при $L = 3,5$ (а) внутри дакта и (б) вблизи плазмопаузы при отсутствии дакта. Диапазон частот от 1 до 12 кГц примерно соответствует $(0,05 \div 0,60) f_{cL}$

параметра L . Также отметим, что эффективность захвата зависит от точки старта внутри дакта (т. е. от начального L): при удалении от центра дакта она уменьшается.

2.2. Канализованное распространение вблизи плазмопаузы

Канализование свистовых волн может также осуществляться неоднородным распределением плазмы на границе плазмосферы (плазмопаузе), когда они распространяются в виде мод шепчущей галереи [20]. Пример подобного явления показан на рис. 2б. Как и на рис. 2а, рассмотрены волны, стартующие на экваторе с $L = 3,5$ вдоль магнитного поля ($\Theta_0 = 0$). В представленном примере также наблюдается канализование волн с частотами, меньшими примерно 10 кГц. Однако такое канализование, когда волны остаются в достаточно малой области по L вдоль всей траектории, возможно только в малом диапазоне начальных волновых углов, $|\Theta_0| \lesssim 10^\circ$. При дальнейшем увеличении начального угла волны сильно смещаются по L при удалении от экватора ($\lambda \gtrsim 20^\circ$). Кроме того, канализование вблизи плазмопаузы возможно только на её внутренней части. Например, для рассматриваемого профиля плазмопауза расположена на $L \approx 3,47 \div 3,60$, а канализование реализуется только для старта волн с $L \approx 3,47 \div 3,51$.

Отметим, что для возможности канализованного распространения волн более важную роль играет градиент концентрации плазмы на внешней части неоднородности, поэтому достаточно эффективное канализование может осуществляться и при отсутствии внутреннего градиента концентрации (который имеется при наличии дакта), что обеспечивается за счёт кривизны и неоднородности геомагнитного поля.

2.3. Неканализованное распространение внутри плазмосферы

На рис. 3 представлены результаты расчётов лучевых траекторий для волн, стартующих на экваторе внутри плазмосферы на $L = 3,1$ (экваториальная гирочастота $f_{cL} \approx 29,5$ кГц) в диапа-

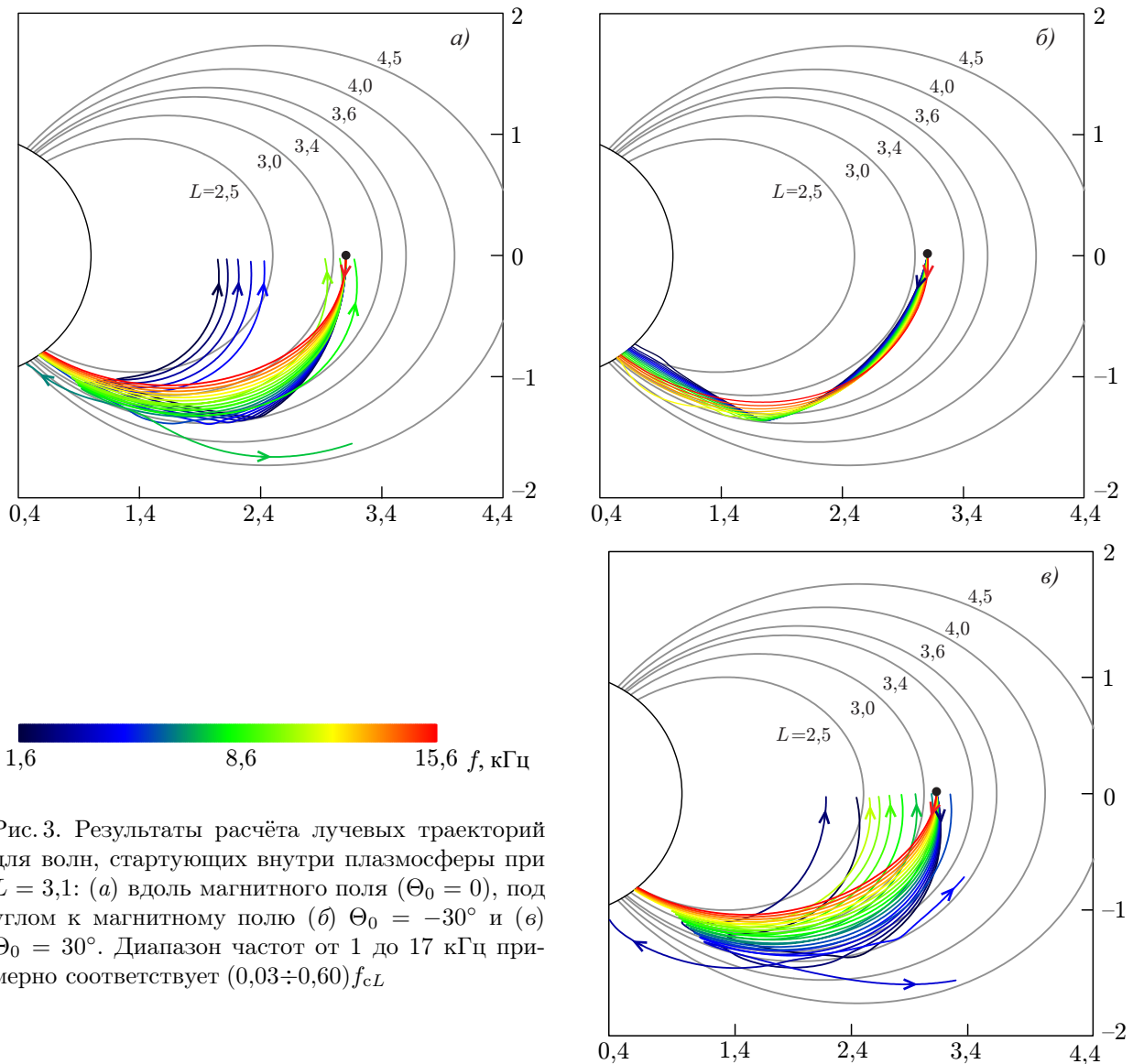


Рис. 3. Результаты расчёта лучевых траекторий для волн, стартующих внутри плазмосферы при $L = 3,1$: (а) вдоль магнитного поля ($\Theta_0 = 0$), под углом к магнитному полю (б) $\Theta_0 = -30^\circ$ и (в) $\Theta_0 = 30^\circ$. Диапазон частот от 1 до 17 кГц примерно соответствует $(0,03 \div 0,60)f_{cL}$

зоне частот от 1 до 17 кГц (что примерно соответствует $(0,03 \div 0,60)f_{cL}$). Условные обозначения такие же, как на рис. 2.

На рис. 3а волны стартуют вдоль магнитного поля ($\Theta_0 = 0$). В данном случае имеет место их неканализованное распространение. По мере удаления от экватора траектории волн для низких частот ($f \lesssim 7$ кГц $\approx 0,25f_{cL}$, цветовая шкала от тёмно-синего до зелёного) стремятся к большим L -оболочкам, но при достижении ими плазмопаузы на $L \sim 3,6$ происходит их отражение в направлении к меньшим L -оболочкам. Это соответствует особенности свистовых волн, когда при распространении вдоль геомагнитного поля они стремятся в сопряжённой области магнитосферы к L -оболочке, удовлетворяющей условию $f_{cL}(L)/4 = f$ [21]. Часть волн испытывает отражение в области, где их частоты сравниваются с локальной частотой нижнегибридного резонанса (НГР-отражение). Траектории волн для частот $f > 10$ кГц смещаются в область меньших L -оболочек.

На рис. 3б и в представлены результаты расчётов лучевых траекторий для волн, стартующих под углом к магнитному полю $\Theta_0 = -30^\circ$ и 30° соответственно (отрицательные значения угла соответствуют волновому вектору, направленному в сторону меньших L). В соответствии

с дисперсионными свойствами свистовых волн, для частот, близких к половине локальной гиро-частоты и выше её (красная часть шкалы частот), поперечные к магнитному полю компоненты групповой скорости и волнового вектора направлены взаимно-противоположно.

Как и в случае продольного старта, волны распространяются в неканализованном режиме, смещаясь в область больших L -оболочек для низких частот и в область меньших L -оболочек — для высоких. В случае старта с $\Theta_0 = -30^\circ$ все волны испытывают отражение от плазмопаузы (кроме волн с достаточно высокими частотами) и распространяются до поверхности Земли. Для $\Theta_0 = 30^\circ$ волны с частотами $f \lesssim 11 \text{ кГц} \approx 0,4f_{cL}$ испытывают НГР-отражение.

3. ЦИКЛОТРОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

Для вычисления локального значения инкремента циклотронной неустойчивости воспользуемся классическим выражением [22]

$$\gamma = \frac{4\pi^3}{m} \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \int G_{\mathbf{k},s} \left(\frac{1}{v_\perp} \frac{s\omega_c}{\omega} \frac{\partial F}{\partial v_\perp} + \frac{k_\parallel}{\omega} \frac{\partial F}{\partial v_\parallel} \right) d^3v, \tag{3}$$

где F — невозмущённая функция распределения энергичных электронов,

$$G_{\mathbf{k},s} = \frac{2e^2 v_\perp^2}{\pi} \left[\frac{\partial \omega^2 \varepsilon_{ij} E_{\mathbf{k}i} E_{\mathbf{k}j}^*}{\omega \partial \omega} \right]^{-1} \times \\ \times \left| \frac{s(\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}_\mathbf{k})}{\lambda k_\perp} J_s(\lambda) + i \frac{s(\mathbf{k} \times \mathbf{E}_\mathbf{k})_\parallel}{k_\perp} J'_s(\lambda) + \frac{v_\parallel}{v_\perp} E_{\mathbf{k}\parallel} J_s(\lambda) \right|^2 \delta(\omega - k_\parallel v_\parallel - s\omega_c) \tag{4}$$

— мощность излучения электромагнитных волн частицей, ε_{ij} — компоненты тензора диэлектрической проницаемости, $J_s(\lambda)$ — функция Бесселя с аргументом $\lambda = k_\perp v_\perp / \omega_c$, $J'_s = dJ_s/d\lambda$, v_\perp и v_\parallel — поперечная и продольная относительно магнитного поля компоненты скорости, v — полная скорость, $\mathbf{E}_\mathbf{k}$ — комплексная амплитуда электрического поля волны, \mathbf{k} — волновой вектор, k_\perp и k_\parallel — его поперечная и продольная компоненты, ω — круговая частота, e и m — заряд и масса электрона соответственно, $\delta(x)$ — дельта-функция, суммирование проводится по всем резонансам s циклотронной частоты ω_c , индекс * означает комплексное сопряжение.

Для расчётов в работе использовалась одна из распространённых аналитических моделей анизотропного распределения энергичных электронов по скоростям:

$$F = n_{hL} C_\alpha I^\alpha \exp(-W/W_0), \tag{5}$$

где n_{hL} — концентрация энергичных частиц на экваторе, $I = v_\perp^2 H_L / (H v_0^2)$ — первый адиабатический инвариант, W — энергия частицы, α — коэффициент, характеризующий степень поперечной анизотропии A (где $A + 1$ равно отношению средних поперечной и продольной энергий частиц; для выбранного распределения $A = \alpha$), $W_0 = m v_0^2 / 2$ — характерная продольная энергия, нормировочная константа $C_\alpha^{-1} = \pi^{3/2} \Gamma(\alpha + 1)$ (здесь $\Gamma(x)$ — гамма-функция) определяется из условия нормировки функции распределения на концентрацию горячей плазмы в экваториальной области:

$$\int F d^3v = n_{hL}.$$

Важным параметром, описывающим эффективность циклотронного взаимодействия волн и частиц вдоль лучевой траектории, является усиление, определяемое как

$$\Gamma = \int_0^z \gamma(z') \frac{dz'}{v_{gr}} = \ln \frac{a(z)}{a_0}, \tag{6}$$

где v_{gr} — групповая скорость, z — координата вдоль траектории, a_0 и $a(z)$ — начальное и локальное значения амплитуды волны соответственно.

Следует отметить, что холодная компонента плазмы (в том числе неоднородности её распределения) может влиять на амплитуду волн из-за рефракции в соответствии с законом сохранения потока энергии через поперечное сечение лучевой трубки (см., например, [15, 17, 23]). В данной работе приводятся только результаты вычисления усиления Γ без учёта этих эффектов.

Ниже представлены результаты расчётов инкремента и усиления для лучевых траекторий, приведённых в разделе 2, для различных параметров функции распределения энергичных частиц (5). Усиление вычислялось для однократного прохождения волны от экватора до ионосферы или до точки НГР-отражения. Некоторые аспекты усиления при многократном прохождении обсуждаются в заключении.

3.1. Взаимодействие при каналированном распространении

3.1.1. Распространение в дакте

На рис. 4 представлены частотные зависимости локального значения инкремента γ в точке старта в экваториальной области ($L = 3,5$, $\Theta_0 = 0$; рис. 4а) и итогового усиления Γ при распространении волны от экватора до поверхности Земли (рис. 4б), зависимости локального значения инкремента $\gamma(z)$ (рис. 4в) и усиления $\Gamma(z)$ (рис. 4г) вдоль траектории луча, а также изменение угла Θ между волновым вектором и магнитным полем (рис. 4д) для $f = 4$ кГц $\approx 0,2f_{cL}$ и разных значений характерной продольной энергии: $W_0 = 2,5; 10; 22,5; 40$ и $60,5$ кэВ.

Концентрация энергичных частиц для всех представленных ниже расчётов бралась равной $n_{hL} = 0,02$ см $^{-3}$ и не зависящей от L , коэффициент $\alpha = 1$. Отметим, что выбор конкретной зависимости $n_{hL}(L)$ существенно не влияет на усиление Γ для набора лучей, стартующих из одной точки. Это обусловлено тем, что наиболее эффективное циклотронное взаимодействие происходит в ограниченной по широте области вблизи экватора (см. ниже), что соответствует достаточно малому изменению L -оболочки вдоль этой части траектории волны. Данное обстоятельство проверялось численными расчётами с другими зависимостями $n_{hL}(L)$.

Как видно из представленных результатов, частотные зависимости инкремента γ в начальной точке (см. рис. 4а) и итогового усиления за один проход Γ (рис. 4б) отличаются весьма слабо. Это обусловлено тем, что при каналированном распространении угол между волновой нормалью и магнитным полем остаётся достаточно малым (см. рис. 4д) и полоса усиления примерно совпадает со случаем продольного распространения. Наиболее эффективное взаимодействие происходит в области вблизи экватора ($|\lambda| < 20 \div 30^\circ$), и, чем меньше энергия электронов W_0 , тем меньше эта область. Как показывают расчёты, наибольший вклад в инкремент вносит циклотронное взаимодействие на основной гармонике гирочастоты ($s = 1$), вклад от взаимодействия на других гармониках существенно меньше. Для выбранного параметра анизотропии $\alpha = 1$ инкремент при $\Theta = 0$ положителен для $f < 0,5f_{cL}$. Усиление волн ($\Gamma > 0$) имеет место в чуть большем диапазоне частот, вплоть до $f \approx 0,55f_{cL}$. Это обусловлено циклотронным взаимодействием в области $|\lambda| \approx 15 \div 30^\circ$, где частота становится меньше половины локальной гирочастоты, а угол Θ остаётся достаточно малым. Излом в зависимости усиления от частоты вблизи $0,55f_{cL}$ связан с нарушением условий захвата волн в дакте (см. выше), в результате чего они переходят на большие L -оболочки вскоре после старта ($|\lambda| \approx 10^\circ$).

Для волн, стартующих с небольшими начальными углами ($|\Theta_0| < 30^\circ$), профиль усиления имеет похожую частотную зависимость, что обусловлено относительно малыми углами распространения волн в области эффективного взаимодействия.

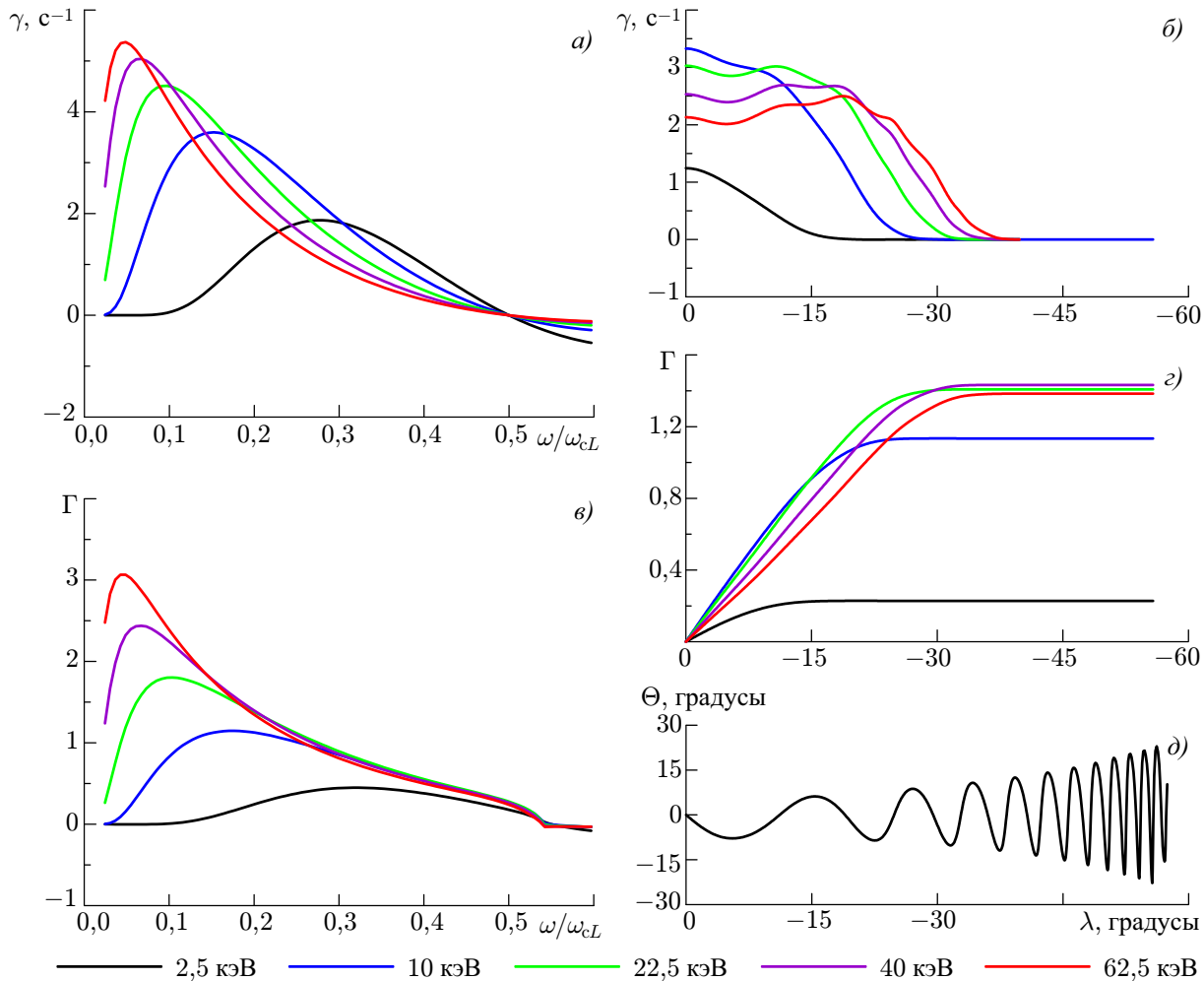


Рис. 4. Частотные зависимости инкремента γ в экваториальной области (а) и усиления при однократном прохождении Γ (б) для различных значений характерной продольной энергии электронов. Локальные значения инкремента (в), усиления (з) и угла волновой нормали (д) вдоль лучевой траектории для волны с частотой $f = 4$ кГц ($\approx 0,2f_{cL}$). Случай распространения в дакте, старт вдоль магнитного поля ($\Theta_0 = 0$)

На рис. 5 представлены результаты расчётов зависимости инкремента γ в экваториальной области и усиления при однократном прохождении Γ от частоты и начального угла волновой нормали для $W_0 = 10$ и 22,5 кэВ. Как видно, зависимость усиления Γ слабо отличается от зависимости инкремента γ . Она также практически симметрична относительно угла Θ_0 . Наиболее существенное отличие наблюдается в области больших углов, когда изменение характеристик волн при их распространении существенно сказывается на эффективности циклотронного взаимодействия. Результирующий эффект зависит от энергии электронов. Для меньших энергий ($W_0 = 10$ кэВ, см. рис. 5а и в) при удалении от экватора волны, стартующие под углом к магнитному полю, попадают в область поглощения, что приводит к смене знака Γ на отрицательный и затуханию волн, стартующих под достаточно большими углами и на больших частотах. Для больших энергий ($W_0 = 22,5$ кэВ, см. рис. 5б и г) область с эффективным циклотронным взаимодействием более протяжённая, что приводит к расширению полосы усиления в более высокие частоты по сравнению с начальным частотным профилем инкремента γ .

3.1.2. Распространение вблизи плазмопаузы

На рис. 6 представлены результаты расчётов для случая каналированного распространения вблизи плазмопаузы, аналогичные рис. 4. Поскольку для выбранных параметров ($L = 3,5$, $\Theta_0 = 0$) траектории лучей слабо отличаются в области малых широт, где циклотронное взаимодействие наиболее эффективно, то результаты незначительно отличаются от рассмотренного выше случая с дактом. Количественные отличия связаны в том числе с другой (меньшей) концентрацией холодной плазмы в области взаимодействия.

3.2. Взаимодействие при неканалированном распространении

На рис. 7–9 представлены результаты расчётов, аналогичные рис. 4, для случая распространения внутри плазмосферы и для разных значений начальных углов Θ_0 (см. рис. 3). На панелях *б*, *г* и *д* этих рисунков показаны изменения величин вдоль лучевой траектории для волны с частотой $f = 5,75$ кГц (что примерно соответствует $0,2f_{cL}$, как и на рис. 4).

Частотные зависимости инкремента γ в начальной точке (рис. 7*а*) при продольном начальном распространении аналогичны представленным выше. Частотная зависимость усиления за один проход при продольном старте (рис. 7*в*) также схожа с представленными ранее. Это обусловлено тем, что угол Θ хотя и изменяется, но остаётся достаточно малым в области эффективного взаимодействия. Однако в целом эффективность взаимодействия заметно ниже, чем при каналированном распространении, что приводит к существенно меньшим значениям усиления Γ .

Траектории волн стремятся в область больших L -оболочек, что сопровождается постоянным увеличением значения Θ . Таким образом, для волн, стартующих под углом $\Theta_0 = -30^\circ$ в сторону меньших L -оболочек (рис. 8), это соответствует уменьшению абсолютного значения угла на начальной части траектории и последующему изменению его знака. Это приводит к увеличению эффективности циклотронного взаимодействия по сравнению со случаем продольного старта. Как результат, усиление Γ имеет примерно такое же значение, но в более широком диапазоне частот (ср. рис. 7*в* и 8*в*).

Для волн, стартующих под углом в сторону больших L -оболочек (рис. 9), угол Θ постоянно растёт, что приводит к существенно меньшей эффективности циклотронного взаимодействия, меньшему усилению в более узком диапазоне частот, а также наличию области частот, где происходит затухание волн (рис. 9*в*). Последнее связано с увеличением вклада от взаимодействия на гармониках циклотронной частоты, отличных от основной ($s = 1$). При этом главный вклад в затухание вносят взаимодействия на аномальном эффекте Доплера ($s = -1$) и резонансе Ландау ($s = 0$). В целом, как показывают результаты расчётов для рассмотренных параметров плазмы, даже для достаточно больших значений угла Θ вклад от взаимодействия на старших гармониках ($|s| > 2$) пренебрежимо мал.

На рис. 10 представлены результаты расчётов для зависимости инкремента γ в экваториальной области и усиления при однократном прохождении Γ от частоты и начального угла волновой нормали для $W_0 = 10$ и $22,5$ кэВ. В отличие от случая каналированного распространения (см. рис. 5) зависимость усиления Γ достаточно сильно отличается от зависимости инкремента γ , а результирующий эффект мало зависит от энергии электронов. Как было отмечено выше, эффективность циклотронного взаимодействия для волн, стартующих в сторону больших L ($\Theta_0 > 0$), существенно меньше, чем для волн, стартующих в сторону меньших L ($\Theta_0 < 0$), что приводит к наблюдаемой асимметрии в зависимости от начального волнового угла.

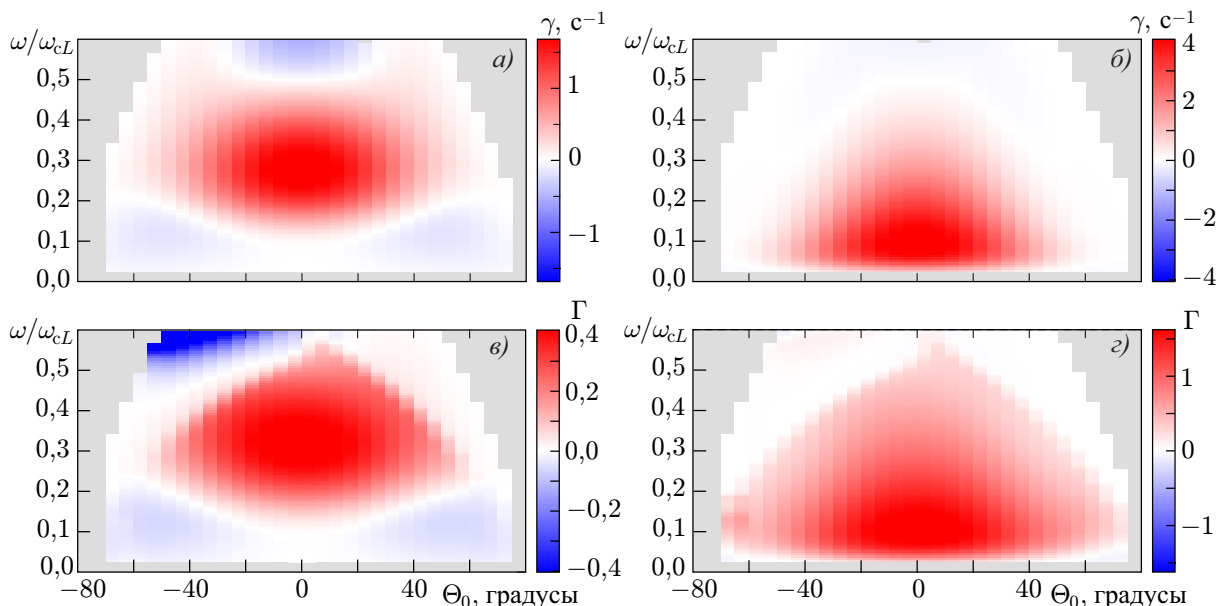


Рис. 5. Зависимости инкремента γ в экваториальной области (а, б) и усиления при однократном прохождении Γ (в, г) от частоты и начального угла волновой нормали для $W_0 = 10$ кэВ (а, в) и $W_0 = 22,5$ кэВ (б, г). Случай распространения в дакте

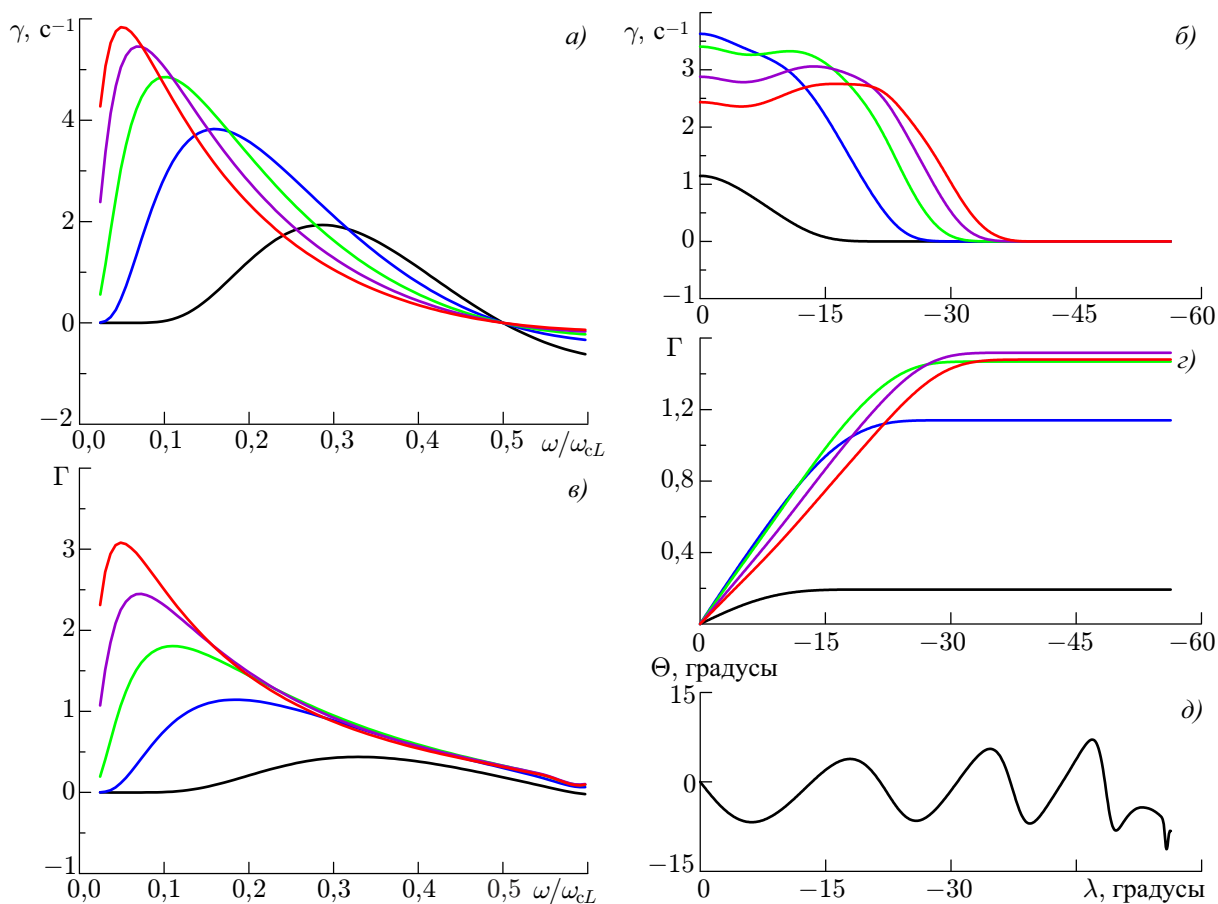


Рис. 6. То же, что на рис. 4, для случая распространения вблизи плазмопаузы при отсутствии дакта

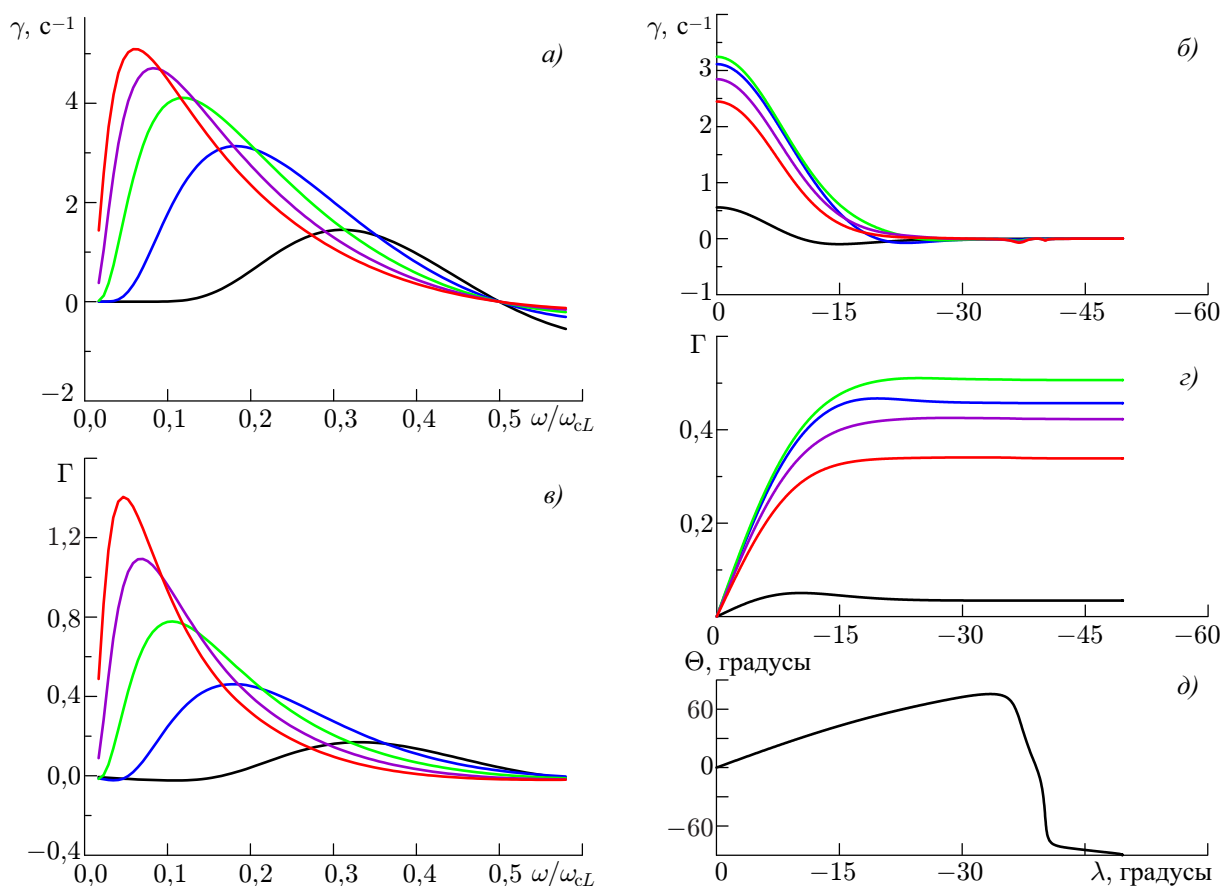


Рис. 7. То же, что на рис. 4, для случая распространения в плазмосфере. Волны стартуют вдоль магнитного поля ($\Theta_0 = 0$). На панелях б, в и д показаны изменения величин вдоль лучевой траектории для волны с частотой $f = 5,7$ кГц $\approx 0,2f_{cL}$

3.3. Влияние затухания в фоновой плазме

В рамках используемого в работе подхода было проанализировано влияние затухания Ландау при взаимодействии КНЧ–ОНЧ волн с надтепловыми (с энергиями больше или порядка 1 эВ) электронами, которые могут присутствовать в плазме наряду с холодной (с энергией частиц менее или порядка 1 эВ) компонентой, а вне плазмосферы и на её внешней кромке даже составлять значительную долю по концентрации от всех электронов. Для этого были рассчитаны значения инкремента и усиления вдоль рассмотренных выше лучевых траекторий волн с использованием функции распределения (5) с соответствующими значениями энергии W_0 и $\alpha = 0$ (максвелловское распределение по скоростям). Согласно результатам вычислений, которые для краткости не приводятся в виде графиков, декремент циклотронного затухания при взаимодействии с частицами с малыми энергиями ($W_0 \lesssim 10$ эВ) пренебрежимо мал ($|\gamma| \ll 1 \text{ с}^{-1}$) даже при их концентрации порядка концентрации холодной плазмы. Это подтверждает корректность использованного в данной работе предположения, что холодная компонента плазмы определяет только свойства распространения волн и не вносит вклад в резонансное взаимодействие.

Эффекты затухания из-за взаимодействия с надтепловыми электронами становятся значимыми для энергий $W_0 \gtrsim 50$ эВ и для волн, распространяющихся под углом к магнитному полю. Например, для волн, стартующих с начальным углом, равным углу Жандрена, величина Γ по-

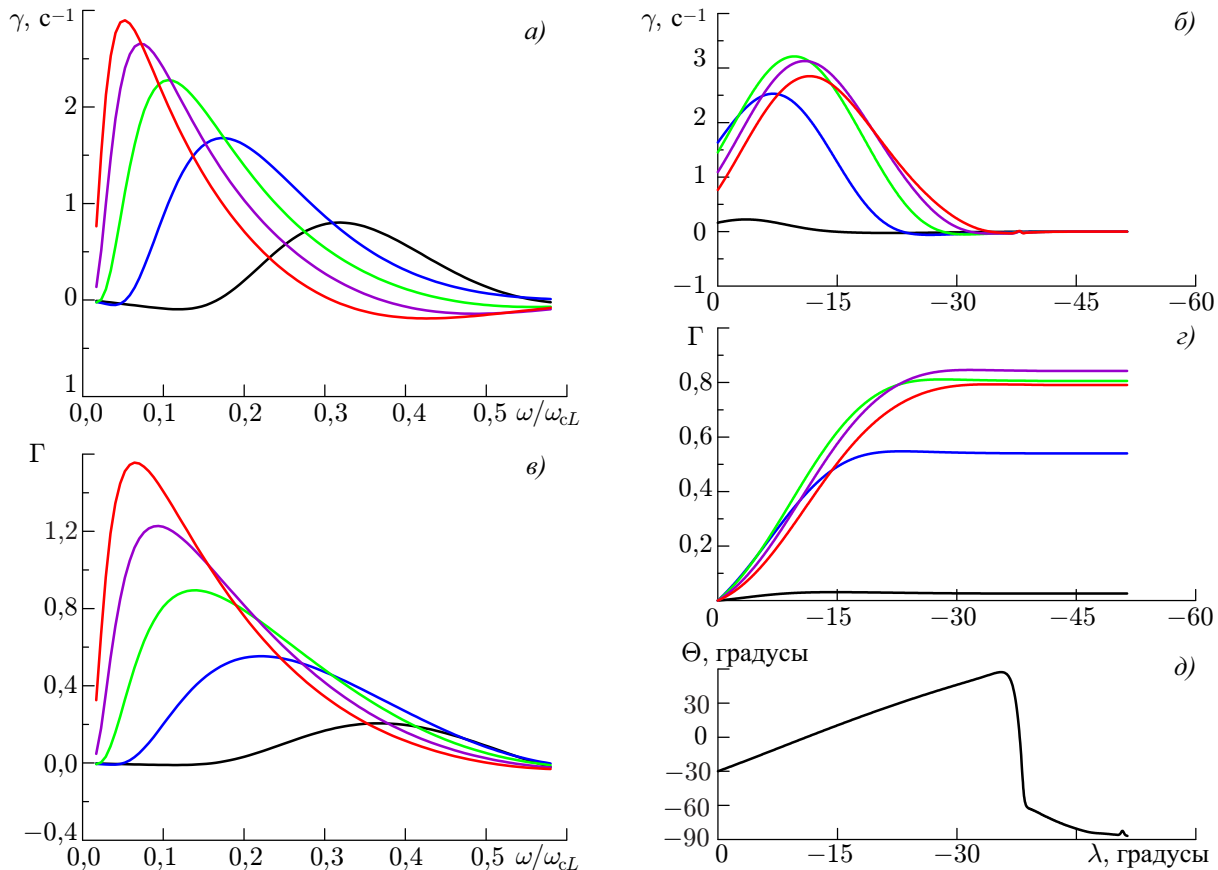


Рис. 8. То же, что на рис. 7, для волн, стартующих под углом, с волновым вектором, направленным в сторону меньших L ($\Theta_0 = -30^\circ$)

рядка -1 при взаимодействии с электронами, имеющими характерную энергию $W_0 = 100$ эВ и концентрацию 1 см^{-3} . С дальнейшим увеличением начального угла затухание существенно возрастает: для углов, близких к резонансному, оно увеличивается на порядок и более. Также затухание усиливается с ростом энергии: для энергий $W_0 \gtrsim 200$ эВ затухание Ландау может стать существенным ($\Gamma \sim -0,5$) и для волн, стартующих вдоль магнитного поля, из-за увеличения угла между волновым вектором и магнитным полем вдоль траектории распространения.

ВЫВОДЫ

В работе исследовано влияние эффектов распространения свистовых волн в магнитосфере Земли на их циклотронное усиление при взаимодействии с энергичными электронами. Лучевые траектории распространения волн были рассчитаны при помощи разработанной ранее численной модели, основанной на уравнениях геометрической оптики, с использованием реального профиля концентрации плазмы, измеренного на спутниках Van Allen Probes 25.12.2015. Наличие неоднородностей плазмы в виде дакта с повышенной концентрацией и плазмопаузы позволило рассмотреть случаи каналированного (в области этих неоднородностей) и неканалированного (в области плавного изменения концентрации внутри плазмосферы) распространения.

В случае каналированного распространения и при не слишком больших значениях начального угла волновой нормали по отношению к магнитному полю ($|\Theta_0| \lesssim 30^\circ$) частотный профиль однопроходного усиления свистовой волны вдоль геомагнитной линии примерно совпадает с ча-

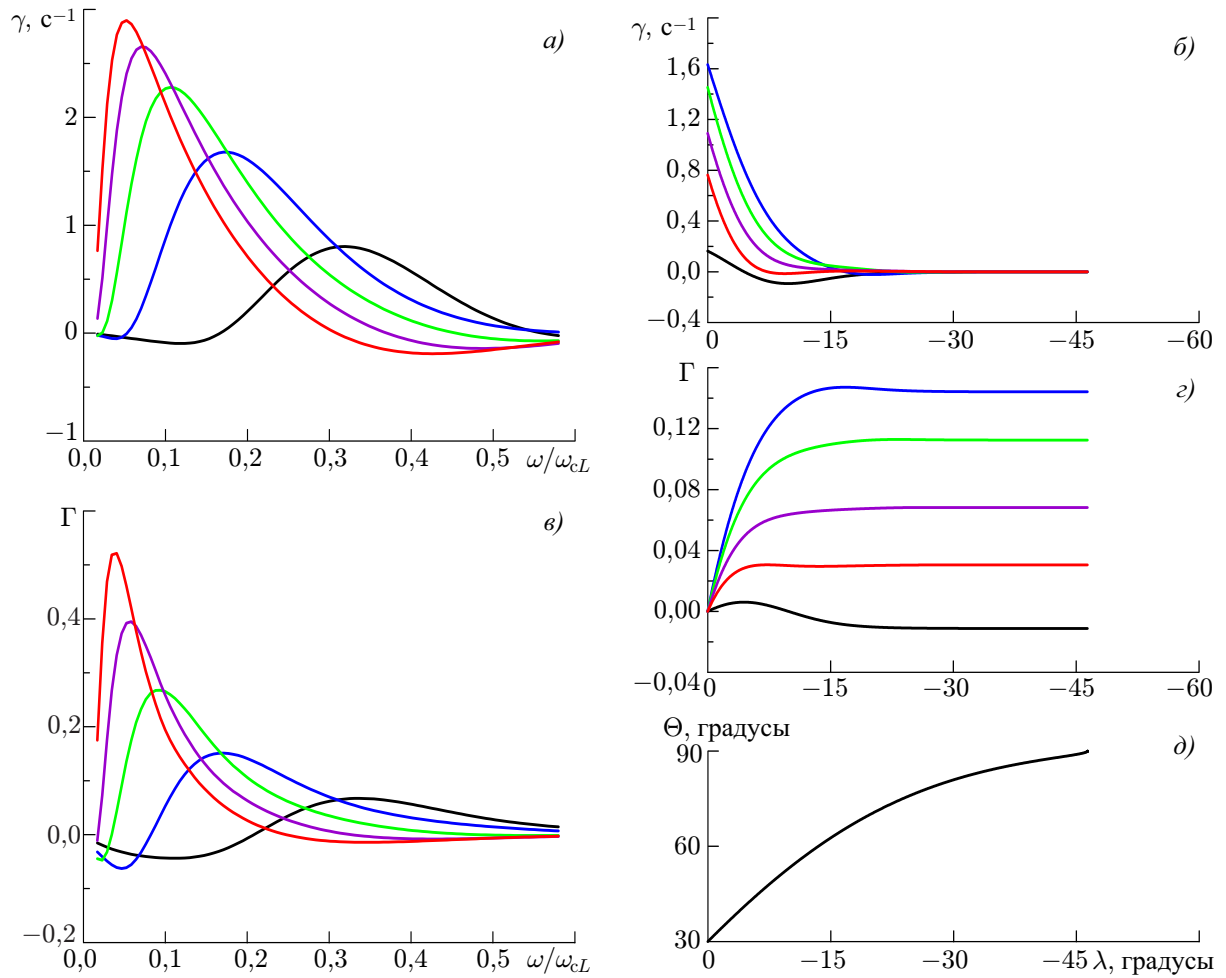


Рис. 9. То же, что на рис. 7, для волн, стартующих под углом, с волновым вектором, направленным в сторону бóльших L ($\Theta_0 = 30^\circ$)

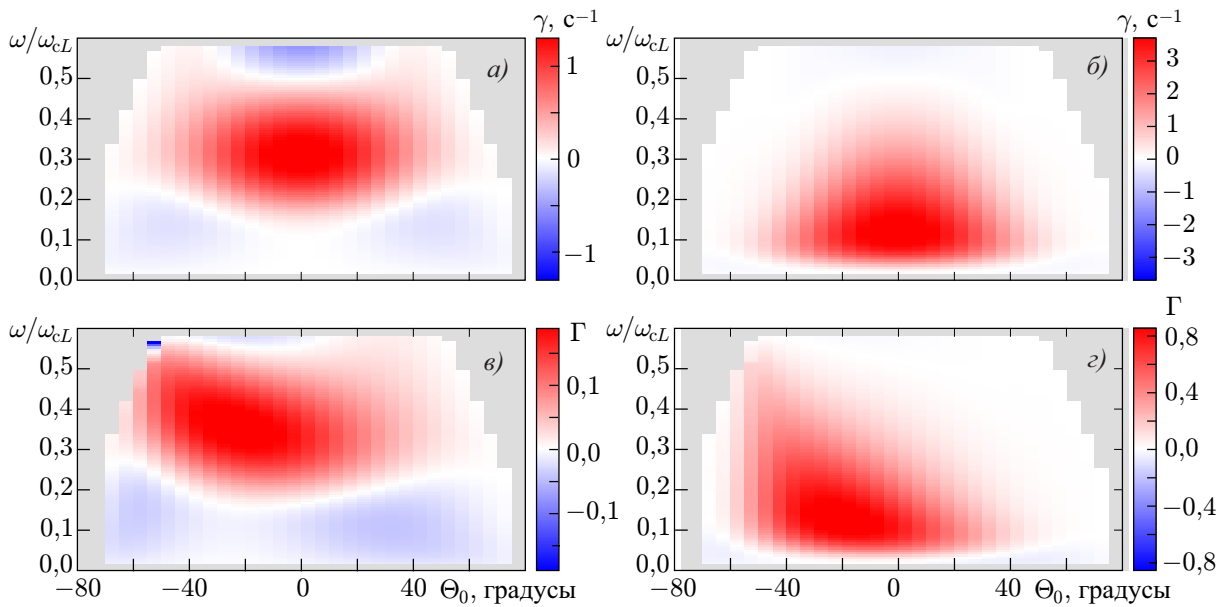


Рис. 10. То же, что на рис. 5, для случая неканализованного распространения в плазмосфере

стотным профилем инкремента циклотронной неустойчивости при продольном распространении. Для волн, стартующих под углом, и при взаимодействии с электронами с достаточно большой энергией ($W_0 \gtrsim 15$ кэВ) полоса усиления расширяется в область более высоких частот.

В случае неканализованного распространения существенное изменение угла между волновым вектором и магнитным полем вдоль луча приводит к тому, что частотный профиль однопроходного усиления отличается от экваториального профиля инкремента циклотронной неустойчивости. Профиль усиления асимметричен относительно начального угла между волновым вектором и геомагнитным полем: эффективнее усиливаются волны, начальный угол которых направлен в сторону меньших L -оболочек. В целом циклотронное усиление при неканализованном распространении заметно ниже, чем при канализованном.

Показано, что циклотронное взаимодействие наиболее эффективно вблизи экватора ($|\lambda| \lesssim 20^\circ$) как для канализованного, так и для неканализованного режима распространения волн. При этом основной вклад в инкремент свистовых волн вносит взаимодействие на низких ($|s| \leq 2$) циклотронных резонансах, взаимодействием на более высоких ($|s| > 2$) резонансах можно пренебречь.

Проведённые расчёты показали, что затухание свистовых волн из-за взаимодействия с тепловыми электронами становится значимым только для энергий $W_0 \gtrsim 50$ эВ и пренебрежимо мало для меньших энергий. Это подтверждает корректность использованного предположения, что холодная компонента плазмы определяет только характеристики распространения волн.

Отметим, что в работе рассмотрено циклотронное взаимодействие только при однократном распространении волны от экватора до поверхности Земли (или до точки отражения в области нижнегибридного резонанса). Как было отмечено выше, в случае неканализованного распространения траектории волн при однократном распространении расходятся на достаточно большой диапазон L -оболочек относительно точки старта. После отражения этот разброс будет ещё больше, и лишь малая часть волн вернётся в область взаимодействия вблизи экватора. При этом у волн будет большой угол волновой нормали. Поэтому в таком случае трудно ожидать их дальнейшего эффективного усиления. Кроме того, следует ожидать существенного уменьшения амплитуды этих волн из-за эффектов рефракции.

В случае канализованного распространения в дакте ситуация существенно другая: после отражения волны вновь могут быть захвачены в дакт и вернуться в область взаимодействия с достаточно малым углом волновой нормали. В этом случае затухание волн из-за рефракции мало, можно ожидать многократное прохождение волн внутри дакта и их усиление на каждом проходе. Случай с канализованным распространением вблизи плазмопаузы является в этом смысле промежуточным. Также в работе не учитывалось изменение амплитуды волн, обусловленное эффектами рефракции. Более подробное исследование этих вопросов выходит за рамки данной статьи и будет проведено в дальнейшем.

Благодарим разработчиков проекта RBSP и инструмента EMFISIS (К. Клетцинг) за свободный доступ к данным (<https://emfisis.physics.uiowa.edu/data/index>).

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 15-12-20005).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Shklyar D. R., Balikhin M. A. // J. Geophys. Res. Space Phys. 2017. V. 122, No. 10. P. 10 072–10 083. <https://doi.org/10.1002/2017JA024416>
2. Jiříček F., Shklyar D. R., Triska P. // Ann. Geophys. 2001. V. 19, No. 2. P. 147–157. <https://doi.org/10.5194/angeo-19-147-2001>

3. Parrot M., Santolík O., Cornilleau-Wehrlin N., et al. // *Ann. Geophys.* 2003. V. 21, No. 5. P. 1 111–1 120. <https://doi.org/10.5194/angeo-21-1111-2003>
4. Chum J., Santolík O., Breneman A.W., et al. // *J. Geophys. Res. Space Phys.* 2007. V. 112, No. A6. Art. no. A06206. <https://doi.org/10.1029/2006JA012061>
5. Chum J., Santolík O., Parrot M. // *J. Geophys. Res. Space Phys.* 2009. V. 114, No. A2. Art. no. A02307. <https://doi.org/10.1029/2008JA013585>
6. Breneman A.W., Kletzing C.A., Pickett J., et al. // *J. Geophys. Res. Space Phys.* 2009. V. 114, No. A6. Art. no. A06202. <https://doi.org/10.1029/2008JA013549>
7. Martinez-Calderon C., Shiokawa K., Miyoshi Y., et al. // *J. Geophys. Res. Space Phys.* 2016. V. 121, No. 6. P. 5 384–5 393. <https://doi.org/10.1002/2015JA022264>
8. Hartley D.P., Kletzing C.A., Santolík O., et al. // *J. Geophys. Res. Space Phys.* 2018. V. 123, No. 4. P. 2 605–2 619. <https://doi.org/10.1002/2017JA024593>
9. Chum J., Santolík O. // *Ann. Geophys.* 2005. V. 23, No. 12. P. 3 727–3 738. <https://doi.org/10.5194/angeo-23-3727-2005>
10. Santolík O., Chum J., Parrot M., et al. // *J. Geophys. Res. Space Phys.* 2006. V. 111, No. A10. Art. no. A10208. <https://doi.org/10.1029/2005JA011462>
11. Shklyar D.R. // *J. Geophys. Res. Space Phys.* 2017. V. 122, No. 1. P. 640–655. <https://doi.org/10.1002/2016JA023263>
12. Bortnik J., Inan U.S., Bell T.F. // *Geophys. Res. Lett.* 2006. V. 33, No. 3. Art. no. L03102. <https://doi.org/10.1029/2005GL024553>
13. Bortnik J., Thorne R.M., Meredith N.P., Santolík O. // *Geophys. Res. Lett.* 2007. V. 34, No. 15. Art. no. L15109. <https://doi.org/10.1029/2007GL030040>
14. Hanzelka M., Santolík O. // *Geophys. Res. Lett.* 2019. V. 46, No. 11. P. 5 735–5 745. <https://doi.org/10.1029/2019GL083115>
15. Pasmanik D.L., Demekhov A.G. // *J. Geophys. Res. Space Phys.* 2017. V. 122, No. 8. P. 8 124–8 135. <https://doi.org/10.1002/2017JA024118>
16. Shklyar D.R., Chum J., Jiříček F. // *Ann. Geophys.* 2004. V. 22, No. 10. P. 3 589–3 606. <https://doi.org/10.5194/angeo-22-3589-2004>
17. Пасманик Д.Л., Демехов А.Г. // *Космические исследования.* 2014. Т. 52, № 1. С. 75–81. <https://doi.org/10.7868/S0023420614010075>
18. Kletzing C.A., Kurth W.S., Acuna M. et al. // *Space Sci. Rev.* 2013. V. 179, P.127–181. <https://doi.org/10.1007/s11214-013-9993-6>
19. Karpman V.I., Kaufman R.N. // *J. Plasma Phys.* 1982. V. 27, No. 2. P. 225–238. <https://doi.org/10.1017/S0022377800026556>
20. Семенова В.И., Трахтенгерц В.Ю. // *Геомагнетизм и аэрономия.* 1980. Т. 10, № 6. С. 1 021–1 027.
21. Лундин Б.В. // *Геомагнетизм и аэрономия.* 1987. Т. 27, № 2. С. 274–278.
22. Беспалов П.А., Трахтенгерц В.Ю. *Альфвеновские мазеры.* Горький : ИПФ АН СССР, 1986. 190 с.
23. Шкляр Д.Р. // *Геомагнетизм и аэрономия.* 2005. Т. 45, № 4. С. 505–519.

Поступила в редакцию 8 мая 2020 г.; принята в печать 5 июня 2020 г.

ON THE INFLUENCE OF PROPAGATION PROPERTIES OF WHISTLER-MODE WAVES IN THE EARTH'S MAGNETOSPHERE ON THEIR CYCLOTRON AMPLIFICATION

D. L. Pasmanik and A. G. Demekhov

We study the properties of the cyclotron amplification of whistler-mode waves during their propagation in the Earth's magnetosphere in the presence of large-scale density inhomogeneities such as the plasmopause or density ducts. Wave propagation is considered within the framework of the geometrical optics with the use of cold plasma density profiles measured onboard Van Allen Probes satellites. Wave amplitude variation due to the cyclotron interactions with energetic electrons having an anisotropic distribution function is studied. The cyclotron growth rate is calculated along the wave trajectory taking into account the wave vector variation for a given analytical distribution function of energetic electrons. We show that in the case of ducted propagation in a density duct or near the plasmopause the frequency dependences of the one-hop wave gain and the local growth rate in the equatorial region approximately coincide with each other for low initial wave normal angles ($|\Theta_0| \lesssim \lesssim 30^\circ$) and relatively low energies ($W_0 \lesssim 15$ keV). The amplification band expands towards the higher frequencies for higher initial propagation angles and electron energies. In the case of unducted propagation, the efficiency of cyclotron interactions is noticeably lower, and the frequency dependences of the one-hop wave gain and the equatorial growth rate differ: the waves having the initial wave angle directed towards the Earth are amplified much better, and this asymmetry increases with increasing electron energy.