

УДК 621.396.6

ПРИМЕНЕНИЕ КОНЦЕПЦИИ ВИРТУАЛЬНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЁТКИ В МИМО-РАДАРЕ ПРИ НАЛИЧИИ ОТРАЖЕНИЙ ОТ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

*В. Т. Ермолаев, А. Г. Флакман, О. А. Шмонин**

Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, Россия

Рассмотрен вопрос применимости концепции виртуальной антенной решётки в МИМО-радаре для оценки углового положения цели при наличии отражённых сигналов от земной поверхности. Сформулированы формальные критерии реализуемости виртуальной антенной решётки. Выполнен теоретический анализ различных антенных конфигураций. Установлены ограничения на размещение приёмных и передающих антенн МИМО-радаров. С помощью численного моделирования исследовано влияние отражённых сигналов на точность определения углового положения цели для различных антенных конфигураций.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время технология «множественный вход—множественный выход» (Multiple-Input Multiple-Output, МИМО) является не только основной для построения мобильных систем связи четвёртого (4G) и пятого (5G) поколений, но и активно развивается в применении к радиолокации [1–5]. Она позволяет существенно повысить эффективность радиолокационной системы и, в частности, увеличить разрешающую способность по угловым координатам [1, 6, 7]. Эта проблема особенно актуальна для приложений, где необходимо обеспечить высокое разрешение целей при ограничениях на габаритные размеры антенной системы, например для автомобильных радаров [1, 5, 8].

В МИМО-радаре используется несколько разнесённых передающих и приёмных антенн, при этом между каждой парой формируются независимые каналы передачи зондирующего сигнала. Разделение каналов осуществляется аналогично разделению информационных потоков в системах радиосвязи: по частоте, по времени или с помощью временных кодов [1, 9–11]. При этом необходимо обеспечить ортогональность сигналов, излучаемых различными антеннами, для устранения интерференции между приёмными каналами. На приёмной стороне взаимно ортогональные сигналы могут быть разделены различными способами, например с помощью согласованных фильтров [1, 6].

Одной из важных особенностей МИМО-радаров является возможность применения концепции виртуальной приёмной антенной решётки. Если имеется N_{tx} передающих и N_{rx} приёмных антенных элементов, то на выходах согласованных фильтров в каждом приёмнике выделяется N_{tx} различных сигналов. Таким образом, общее количество приёмных каналов равняется $N_v = N_{\text{tx}} \times N_{\text{rx}}$. Данный набор можно представить в виде выходов приёмных элементов некоторой антенной решётки, которую принято называть виртуальной. Положение виртуальных элементов определяется с помощью свёртки двух антенных массивов: приёмного и передающего [1, 6, 12]. Относительные координаты виртуальных приёмных антенн при этом определяются по формуле $\mathbf{r}_m = \mathbf{r}_{\text{tx}p} + \mathbf{r}_{\text{rx}q} - \mathbf{r}_0$, где $\mathbf{r}_{\text{tx}p}$ — вектор координат p -й передающей антенны, $\mathbf{r}_{\text{rx}q}$ — вектор координат q -й приёмной антенны, \mathbf{r}_0 — вектор, координаты которого зависят от выбора начала

* olgsh6@yandex.ru

системы координат, $m = N_{tx}(p - 1) + q$. Для удобства виртуальные антенные элементы могут быть перенумерованы в зависимости от конфигурации получившейся антенной решётки. Регулируя положения приёмных и передающих антенн, можно управлять свойствами виртуального антенного массива. При этом, как правило, положение антенн выбирается таким образом, чтобы виртуальная приёмная антенная решётка имела существенно большую апертуру по сравнению с реальной.

Концепция виртуальной антенной решётки позволяет применять традиционные методы оценки угловых координат целей, в том числе методы сверхразрешения [13–17]. Вопрос применимости такой концепции для свободного пространства, когда существует только один прямой путь между радаром и целью, широко освещён в литературе [1, 6, 12]. Однако ряд радиолокационных систем (например, трёхкоординатные автомобильные радары) предназначен для работы над поверхностью земли и при этом должен определять не только азимут, но и угол места цели. В этом случае вопрос применимости концепции виртуальной антенной решётки является открытым.

В данной работе приведены результаты теоретического исследования обозначенной проблемы. Выбрана сигнальная модель для ММО-радар, расположенного над земной поверхностью, сформулированы критерии реализуемости виртуальной антенной решётки. На основе данных критериев проведён анализ различных конфигураций антенных решёток ММО-радар, получены и теоретически обоснованы ограничения на положение приёмных и передающих антенн. Земная поверхность предполагается однородной, ровной и гладкой с произвольным коэффициентом отражения электромагнитных волн.

1. МОДЕЛЬ СИГНАЛА

Для построения модели сигнала для ММО-радар, расположенного над поверхностью земли, сделаем несколько предположений. Во-первых, будем полагать, что цель располагается в дальней зоне антенны на расстоянии $r \gg \gg 2D^2/\lambda$, где D — размер апертуры антенной системы, λ — длина волны. Следовательно, излучаемый и принимаемый антенной решёткой сигналы можно представить в виде плоских волн [18]. Во-вторых, примем модель гладкой плоской земной поверхности с коэффициентом отражения Френеля R .

В рамках сделанных предположений можно выделить четыре пути распространения сигнала от передатчика (Tx) до приёмника (Rx) с отражением от цели (Trg) как показано на рис. 1: прямой путь (LOS–LOS), путь с двойным отражением от поверхности земли (GR–GR) и два пути с одинарным отражением на участках цель–приёмник (LOS–GR) и передатчик–цель (GR–LOS).

Рассмотрим комплексную амплитуду $u_1(r_{tx}, r_{rx})$ гармонического сигнала, распространяющегося по пути LOS–LOS без отражения от земли. Обозначим через \mathbf{v}_1 единичный вектор прямого направления, определяющий положение цели в системе координат, связанной с радаром (см. рис. 1). Считая, что передающие и приёмные антенны расположены в плоскости YZ , получим, что $u_1(\mathbf{r}_{tx}, \mathbf{r}_{rx}) = A \exp[-ik\mathbf{v}_1(\mathbf{r}_{trg} - \mathbf{r}_{tx})] \exp[ik\mathbf{v}_1(\mathbf{r}_{rx} - \mathbf{r}_{trg})]$, где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, \mathbf{r}_{trg} — вектор координат цели, A — амплитуда. Вынесем множитель $A_1 = A \exp[-i2k(\mathbf{v}_1\mathbf{r}_{trg})]$,

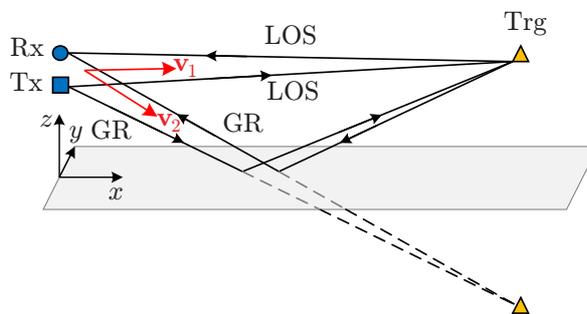


Рис. 1

не зависящий от положения антенн, и получим

$$u_1(r_{\text{tx}}, r_{\text{rx}}) = A_1 \exp[ik(\mathbf{v}_1 \mathbf{r}_{\text{tx}} + \mathbf{v}_1 \mathbf{r}_{\text{rx}})]. \quad (1)$$

Аналогичным образом введём выражения для трёх других сигналов u_2 , u_3 и u_4 , распространяющихся по путям GR-GR, LOS-GR и GR-LOS соответственно:

$$u_2(r_{\text{tx}}, r_{\text{rx}}) = A_2 \exp[ik(\mathbf{v}_2 \mathbf{r}_{\text{tx}} + \mathbf{v}_2 \mathbf{r}_{\text{rx}})], \quad (2)$$

$$u_3(r_{\text{tx}}, r_{\text{rx}}) = A_3 \exp[ik(\mathbf{v}_1 \mathbf{r}_{\text{tx}} + \mathbf{v}_2 \mathbf{r}_{\text{rx}})], \quad (3)$$

$$u_4(r_{\text{tx}}, r_{\text{rx}}) = A_4 \exp[ik(\mathbf{v}_2 \mathbf{r}_{\text{tx}} + \mathbf{v}_1 \mathbf{r}_{\text{rx}})]. \quad (4)$$

Здесь $A_2 = AR^2 \exp[-i2k(\mathbf{v}_2 \mathbf{r}_{\text{itr}})]$, $A_3 = A_4 = AR \exp[-ik(\mathbf{v}_1 \mathbf{r}_{\text{itr}} + \mathbf{v}_2 \mathbf{r}_{\text{itr}})]$, \mathbf{r}_{itr} — вектор координат мнимой цели, полученный с помощью метода отражения, с компонентами $(\mathbf{r}_{\text{itr}})_x = (\mathbf{r}_{\text{tr}})_x$, $(\mathbf{r}_{\text{itr}})_y = (\mathbf{r}_{\text{tr}})_y$, $(\mathbf{r}_{\text{itr}})_z = -(\mathbf{r}_{\text{tr}})_z$, \mathbf{v}_2 — вектор направления на мнимую цель. В конечном итоге, суммарный принятый в канале сигнал определяется выражением

$$u(r_{\text{tx}}, r_{\text{rx}}) = u_1(r_{\text{tx}}, r_{\text{rx}}) + u_2(r_{\text{tx}}, r_{\text{rx}}) + u_3(r_{\text{tx}}, r_{\text{rx}}) + u_4(r_{\text{tx}}, r_{\text{rx}}). \quad (5)$$

2. КРИТЕРИИ ВИРТУАЛЬНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЁТКИ

Для дальнейших рассуждений определим два понятия: виртуальная антенная решётка и реальная антенная решётка ММО-радар. Эти два понятия относятся к разным типам систем. Виртуальная антенная решётка представляет собой набор виртуальных приёмных элементов, положение которых даётся формулой свёртки. Сигнал, принимаемый таким элементом, определяется коэффициентом передачи в канале между соответствующими передающей и приёмной антеннами. Под реальной антенной решёткой будем понимать массив приёмных антенн традиционного радара, в котором используется только одна передающая антенна.

Применяя концепцию виртуальной антенной решётки, мы считаем, что принятый ею сигнал имеет общие свойства с сигналом, полученным с помощью такой же реальной решётки. Эти свойства могут быть положены в основу критериев применимости данной концепции. Будем рассматривать два критерия: критерий равенства сигналов и критерий равенства фазирующих векторов. Первый из них является наиболее простым и очевидным, а второй обусловлен тем, что для решения задачи определения углового положения цели строгое равенство сигналов виртуальной и реальной антенных решёток не является необходимым. Важным является лишь возможность представления принятого сигнала в виде суммы плоских волн, приходящих с соответствующих направлений [15].

2.1. Критерий равенства сигналов

Рассмотрим эталонную антенную конфигурацию, состоящую из одной передающей и двух приёмных антенн (реальная антенная решётка). В этом случае принятый сигнал можно представить в виде вектора

$$\mathbf{x} = [u(r_{\text{tx}1}, r_{\text{rx}1}), u(r_{\text{tx}1}, r_{\text{rx}2})]^T, \quad (6)$$

где индекс T обозначает транспонирование.

Заметим, что в случае свободного пространства (коэффициент отражения $R = 0$) сигнал $u(r_{\text{tx}}, r_{\text{rx}})$ в (1) является инвариантом суммы координат приёмника и передатчика. Добавим дополнительную передающую антенну с вектором координат $\mathbf{r}_{\text{tx}2} = \mathbf{r}_{\text{tx}1} + \mathbf{r}_{\text{rx}2} - \mathbf{r}_{\text{rx}1}$ и удалим вторую приёмную антенну. В результате получим виртуальную антенную решётку, в которой место

второй приёмной антенны заняла виртуальная антенна. При этом вектор \mathbf{x}_v принятого сигнала для виртуальной решётки равен вектору \mathbf{x} сигнала (6) для решётки с реальными приёмными антеннами ($\mathbf{x}_v = \mathbf{x}$).

Таким образом, критерий равенства сигналов может быть сформулирован следующим образом. Реальная приёмная антенна с координатами $\mathbf{r}_{rx2} = \mathbf{r}_{rx1} + \Delta\mathbf{r}$ может быть заменена виртуальной тогда и только тогда, когда сигнал, принятый этой антенной, будет равен сигналу, принятому антенной с координатами \mathbf{r}_{rx1} от передающей антенны с координатами $\mathbf{r}_{tx2} = \mathbf{r}_{tx1} + \Delta\mathbf{r}$. Данный критерий можно представить формально в виде равенства

$$u(\mathbf{r}_{tx1}, \mathbf{r}_{rx1} + \Delta\mathbf{r}) = u(\mathbf{r}_{tx1} + \Delta\mathbf{r}, \mathbf{r}_{rx1}). \quad (7)$$

Заметим, что данный критерий всегда выполняется в случае свободного пространства. Это можно проверить подстановкой выражения (5) в формулу (7).

2.2. Критерий равенства фазирующих векторов

В случае реальной антенной решётки без учёта шума вектор \mathbf{x} принятого сигнала (6) может быть представлен в виде суммы плоских волн, падающих на антенную решётку, т. е. разложен в базисе фазирующих векторов. Фазирующий вектор $\mathbf{s}(\mathbf{v})$ определяется как вектор комплексных амплитуд плоской волны, приходящей с некоторого направления \mathbf{v} [14, 15], т. е.

$$\mathbf{x} = c_1\mathbf{s}(\mathbf{v}_1) + \dots + c_j\mathbf{s}(\mathbf{v}_j), \quad (8)$$

$$\mathbf{s}(\mathbf{v}) = \{\exp[ik(\boldsymbol{\rho}_1 \mathbf{v})] \dots \exp[ik(\boldsymbol{\rho}_N \mathbf{v})]\}^T. \quad (9)$$

Здесь $\boldsymbol{\rho}_n$ — вектор координат n -й антенны в системе координат с центром на первой антенне решётки ($\boldsymbol{\rho}_n = \mathbf{0}$), J — размерность сигнального подпространства, N — число антенных элементов.

Таким образом, концепция виртуальной антенной решётки применима тогда и только тогда, когда вектор \mathbf{x}_v сигналов, принятых этой решёткой, можно разложить в том же базисе фазирующих векторов, что и вектор \mathbf{x} сигналов, принятых реальной решёткой, т. е.

$$\mathbf{x}_v = c_{v1}\mathbf{s}(\mathbf{v}_1) + \dots + c_{vJ}\mathbf{s}(\mathbf{v}_J). \quad (10)$$

При этом координаты виртуальных антенных элементов определяются по формуле

$$\boldsymbol{\rho} = \mathbf{r}_{tx} + \mathbf{r}_{rx} - \mathbf{r}_{tx1} - \mathbf{r}_{rx1}. \quad (11)$$

Заметим, что, если выполнен критерий (7) равенства сигналов, то критерий (10) равенства фазирующих векторов также выполняется.

3. ПРАВИЛО РАСПОЛОЖЕНИЯ АНТЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Как было отмечено ранее, в случае свободного пространства критерий (7) равенства сигналов всегда выполняется, а потому нет ограничений на положение приёмников и передатчиков, связанных с нарушением сигнальной модели для методов пространственной обработки сигналов. Однако в случае наличия отражения от земли ситуация меняется. Рассмотрим три типа антенных конфигураций ММО-радаров.

Конфигурация № 1. Все передающие антенны имеют одинаковую высоту ($z_{tx} = \text{const}$), а приёмные — расположены произвольно. В этом случае выполняются оба введённых выше критерия и концепция виртуальной антенной решётки применима.

Конфигурация №2. Все приёмные антенны имеют одинаковую высоту ($z_{rx} = \text{const}$), а передающие — расположены произвольно. Для этой конфигурации всегда выполнен критерий (10) равенства фазирующих векторов, однако критерий равенства сигналов выполняется только при определённых условиях.

Конфигурация №3. В ММО-радаре по высоте разнесены и передающие и приёмные антенны. В этом случае ни один из критериев не выполняется, а применение концепции виртуальной антенной решётки приводит к ошибке измерения угла места цели.

Доказательство приведённых утверждений представлено в следующих разделах. Однако на основе рассмотренных типов антенных конфигураций ММО-радар можно заключить следующее: для применения концепции виртуальной антенной решётки в условиях влияния поверхности земли необходимо и достаточно, чтобы элементы хотя бы одного типа (приёмники или передатчики) имели одинаковую высоту.

4. АНАЛИЗ КРИТЕРИЯ РАВЕНСТВА СИГНАЛОВ

Рассмотрим критерий (7) равенства сигналов, который запишем в виде разности $\delta = u(\mathbf{r}_{tx1}, \mathbf{r}_{rx1} + \Delta\mathbf{r}) - u(\mathbf{r}_{tx1} + \Delta\mathbf{r}, \mathbf{r}_{rx1}) = 0$. Из (1) имеем, что сигналы $u_1(\mathbf{r}_{tx1}, \mathbf{r}_{rx1} + \Delta\mathbf{r})$ и $u_1(\mathbf{r}_{tx1} + \Delta\mathbf{r}, \mathbf{r}_{rx1})$ взаимно уничтожаются. Аналогичный результат для сигнала u_2 следует из (2). Для вычисления разности для сигналов u_3 и u_4 учтём равенство горизонтальных составляющих векторов \mathbf{v}_1 и \mathbf{v}_2 ($v_{1x} = v_{2x}$, $v_{1y} = v_{2y}$). После алгебраических преобразований, применяя представление тригонометрических функций через комплексные экспоненты, получим

$$\delta = 4CA_3F(\Delta z, z_{tx1}, z_{rx1}) \sin(\Omega_1 \Delta z) \sin[\Omega_1 (z_{tx1} - z_{rx1})], \quad (12)$$

где

$$F(\Delta z, z_{tx1}, z_{rx1}) = \exp[i\Omega_2 (z_{tx1} + z_{rx1} + \Delta z)], \quad (13)$$

$$C = \exp[ik (v_{1x}x_{tx} + v_{1x}x_{rx} + v_{1y}y_{tx} + v_{1y}y_{rx} + v_{1x}\Delta x + v_{1y}\Delta y)], \quad (14)$$

$$\Omega_1 = 0,5k (v_{2z} - v_{1z}), \quad \Omega_2 = 0,5k (v_{2z} + v_{1z}). \quad (15)$$

Из полученных уравнений видно, что величина δ равняется нулю при произвольном положении цели в двух случаях: $\Delta z = 0$ и $z_{tx1} - z_{rx1} = 0$. Первый случай соответствует конфигурации №1, когда все передатчики имеют одинаковую высоту, а второй — конфигурации №2, когда все приёмники имеют одинаковую высоту, равную высоте некоторого передатчика, $z_{rx} = z_{tx1} = \text{const}$. Для конфигурации №3 в общем случае величина δ отлична от нуля, т.е. критерий равенства сигналов не выполняется.

5. АНАЛИЗ КРИТЕРИЯ РАВЕНСТВА ФАЗИРУЮЩИХ ВЕКТОРОВ

Анализ критерия равенства фазирующих векторов включает в себя два этапа. На первом этапе покажем, что критерий выполняется для конфигураций №1 и 2. На втором — что в остальных случаях (конфигурация №3) критерий не выполняется.

Вначале, рассмотрим реальную антенную решётку и покажем, что вектор принятого сигнала может быть представлен в виде линейной комбинации двух фазирующих векторов $\mathbf{s}(\mathbf{v}_1)$ и $\mathbf{s}(\mathbf{v}_2)$, соответствующих реальной цели и её отражению. Для этого сгруппируем сигналы u_1, u_2, u_3, u_4 и найдём $a_1 = u_1 + u_4$, $a_2 = u_2 + u_3$. Вынося за скобку общий множитель, с учётом (11) получим следующий результат:

$$a_1 = c_1 \exp[ik (\mathbf{v}_1 \boldsymbol{\rho})], \quad a_2 = c_2 \exp[ik (\mathbf{v}_2 \boldsymbol{\rho})], \quad (16)$$

$$c_1 = [A_1 + A_4 \exp(i2\Omega_1 z_{tx})] \exp[ik\mathbf{v}_1 (\mathbf{r}_{tx1} + \mathbf{r}_{rx1})], \quad (17)$$

$$c_2 = [A_2 + A_3 \exp(-i2\Omega_1 z_{tx})] \exp[ik\mathbf{v}_2 (\mathbf{r}_{tx1} + \mathbf{r}_{rx1})]. \quad (18)$$

Заметим, что величины c_1 и c_2 не зависят от индекса элемента решётки. Сравнивая (16) с (8) и (9), получим требуемый результат.

Приведённые преобразования можно применить и для конфигурации №1 в силу того, что $z_{tx} = \text{const}$. Следовательно, для этой конфигурации верно условие (10) и критерий равенства фазирующих векторов выполняется. Также это следует из того, что для конфигурации №1 всегда выполнен критерий равенства сигналов, что автоматически приводит к выполнению более слабого критерия равенства фазирующих векторов.

Физически полученный результат можно объяснить следующим образом. В реальной антенной решётке и виртуальной антенной решётке, полученной для конфигурации №1, только приёмные антенны имеют разнесение в вертикальной плоскости. Следовательно, вертикальный набег фаз между элементами определяется только обратным сегментом пути (от цели до приёмных антенн).

В конфигурации №2 в вертикальной плоскости разнесены только передатчики. Соответственно, вертикальный набег фаз в элементах виртуальной антенной решётки зависит только от прямого сегмента пути распространения сигнала (от передающих антенн до цели). Сгруппируем сигналы u_1, u_2, u_3, u_4 и найдём $b_1 = u_1 + u_3, b_2 = u_2 + u_4$. После аналогичных преобразований с учётом того, что $z_{rx} = \text{const}$, получим:

$$b_1 = \beta_1 \exp[ik (\mathbf{v}_1 \boldsymbol{\rho})], \quad b_2 = \beta_2 \exp[ik (\mathbf{v}_2 \boldsymbol{\rho})], \quad (19)$$

$$\beta_1 = [A_1 + A_3 \exp(i2\Omega_1 z_{rx})] \exp[ik\mathbf{v}_1 (\mathbf{r}_{tx1} + \mathbf{r}_{rx1})], \quad (20)$$

$$\beta_2 = [A_2 + A_4 \exp(-i2\Omega_1 z_{rx})] \exp[ik\mathbf{v}_2 (\mathbf{r}_{tx1} + \mathbf{r}_{rx1})]. \quad (21)$$

Сравнивая выведенные выражения с (8) и (9), получим требуемый результат, т.е. критерий выполняется.

Рассмотрим конфигурацию №3. Покажем, что в этом случае провести разложение (10) не представляется возможным. Выделим виртуальную подрешётку, состоящую из четырёх элементов, полученных с помощью двух приёмных и двух передающих антенн, разнесённых по вертикали. Вектор принятого сигнала для такой подрешётки имеет вид

$$\mathbf{x}_v = [u(\mathbf{r}_{tx1}, \mathbf{r}_{rx1}) \ u(\mathbf{r}_{tx1}, \mathbf{r}_{rx2}) \ u(\mathbf{r}_{tx2}, \mathbf{r}_{rx1}) \ u(\mathbf{r}_{tx2}, \mathbf{r}_{rx2})]^T. \quad (22)$$

Для того, чтобы получить разложение (10), необходимо найти решение системы линейных уравнений $\mathbf{S}\mathbf{C}_v = \mathbf{x}_v$, где $\mathbf{S} = [\mathbf{s}(\mathbf{v}_1) \ \mathbf{s}(\mathbf{v}_2)]$ — матрица коэффициентов системы, $\mathbf{C}_v = [c_{v1} \ c_{v2}]^T$ — вектор неизвестных коэффициентов разложения. В соответствии с теоремой Кронекера—Капелли система совместна тогда и только тогда, когда ранг матрицы \mathbf{S} коэффициентов равен рангу расширенной матрицы $[\mathbf{S}|\mathbf{x}_v]$ [19], т.е. $\text{rank}(\mathbf{S}) = \text{rank}([\mathbf{S}|\mathbf{x}_v])$. Покажем, что существует такое множество положений цели, при котором данная система не имеет решений. Для этого вычислим верхний минор $\det(\mathbf{S}_{\text{top2}})$ матрицы \mathbf{S} с учётом (11), (15) и порядка индексации элементов, заданного в выражении (22). В результате получим

$$\det(\mathbf{S}_{\text{top2}}) = 2i \exp[i0,5k\Delta\mathbf{r}_{rx} (\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2)] \sin(\Omega_1 \Delta z_{rx}), \quad (23)$$

где $\Delta\mathbf{r}_{rx} = \mathbf{r}_{rx2} - \mathbf{r}_{rx1}$, $\Delta z_{rx} = z_{rx2} - z_{rx1} \neq 0$. Видно, что, за исключением конечного числа положений источника, значение определителя отлично от нуля. Следовательно, ранг матрицы равен двум.

Далее вычислим значение верхнего минора $\det([\mathbf{S}|\mathbf{x}_v]_{\text{top3}})$ расширенной матрицы $[\mathbf{S}|\mathbf{x}_v]$. Учтём, что принятый вектор сигнала (22) может быть представлен в виде суммы векторов u_1, \dots, u_4 аналогично (5). Тогда из свойств определителя получим [19]

$$D = \det([\mathbf{S}|\mathbf{x}_v]_{\text{top3}}) = D_1 + \dots + D_4, \quad (24)$$

где $D_n = \det([\mathbf{S}|\mathbf{u}_n]_{\text{top3}})$. Заметим, что определитель D_1 равен нулю, так как первая и третья колонки соответствующей матрицы пропорциональны. Аналогично можно показать, что равен нулю и определитель D_2 . Два оставшихся определителя D_3 и D_4 требуют прямого вычисления. После некоторых математических преобразований получим

$$D_3 = G \exp[ik(\mathbf{v}_1 \mathbf{r}_{\text{tx1}}) + (\mathbf{v}_2 \mathbf{r}_{\text{rx1}})], \quad (25)$$

$$D_4 = -G \exp[ik(\mathbf{v}_2 \mathbf{r}_{\text{tx1}}) + (\mathbf{v}_1 \mathbf{r}_{\text{rx1}})], \quad (26)$$

$$G = 4A_3 E_1 \sin(\Omega_1 \Delta z_{\text{rx}}) \sin(\Omega_1 \Delta z_{\text{tx}}), \quad (27)$$

$$E_1 = \exp[i0,5k(\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2)(\Delta \mathbf{r}_{\text{tx}} + \Delta \mathbf{r}_{\text{rx}})]. \quad (28)$$

Здесь $\Delta \mathbf{r}_{\text{tx}} = \mathbf{r}_{\text{tx2}} - \mathbf{r}_{\text{tx1}}$, $\Delta z_{\text{tx}} = z_{\text{tx2}} - z_{\text{tx1}}$. В итоге, подставляя (25) и (26) в (24), получим

$$D = 2iG \sin(\Omega_1 \Delta z_1) \exp[i0,5k(\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2)(\mathbf{r}_{\text{tx1}} + \mathbf{r}_{\text{rx1}})], \quad (29)$$

$$|D| = 8 |AR| |\sin(\Omega_1 \Delta z_{\text{rx}}) \sin(\Omega_1 \Delta z_{\text{tx}}) \sin(\Omega_1 \Delta z_1)|, \quad (30)$$

где $\Delta z_1 = z_{\text{rx1}} - z_{\text{tx1}}$. Видно, что полученный определитель равен нулю при произвольном положении цели в трёх случаях: $\Delta z_{\text{rx}} = 0$, $\Delta z_{\text{tx}} = 0$ и $\Delta z_1 = 0$. Первые два условия для конфигурации №3 не выполняются. Если выполнено последнее условие, то следует изменить индексацию передатчиков. В результате получим, что определитель D отличен от нуля за исключением конечного числа вариантов положения цели, а ранг расширенной матрицы равен трём. Анализируя выражения (23) и (30), приходим к выводу, что существует бесконечное множество положений цели, когда ранги матрицы \mathbf{S} и $[\mathbf{S}|\mathbf{x}_n]$ различны. Следовательно, система не совместна, провести разложение (10) не представляется возможным и критерий равенства фазирующих векторов не выполняется.

Физически полученные выводы для конфигурации №3 можно объяснить следующим образом. Вертикальный набег фаз между элементами виртуальной антенной решётки определяется и передающими, и приёмными антеннами. В этом случае проблемы вызваны наличием путей распространения сигнала с однократным отражением. Назовём виртуальной подрешёткой группу элементов, связанных с конкретной передающей антенной радара. Набег фаз внутри подрешётки определяется волновым фронтом от цели до приёмных антенн, а между подрешётками — волновым фронтом от передающих антенн до цели. В результате для виртуальной антенной решётки происходит «излом» волнового фронта, что приводит к ошибкам определения угла места.

6. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

С целью иллюстрации и дальнейшего исследования полученных теоретических результатов было проведено численное моделирование для четырёх антенных конфигураций ММО-радар, представленных на рис. 2. Передающие антенны показаны красными квадратами, реальные приёмные — красными кружками, а виртуальные приёмные — пунктирными кружками. Приёмные антенные решётки во всех конфигурациях состоят из 64 реальных или виртуальных элементов, 64. В первой конфигурации приём сигнала осуществляется с помощью реальной антенной решётки, во всех остальных — с помощью виртуальной. При этом реальная и виртуальные антенные

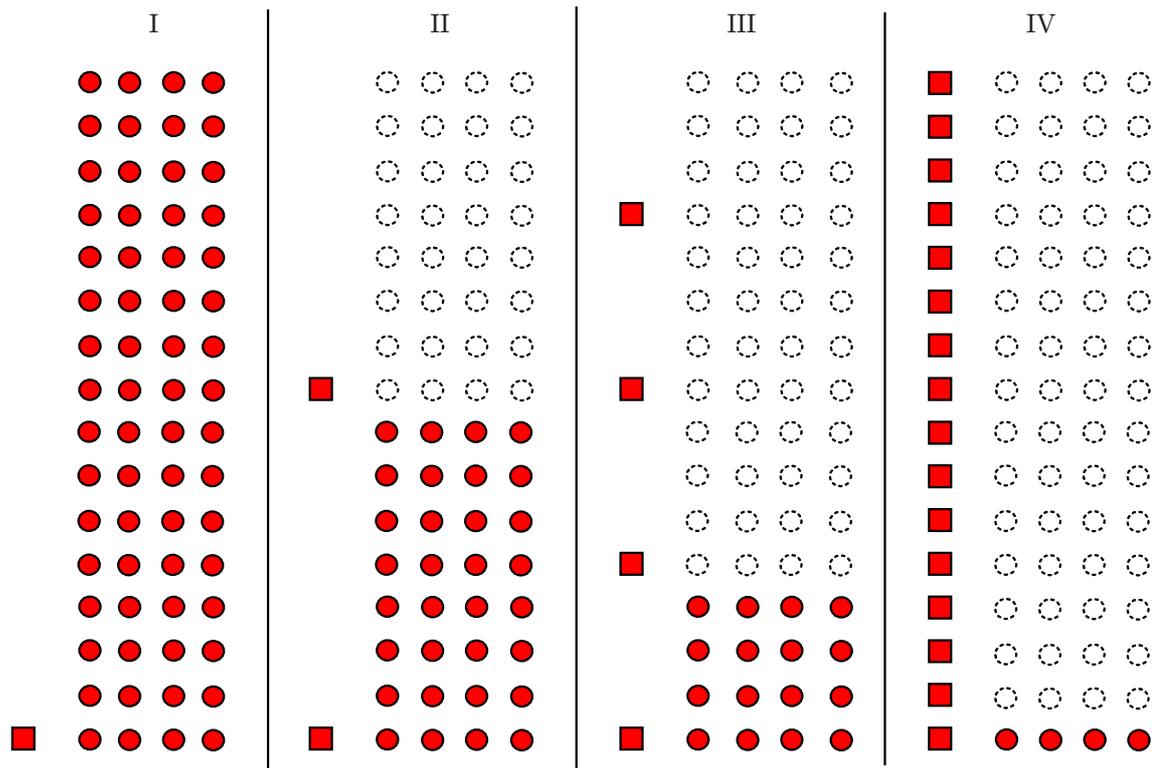


Рис. 2

решётки эквивалентны, т. е. сигналы, принятые ими в свободном пространстве, равны. Модель сигнала была задана в соответствии с выражениями (1)–(5). Для исследования влияния земной поверхности на оценку углового положения целей был проанализирован идеализированный случай, т. е. иные факторы, в том числе собственные шумы приёмных устройств, были исключены из рассмотрения.

На рис. 3 приведены пространственные спектры $\eta(\theta)$ в зависимости от угла места цели θ , полученные с помощью алгоритма сканирования диаграммой направленности антенной решётки в вертикальной плоскости (метод Фурье) [14, 15] для первой и третьей антенных конфигураций (синяя и красная кривые соответственно). Период решёток $d = \lambda = 5$ мм. Ширина главного лепестка диаграммы направленности в вертикальной плоскости по уровню -3 дБ составляла 3° . Высота нижнего передатчика и нижней строки приёмных антенн была $0,5$ м, дальность до цели 100 м, её высота $6,4$ м. Коэффициент отражения Френеля $R = -0,9$, собственный шум приёмных устройств не учитывался. Отметим, что в исследуемых конфигурациях число приёмных антенн в одной строке не влияет на результат и может быть произвольным.

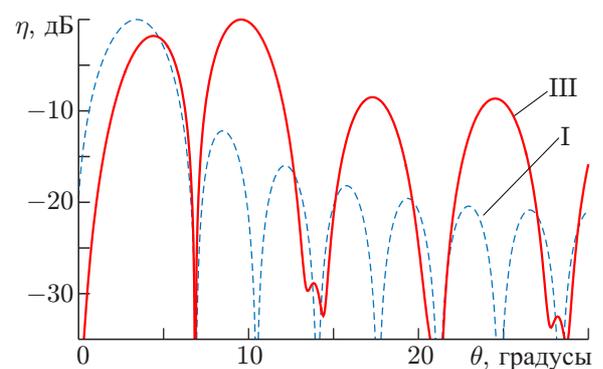


Рис. 3

Видно, что пространственные спектры для реальной антенной решётки традиционного радара и виртуальной антенной решётки ММО-радары существенно отличаются. При оценке угла места цели по максимуму пространственного спектра с помощью ММО-радары имеется существенная

систематическая ошибка. Данный результат объясняется тем, что для конфигурации № 3 не выполняется ни один из критериев реализуемости виртуальной решётки.

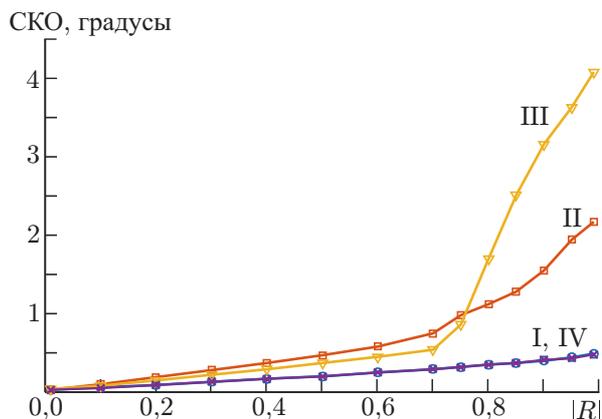


Рис. 4

положения цели, полученной по максимуму пространственного спектра, в зависимости от коэффициента отражения R . Для каждого значения R проводилось 10 000 независимых численных экспериментов. Номер кривой соответствует номеру антенной конфигурации. Собственные шумы не учитывались.

Сравним ошибки для четвертой конфигурации, которая удовлетворяет критерию равенства фазирующих векторов, и для эталонной (первой) конфигурации, состоящей только из реальных антенн. Видно, что они являются одинаковыми и не превышают $0,5^\circ$. Отметим, что наличие данной ошибки связано с влиянием отраженного от земли луча, т.к. метод Фурье является оптимальным только при наличии одной цели в свободном пространстве [14, 15]. Для второй и третьей антенных конфигураций ни один из критериев не выполняется. Поэтому соответствующая ошибка при всех $|R|$ больше, а при больших $|R| > 0,7$ ошибка существенно возрастает и достигает нескольких градусов. При этом наибольший рост ошибки наблюдается для третьей конфигурации. Это объясняется тем фактом, что она содержит наибольшее число порождаемых различными передающими антеннами виртуальных «подрешёток», на стыке которых нарушается представление сигнала в виде суммы двух волновых фронтов.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрен вопрос применимости концепции виртуальной антенной решётки в ММО-радаре при условии наличия отражений от земной поверхности. Сформулированы формальные критерии реализуемости виртуальной антенной решётки, на основе которых проведён анализ различных антенных конфигураций. Показано, что при наличии отражённых сигналов концепция виртуальной антенной решётки может быть применена только для ММО-конфигураций, в которых все передающие или все приёмные антенны расположены на одинаковой высоте. Для антенных конфигураций, не удовлетворяющих сформулированным критериям, с помощью численного моделирования проведён анализ ошибки при оценке угла места цели в зависимости от коэффициента отражения Френеля. Показано, что ошибка всегда больше ошибки для традиционного радара, использующего реальную приёмную антенную решётку. Более того, при достаточно большом коэффициенте отражения разница ошибок может быть существенной.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bergin J., Guerci J. R. MIMO Radar. Theory and Application. London : Artech House, 2018. 231 p.
2. Черняк В. С. // Успехи современной радиоэлектроники. 2014. № 7. С. 35–48.
3. Черняк В. С. // Успехи современной радиоэлектроники. 2011. № 2. С. 5–20.
4. Li J., Stoica P. // IEEE Signal Proc. Magazine. 2007. V. 24, No. 5. P. 106–114. <https://doi.org/10.1109/MSP.2007.904812>
5. Patole S., Torlak M., Wang D., Ali M. // IEEE Signal Proc. Magazine. 2017. V. 34, No. 2. P. 22–35. <https://doi.org/10.1109/MSP.2016.2628914>
6. Li J., Stoica P. MIMO Radar signal processing. Hoboken : John Wiley & Sons, Inc., 2009. 448 p.
7. Hassaniien A., Vorobyov S. A. // IEEE Trans. Signal Proc. 2010. V. 58, No. 6. P. 3 137–3 151. <https://doi.org/10.1109/TSP.2010.2043976>
8. Myakinkov A. V., Sidorov S. B., Shishanov S. V., Shabalin S. A. // The 19th Intern. Radar Symp. 20–22 June 2018. Bonn, Germany. P. 1–8. <https://doi.org/10.23919/IRS.2018.8447926>
9. Sun H., Briguei F., Lesturgie M. // 2014 Intern. Radar Conf. 13–17 October 2014. Lille, France. P. 1–6. <https://doi.org/10.1109/RADAR.2014.7060251>
10. Li J., Stoica P., Zheng X. // IEEE Trans. Signal Proc. 2008. V. 56, No. 8. P. 3 959–3 968. <https://doi.org/10.1109/TSP.2008.923197>
11. Davis M. S., Showman G. A., Lanterman A. D. // IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine. 2014. V. 29, No. 8. P. 76–91. <https://doi.org/10.1109/MAES.2014.130148>
12. Forsythe K. W., Bliss D. // IEEE J. Selected Topics in Signal Proc. 2010. V. 4, No. 1. P. 21–32. <https://doi.org/10.1109/JSTSP.2009.2038969>
13. Караваев В. В., Сазонов В. В. Статистическая теория пассивной локации. М. : Радио и связь, 1987. 240 с.
14. Godara L. C. Smart Antennas. London : CRC Press, 2004. 472 p.
15. Tuncer E., Friedlander B. Classical and modern direction-of-arrival estimation. London : Elsevier Inc., 2009. 429 p.
16. Родионов А. А., Турчин В. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 2017. Т. 60, № 1. С. 60–71. <https://doi.org/10.1007/s11141-017-9776-0>
17. Ермолаев В. Т., Флакман А. Г., Елохин А. В., Шмонин О. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 2018. Т. 61, № 11. С. 945–957.
18. Чёрный Ф. Б. Распространение радиоволн. М. : Сов. радио, 1972. 464 с.
19. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. М. : Наука, 1988. 552 с.

Поступила в редакцию 28 февраля 2020 г.; принята в печать 31 марта 2020 г.

USING THE CONCEPT OF A VIRTUAL ANTENNA ARRAY IN A MIMO RADAR IN THE PRESENCE OF REFLECTIONS FROM THE EARTH SURFACE

V. T. Ermolayev, A. G. Flaksman, and O. A. Shmonin

We consider the problem of using the concept of a virtual antenna array in a MIMO radar for estimating the angular location of target in the presence of the signals reflected from the Earth surface. Formal criteria of realizability of a virtual antenna array are developed. Various antenna configurations are analyzed theoretically. Restrictions on the location of the receiving and transmitting antennas of a MIMO radar are established. The influence of the reflected signals on the accuracy of determining the angular location of a target is studied for various antenna configurations using the numerical simulation.

V. T. Ермолаев, А. Г. Флакман, О. А. Шмонин