УДК 533.9.01 DOI: 10.52452/00213462_2020_63_12_1022

САМОСОГЛАСОВАННЫЕ СТАЦИОНАРНЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ И КОНЦЕНТРАЦИИ ПЛАЗМЫ ПРИ ИОНИЗАЦИОННОМ САМОКАНАЛИРОВАНИИ КВАЗИЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ВОЛН

Е. А. Широков *

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

Найдены самосогласованные стационарные распределения электрического поля и концентрации плазмы при ионизационном самоканалировании квазиэлектростатических волн в нижнегибридном диапазоне частот. Для расчётов использовано эмпирическое соотношение между частотой ударной ионизации и амплитудой волнового электрического поля, применявшееся ранее в схожих задачах. Уточнены условия применимости этого соотношения и его вид. Найдены геометрические характеристики антенны, излучение которой приводит к формированию полученной разрядной структуры.

ВВЕДЕНИЕ

Одним из механизмов нелинейности в плазме является ударная ионизация в волновом электрическом поле излучающей антенны. В резонансных диапазонах частот это может приводить к формированию плазменно-волновых каналов — самосогласованных разрядных структур с повышенной концентрацией плазмы (плазменных дактов), вытянутых вдоль внешнего магнитного поля. При этом волны, поддерживающие такие каналы, распространяются в них в режиме самоканалирования.

Плазменно-волновые каналы впервые были получены в нижнегибридном диапазоне частот в лабораторных условиях [1]. В дальнейшем эксперименты по созданию и изучению таких структур ставились как в лабораторных установках [2–4], так и в околоземной плазме с помощью антенн, установленных на ракетах [5, 6].

Линейная задача о собственных модах и их возбуждении в плазменных дактах решена строго для заданных кусочно-постоянных профилей концентрации в цилиндрической геометрии [7]. Общая нелинейная теория плазменно-волновых каналов всё ещё не развита, но были достигнуты значительные успехи в рассмотрении отдельных аспектов их формирования. В статье [2] были найдены точные аналитические самосогласованные стационарные распределения волнового электрического поля и концентрации плазмы поперёк канала в рамках одномерной (плоской) модели. Более общий случай, в котором самосогласованным образом учитывалась также температура электронов, был проанализирован численно в работе [8] для азимутально-симметричных структур. Предварительное рассмотрение роста (вытягивания) канала было проведено в статье [9].

В данной работе рассматриваются азимутально-симметричные и однородные (вдоль магнитного поля) стационарные плазменно-волновые каналы, формируемые благодаря дополнительной ионизации фоновой плазмы, в квазиэлектростатическом приближении [10] в той части нижнегибридного диапазона частот

$$\Omega_{\mathrm{LH}} < \omega < \min(\omega_{\mathrm{pe}}, \omega_{\mathrm{ce}}), \qquad (1)$$

в которой выполняются условия

$$\omega^2 \ll \omega_{\mathrm{ce}}^2, \qquad \omega_{\mathrm{pe}}^2 \ll \omega_{\mathrm{ce}}^2. \qquad (2)$$

* eshirokov@yandex.ru

Здесь ω — круговая частота излучения, $\Omega_{\rm LH}$ — нижнегибридная частота, $\omega_{\rm pe}$ и $\omega_{\rm ce}$ — плазменная и циклотронная частóты электронов соответственно. В статье найдено и проанализировано численное решение самосогласованной системы уравнений для электронной концентрации и комплексной амплитуды квазиэлектростатического потенциала, отвечающее локализованным плазменно-волновым структурам. Обсуждаются границы применимости и вид использованной в предыдущих работах [1, 2] эмпирической зависимости частоты ударной ионизации от амплитуды волнового электрического поля. Найдены геометрические характеристики антенны, излучение которой приводит к формированию полученной разрядной структуры.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

1.1. Исходные уравнения

Уравнение для распределения концентрации плазмы N в стационарном режиме следует из соотношений [11]

$$\operatorname{div}\mathbf{\Gamma}_{\rm e}=\operatorname{div}\mathbf{\Gamma}_{\rm i}=q, \tag{3}$$

где $\mathbf{\Gamma}_{\rm e}$ и $\mathbf{\Gamma}_{\rm i}$ — плотности потоков электронов и ионов соответственно,

$$q=(\nu_{\rm i}-\nu_{\rm a})N+q_{\rm ext} \tag{4}$$

— число электрон-ионных пар, исчезающих за счёт диссоциативного прилипания [1] с частотой $\nu_{\rm a}$ и образующихся за счёт ионизации электронным ударом с частотой $\nu_{\rm i}$ в единице объёма в единицу времени t, а также образующихся за счёт работы внешнего источника ионизации

$$q_{\rm ext}=(\nu_{\rm a\,0}-\nu_{\rm i\,0})N_0, \tag{5}$$

где индекс 0 обозначает величины, соответствующие фоновой плазме, который поддерживает равновесную (в отсутствие волны) концентрацию последней N_0. Здесь пренебрегается рекомбинацией, которая несущественна в рассматриваемых далее условиях. Плотности потоков выражаются как

$$\mathbf{\Gamma}_{\rm e}=-\frac{1}{e}\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{\rm e}\mathbf{E}_{\rm s}-\hat{\mathbf{D}}_{\rm e}\nabla N_{\rm e},\qquad \mathbf{\Gamma}_{\rm i}=\frac{1}{e}\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{\rm i}\mathbf{E}_{\rm s}-\hat{\mathbf{D}}_{\rm i}\nabla N_{\rm i}, \tag{6}$$

где $e>0$ — элементарный заряд; $N_{\rm e}$ и $N_{\rm i}$ — концентрации, $\hat{\mathbf{D}}_{\rm e}$ и $\hat{\mathbf{D}}_{\rm i}$ — тензоры диффузии, $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{\rm e}$ и $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{\rm i}$ — тензоры проводимости электронов и ионов соответственно ($N_{\rm e}=N_{\rm i}\equiv N$ в силу квазинейтральности); $\mathbf{E}_{\rm s}$ — напряжённость электрического поля, обусловленного разделением зарядов в плазме.

Рассмотрим теперь азимутально-симметричный плазменно-волновой канал, вытянутый вдоль внешнего магнитного поля $\mathbf{H}_{\rm ext}$, такой, что

$$\frac{L_\|^2}{L_\perp^2}\gg\frac{D_{\rm e\|}}{D_{\rm i\perp}}\,, \tag{7}$$

где $L_\|$ и $L_\perp$ — характерные продольный и поперечный (по отношению к $\mathbf{H}_{\rm ext}$) масштабы неоднородности концентрации соответственно, $D_{\rm e\|}$ и $D_{\rm i\perp}$ — коэффициенты диффузии электронов

[1] Под диссоциативным прилипанием понимается парный процесс столкновения электрона (e) с молекулой, протекающий по схеме $\rm e+AB\to A^-+B$, где A и B — компоненты молекулы AB [12].

вдоль $\mathbf{H}_{\rm ext}$ и ионов поперёк $\mathbf{H}_{\rm ext}$ соответственно. Тогда равенства (3) сводятся к уравнению диффузии [13]

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(D_\parallel\,\frac{\partial N}{\partial z}\right)+\frac{1}{\rho}\,\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho D_\perp\,\frac{\partial N}{\partial\rho}\right)+\nu_{\rm i}N-\nu_{\rm a}N+q_{\rm ext}=0, \tag{8}$$

где цилиндрическая координата $\rho\geq 0$ отсчитывается от оси плазменного дакта в поперечном направлении, ось z совпадает с осью дакта и направлением внешнего магнитного поля. Производная по азимутальному углу ϕ в плоскости поперёк $\mathbf{H}_{\rm ext}$ не входит в уравнение (8) в силу азимутальной симметрии. Коэффициенты диффузии в этом уравнении при условии, что температура ионов много меньше температуры электронов $T_{\rm e}$ (которое обычно выполняется в разряде), выражаются формулами

$$D_\parallel=D_{\rm e\parallel}=\frac{T_{\rm e}}{m_{\rm e}\nu_{\rm em}}\,,\qquad D_\perp=D_{\rm e\perp}=\frac{T_{\rm e}\nu_{\rm em}}{m_{\rm e}\omega_{\rm ce}^2}\,, \tag{9}$$

где $m_{\rm e}$ — масса электрона. В рассматриваемых далее условиях слабой ионизации плазмы частота соударений определяется столкновениями электронов с нейтральными молекулами с эффективной частотой $\nu_{\rm em}$.

Неравенство (7) заведомо выполнено для бесконечно длинного ($L_\parallel\to\infty$) плазменно-волнового канала, который и рассматривается далее. Следует также отметить, что в отсутствие $\mathbf{H}_{\rm ext}$, а также в одномерной задаче при наличии $\mathbf{H}_{\rm ext}$ распределение концентрации N описывается уравнением диффузии независимо от выполнения условия (7), в то время как в общем трёхмерном случае при наличии $\mathbf{H}_{\rm ext}$ равенства (3) не могут быть сведены к уравнению диффузии [14, 15].

Таким образом, в стационарном режиме распределение концентрации $N(\rho)$, соответствующее бесконечно длинному, азимутально-симметричному и однородному вдоль магнитного поля плазменно-волновому каналу, описывается уравнением

$$\frac{1}{\rho}\,\frac{\rm d}{{\rm d}\rho}\left(\rho D_\perp\,\frac{{\rm d}N}{{\rm d}\rho}\right)+(\nu_{\rm i}-\nu_{\rm a})N+q_{\rm ext}=0. \tag{10}$$

Согласно (9) поперечная диффузия в данном случае имеет амбиполярный характер и определяется движением электронной компоненты [14].

Приведём зависимости частот соударений, ионизации и прилипания от концентрации нейтральных молекул $N_{\rm m}\gg N$ и температуры электронов $T_{\rm e}$ для её значений порядка нескольких электрон-вольт [11, 16]:

$$\nu_{\rm em}[{\rm c}^{-1}]=1{,}23\cdot 10^{-7}N_{\rm m}[{\rm см}^{-3}](T_{\rm e}[{\rm эВ}])^{5/6}, \tag{11}$$

$$\nu_{\rm i}[{\rm c}^{-1}]=2{,}7\cdot 10^{-8}N_{\rm m}[{\rm см}^{-3}]\left(\frac{T_{\rm e}[{\rm эВ}]}{14}\right)^{1/2}\left(1+\frac{T_{\rm e}[{\rm эВ}]}{7}\right)\exp\left(-\frac{14}{T_{\rm e}[{\rm эВ}]}\right), \tag{12}$$

$$\nu_{\rm a}[{\rm c}^{-1}]=7{,}2\cdot 10^{-12}N_{\rm m}[{\rm см}^{-3}]. \tag{13}$$

Существенно, что частота прилипания не зависит от $T_{\rm e}$, т. е. составляет одну и ту же величину в разряде (где $T_{\rm e}\gg T_{\rm e\,0}$) и в фоновой плазме: $\nu_{\rm a}=\nu_{\rm a\,0}$.

Уравнение для комплексной амплитуды $\Phi(\rho)$ потенциала ${\rm Re}\,[\Phi(\rho)\exp(ihz-i\omega t)]$, который соответствует каналированному распространению с постоянной h в направлении $z>0$ квазиэлектростатической волны, имеет вид [10]

$$\frac{{\rm d}^2\Phi}{{\rm d}\rho^2}+\frac{1}{\rho}\frac{{\rm d}\Phi}{{\rm d}\rho}-h^2\left(1-\frac{N}{N_{\rm c}}\right)\Phi=0, \tag{14}$$

где $N_{\rm c}$ — критическая концентрация плазмы на частоте ω. Это уравнение следует из соотношения $\mathrm{div}\,\{\hat{\boldsymbol\epsilon}\nabla[\Phi(\rho)\exp(ihz)]\} = 0$, где $\hat{\boldsymbol\epsilon}$ — тензор диэлектрической проницаемости плазмы, в котором в силу (2) пренебрегается отличием поперечных (по отношению к внешнему магнитному полю) компонент от единицы. Столкновения электронов с частотой $\nu_{\rm em}$ и акты ионизации с частотой $\nu_{\rm i}$ в уравнении (14) не учитываются в силу неравенств $\nu_{\rm i} \ll \omega$ и $\nu_{\rm em} \ll \omega$, которые полагаются выполненными.

1.2. Связь между частотой ионизации и амплитудой волнового электрического поля. Самосогласованные уравнения для электрического поля и концентрации плазмы

Во многих работах, посвящённых исследованиям плазменно-волновых каналов, используется следующая эмпирическая связь между частотой ионизации и комплексной амплитудой $\mathbf{E} \equiv -\nabla\,[\Phi(\rho)\exp(ihz)]$ волнового квазиэлектростатического поля $\mathrm{Re}\,[\mathbf{E}\exp(-i\omega t)]$ (см., например, теоретические модели в статьях [1, 2] и обзор ионосферных экспериментов [6]):

$$\nu_{\rm i}(|\mathbf{E}|) = (|E_z|/E_{\rm c})^{\beta}\nu_{\rm a} \equiv (|h\Phi|/E_{\rm c})^{\beta}\nu_{\rm a}, \tag{15}$$

где $E_{\rm c}$ — критическое («пробойное») электрическое поле, параметр $\beta = \mathrm{const}$ определяется свойствами газа (для воздуха $\beta = 16/3$ при $|\mathbf{E}|/E_{\rm c} \lesssim 5$) [17–19]. Необходимо отметить, что эта зависимость, строго говоря, должна содержать в числителе модуль вектора $\mathbf{E}$, а не только его компоненты $E_z \equiv -ih\Phi\exp(ihz)$. Если, однако, джоулев нагрев электронов при ионизации обусловлен только компонентой E_z, т. е. выполняется неравенство

$$|\sigma_\perp E_\rho^2| \ll |\sigma_\parallel E_z^2|, \tag{16}$$

то замена $|\mathbf{E}|$ на $|E_z|$ в (15) обоснована (здесь $\sigma_\perp$ и $\sigma_\parallel$ — поперечная и продольная компоненты тензора электронной проводимости соответственно).

Соотношение (15) справедливо, если нагрев электронов является локальным и достаточно быстрым в масштабах характерной длины и времени изменения амплитуды электрического поля соответственно. Это предположение выполняется в широкой области параметров разряда и позволяет ограничиться электродинамическим аспектом проблемы [20], не вдаваясь в детали кинетики элементарных процессов (при этом частота прилипания и коэффициент диффузии не зависят от $|\mathbf{E}|$).

Отметим, что зависимость (15) имеет беспороговый характер. Это объясняется тем, что в плазме всегда есть достаточно быстрые электроны, соответствующие «хвосту» функции их распределения по скоростям. Именно они и обусловливают ионизацию даже при очень малых температурах, что соответствует малым (ниже $E_{\rm c}$) электрическим полям согласно (15).

Недостатком формулы (15) применительно к описанию разрядных структур при наличии внешнего магнитного поля $\mathbf{H}_{\rm ext}$ является то, что она была апробирована только для газов при $\mathbf{H}_{\rm ext} = 0$ [17–19]. В этих условиях критическое поле равно [20]

$$E_{\rm c}[\text{В/см}] = E_{\rm c}^{(0)}[\text{В/см}] \equiv 40p[\text{торр}]\left(1 + \frac{\omega^2}{\nu_{\rm em}^2}\right)^{1/2}, \tag{17}$$

где p — давление газа, которое в рассматриваемых условиях слабоионизованной плазмы определяется нейтральной компонентой. Однако при выполнении неравенства (16) соотношение (15) допускает несложную модификацию, позволяющую корректно учесть влияние внешнего магнитного поля на критическое электрическое поле. В самом деле, в этом случае необходимо заменить определённую выше величину $E_\mathrm{c}^{(0)}$ на модуль проекции вектора $E_\mathrm{c}^{(0)}\mathbf{E}/|\mathbf{E}|$ на направление $\mathbf{H}_\mathrm{ext}$:

$$E_\mathrm{c} = E_\mathrm{c}^{(0)}\left(1+\left|\frac{1}{h\Phi}\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}\rho}\right|^2\right)^{-1/2}. \tag{18}$$

Здесь последний множитель равен косинусу угла между векторами $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}_\mathrm{ext}$. Такая модификация естественным образом следует из неравенства (16), которое соответствует пренебрежению нагревом электронов поперёк магнитного поля. Отметим, что в предыдущих работах, посвящённых плазменно-волновым каналам, использовалась только упрощённая модель (17), в которой величина E_c полагалась постоянной. В уточнённой модели (18) эта величина зависит от значений функции Φ и её производной в точке с координатой ρ. В данной работе расчёты (см. раздел 2) проводятся для обеих моделей, (17) и (18).

Для дальнейшего анализа удобно ввести величину $\tilde{N} = N - N_0$, равную превышению концентрации плазмы над её фоновым значением. Следуя работе [2], перейдём к безразмерным величинам

$$\varphi = h\Phi/E_\mathrm{c}^{(0)}, \qquad n = \tilde{N}/N_\mathrm{c}, \qquad r = \rho\sqrt{\nu_\mathrm{a}/D_\perp}\,. \tag{19}$$

Тогда модель критического поля (17), в которой не учитывается замагниченность плазмы, даёт

$$\frac{\mathrm{d}^2 n}{\mathrm{d}r^2} + \frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}r} + \Big(|\varphi|^\beta - 1\Big)\, n + \gamma|\varphi|^\beta = 0, \tag{20}$$

а более точная модель (18) —

$$\frac{\mathrm{d}^2 n}{\mathrm{d}r^2} + \frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}r} + \left[|\varphi|^\beta\left(1+\frac{1}{\mathcal{E}}\left|\frac{1}{\varphi}\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}r}\right|^2\right)^{\beta/2} - 1\right] n + \gamma|\varphi|^\beta\left(1+\frac{1}{\mathcal{E}}\left|\frac{1}{\varphi}\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}r}\right|^2\right)^{\beta/2} = 0; \tag{21}$$

уравнение для φ в обоих случаях имеет вид

$$\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}r^2} + \frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}r} - \mathcal{E}(1-\gamma-n)\varphi = 0. \tag{22}$$

Здесь $\mathcal{E} = h^2 D_\perp/\nu_\mathrm{a}$ и $\gamma = N_0/N_\mathrm{c}$.

Приведём выражения для компонент волнового электрического поля:

$$E_\rho = -\frac{1}{\sqrt{\mathcal{E}}}E_\mathrm{c}^{(0)}\left.\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}r}\right|_{r=\rho\sqrt{\nu_\mathrm{a}/D_\perp}}\exp(ihz), \tag{23}$$

$$E_\phi \equiv 0, \tag{24}$$

$$E_z = -iE_\mathrm{c}^{(0)}\varphi\left(\rho\sqrt{\frac{\nu_\mathrm{a}}{D_\perp}}\right)\exp(ihz). \tag{25}$$

В уравнениях (20) и (21) принято, что температура электронов (а значит, и коэффициент диффузии) в плазме канала слабо зависит от r. Такое приближение применялось и в предыдущих работах (см., например, [1, 2]). Его использование обусловлено не только упрощением уравнений, но и тем, что экспериментальное измерение профиля температуры в разряде обычно представляет бóльшую сложность, чем нахождение распределений электрического поля и концентрации плазмы. Иными словами, на практике достаточно иметь оценку температуры, например, при $\rho = 0$ [11]:

$$T_\mathrm{e}(\rho=0) = T_{\mathrm{e}\,0} + \frac{e^2|E_z(\rho=0)|^2}{3m_\mathrm{e}\delta_\mathrm{em}\omega^2}, \tag{26}$$

где δ_em — средняя относительная доля энергии, теряемой электроном при соударении с молекулой. Отметим также, что в типичных условиях самоканалирования волн нижнегибридного диапа зона частот поперечный масштаб изменения температуры больше масштаба изменения концентрации электронов [8]. Это обстоятельство служит обоснованием использованного приближения $T_\mathrm{e} = \mathrm{const}$ в плазме канала.

В полученных системах уравнений, а именно (20), (22) для упрощённой модели (17) и (21), (22) для уточнённой модели (18), величины β и γ полагаются заданными, т. к. они определяются параметрами фоновой плазмы. Величина $\mathcal{E}$ определяет квадрат постоянной распространения и должна соответствовать решениям, удовлетворяющим граничным условиям

$$n|_{r\to 0} = n_{(0)} - n_{(1)}r^2, \qquad \varphi|_{r\to 0} = \varphi_{(0)} - \varphi_{(1)}r^2, \tag{27}$$

$$n|_{r\to +\infty} \to +0, \qquad \varphi|_{r\to +\infty} \to 0. \tag{28}$$

Эти условия отвечают локализованным вблизи $r = 0$ распределениям величин n и φ. Параметры $n_{(0)}$, $n_{(1)}$, $\varphi_{(0)}$ и $\varphi_{(1)}$ задают значения функций $n(r)$ и $\varphi(r)$ и их вторых производных при $r \to 0$.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ

Решения полученных систем уравнений не могут быть найдены аналитически, поэтому необходимо использовать численные методы. В данной работе применялся подход, который традиционно используется для численного решения нелинейных уравнений, описывающих разрядные плазменно-волновые структуры (см., например, статью [21] и цитируемую в ней литературу). Для численного интегрирования систем уравнений (20), (22) и (21), (22) параметр $n_{(0)}$ был задан, величины $n_{(1)}$ и $\varphi_{(1)}$ определялись подстановкой выражений (27) в эти уравнения, а значения $\mathcal{E}$ и $\varphi_{(0)}$ подбирались таким образом, чтобы полученные решения уравнений удовлетворяли граничным условиям (28) на бесконечности. Такое рассмотрение показало, что уравнения (20), (22) и (21), (22) с граничными условиями (27), (28) имеют однопараметрические локализованные решения $n(r)$ и $\varphi(r)$: параметром служит величина $n_{(0)}$, а величины $\mathcal{E}$, $\varphi_{(0)}$, $n_{(1)}$ и $\varphi_{(1)}$ однозначно определяются этим параметром.

Таблица 1. Параметры ночной ионосферы на различных высотах [11]

H, км	N_m, см$^{-3}$	N_0, см$^{-3}$	$T_{\mathrm{e}\,0}$, К	$\nu_{\mathrm{em}\,0}$, с$^{-1}$
120	$7{,}8 \cdot 10^{11}$	$2{,}1 \cdot 10^{3}$	360	$5{,}4 \cdot 10^{3}$
135	$2{,}2 \cdot 10^{11}$	$2{,}3 \cdot 10^{3}$	530	$2{,}1 \cdot 10^{3}$
150	$6{,}9 \cdot 10^{10}$	$2{,}4 \cdot 10^{3}$	670	$8{,}0 \cdot 10^{2}$

Расчёты проводились для типичных условий ночной ионосферы на высотах $H = 120$; 135 и 150 км ($\delta_\mathrm{em} \sim 10^{-2}$, $H_\mathrm{ext} = 0{,}5$ Э; остальные параметры приведены в табл. 1) и $\omega = 2{,}9 \cdot 10^6$ с$^{-1}$. На рис. 1 показаны найденные локализованные распределения $n(r)$ и $\varphi(r)$ для параметра $n_{(0)} = 1{,}5$. Значения $\varphi_{(0)}$ и $\mathcal{E}$, соответствующие этим распределениям, приведены в табл. 2 для разных высот и, соответственно, разных величин γ. Внутри канала плазма резонансная ($N > N_\mathrm{c}$), а вне его — нерезонансная. Пространственный масштаб функции $\varphi(r)$ несколько больше, чем у функции $n(r)$. Это соответствует проникновению поля в нерезонансную плазму.

Как видно из рис. 1 и табл. 2, при увеличении параметра γ от 0,79 до 0,91 (т. е. почти на 15 %) профили $n(r)$ практически не меняются. При этом соответствующие зависимости $\varphi(r)$ также имеют схожий вид, но их максимальные значения $\varphi_{(0)}$ (при $r = 0$) немного (на несколько процентов) уменьшаются. Параметр $\mathcal{E}$ при этом падает почти в два раза.

Увеличение параметра β, характеризующего частоту ν_i, при заданном $n_{(0)}$ приводит к более сильному проникновению поля в нерезонансную область. Это соответствует более интенсивной ионизации в канале. Детальные результаты этих расчётов здесь не приводятся, т. к. в реальных ситуациях, как правило, необходимо исследовать разрядные структуры при неизменном значении β.

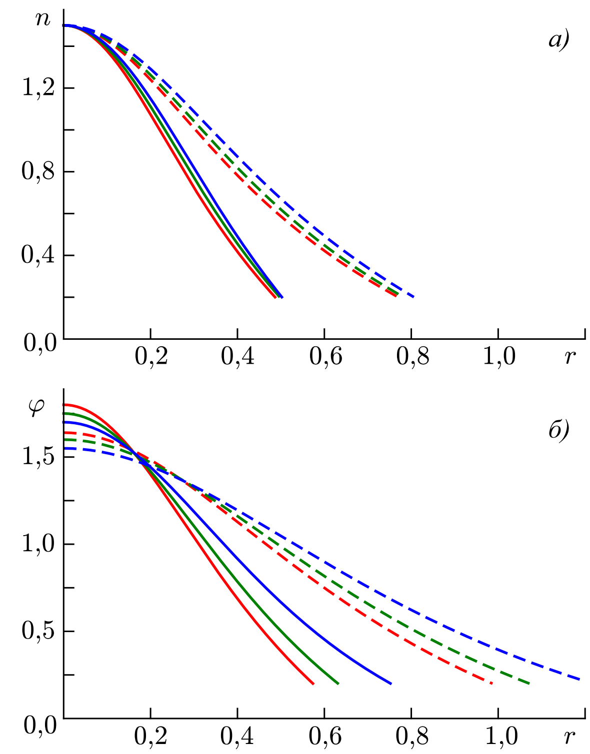

Рис. 1. Радиальные зависимости величин n (a) и φ ($б$) для условий ночной ионосферы на высотах 120 км (красные линии), 135 км (синие линии) и 150 км (зелёные линии). Штриховые и сплошные линии соответствуют системе (20), (22) для упрощённой модели (17) и системе (21), (22) для уточнённой модели (18)

Таблица 2

H, км	γ	Уточнённая модель		Упрощённая модель	
		$\mathcal{E}$	$\varphi_{(0)}$	$\mathcal{E}$	$\varphi_{(0)}$
120	0,79	20	1,80	8,0	1,64
135	0,85	16	1,75	6,5	1,60
150	0,91	12	1,70	5,0	1,55

Таким образом, при вариации параметров γ и β в диапазонах, соответствующих условиям ночной ионосферы на высотах 120÷150 км, решения уравнений меняются достаточно мало.

Несколько большее влияние на вид решений оказывает выбор модельной зависимости частоты ионизации от амплитуды электрического поля — (17) или (18). В самом деле, функции $n(r)$ и $\varphi(r)$ для уточнённой модели (18) спадают примерно в полтора раза быстрее, чем для упрощённой модели (17); в целом же эти функции качественно не отличаются.

Необходимо отметить следующее. Неравенство (16), позволяющее пренебречь нагревом за счёт поперечной компоненты электрического поля, всегда выполняется на оси канала, т. к. $E_\rho(\rho=0)=0$, но, вообще говоря, может нарушаться в некоторой окрестности точки $\rho=\rho_0$, где величина $|E_\rho|$ принимает максимальное значение. Однако для найденных распределений $\varphi(r)$ это неравенство выполняется во всей области разряда (в том числе и при $\rho\sim\rho_0$), т. е. нагрев электронов действительно обусловлен преимущественно продольной компонентой поля.

Дальнейшие расчёты выполним для найденных распределений, которые соответствуют условиям ночной ионосферы на высоте 150 км. Оценка температуры электронов в канале по формуле (26) даёт 2,9 и 2,7 эВ для уточнённой и упрощённой моделей соответственно. Эта оценка позволяет найти радиус канала в размерных единицах, который по половинному уровню функции $n(r)$ оказывается равным 5,2 и 7,0 м для уточнённой и упрощённой моделей соответственно.

Ограничиваясь далее рассмотрением уточнённой модели, обсудим, какие геометрические характеристики должна иметь антенна, чтобы её излучение могло привести к формированию найденной разрядной структуры $n(r)$ и $\varphi(r)$. В экспериментах по ионизационному самоканалированию традиционно используются антенны, состоящие из двух металлических колец (см., например, обзор [4]). Соответствующее модельное распределение плотности заряда можно представить в виде

$$\varrho(\rho,z,t)=\frac{1}{2\pi a}\delta(\rho-a)\left[\delta\left(z-\frac{L}{2}\right)-\delta\left(z+\frac{L}{2}\right)\right]\operatorname{Re}\left[Q\exp(-i\omega t)\right], \qquad (29)$$

где Q — амплитуда колебаний заряда на кольцах, L — расстояние между ними, a — их радиус, $\delta(\xi)$ — дельта-функция. Это распределение соответствует дипольной антенне, ориентированной вдоль внешнего магнитного поля.

При анализе излучения такой антенны необходимо иметь в виду, что дакты с резонансной плазмой, окружённые нерезонансной фоновой плазмой, поддерживают бесконечный дискретный набор собственных мод [7]. На рис. 2 приведены распределения $\varphi(r)$ для первых четырёх собственных мод, которые поддерживаются плазменным дактом с заданным плавным профилем концентрации, найденным из системы (21), (22). Эти распределения были найдены численным методом, аналогичным описанному в начале данного раздела. Первой моде ($\ell = 1$), очевидно, отвечает найденное из нелинейных уравнений распределение $\varphi(r)$.

Для оценки требуемых параметров антенны вначале была вычислена средняя за период мощность P_1, переносимая первой модой в дакте в положительном направлении оси z. Отметим, что этот расчёт потребовал нахождения компоненты H_ϕ волнового магнитного поля $\mathbf{H}$; эта компонента с точностью до постоянного множителя равна $\mathrm{d}\varphi/\mathrm{d}r$. Далее параметры антенны были подобраны таким образом, чтобы средняя мощность её излучения в обе стороны дакта с заданным (найденным из нелинейных уравнений) плавным профилем концентрации была равна $2P_1$, а остальные моды ($\ell > 1$) при этом возбуждались слабее. В расчётах использовались соотношения линейной электродинамической теории плазменных дактов [7].

На основе этих расчётов были подобраны размеры антенны $L = 11{,}9$ м и $a = 3{,}3$ м, при которых возбуждается преимущественно (75 % по мощности) первая мода (отвечающая нелинейному режиму самоканалирования). Найденное расстояние между кольцами связано с постоянной распространения этой моды соотношением $hL \approx 0{,}8\pi$, а радиус колец a оказывается несколько меньше характерного радиуса канала.

Наконец, отметим, что в реальных условиях из-за столкновительного затухания квазиэлектростатических волн плазменно-волновой канал имеет конечную длину $l_{\nu_{\mathrm{em}}} \sim \omega/(h\nu_{\mathrm{em}})$; отношение ν_{em}/ω здесь определяет коэффициент затухания этих волн [10]. Кроме того, в силу продольной диффузии неоднородность концентрации дополнительно вытягивается в область с протяжённостью $l_{D_\parallel} \sim \sqrt{D_\parallel/\nu_{\mathrm{a}}}$, в которой волновое электрическое поле экспоненциально мало. Входящие в эти выражения величины ν_{em}, ν_{a} и $D_\parallel$ определяются по формулам (11), (13) и (9) соответственно; температура электронов в них берётся из оценки (26). Уточнённая модель для параметров ночной ионосферы на высоте 150 км даёт $l_{\nu_{\mathrm{em}}} \sim 1$ км и $l_{D_\parallel} \sim 7$ км. Как показывают расчёты, неравенство (7), позволяющее использовать модель однородного вдоль магнитного поля дакта, при этом выполняется.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе найдены самосогласованные распределения электрического поля и концентрации плазмы при ионизационном самоканалировании квазиэлектростатических волн. Расчёты основывались на эмпирическом соотношении между частотой ионизации ν_{i} и амплитудой $\mathbf{E}$ волнового электрического поля, применявшемся ранее в схожих задачах без должного обоснования и в неточном виде — без учёта внешнего магнитного поля. Сформулированное условие применимости этого соотношения в рассматриваемой задаче заключается в том, что джоулев нагрев электронов при ионизации обусловлен только продольной компонентой электрического поля. Анализ, проведённый как для упрощённой зависимости $\nu_{\mathrm{i}}(|\mathbf{E}|)$ без учёта замагниченности плазмы, так и для уточнённой зависимости с учётом замагниченности, показал, что найденные распределения поля и концентрации отличаются не слишком значительно, если выполнено указанное условие применимости. Тем самым в статье обосновано использование упрощённой зависимости $\nu_{\mathrm{i}}(|\mathbf{E}|)$ в ранних работах по этой тематике (например, [1, 2]), где не учитывалось влияние внешнего магнитного поля на величину критического («пробойного») поля в плазме.

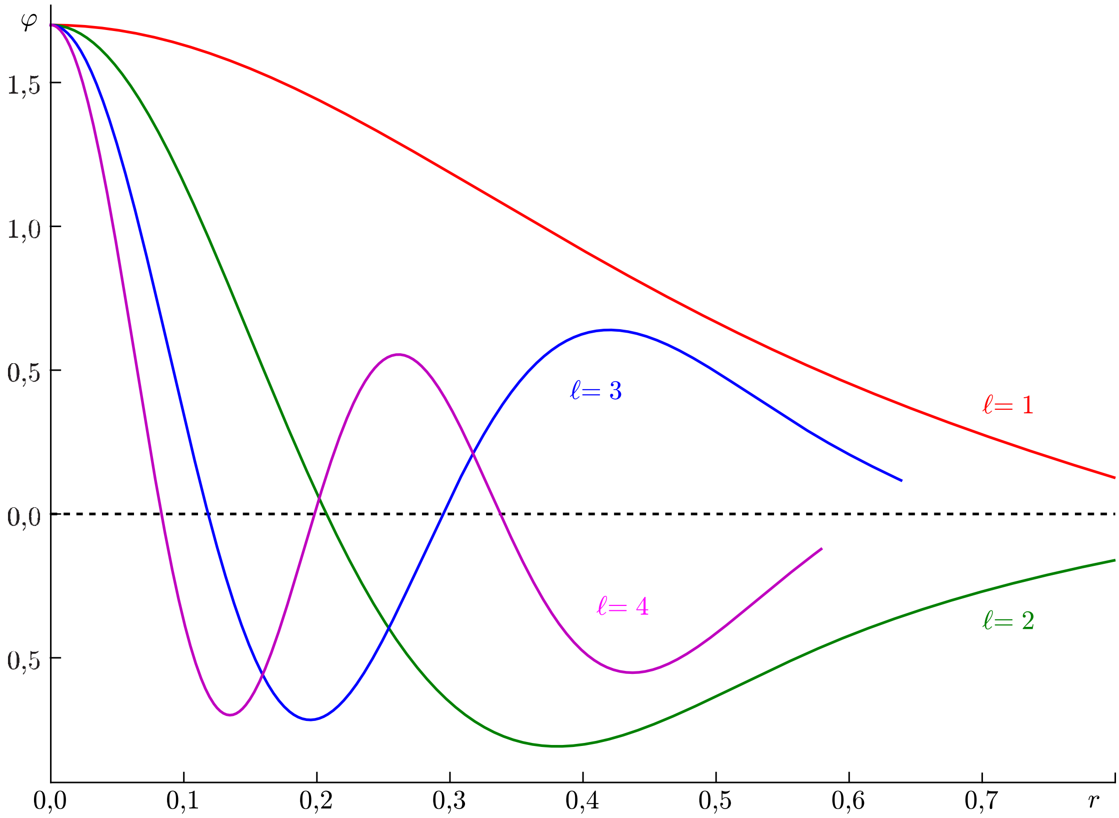

Рис. 2. Радиальные распределения величины φ для первых четырёх собственных мод ($\ell = 1, 2, 3, 4$), которые поддерживаются плазменным дактом с профилем концентрации, найденным из системы (21), (22)

Сделанные оценки параметров разряда и возбуждающей его антенны свидетельствуют о возможности его получения в активных экспериментах в ионосфере (ср. [6]). Практическое значение таких экспериментов заключается в том, что при амплитудной модуляции антенного сигнала плазменно-волновой канал излучает низкочастотные волны на частоте модуляции, т. е. представляет собой плазменную антенну [22]. Этот эффект может быть использован для диагностики ионосферной плазмы, что является достаточно актуальной задачей.

Автор выражает глубокую признательность А. В. Кудрину и В. А. Миронову за полезные обсуждения и ценные советы. Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 16–12–10528).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Марков Г. А., Миронов В. А., Сергеев А. М. // Письма в ЖЭТФ. 1979. Т. 29, № 11. С. 672–676.
2. Марков Г. А., Миронов В. А., Сергеев А. М., Соколова И. А. // Журн. эксперим. теор. физ. 1981. Т. 80, № 6. С. 2 264–2 271.
3. Вдовиченко И. А., Марков Г. А., Миронов В. А., Сергеев А. М. // Письма в ЖЭТФ. 1986. Т. 44, № 5. С. 216–219.
4. Марков Г. А., Белов А. С. // Успехи физ. наук. 2010. Т. 180, № 7. С. 735–744. https://doi.org/10.3367/UFNr.0180.201007d.0735

5. Агафонов Ю. Н., Бабаев А. П., Бажанов В. С. и др. // Письма в журн. техн. физ. 1989. Т. 15, № 17. С. 1–5.
6. Chugunov Yu. V., Markov G. A. // J. Atmos. Sol.-Terr. Phys. 2001. V. 63, No. 17. P. 1 775–1 787. https://doi.org/10.1016/S1364-6826(01)00055-4
7. Kondrat'ev I. G., Kudrin A. V., Zaboronkova T. M. Electrodynamics of density ducts in magnetized plasmas. Amsterdam : Gordon and Breach Science Publishers, 1999. 288 p.
8. Кудрин А. В., Курина Л. Е., Марков Г. А. // Журн. эксперим. теор. физ. 1997. Т. 112, № 4. С. 1 285–1 298.
9. Широков Е. А., Чугунов Ю. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2016. Т. 59, № 1. С. 25–36.
10. Мареев Е. А., Чугунов Ю. В. Антенны в плазме. Нижний Новгород : ИПФ АН СССР, 1991. 231 с.
11. Гуревич А. В., Шварцбург А. Б. Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере. М. : Наука, 1973. 272 с.
12. Елецкий А. В., Смирнов Б. М. // Успехи физ. наук. 1985. Т. 147, № 11. С. 459–484. https://doi.org/10.3367/UFNr.0147.198511b.0459
13. Гершман Б. Н. Динамика ионосферной плазмы. М. : Наука, 1974. 256 с.
14. Жилинский А. П., Цендин Л. Д. // Успехи физ. наук. 1980. Т. 131, № 3. С. 343–385. https://doi.org/10.3367/UFNr.0131.198007b.0343
15. Рожанский В. А., Цендин Л. Д. Столкновительный перенос в частичноионизованной плазме. М. : Энергоатомиздат, 1988. 248 с.
16. Райзер Ю. П. Физика газового разряда. М. : Наука, 1987. 592 с.
17. Mayhan J. T., Fante R. L., O'Keefe R., et al. // J. Appl. Phys. 1971. V. 42, No. 13. P. 5 362–5 369. https://doi.org/10.1063/1.1659950
18. Anderson D., Jordan U., Lisak M., et al. // IEEE Trans. Microw. Theory Tech. 1999. V. 47, No. 12. P. 2 547–2 556. https://doi.org/10.1109/22.809005
19. Rasch J. Microwave gas and multipactor breakdown in inhomogeneous fields : Ph. D thesis. Göteborg, 2012. 94 p.
20. Вихарев А. Л., Гильденбург В. Б., Ким А. В. и др. // Высокочастотный разряд в волновых полях. Горький : ИПФ АН СССР, 1988. С. 41–135.
21. Семёнов В. Е., Ракова Е. И., Глявин М. Ю., Нусинович Г. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 2015. Т. 58, № 5. С. 362–375.
22. Кудрин А. В., Марков Г. А., Трахтенгерц В. Ю., Чугунов Ю. В. // Геомагнетизм и аэрономия. 1991. Т. 31, № 2. С. 334–340.

Поступила в редакцию 22 октября 2020 г.; принята в печать 12 декабря 2020 г.

SELF-CONSISTENT STATIONARY DISTRIBUTIONS OF THE ELECTRIC FIELD AND PLASMA DENSITY IN THE PROCESS OF IONIZATION SELF-CHANNELING OF QUASI-ELECTROSTATIC WAVES

E. A. Shirokov

We have found self-consistent stationary distributions of the electric field and plasma density in the process of ionization self-channeling of quasi-electrostatic waves in the lower-hybrid frequency range. The calculations involve the empirical relationship between the shock ionization frequency and the amplitude of the electric wave field, which has been used earlier in solving similar problems. The conditions of applicability and the form of this relationship are refined. Geometric parameters of the antenna whose emission leads to formation of the found discharge structure.