

## ЭВОЛЮЦИЯ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ПО СКОРОСТЯМ ПРИ ИХ РЕЗОНАНСНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С ЗАДАННЫМ ВОЛНОВЫМ ПАКЕТОМ АВРОРАЛЬНОГО КИЛОМЕТРОВОГО РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ

*В. С. Грач*<sup>1\*</sup>, *А. Г. Демехов*<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Институт прикладной физики РАН;

<sup>2</sup> Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, Россия

Анализируется нелинейное резонансное взаимодействие энергичных электронов с авроральным километровым радиоизлучением (АКР). На основе численного решения уравнений движения частиц в заданном поле квазимонохроматического волнового пакета АКР рассмотрена эволюция функции распределения электронов в диапазоне энергий  $1 \div 150$  кэВ. Показано, что при реалистичных значениях амплитуды волны,  $0,2 \div 0,4$  В/м, в результате взаимодействия происходит заполнение конуса потерь частицами с энергиями  $W < 30$  кэВ и перераспределение электронов по питч-углам, которое приводит к формированию питч-углового распределения типа «бабочка». В зависимости от параметров волны также возможно перераспределение частиц по энергиям, при котором электроны с энергиями  $3 \div 30$  кэВ эффективно ускоряются до энергий  $30 \div 100$  кэВ.

### ВВЕДЕНИЕ

Авроральное километровое радиоизлучение (АКР) было впервые обнаружено в 1960-х годах [1] как распространяющееся от Земли интенсивное электромагнитное излучение на километровых длинах волн. Анализ спутниковых наблюдений [1–5] позволил установить основные свойства АКР. Оно генерируется на высотах  $5\,000 \div 15\,000$  км, его частота близка к локальной гирочастоте электронов  $\Omega_c$  в области генерации, которая составляет величину от десятков до сотен килогерц. Как правило, АКР представляет собой быструю необыкновенную волну (X-моду) и его волновые векторы находятся в конусе с осью вдоль линии геомагнитного поля и углом раствора  $10^\circ \div 80^\circ$  [6, 7]. Область генерации АКР характеризуется пониженной электронной концентрацией:  $\Omega_p \ll \Omega_c$ , где  $\Omega_p$  — плазменная частота электронов (так называемые каверны Кальверта [4]).

Считается, что АКР генерируется в результате развития циклотронной неустойчивости [8], хотя рассматривалась также трансформация квазиэлектростатических волн с частотами вблизи верхнегибридной частоты в электромагнитные волны [9]. С помощью подхода, предложенного в статье [8] и развитого в работах [10–13], удалось найти объяснение многим свойствам АКР.

Многие работы, посвящённые анализу спутниковых данных [14–17], показывают наличие в АКР тонкой структуры. Такая структура может иметь вид квазимонохроматических всплесков или структур с дрейфом частоты со скоростью от сотен герц до десятков килогерц в секунду. Взаимодействие дискретных сигналов с заряженными частицами может иметь нелинейный характер, и его эффективность при этом может быть гораздо более высокой, чем для квазишумовых сигналов [18–26].

В работе [26] на основе численных расчётов методом пробных частиц была рассмотрена динамика отдельных энергичных электронов при их циклотронном резонансном взаимодействии с заданным полем квазимонохроматического волнового пакета АКР. Показано, что при реалистичных значениях амплитуды волны это взаимодействие может быть существенно нелинейным.

\* vsgrach@ipfran.ru

При рассмотренных параметрах волновых пакетов различные нелинейные режимы могут приводить к ускорению частиц с начальными энергиями  $7\div 30$  кэВ и уменьшению энергии частиц с начальными энергиями  $30\div 100$  кэВ.

Помимо свойств режимов взаимодействия, метод пробных частиц позволяет изучать изменение их функции распределения в результате их резонансного взаимодействия с различными волновыми модами [23, 27–29]. В случаях, когда возможно получение аналитических оценок, численные результаты, полученные этим методом, согласуются с этими оценками [28, 29].

В данной работе в рамках модели, использованной в статье [26], проведены расчёты в большем диапазоне питч-углов и для существенно более мелкой сетки в координатах энергия–питч-угол. Это позволяет проследить эволюцию функции распределения частиц и определить, как эффективность различных режимов взаимодействия зависит от их начальных параметров.

Показано, что в результате взаимодействия происходит заполнение конуса потерь электронами с энергиями  $W \lesssim 30$  кэВ и их перераспределение по поперечным скоростям, в результате которого формируется питч-угловое распределение типа «бабочка» (с максимумом при питч-угле между  $0^\circ$  и  $90^\circ$ ). Перераспределение частиц по энергиям возможно, если диапазоны резонансных значений энергии и питч-угла достаточно широки (меньшие углы волновой нормали). В этом случае частицы с энергиями  $3\div 30$  кэВ эффективно ускоряются до энергий  $30\div 100$  кэВ. Если диапазон резонансных значений энергии не очень широк (большие углы волновой нормали), перераспределения электронов по энергиям не происходит, т. к. ускорение частиц с  $W \lesssim 30$  кэВ и замедление частиц с  $W \gtrsim 30$  кэВ в результате действия различных нелинейных режимов компенсируют друг друга.

Постановка задачи и результаты [26] кратко обсуждаются в разделе 1. В разделе 2 анализируется соотношение областей влияния различных режимов взаимодействия на плоскости параметров энергия–питч-угол. Эволюция функции распределения частиц рассматривается в разделе 3. Основные результаты работы сформулированы в Заключение (раздел 4).

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Постановка задачи совпадает с таковой в работе [26]. В данном разделе она приведена в кратком виде, а также суммированы основные результаты [26], существенные для дальнейшего изложения.

### 1.1. Основные уравнения

Система уравнений движения электронов в заданном поле волны с электрическим полем  $\mathcal{E}_w$  и магнитным полем  $\mathcal{B}_w$  при наличии геомагнитного поля  $\mathbf{B}_0$  включает закон сохранения энергии электрона  $W$ , уравнения для первого адиабатического инварианта  $I_\perp = p_\perp^2 / (mB_0)$  и фазы гировращения  $\varphi$  и закон движения ларморовского центра (здесь  $p_\perp$  и  $m$  — поперечный импульс и масса покоя электрона соответственно) [26, система (1)–(4)]. Для рассмотрения резонансных эффектов при взаимодействии электрона с волной данную систему преобразуют, используя разложение электромагнитного поля вблизи центра ларморовской окружности [30, 31]. Как и в работе [26], мы будем рассматривать взаимодействие с квазимонохроматической волной в окрестности области генерации АКР, т. е. только на основном циклотронном резонансе. В этом случае положение частицы в фазовом пространстве определяется величинами  $z, W, I_\perp$  и  $\Psi$ , где  $z$  — координата вдоль поля  $\mathbf{B}_0$ ,  $\Psi = -\int \omega dt + \varphi + \int k_\parallel dz + \phi$  — фаза частицы относительно волны ( $\omega$  и  $k_\parallel$  —

частота и продольное волновое число волны соответственно,  $\phi$  — константа):

$$\frac{dW}{dt} = e \frac{p_{\perp}}{m\gamma} \left[ \frac{E_x - E_y}{2} J_0(\kappa) + \frac{E_x + E_y}{2} J_2(\kappa) \right] \sin \Psi + e \frac{p_{\parallel}}{m\gamma} E_z J_1(\kappa) \sin \Psi, \quad (1)$$

$$\frac{dI_{\perp}}{dt} = -\frac{ep_{\perp}}{mB_0} \left[ \left( \frac{E_x - E_y}{2} + \frac{p_{\parallel}}{m\gamma c} \frac{B_x - B_y}{2} \right) J_0(\kappa) + \left( \frac{E_x + E_y}{2} - \frac{p_{\parallel}}{m\gamma c} \frac{B_x + B_y}{2} \right) J_2(\kappa) \right] \sin \Psi, \quad (2)$$

$$\frac{d\Psi}{dt} = -\Delta + e \left[ \left( \frac{E_x - E_y}{2} + \frac{p_{\parallel}}{m\gamma c} \frac{B_x - B_y}{2} \right) J_0(\kappa) - \left( \frac{E_x + E_y}{2} - \frac{p_{\parallel}}{m\gamma c} \frac{B_x + B_y}{2} \right) J_2(\kappa) + \frac{p_{\perp}}{m\gamma c} B_z J_1(\kappa) \right] \frac{\cos \Psi}{p_{\perp}}, \quad (3)$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{p_{\parallel}}{m\gamma}. \quad (4)$$

Здесь  $e > 0$  — элементарный заряд,  $\mathbf{p}$  — импульс электрона, индексы  $\parallel$  и  $\perp$  означают проекции на направление вдоль и поперёк геомагнитного поля  $\mathbf{B}_0$  соответственно,  $\gamma = \sqrt{1 + [p/(mc)]^2} = W/(mc^2) + 1$ ,  $\Omega_c = eB_0/(mc)$  — нерелятивистская гирочастота,  $E_j$  и  $B_j$  ( $j = x, y, z$ ) — компоненты медленно меняющейся комплексной амплитуды электромагнитного поля волны, связанные локальными поляризационными соотношениями, ось  $x$  декартовой системы координат  $(x, y, z)$  направлена вдоль  $\mathbf{k}_{\perp}$ ,  $\mathbf{k}$  — волновой вектор,  $J_q(\kappa)$  — функция Бесселя порядка  $q$ ,  $\kappa = \omega n \sin \chi p_{\perp}/\Omega_c$ ,  $n = kc/\omega$  — показатель преломления,  $\chi$  — угол волновой нормали,  $\Delta = \omega - \omega n \cos \chi V_{\parallel}/c - \Omega_c/\gamma$  — отстройка от резонанса,  $V = p/\gamma$  — скорость электрона. Отметим, что в системе (1)–(4) величины  $B_0$  и  $\Omega_c$  и характеристики волны зависят от пространственной координаты  $z$ , а компоненты поля волны также зависят от времени  $t$ .

Характер резонансного взаимодействия определяется параметром эффективной неоднородности  $\mathcal{R} = \sigma_R R$ , где величина  $\sigma_R = \pm 1$  есть знак эффективной неоднородности, а

$$R = \frac{|d\Delta/dt|}{\Omega_{tr}^2}. \quad (5)$$

Здесь оператор  $d/dt = \partial/\partial t + V_{\parallel}\partial/\partial z$ , где дифференцирование проводится только по функциям  $z$  и  $t$ , исключая  $W$  и  $I_{\perp}$ ;  $\Omega_{tr}^2$  — квадрат частоты осцилляций электрона в поле волны вблизи минимума его эффективного потенциала в этом поле [21, 26]. В реальных условиях параметр  $R$  изменяется как во времени, так и в пространстве, причём эти изменения связаны как с неоднородностью среды и вариациями частоты и амплитуды волнового пакета, так и с нелинейным изменением параметров частиц под действием волны. Однако основные особенности движения можно классифицировать исходя из величины  $R$ , вычисленной в области резонанса в линейном приближении. При этом характеристики возможных режимов взаимодействия определяются как величиной  $R$ , так и знаком  $\sigma_R$ .

## 1.2. Параметры плазмы и волнового пакета

Согласно результатам [17] тонкая структура в АКР наблюдалась на геомагнитных широтах  $70^{\circ} \div 85^{\circ}$  и регистрировалась для трёх диапазонов частот:  $f < 90$  кГц,  $f = 125 \div 215$  кГц

и  $f = 250 \div 340$  кГц (чаще на меньших частотах). В данной работе, как и в [26], мы будем рассматривать геомагнитную широту  $70^\circ$ , которая соответствует параметру Мак-Илвайна  $L \approx 8,6$ . Характерную частоту выберем равной 55 кГц.

Мы будем использовать дипольную модель геомагнитного поля. На рассматриваемых  $L$ -оболочках поле в магнитосфере может сильно отличаться от дипольного и даже иметь незамкнутые силовые линии в области экватора, однако в области генерации АКР, которой соответствуют высоты намного ниже условной вершины силовой линии, это отличие можно считать несущественным. Используемые далее экваториальные величины (отмеченные индексом  $L$ ) введены для удобства изложения.

Концентрацию электронов в области взаимодействия будем считать постоянной и примем равной  $N_e = 1 \text{ см}^{-3}$ . В этом случае волна АКР (быстрая необыкновенная мода) может распространяться в области высот  $h > h_X \approx 13 \cdot 10^3$  км ( $h = R_E(L \cos^2 \lambda - 1)$ , где  $R_E$  — радиус Земли,  $\lambda$  — геомагнитная широта).

В рассматриваемой области в окрестности источника АКР локальная гирочастота близка к частоте волны. Поскольку АКР, согласно общепринятым представлениям, генерируется в результате циклотронной неустойчивости, несамосогласованное рассмотрение резонансного взаимодействия в области генерации, в котором не учитывается влияние электронов на профиль волны, является лишь нулевым приближением. Вместе с тем использование в расчётах экспериментальных данных об амплитуде и частотном дрейфе волновых пакетов АКР позволяет выявить качественные особенности этого взаимодействия и определить максимальные количественные изменения функции распределения энергичных электронов.

Поле АКР в области генерации может иметь достаточно сложную пространственно-временную структуру [11], в том числе соответствующую волноводному распространению [12, 13]. Однако на данном этапе исследований мы ограничиваемся более простой моделью волнового пакета.

Мы рассматриваем волновой пакет с постоянными частотой  $\omega$ , углом волновой нормали  $\chi$  и амплитудой  $A$ . В начальный момент времени он имеет заданную длину  $l_p$  вдоль геомагнитной силовой линии, его задний фронт расположен вблизи высоты отсечки  $h_X$ . Пакет распространяется от Земли, при этом волновой вектор направлен в сторону больших значений  $L$ . Его эволюция рассчитывается с помощью уравнений геометрической оптики; каждый его элемент распространяется со своей групповой скоростью, которая определяется локальным дисперсионным соотношением. Показатель преломления  $n$  в рассматриваемой области возрастает от 0 до 1 по мере удаления от высоты  $h_X$ , поэтому в рамках одномерной задачи угол волновой нормали  $\chi$  должен уменьшаться при распространении. Но поскольку волновой вектор направлен в сторону больших значений  $L$ , то за счёт поперечного градиента геомагнитного поля (и, соответственно,  $\nabla n$ ) угол волновой нормали может оставаться примерно постоянным. В этом случае его изменения будут несущественны на рассматриваемых временных и пространственных масштабах (один пролёт резонансной области рассматриваемым ансамблем электронов).

Параметры волнового пакета соответствуют принятым в статье [26]: два значения угла волновой нормали,  $\chi = 25^\circ$  и  $60^\circ$ , и два значения амплитуды волны,  $A = 0,2$  и  $0,4$  В/м. В начальный момент времени высота заднего фронта пакета  $h_{te}$  близка к высоте отсечки  $h_X$ . В точке, соответствующей его переднему фронту в начальный момент времени, его длительность при  $\chi = 60^\circ$  составляет  $\tau \approx 0,028$  с, при  $\chi = 25^\circ$  —  $\tau \approx 0,022$  с [26, рис. 3].

При расчёте распространения пакета групповая скорость каждого его элемента определяется решением дисперсионного уравнения для холодной плазмы, соответствующим быстрой необыкновенной волне, а компоненты электрического и магнитного поля связаны между собой соответствующими поляризационными соотношениями.

### 1.3. Резонансные условия

Релятивистское условие для основного циклотронного резонанса имеет вид

$$\Delta = \omega - \omega n \cos \chi V_{\parallel} / c - \Omega_c / \gamma = 0. \quad (6)$$

Оно может быть выполнено только для попутных электронов в ограниченном диапазоне энергий в области высот, близких к  $h_{\chi}$ .

Отличительной особенностью резонансного взаимодействия для рассматриваемых пакетов является немонотонная высотная зависимость расстройки  $\Delta$ , вследствие чего имеются две точки резонанса. Характерное расстояние между этими точками по высоте составляет от нуля (слияние этих точек) до  $500 \div 4000$  км. Знаки параметра эффективной неоднородности, определяющие направление изменения энергии частицы в случае её нелинейного захвата полем волны, в этих точках противоположны:

$$\mathcal{R}_1 > 0, \quad \mathcal{R}_2 < 0, \quad R_2 > R_1. \quad (7)$$

Здесь и далее первой считается точка с меньшей высотой.

Диапазон резонансных значений энергий сужается при увеличении экваториального питч-угла  $\Theta_L$  [26, рис. 2]. При  $\Theta_L = \Theta_{Lc} \approx 1,6^\circ$ , что соответствует конусу потерь на рассматриваемой  $L$ -оболочке, этот диапазон составляет  $7 \div 100$  кэВ для  $\chi = 60^\circ$  и  $2 \div 1500$  кэВ для  $\chi = 25^\circ$ . Область резонансных значений  $\Theta_L$  ограничена сверху значениями  $6^\circ$  и  $8^\circ$  для  $\chi = 60^\circ$  и  $\chi = 25^\circ$  соответственно. Для точки на геомагнитной линии, соответствующей  $h_{\chi}$ , максимальные значения резонансных локальных питч-углов будут составлять примерно  $40^\circ$  и  $60^\circ$  соответственно. Локальная гирочастота электронов в области резонансного взаимодействия меняется примерно от 55 кГц (соответствует высоте  $h_{\chi}$ ) до 40 кГц (для  $\chi = 60^\circ$ ) и 30 кГц (для  $\chi = 25^\circ$ ).

Абсолютные значения  $R_1$  и  $R_2$  параметров эффективной неоднородности стремятся к нулю при слиянии точек резонанса, имеют максимумы в зависимости от энергии при постоянном  $\Theta_L$  и убывают с увеличением  $\Theta_L$ . В большей части области резонансных значений энергии и питч-угла выполняется неравенство  $R_2 \gg R_1$ .

### 1.4. Режимы взаимодействия

В случае  $R < 1$  эффективный потенциал частицы в поле волны имеет минимум [18], при этом возможен её захват волной.

В случае, когда  $R \gg 1$ , движение электрона можно считать линейным. Общее изменение её адиабатического инварианта и энергии определяется фазой в точке резонанса  $\Psi_{\text{res}}$ , которая, в свою очередь, линейно зависит от начальной. Для ансамбля частиц, равномерно распределённых по начальной фазе, среднее изменение величин  $W$  и  $I_{\perp}$  равно нулю, но имеет место диффузия в фазовом пространстве [19, 20, 26].

При  $R < 1$  реализуется нелинейный режим, который характеризуется группировкой электронов по фазе и ненулевым средним изменением  $W$  и  $I_{\perp}$  как для частиц, захваченных полем волны, так и для пролётных (незахваченных) частиц. Знак изменения энергий электронов в конкретном нелинейном режиме при  $R < 1$  не зависит от начальной фазы и определяется знаком эффективной неоднородности и свойствами волновой моды. Для пролётных частиц возможны два режима: «бунчировка» и направленное рассеяние, вызванные их группировкой по фазе в разных областях фазовой плоскости [19, 20, 23, 24, 26]. Направленное рассеяние является переходным режимом от режима пролётных частиц к режиму захвата [24]. Знаки изменения энергии в режиме захвата и направленного рассеяния совпадают и противоположны знаку изменения в режиме бунчировки.

Проявления нелинейных эффектов также возможны в области  $R \gtrsim 1$ . В случае, когда  $R$  существенно зависит от  $W$  и  $I_{\perp}$ , эффект нелинейного смещения точки резонанса может приводить к отличному от нуля усреднённому по фазе изменению энергии частицы и/или её адиабатического инварианта [26, 29]. Для электронов с малыми поперечными скоростями существенно прямое влияние силы Лоренца на их фазы (волновые слагаемые в (3)) — так называемая силовая группировка. Данный эффект приводит к увеличению их питч-углов [29, 32].

В работе [26] рассматривались свойства режимов взаимодействия на примере отдельных частиц (обсуждались начальные энергии  $W_0 \geq 7$  кэВ и несколько начальных значений  $\Theta_{L0} \geq 3,5^\circ$ ). Предполагалось, что в начальный момент времени электроны находятся на заднем фронте пакета и двигаются от Земли. Было показано следующее.

При резонансном взаимодействии частиц с рассматриваемыми пакетами знаки изменения их экваториальных питч-углов и энергии совпадают. При этом питч-угол изменяется сильнее для электронов с меньшими энергиями.

Для частиц с начальными энергиями в диапазоне  $7 \div 30$  кэВ (за исключением малых окрестностей нижней границы диапазона резонансных значений энергии) возможно эффективное ускорение. При меньшей амплитуде волны, когда параметр эффективной неоднородности  $R \gtrsim 1$ , это ускорение обеспечивается режимами силовой группировки и нелинейного смещения точки резонанса; при большей, когда  $R < 1$ , — фазовой бунчировкой частиц с преобладанием второй резонансной области с отрицательной неоднородностью.

Режим силовой группировки приводит к увеличению экваториального питч-угла [29, 32]. При рассматриваемом взаимодействии он возможен для частиц с начальными экваториальными питч-углами  $\Theta_{L0} \lesssim 2^\circ$ . Поскольку этот диапазон питч-углов соответствует конусу потерь, то в него попадают только электроны, чей питч-угол уменьшился при взаимодействии в первой резонансной области.

Эффект нелинейного смещения точки резонанса связан с сильной зависимостью параметра эффективной неоднородности  $R$  от начальных параметров частицы в области  $R \gtrsim 1$ . Параметр  $R$  убывает с ростом экваториального питч-угла и немонотонно зависит от энергии, причём его зависимость от питч-угла более существенна. Поэтому в данном режиме энергия и питч-угол в среднем увеличиваются независимо от знака эффективной неоднородности (т. е. в обеих областях резонанса).

Поскольку оба нелинейных режима при  $R \gtrsim 1$  обусловлены в первую очередь изменением питч-угла, они более эффективны при меньших энергиях, когда питч-угол сильнее изменяется в результате взаимодействия.

Энергия частиц в диапазоне  $30 \div 100$  кэВ может существенно уменьшиться в результате направленного рассеяния (для пролётных частиц) или их захвата полем волны при условии преобладания второй резонансной области с отрицательной эффективной неоднородностью.

Независимо от того, насколько невозмущённые точки резонанса удалены друг от друга, захват электронов полем волны всегда происходит уже в первой области резонанса, а выход из захвата — после прохождения второй области. В случае сильной нелинейности, когда значения параметров  $R_1, R_2$  близки друг к другу и оба они много меньше единицы (это имеет место в окрестностях границ диапазона резонансных значений энергии и питч-угла), эффекты ускорения/торможения в двух областях резонанса компенсируются, т. е. энергия частиц практически не изменяется.

В статье [26] продемонстрировано согласие описанных выше качественных особенностей режимов взаимодействия и соответствующих аналитических оценок изменения энергии с результатами численных расчётов.

### 1.5. Параметры расчётов

В данной работе расчёты проведены для электронов с начальными энергиями, распределёнными в диапазоне  $W_0 = 1 \div 150$  кэВ (с шагом 0,5 кэВ в диапазоне  $1 \div 20$  кэВ, 1 кэВ в диапазоне  $20 \div 60$  кэВ и 2 кэВ в диапазоне  $60 \div 150$  кэВ). Диапазон начальных значений экваториального питч-угла составляет  $\Theta_{L0} = 1,57^\circ \div 8,7^\circ$  (90 значений  $\mu = \sin^2 \Theta_L$  равномерно распределены в указанном диапазоне). Выбранный диапазон питч-углов снизу ограничен конусом потерь, т. к. взаимодействие возможно только для попутных электронов в области, достаточно близкой к Земле, сверху — границей области резонансного взаимодействия. Нижняя граница энергий электронов 1 кэВ также соответствует отсутствию резонансного взаимодействия, верхняя граница 150 кэВ выбрана на основе экспериментальных данных (предполагается, что в рассматриваемой области число частиц с  $W > 150$  кэВ пренебрежимо мало). Значения начальных фаз частиц (360 значений) равномерно распределены в интервале  $[0, 2\pi)$ . Таким образом, для каждого из пакетов расчёты проводились примерно для  $4 \cdot 10^6$  частиц. В начальный момент времени все электроны расположены на заднем фронте пакета. Для таких частиц эффект взаимодействия с волной максимален, т. к. резонансное взаимодействие имеет место только для попутных частиц. Соответственно, электроны, стартующие на заднем фронте пакета или немного ниже, проходят всю область эффективного взаимодействия. Частицы, вначале находящиеся выше пакета, не участвуют во взаимодействии, а для электронов, начинающих движение из области пакета или заметно ниже него, эффект будет более слабым.

## 2. ИЗМЕНЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ АНСАМБЛЯ ЧАСТИЦ ПРИ РЕЗОНАНСНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ

Для частиц с фиксированными начальными энергией  $W_0$  и экваториальным питч-углом  $\Theta_{L0}$ , равномерно распределённых по фазе, результат резонансного взаимодействия характеризуется усреднёнными по фазе изменениями энергии  $\langle \Delta W \rangle$  и экваториального питч-угла  $\langle \Delta \Theta_L \rangle$  и среднеквадратичным отклонением  $\sigma_W = \sqrt{\langle (\Delta W - \langle \Delta W \rangle)^2 \rangle}$ ,  $\sigma_{\Theta_L} = \sqrt{\langle (\Delta \Theta_L - \langle \Delta \Theta_L \rangle)^2 \rangle}$  (здесь и далее угловые скобки обозначают усреднение по фазе).

Среднее изменение и отклонение среднеквадратичное отклонение этого изменения энергии в зависимости от начальной энергии и экваториального питч-угла представлены на рис. 1 для пакета с  $\chi = 60^\circ$  и на рис. 2 для пакета с  $\chi = 25^\circ$ .

Для  $\chi = 60^\circ$  существуют две ярко выраженные области существенного изменения энергий частиц: область, соответствующая их ускорению, и область, отвечающая уменьшению их энергий. Область уменьшения средней энергии отвечает окрестностям верхней границы области резонансных значений энергий и питч-углов. При малых  $\Theta_{L0}$  область, соответствующая ускорению, существенно шире области уменьшения энергии; по мере увеличения  $\Theta_{L0}$  (что отвечает усилению нелинейности) эти области сравниваются в размерах и в окрестности верхней границы диапазона резонансных значений  $\Theta_{L0}$  ускорение отсутствует. Важно отметить, что для низких энергий  $W_0$  ускорение при малых питч-углах более сильное, чем уменьшение энергии при больших.

На рис. 1а обращает на себя внимание осциллирующая зависимость  $\langle \Delta W \rangle(W_0, \Theta_{L0})$  в области ускорения при меньшей амплитуде,  $A = 0,2$  В/м. При большей амплитуде,  $A = 0,4$  В/м, эти осцилляции отсутствуют (см. рис. 1б). Это объясняется тем, что при большей амплитуде основную роль играют эффекты захвата, а при меньшей — проявления силовой группировки и нелинейного смещения точки резонанса. Изменения параметров частицы в результате двух последних режимов немонотонно зависят от начального питч-угла.

Уменьшение энергии электронов вызвано их захватом во второй области резонанса с пре-

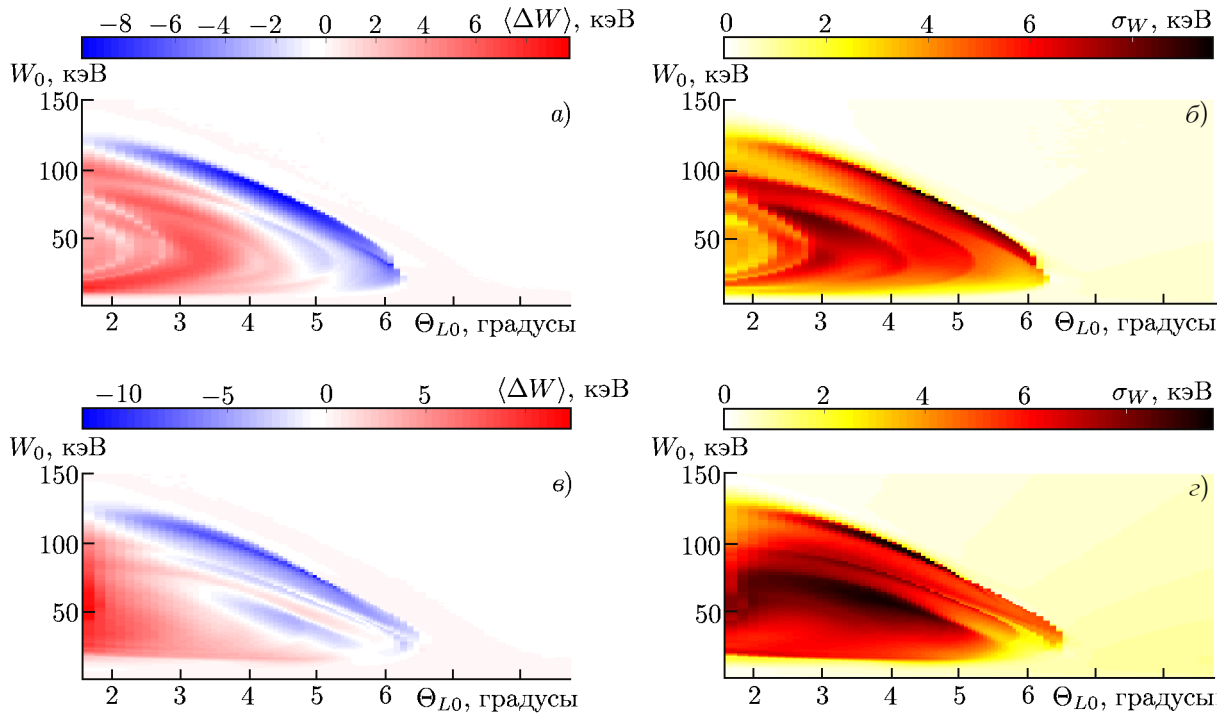


Рис. 1. Усреднённое по фазе изменение энергии  $\langle \Delta W \rangle$  (а, в) и среднеквадратичное изменение  $\sigma_W$  (б, г) в зависимости от начальных параметров частицы при  $\chi = 60^\circ$ ,  $A = 0,2$  В/м (а, б) и  $A = 0,4$  В/м (в, г)

обладанием отрицательной эффективной неоднородности [26]. Усреднённое уменьшение энергии в основном обусловлено частицами, для которых не выполняется невозмущённое условие резонанса, но которые оказываются захваченными за счёт нелинейного смещения точки резонанса.

Наибольшее среднеквадратичное изменение энергии соответствует середине резонансного диапазона. В случае меньшей амплитуды это отвечает области линейного взаимодействия с небольшим влиянием нелинейных режимов (нелинейного смещения точки резонанса и бунчировки во второй резонансной области). Для большей амплитуды область высоких значений  $\sigma_W$  шире, и она соответствует совместному проявлению различных нелинейных режимов.

Узкая область высоких значений  $\sigma_W$  на верхней границе резонансного диапазона по энергиям отвечает ситуации, когда некоторая часть частиц захвачена (с преобладающим влиянием второй резонансной области), а остальные частицы являются нерезонансными.

Подобный характер распределений  $\langle \Delta W \rangle(W_0, \Theta_{L0})$  и  $\sigma_W(W_0, \Theta_{L0})$  свидетельствует о том, что при достаточно широкой функции распределения суммарное перераспределение электронов по энергиям в результате взаимодействия может оказаться несущественным из-за компенсации эффектов ускорения частиц малых энергий и торможения частиц больших энергий.

Как можно видеть из сравнения рис. 1 и 2, случай  $\chi = 25^\circ$  существенно отличается от случая  $\chi = 60^\circ$ . Это вызвано тем, что, как отмечено выше, диапазоны резонансных значений  $W$  и  $\Theta_L$  существенно шире для меньшего угла волновой нормали,  $\chi = 25^\circ$  [26]. Во-первых, это приводит к тому, что для существенной части рассматриваемого диапазона параметров ( $W_0 > 30$  кэВ,  $\Theta_{L0} \lesssim 6^\circ$ ) взаимодействие будет линейным. Во-вторых, в резонансный диапазон входят малые энергии,  $W_0 < 7$  кэВ. Для них питч-угол сильнее изменяется при взаимодействии, что приводит к большей эффективности нелинейных режимов при  $R \gtrsim 1$  [26].

Область, отвечающая уменьшению энергии, для пакета с  $\chi = 25^\circ$  сосредоточена при больших



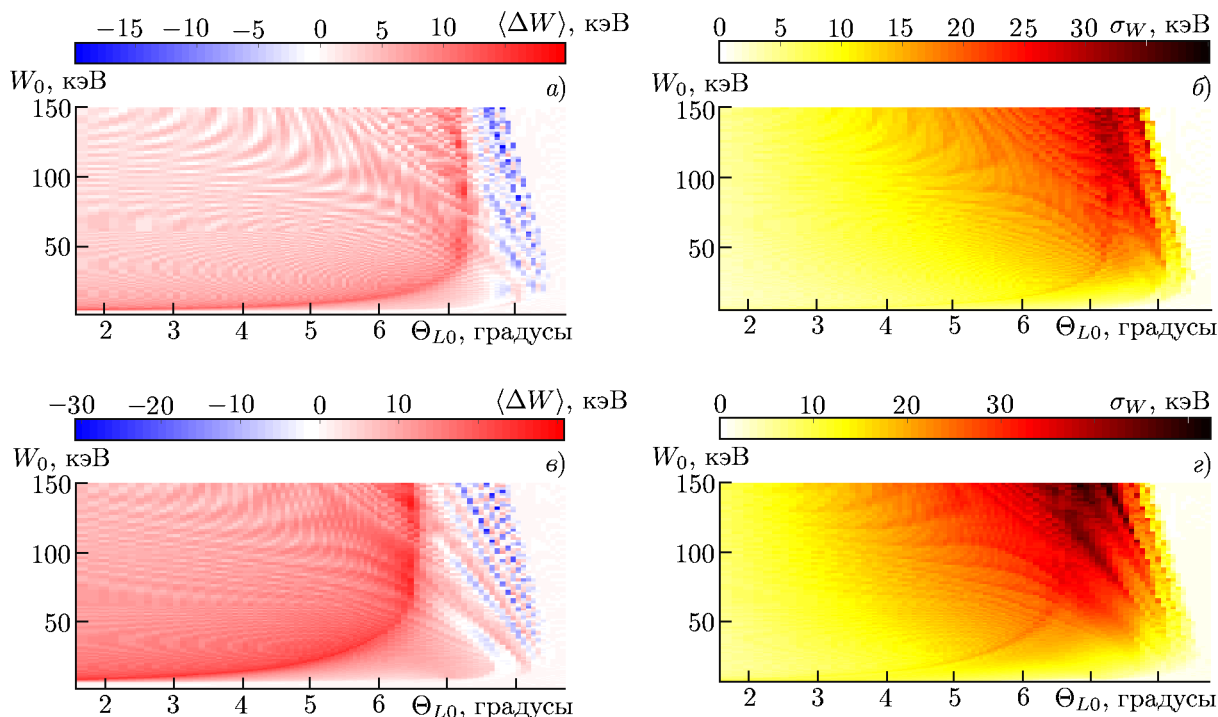


Рис. 2. Усреднённое по фазе изменение энергии  $\langle \Delta W \rangle$  (а, в) и среднеквадратичное изменение  $\sigma_W$  (б, г) в зависимости от начальных параметров частицы при  $\chi = 25^\circ$ ,  $A = 0,2$  В/м (а, б) и  $A = 0,4$  В/м (в, г)

питч-углах  $\Theta_{L0} > \Theta_L^*$  ( $\Theta_L^* \approx 7^\circ$  и  $6,5^\circ$  при  $A = 0,2$  и  $0,4$  В/м соответственно). Это связано с тем, что только при больших  $\Theta_{L0}$  рассматриваемые энергии оказываются достаточно близко к верхней границе резонансного диапазона, что соответствует сильной нелинейности, когда  $R_1$  и  $R_2$  меньше 1. В этой области параметров для различных фракций частиц во второй области имеют место бунчировка (которая приводит к увеличению энергии) или направленное рассеяние (которое приводит к уменьшению энергии). При увеличении  $\Theta_{L0}$  доминирующим режимом становится захват частиц полем волны. При этом для большей доли захваченных электронов влияние обеих областей резонанса будет приводить к тому, что их энергия практически не изменится, но для некоторой доли частиц преобладание второй области резонанса будет приводить к существенному уменьшению энергии (подробнее см. [26]). Совместное влияние различных режимов, а также сильная зависимость максимальной резонансной энергии от экваториального питч-угла в этой области [26] приводят к наличию тонкой структуры в зависимости  $\langle \Delta W \rangle(W_0, \Theta_{L0})$ .

Область  $\Theta_{L0} < \Theta_L^*$  отвечает ускорению частиц. Максимальное ускорение имеет место для электронов малых энергий,  $5 < W_0 < 20$  кэВ при  $\Theta_{L0} \lesssim \Theta_L^*$ , а также для энергий  $W_0 \gtrsim 20$  кэВ при  $\Theta_{L0} \approx \Theta_L^*$ . Это ускорение обеспечивается режимами нелинейного смещения резонанса и силовой группировки в обеих областях резонанса, а также бунчировкой во второй области резонанса с отрицательной эффективной неоднородностью [26].

Максимум среднеквадратичного отклонения  $\sigma_W$  соответствует окрестности  $\Theta_{L0} \approx 6,5^\circ \div 7^\circ$ . Это область перехода к сильной нелинейности, где для различных фракций частиц во второй резонансной области имеют место «бунчировка», приводящая к ускорению, и направленное рассеяние/захват, приводящие к уменьшению энергии.

Среднее и среднеквадратичное изменение экваториального питч-угла приведены на рис. 3 и 4. Качественно зависимость  $\langle \Delta \Theta_L \rangle(W_0, \Theta_{L0})$  совпадает с зависимостью  $\langle \Delta W \rangle(W_0, \Theta_{L0})$ . Для обо-

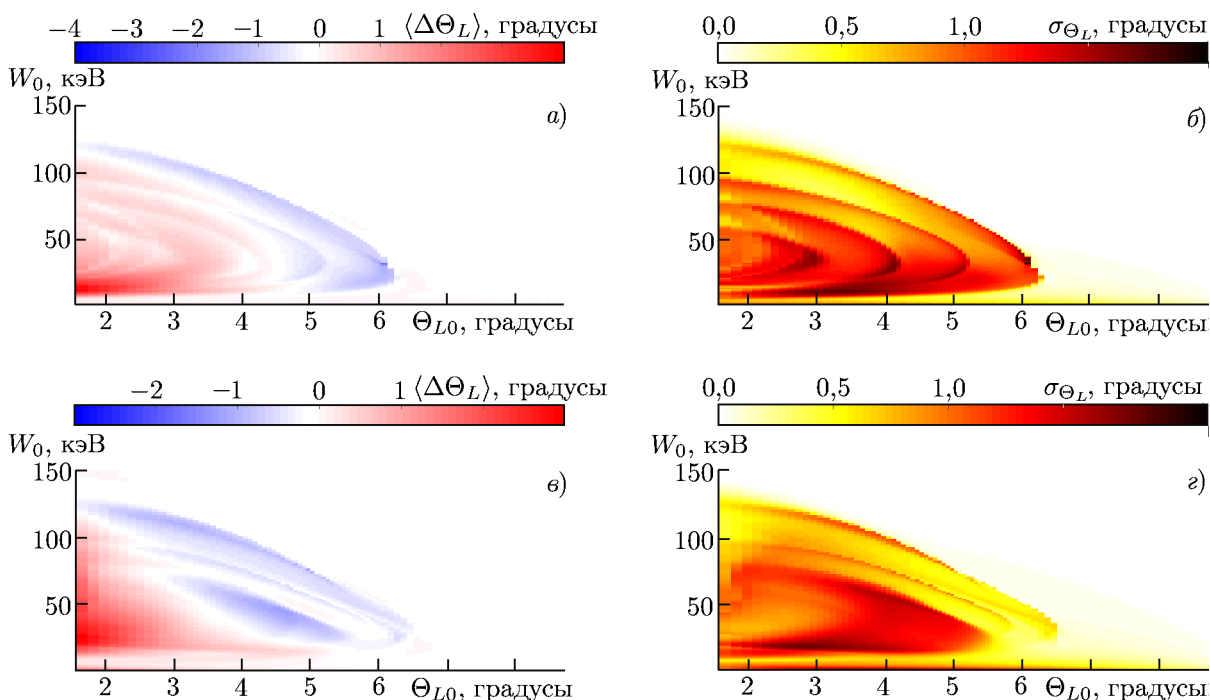


Рис. 3. Усреднённое по фазе изменение экваториального питч-угла  $\langle \Delta\Theta_L \rangle$  (а, в) и среднеквадратичное изменение  $\sigma_{\Theta_L}$  (б, г) в зависимости от начальных параметров частицы при  $\chi = 60^\circ$ ,  $A = 0,2 \text{ В/м}$  (а, б) и  $A = 0,4 \text{ В/м}$  (в, г)

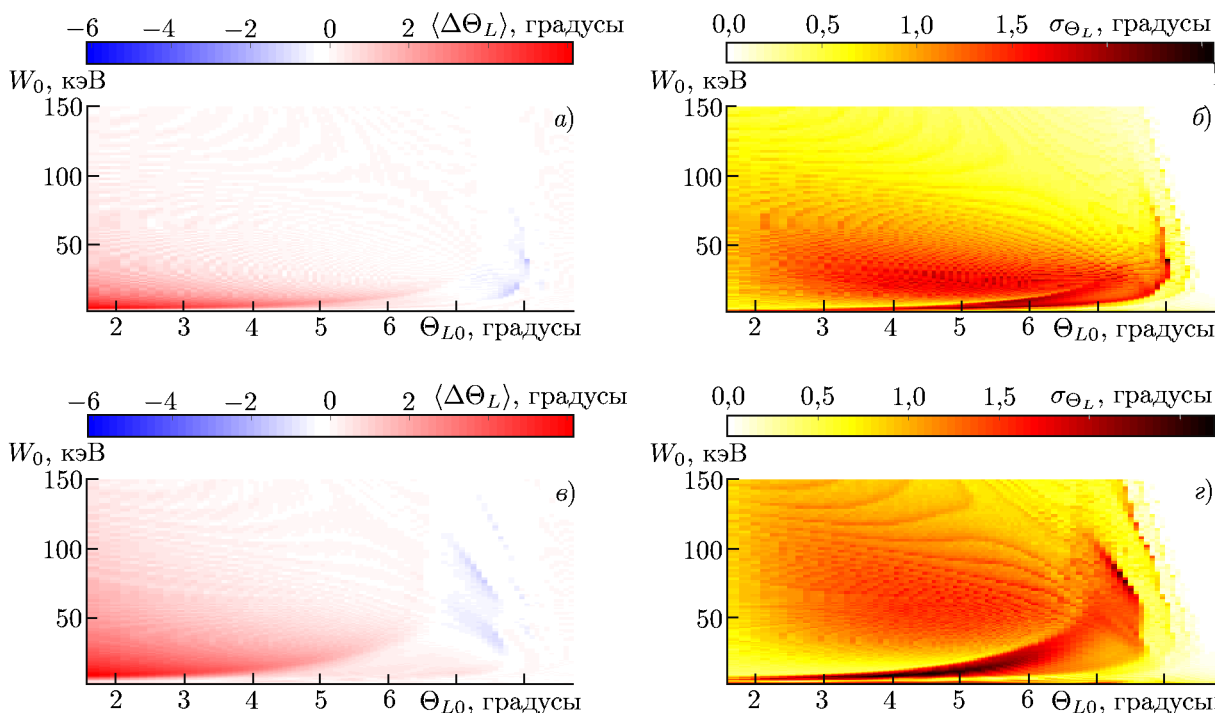


Рис. 4. Усреднённое по фазе изменение экваториального питч-угла  $\langle \Delta\Theta_L \rangle$  (а, в) и среднеквадратичное изменение  $\sigma_{\Theta_L}$  (б, г) в зависимости от начальных параметров частицы при  $\chi = 25^\circ$ ,  $A = 0,2 \text{ В/м}$  (а, б) и  $A = 0,4 \text{ В/м}$  (в, г)

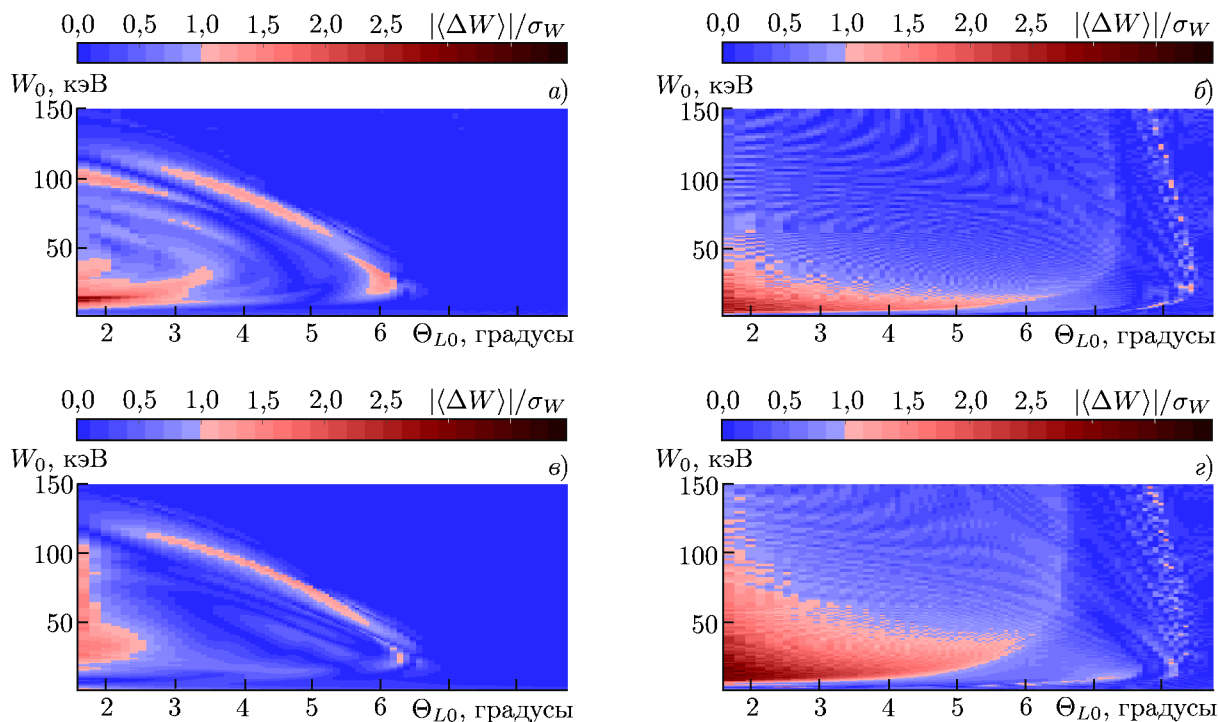


Рис. 5. Соотношение эффектов диффузии и переноса при взаимодействии при  $\chi = 25^\circ$  (а, в) и  $\chi = 60^\circ$  (б, г),  $A = 0,2$  В/м (а, б) и  $A = 0,4$  В/м (в, г)

их рассмотренных пакетов максимальное значение  $|\langle \Delta \Theta_L \rangle(W_0, \Theta_{L0})|$  соответствует увеличению питч-угла для частиц с малыми начальными энергиями и  $\Theta_{L0} < 3^\circ$  и  $6^\circ$  (для  $\chi = 60^\circ$  и  $25^\circ$  соответственно). При этом в среднем разница между абсолютными значениями положительного и отрицательного  $\langle \Delta \Theta_L \rangle$  более существенна, чем для средних изменений энергии (увеличение более эффективно). Для пакета с  $\chi = 25^\circ$  за пределами области эффективного увеличения  $\Theta_L$  среднее изменение питч-угла  $|\langle \Delta \Theta_L \rangle(W_0, \Theta_{L0})| \lesssim 1^\circ$ .

Наибольшее среднеквадратичное изменение  $\sigma_{\Theta_L}$  соответствует малым начальным энергиям и промежуточным значениям  $\Theta_{L0}$ . Отметим, что при низких энергиях даже при небольших их вариациях питч-угол может изменяться существенно [26], что может привести к попаданию некоторой доли таких частиц в конус потерь.

При большей амплитуде  $A = 0,4$  В/м (см. рис. 3в, г и 4в, г) имеет место возрастание  $\langle \Delta \Theta_L \rangle, \sigma_{\Theta_L}$  при малых энергиях за пределами диапазона резонансных значений  $W_0$  ( $W_0 < 2$  кэВ). Несмотря на то, что условие резонанса не выполняется точно, из-за большой амплитуды для таких частиц взаимодействие достаточно сильное, и из-за малости энергии во время взаимодействия питч-угол может изменяться в достаточно широких пределах. При этом электроны с малыми энергиями отстают от пакета до того, как выйдут из зоны взаимодействия, т. е. итоговое изменение  $\Theta_L$  может быть существенным.

Соотношение переноса и диффузии частиц в фазовом пространстве в зависимости от их начальных параметров проиллюстрировано на рис. 5, где для рассматриваемых значений амплитуды и угла волновой нормали  $\chi$  представлено отношение  $\langle \Delta W \rangle / \sigma_W$ .

При большем угле волновой нормали,  $\chi = 60^\circ$ , существует две области параметров, в которых дрейф преобладает. Первая область, примерно одинаковая для обеих рассматриваемых амплитуд, соответствует узкой окрестности вблизи верхней границы резонансного диапазона энергий. Как обсуждалось выше, в этой области для значительной доли частиц имеет место их захват полем

волны с преобладанием второй резонансной области с отрицательной эффективной неоднородностью, что приводит к уменьшению энергии. Вторая область сильного дрейфа соответствует ускорению электронов в режимах силовой группировки, нелинейного смещения точки резонанса или бунчировки во второй резонансной области. При меньшей амплитуде эта область соответствует энергиям  $W_0 < 50$  кэВ при  $\Theta_{L0} < 4^\circ$ . При большей амплитуде — нижней границе диапазона резонансных значений экваториального питч-угла. Область преобладания диффузии отвечает ситуации, когда влияние различных нелинейных режимов и областей резонанса с противоположными знаками эффективной неоднородности сравнимо и приводит к а) малому изменению энергии для захваченных частиц и б) большому разбросу изменения энергии для пролётных электронов.

В отличие от случая  $\chi = 60^\circ$ , при меньшем угле волновой нормали  $\chi = 25^\circ$  существует только одна область преобладания дрейфа: при небольших энергиях и  $\Theta_{L0} < 6^\circ$ . Она сужается при увеличении  $\Theta_{L0}$  и уже по энергиям при меньшей амплитуде. Данный дрейф соответствует ускорению частиц в режиме силовой группировки, нелинейного смещения точки резонанса или «бунчировки» во второй резонансной области. Вне этой области при  $\Theta_{L0} < 6^\circ$  преобладает линейное взаимодействие, которое практически отсутствует при  $\chi = 60^\circ$ . Область  $\Theta_{L0} > 6^\circ$  соответствует наличию различных нелинейных режимов.

Важно также отметить, что область нелинейного эффективного ускорения существенно шире для  $\chi = 25^\circ$ , чем для  $\chi = 60^\circ$ , и значения  $\langle \Delta W \rangle / \sigma_W$  в ней выше. Это обусловлено тем, что для меньшего угла волновой нормали низкие энергии,  $2 \div 7$  кэВ, являются резонансными и для них имеет место существенное ускорение в режимах силовой группировки и нелинейного смещения резонанса.

### 3. ЭВОЛЮЦИЯ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТИЦ

#### 3.1. Вычисление функции распределения

Функция распределения электронов  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  подчиняется уравнению Лиувилля. В рассматриваемой одномерной задаче  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = f(p_{\parallel}, z, I_{\perp}, \varphi, t)$  и

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \dot{p}_{\parallel} \frac{\partial f}{\partial p_{\parallel}} + \dot{z} \frac{\partial f}{\partial z} + \dot{I}_{\perp} \frac{\partial f}{\partial I_{\perp}} + \dot{\varphi} \frac{\partial f}{\partial \varphi} = 0. \quad (8)$$

Здесь  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор, точка означает дифференцирование по времени. Метод пробных частиц предполагает вычисление функции распределения  $f$  по характеристикам уравнения (8), которые, в свою очередь, определяются уравнениями их движения.

Каждой из пробных частиц в расчёте можно поставить в соответствие элемент фазового объёма  $d\Gamma = d\mathbf{p} d\mathbf{r}$ . Данный элемент будет сохраняться в канонически сопряжённых переменных  $(p_{\parallel}, z), (I_{\perp}, \varphi)$ . Прямая проверка показывает, что в переменных системы (1)–(4)  $W, z, I_{\perp}, \Psi$  элемент фазового объёма также сохраняется, поэтому можно перейти к функции распределения  $f(W, z, I_{\perp}, \Psi, t)$ .

В пространстве скоростей граничные условия для рассматриваемой задачи соответствуют отсутствию потоков частиц в область расчёта через границы:

$$(\dot{W}f)|_{W=W^b} = 0, \quad W^b = \begin{cases} W^{\text{left}}, & \dot{W} \geq 0; \\ W^{\text{right}}, & \dot{W} < 0; \end{cases} \quad (9)$$

$$(\dot{I}_{\perp}f)|_{I_{\perp}=I_{\perp}^b} = 0, \quad I_{\perp}^b = \begin{cases} I_{\perp}^{\text{left}}, & \dot{I}_{\perp} > 0; \\ I_{\perp}^{\text{right}}, & \dot{I}_{\perp} \leq 0. \end{cases} \quad (10)$$

Здесь на границах области расчёта  $W^b = W^{\text{left}} = 1$  кэВ и  $I_{\perp}^b = I_{\perp}^{\text{right}}$  (соответствует максимальному питч-углу  $\Theta_{L\text{max}} = 8,7^\circ$ ) взаимодействие отсутствует, поэтому условия (9) и (10) будут выполняться автоматически за счёт равенства нулю производных  $\dot{W}$  и  $\dot{I}_{\perp}$ . На границах  $W^b = W^{\text{right}} = 150$  кэВ и  $I_{\perp}^b = I_{\perp}^{\text{left}}$  (соответствует конусу потерь  $\Theta_{Lc} \approx 1,6^\circ$ ) условия (9) и (10) выполняются за счёт равенства нулю функции распределения  $f$ . Напомним, что область расчёта по питч-углам ограничена снизу конусом потерь, т. к. взаимодействие возможно только для попутных электронов в области, достаточно близкой к Земле. Верхняя граница энергий частиц, 150 кэВ, выбрана на основе экспериментальных данных (считаем, что в рассматриваемой области число частиц с  $W > 150$  кэВ пренебрежимо мало).

Граничное условие по фазе  $\Psi$  является периодическим:

$$f|_{\Psi=0} = f|_{\Psi=2\pi}. \quad (11)$$

Граничное условие по пространственной координате  $z$  соответствует тому, что в начальный момент времени все электроны расположены на заднем фронте пакета ( $z = z_{\text{te}}$ ), а источники и стоки частиц отсутствуют:

$$f|_{z=z_{\text{te}}} = \begin{cases} f_0, & t = 0; \\ 0, & t \neq 0. \end{cases} \quad (12)$$

Здесь  $f_0 = f_0(W, I_{\perp}, \Psi)$  — начальная функция распределения, конкретный вид которой обсуждается ниже.

Поскольку мы рассматриваем однократный пролёт ансамбля электронов через волновой пакет, целесообразно сравнивать функции распределения до и после взаимодействия. В отсутствие волны  $f$  может быть записана как функция интегралов движения, и при этом она не зависит от времени и координаты вдоль силовой линии:

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \tilde{f}(W, I_{\perp}, \Psi_l). \quad (13)$$

Здесь  $\Psi_l$  — фаза частицы относительно волны в момент начала ( $l = 0$ ) или окончания ( $l = 1$ ) взаимодействия. Для компактности записи и удобства последующего анализа вместо  $W, I_{\perp}$  будем использовать величины

$$\gamma = \frac{W}{mc^2} + 1 = \sqrt{1 + \frac{p^2}{(mc)^2}}, \quad \mu = \sin^2 \Theta_L = \frac{I_{\perp} B_{0L}}{(\gamma^2 - 1)}.$$

Установим связь между функцией распределения  $\tilde{f}(W, I_{\perp}, \Psi_l)$  и распределением пробных частиц в фазовом пространстве.

Для того, чтобы не учитывать изменение в процессе взаимодействия области пространства  $dz$ , занятой частицами из начального фазового объёма, рассмотрим функцию распределения, усреднённую по пространству. Учтём, что на изучаемом участке траектории частиц магнитное поле слабо отличается от дипольного. Поэтому можно ввести в рассмотрение модельную силовую трубку с дипольным магнитным полем и усреднить функцию распределения по баунс-осцилляциям частиц в такой трубке:

$$F = \frac{1}{T_B} \int \tilde{f} \frac{dz}{V_{\parallel}}, \quad (14)$$

где  $T_B$  — период баунс-осцилляций. Как известно [33], такая функция распределения  $F$  может быть нормирована на число частиц  $N$  в силовой трубке с единичным сечением на уровне ионосферы:

$$N = \int n(z) \frac{B_{0m}}{B_0(z)} dz = \frac{1}{2\mu_c} \int F T_B V p^2 d\mu dp d\varphi. \quad (15)$$

Здесь

$$n(z) = \int \tilde{f} d^3 \mathbf{p} = \int \tilde{f} \sin \Theta d\Theta p^2 dp d\varphi$$

— локальная концентрация, величина  $\mu_c = \sin^2 \Theta_{Lc} = B_L/B_{0m}$  соответствует конусу потерь,  $\Theta$  — локальный питч-угол,  $B_{0m}$  — максимальное магнитное поле на данной силовой линии.

Без учёта возможных высыпаний величина  $N$  сохраняется, и её можно связать с общим числом частиц в расчёте  $N_p$  с помощью некоторой нормировочной константы  $\beta$ .

Переходя к переменным  $\gamma, \mu, \Psi_l$ , получим

$$N = \frac{(mc)^4}{2\mu_c} \int F(\gamma, \mu, \Psi_l) T_B(\gamma, \mu) (\gamma^2 - 1) d\gamma d\mu d\Psi_l. \quad (16)$$

Здесь  $T_B(\gamma, \mu) = \tau_\mu(\mu)\tau_\gamma(\gamma)$ . При этом, поскольку в рассматриваемой нами области пространства могут находиться частицы только с малыми  $\mu$ , мы можем считать, что

$$T_B(\gamma, \mu) \approx \tau_0 \tau_\gamma(\gamma), \quad (17)$$

где  $\tau_0 = \tau_\mu(\mu = 0) = \text{const}$ .

Каждой пробной частице можно приписать некоторый удельный вес  $\alpha(\gamma, \mu, \Psi_0)$  и таким образом задать произвольную начальную функцию распределения при заданном начальном распределении пробных частиц по параметрам  $\gamma, \mu, \Psi_0$ . Весовая функция  $\alpha$  не изменяется в результате взаимодействия в силу сохранения фазового объёма:  $\alpha(\gamma, \mu, \Psi_0) = \alpha(\gamma, \mu, \Psi_1)$ . Тогда общее число частиц в расчёте можно записать как

$$\begin{aligned} N_p &= \sum_{\gamma, \mu, \Psi_l} \frac{\alpha(\gamma, \mu, \Psi_l) \Delta N_p}{\Delta\gamma \Delta\mu \Delta\Psi_l} = \beta N = \\ &= \tilde{\beta} \int F(\gamma, \mu, \Psi) \tau_\gamma(\gamma) (\gamma^2 - 1) d\gamma d\mu d\Psi_l = \tilde{\beta} \int \Phi(\gamma, \mu) \tau_\gamma(\gamma) (\gamma^2 - 1) d\gamma d\mu. \end{aligned} \quad (18)$$

Здесь  $\tilde{\beta} = \beta(mc)^4 \tau_0 / (2\mu_c)$ ,  $\Delta N_p / (\Delta\gamma \Delta\mu \Delta\Psi_l)$  — распределение пробных частиц в пространстве  $\gamma, \mu, \Psi_l$ ,

$$\Phi(\gamma, \mu) = \int F(\gamma, \mu, \Psi_l) d\Psi_l. \quad (19)$$

Таким образом,

$$\Phi(\gamma, \mu) = \sum_{\Psi_l} \frac{\Delta N_p}{\Delta\gamma \Delta\mu \Delta\Psi_l} \frac{\alpha(\gamma, \mu, \Psi_l)}{\tilde{\beta}(\gamma^2 - 1)\tau_\gamma(\gamma)}. \quad (20)$$

При этом интегрирование в (19) и суммирование в (20) для начальной функции распределения проводится по начальной фазе  $\Psi_0$ , для конечной функции распределения — по фазе в момент окончания взаимодействия  $\Psi_1$ . Поскольку начальное распределение пробных частиц равномерно по фазе  $\Psi_0$ ,  $\alpha(\gamma, \mu, \Psi_0) \equiv \alpha(\gamma, \mu)$ .

Можно ввести одномерные функции распределения  $\Phi_\gamma$  и  $\Phi_\mu$ :

$$\Phi_\gamma(\gamma) = \int \Phi(\gamma, \mu) d\mu, \quad (21)$$

$$\Phi_\mu(\mu) = \int \Phi(\gamma, \mu) (\gamma^2 - 1) \tau_\gamma(\gamma) d\gamma. \quad (22)$$

Тогда выражение (18) можно записать через эти функции:

$$N_p = \tilde{\beta} \int \Phi_\gamma(\gamma) \tau_\gamma(\gamma) (\gamma^2 - 1) d\gamma = \tilde{\beta} \int \Phi_\mu(\mu) d\mu. \quad (23)$$

Отметим, что при условии сохранения удельного веса пробной частицы и корректном задании начального распределения зависящие от энергии множители в (20) слабо влияют на результат сравнения функций распределения до и после взаимодействия.

### 3.2. Начальная функция распределения

Зададим реалистичную начальную функцию распределения электронов  $\Phi_0(\gamma, \mu)$  в рассматриваемой области. Пусть

$$\Phi_0(\gamma, \mu) = \tilde{\beta}_0 \frac{\tilde{\Phi}_{\gamma 0} \tilde{\Phi}_{\mu 0}}{(\gamma^2 - 1) \tau_\gamma(\gamma)}, \quad (24)$$

где  $\tilde{\beta}_0$  — константа. Начальное распределение электронов по энергиям  $\tilde{\Phi}_{\gamma 0}$  в рассматриваемом диапазоне 1÷150 кэВ зададим, основываясь на экспериментальных данных спутника FAST [34, Fig. 4.4]:

$$\tilde{\Phi}_{\gamma 0} = \begin{cases} \exp [-(\gamma - \gamma_m)^2 / (2\delta^2)], & 1 \text{ кэВ} \leq W_0 \leq 30 \text{ кэВ}; \\ \Lambda(\gamma - 1)^{-\eta}, & 30 \text{ кэВ} < W_0 \leq 150 \text{ кэВ}. \end{cases} \quad (25)$$

Здесь  $W_m = (\gamma_m - 1)mc^2 = 1$  кэВ, остальные параметры определяются из условия уменьшения  $\tilde{\Phi}_{\gamma 0}$  на три порядка при изменении  $W_0$  от 1 до 100 кэВ [34], а также непрерывности  $\tilde{\Phi}_{\gamma 0}$  и её производной в точке  $W_0 = 30$  кэВ. При таких условиях  $\eta \approx 4$ ,  $\delta \approx 0,02$  (соответствует примерно 10 кэВ),  $\Lambda \approx 10^{-6}$ . Начальную функцию распределения по экваториальным питч-углам считаем постоянной в рассматриваемом диапазоне  $\mu_c \leq \mu_0 \leq \mu_{\max}$  ( $\Theta_{Lc} \leq \Theta_{L0} \leq \Theta_{L\max}$ ):

$$\tilde{\Phi}_{\mu 0} = 1. \quad (26)$$

### 3.3. Анализ результатов расчётов

Поскольку мы пренебрегаем влиянием взаимодействия на профиль волны, результаты данного раздела применимы к тем областям значений энергии, которые не вносят решающего вклада в генерацию АКР.

#### 3.3.1. Изменение энергетического спектра электронов

Функции распределения  $\tilde{\Phi}_\gamma = \Phi_\gamma / \tilde{\beta}_0$ , представленные для наглядности в зависимости от энергии  $W$ , приведены на рис. 6а и в. Также приведены функции распределения для малой амплитуды, 0,01 В/м, для которой взаимодействие является линейным. Для наглядности на рис. 6 также показано относительное изменение функции распределения  $\delta\tilde{\Phi}_\gamma = (\tilde{\Phi}_\gamma - \tilde{\Phi}_{\gamma 0}) / \tilde{\Phi}_{\gamma 0}$ .

В случае линейного взаимодействия с волновым пакетом малой амплитуды 0,01 В/м функция распределения  $\tilde{\Phi}_\gamma$  для обоих рассмотренных значений  $\chi$  практически не меняется. Относительное её изменение  $\delta\tilde{\Phi}_\gamma$  осциллирует в пределах от  $-1\%$  до  $3\%$  для  $\chi = 60^\circ$  и от  $-6\%$  до  $10\%$  для  $\chi = 25^\circ$ . Для более значительных амплитуд, согласно рис. 6, в энергетическом распределении частиц происходят следующие изменения.

Небольшая доля электронов малых энергий, 1÷2 кэВ, перемещается в область энергий  $W < 1$  кэВ. Для этих частиц точное условие резонанса не выполняется, но взаимодействие, за счёт

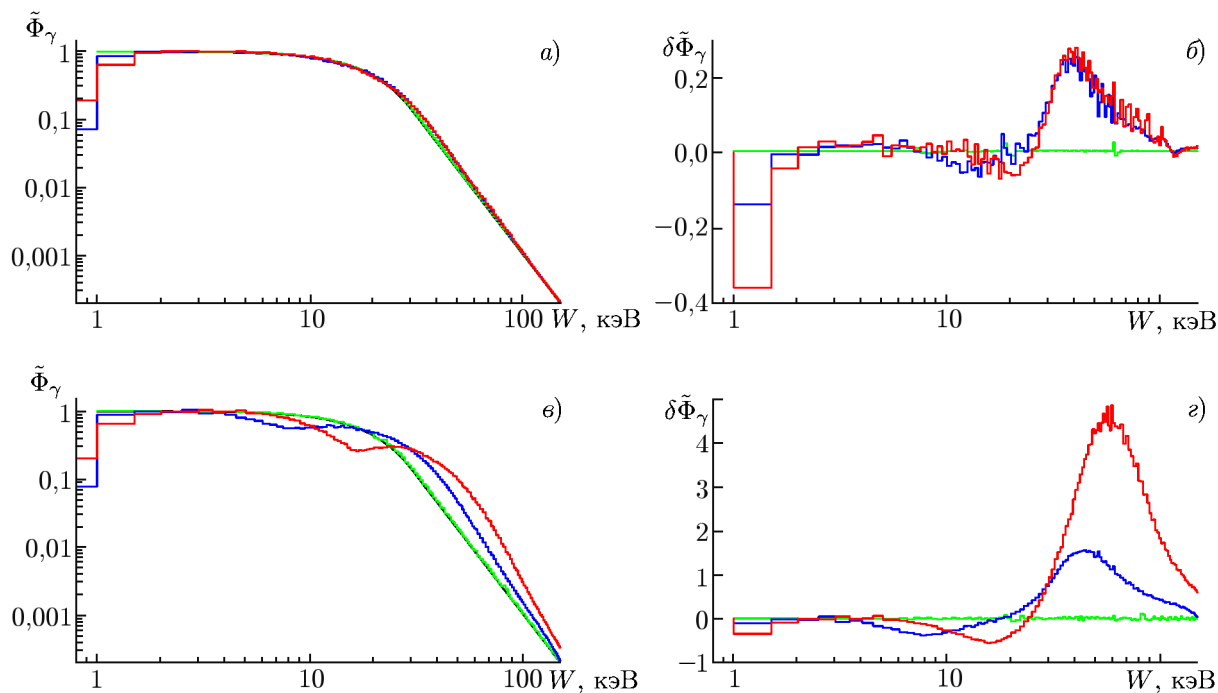


Рис. 6. Функции распределения по энергиям  $\tilde{\Phi}_\gamma$  (а, в) и относительное изменение функции распределения  $\delta\tilde{\Phi}_\gamma$  (б, д) для пакета с  $\chi = 60^\circ$  (а, б) и  $\chi = 25^\circ$  (в, д). Чёрные линии соответствуют начальному распределению, зелёные, синие и красные — амплитудам  $A = 0,01; 0,20$  и  $0,40$  В/м

достаточно большой амплитуды волны, всё равно имеет место. При этом электроны с малыми энергиями отстают от волнового пакета до завершения этого взаимодействия, т. е. их параметры могут изменяться в некоторых пределах, что и вызывает диффузию частиц в область низких энергий  $W < 1$  кэВ.

Для электронов с энергиями  $W > 2$  кэВ при взаимодействии с пакетом с  $\chi = 60^\circ$  форма функции распределения  $\tilde{\Phi}_\gamma$  практически не изменяется. Наблюдается незначительное ( $|\delta\tilde{\Phi}_\gamma| \lesssim 1\%$ ) уменьшение доли частиц с энергиями  $10 \div 30$  кэВ и увеличение ( $\delta\tilde{\Phi}_\gamma \leq 25\%$ ) доли частиц с энергиями  $30 \div 100$  кэВ. Однако в целом можно заключить, что при таком начальном распределении, которое охватывает практически весь резонансный диапазон энергий, и при не очень широком резонансном диапазоне по pitch-углам эффекты различных нелинейных режимов, преобладающих в разных областях начальных параметров электронов, компенсируют друг друга.

Для пакета с меньшим углом волновой нормали,  $\chi = 25^\circ$ , эффекты ускорения частиц намного заметнее, как и следовало ожидать, исходя из рис. 5. Они проявляются в уменьшении функции распределения при небольших энергиях и соответствующем переносе электронов в область более высоких энергий. При  $A = 0,2$  В/м уменьшается доля частиц с энергиями  $3 \div 20$  кэВ, при  $A = 0,4$  В/м — доля частиц с энергиями  $5 \div 30$  кэВ. Относительное уменьшение функции распределения при этом может достигать 10%, увеличение — 500%.

В этом случае при малых энергиях,  $W \lesssim 3 \div 5$  кэВ, среднее изменение энергии частиц близко к нулю, т. к. эти энергии близки к границе резонансного диапазона. При таких энергиях все электроны оказываются захваченными, но сравнимое влияние обеих областей резонанса приводит к тому, что суммарное изменение энергии каждой частицы близко к нулю. При увеличении энергии доля захваченных электронов уменьшается, пролётные частицы при этом ускоряются (см. выше). Окрестности локального минимума  $\tilde{\Phi}_\gamma$  (примерно 8 кэВ при  $A = 0,2$  В/м, 15 кэВ при  $A = 0,4$  В/м) соответствуют наиболее эффективному ускорению. Уменьшение энергии элект-



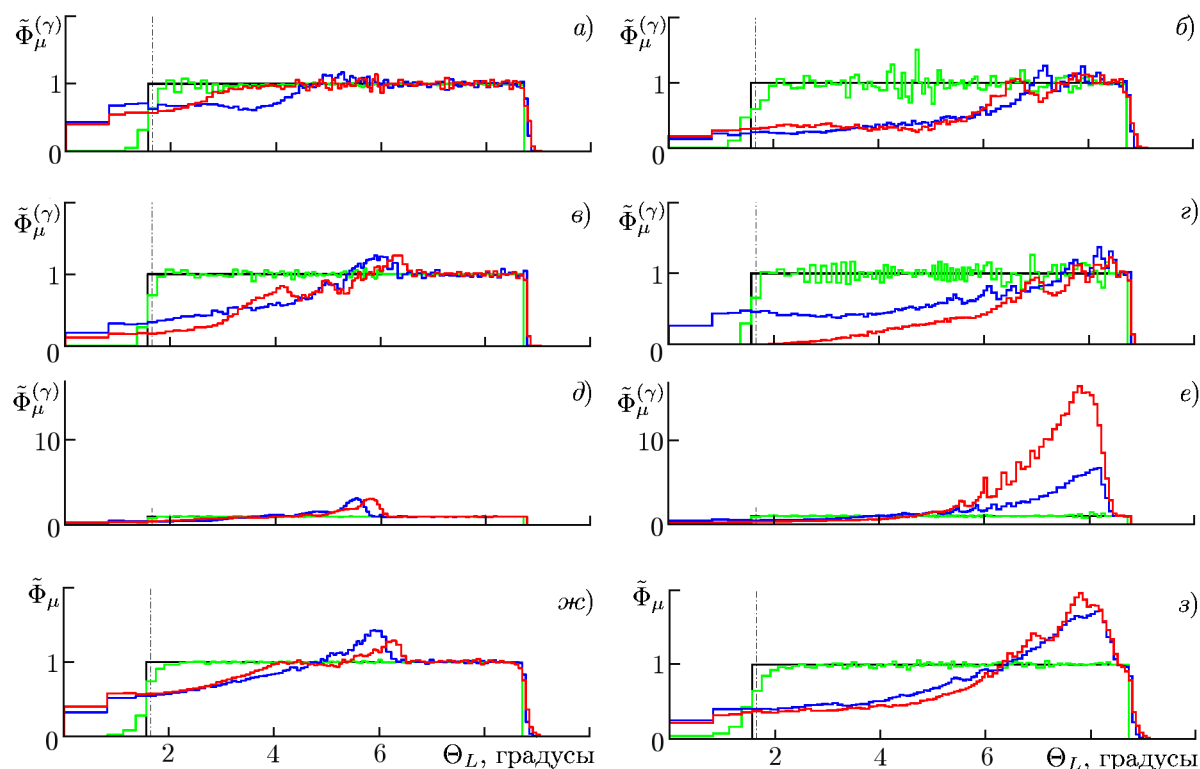


Рис. 7. Питч-угловые распределения частиц в узком диапазоне энергий ( $W = (10 \pm 0,5)$  кэВ — *a, б*;  $(25 \pm 1,25)$  кэВ — *в, з*;  $(50 \pm 2,5)$  кэВ — *д, е*) и интегральные (*жс, з*) для  $\chi = 60^\circ$  (левый столбец) и  $\chi = 25^\circ$  (правый столбец). Вертикальные линии соответствуют конусу потерь. Цветовые обозначения линий такие же, как на рис. 6

тронов в результате захвата эффективно в малой области параметров и не оказывает заметного влияния на эволюцию функции распределения.

Проведённые расчёты также позволяют оценить изменение полной энергии всего ансамбля частиц, соответствующего начальному распределению (24)–(26). В случае малой амплитуды,  $A = 0,01$  В/м, полная энергия электронов увеличивается на сотые доли процента. При взаимодействии с волной с  $\chi = 60^\circ$  полная энергия электронов увеличивается примерно на 3% при  $A \geq 0,2$  В/м. При взаимодействии с  $\chi = 25^\circ$  полная энергия частиц увеличивается примерно на 27% при  $A = 0,2$  В/м и на 45% при  $A = 0,4$  В/м. Таким образом, при заданном питч-угловом и энергетическом распределении частицы получают энергию от волнового пакета. Однако для самого волнового пакета этот баланс энергий незначителен, т. к. его поведение в области генерации определяется той областью энергий, где питч-угловая функция распределения имеет неравновесный характер (например, подковообразную форму).

### 3.3.2. Питч-угловые распределения

Функции распределения по величине  $\mu$ , для наглядности приведённые в зависимости от экваториального питч-угла  $\Theta_L$ , представлены на рис. 7. Показаны распределения  $\tilde{\Phi}_\mu^{(\gamma)} = \Phi_\mu^{(\gamma)} / \tilde{\beta}_0$  для частиц в узком диапазоне энергий для трёх значений  $W$  (рис. 7*a-e*), а также интегральные распределения  $\tilde{\Phi}_\mu = \Phi_\mu / \tilde{\beta}_0$  (рис. 7*жс* и *з*).

В случае линейного взаимодействия с волновым пакетом малой амплитуды 0,01 В/м, как

и следовало ожидать, единственным существенным изменением функции распределения по экваториальным питч-углам является попадание небольшой доли частиц в конус потерь из малой области питч-углов  $\Theta_L > \Theta_{Lc}$ . Также возможно наличие флуктуаций около начального значения в широкой области  $\Theta_L > \Theta_{Lc}$ .

При значительных амплитудах нелинейное взаимодействие приводит к существенному изменению питч-угловых распределений, причём для всех рассмотренных случаев функции распределения  $\tilde{\Phi}_\mu$  и  $\tilde{\Phi}_\mu^{(\gamma)}$  после взаимодействия имеют схожие формы.

При малых энергиях  $\tilde{\Phi}_\mu^{(\gamma)}$  плавно возрастает от значения в конусе потерь до начального значения, около которого флуктуирует в достаточно широком интервале  $\Theta_L$ . При увеличении энергии на распределении  $\tilde{\Phi}_\mu^{(\gamma)}$  появляется максимум при  $\Theta_L \approx \Theta_{Lm}$ , где  $\Theta_{Lm}$  примерно соответствует верхней границе резонансного диапазона по экваториальным питч-углам ( $6^\circ$  и  $8^\circ$  для  $\chi = 60^\circ$  и  $25^\circ$  соответственно). Таким образом, формируется распределение типа «бабочка». При этом при большем угле волновой нормали,  $\chi = 60^\circ$ , максимум начинает проявляться при меньших значениях  $W$ . С дальнейшим увеличением энергии он становится более выраженным, причём его величина (по сравнению с начальным значением  $\tilde{\Phi}_\mu^{(\gamma)}$ ) при высоких энергиях,  $W > 30$  кэВ, существенно больше при  $\chi = 25^\circ$ .

Для интегральной функции распределения  $\tilde{\Phi}_\mu$  значение в конусе потерь  $\tilde{\Phi}_{\mu c}$  составляет чуть больше половины от начального значения  $\tilde{\Phi}_{\mu 0}$  для  $\chi = 60^\circ$ , чуть меньше — для  $\chi = 25^\circ$ . От значения  $\tilde{\Phi}_{\mu c}$  функция  $\tilde{\Phi}_\mu$  возрастает до глобального максимума при  $\Theta_L = \Theta_{Lm}$ . Значение последнего превышает начальное значение  $\tilde{\Phi}_{\mu 0}$  на  $30 \div 40\%$  для  $\chi = 60^\circ$  и на  $70 \div 100\%$  для  $\chi = 25^\circ$ .

Наличие глобального максимума на питч-угловых распределениях объясняется следующим образом. Частицы попадают в данную область фазового пространства из достаточно большой области, соответствующей малым энергиям и меньшим питч-углам, за счёт ускорения в нелинейных режимах, а покинуть эту область могут только электроны в очень небольшом диапазоне энергий (см. рис. 3 и 4). При этом величина максимумов на интегральном распределении  $\tilde{\Phi}_\mu$  и на распределениях  $\tilde{\Phi}_\mu^{(\gamma)}$  при больших энергиях выше для  $\chi = 25^\circ$ , т. к. при  $\chi = 25^\circ$  ускорение частиц эффективнее.

При большей амплитуде,  $A = 0,4$  В/см, интегральная функция  $\tilde{\Phi}_\mu$  также имеет локальный максимум и минимум при  $\Theta_L$ , несколько меньших  $\Theta_{Lm}$ . Положение локального минимума  $\tilde{\Phi}_\mu$  соответствует начальному значению экваториального питч-угла, при котором наиболее эффективно уменьшение  $\Theta_L$  при захвате частиц полем волны с преобладанием второй резонансной области (см. рис. 3 и 4). За исключением малых окрестностей границ резонансных диапазонов, захват частиц эффективен только при большей амплитуде,  $0,4$  В/м.

Между интегральными функциями  $\tilde{\Phi}_\mu$  для разных амплитуд есть ещё одно отличие, разное для разных углов  $\chi$ . При  $\chi = 60^\circ$  для большей амплитуды глобальный максимум  $\tilde{\Phi}_\mu$  более пологий и соответствует несколько большему питч-углу. Это связано с тем, что разным амплитудам отвечают разные области эффективного ускорения (и увеличения питч-угла) в пространстве начальных параметров частиц. При  $\chi = 25^\circ$  функция  $\tilde{\Phi}_\mu$  при меньшей амплитуде,  $A = 0,2$  В/м, превышает  $\tilde{\Phi}_\mu$  при  $A = 0,4$  В/м, если  $\Theta_L \lesssim 6^\circ$ , и несколько меньше при больших  $\Theta_L$ . Это связано с тем, что при большей амплитуде диапазон энергий, соответствующий преобладанию ускорения (и, соответственно, увеличения питч-угла) над диффузией, существенно шире (см. рис. 2).

В распределениях локального питч-угла  $\Theta$ , вычисленных на высоте  $h \approx 17000$  км (это соответствует окончанию взаимодействия для обоих пакетов), максимумы будут наблюдаться при  $\Theta \approx 30^\circ$  и  $40^\circ$  для  $\chi = 60^\circ$  и  $25^\circ$  соответственно.

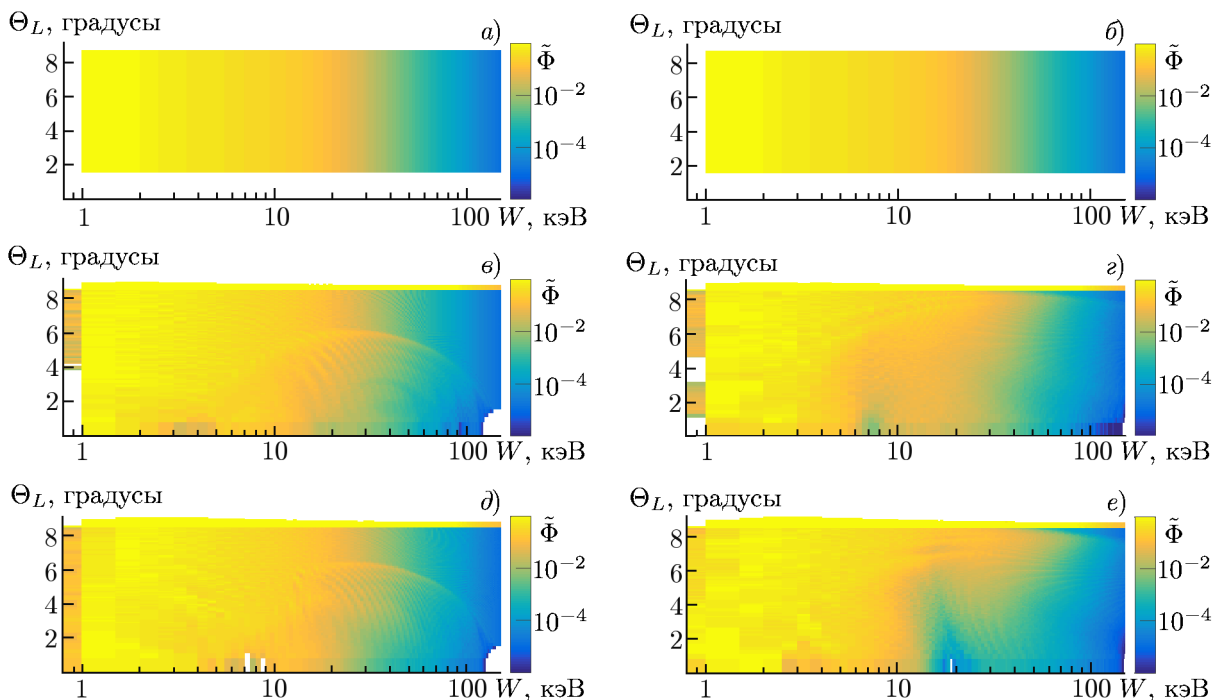


Рис. 8. Двумерная функция распределения  $\tilde{\Phi}(W, \theta_L)$ . Панели *a, б* соответствуют начальному распределению, панели *в и д* — распределению при  $\chi = 60^\circ$  при  $A = 0,2$  и  $0,4$  В/м соответственно, панели *г и е* — распределению при  $\chi = 25^\circ$  при  $A = 0,2$  и  $0,4$  В/м соответственно

### 3.3.3. Двумерная функция распределения

Двумерная функция распределения  $\tilde{\Phi}(\gamma, \mu) = \Phi(\gamma, \mu)/\beta_0$ , для наглядности построенная в переменных  $W, \theta_L$ , представлена на рис. 8. На этом рисунке можно видеть группировку по поперечным скоростям. Для  $\chi = 60^\circ$  частицы с энергиями  $W = 20 \div 40$  кэВ группируются в окрестности экваториального питч-угла  $\theta_L \approx 6^\circ$ . Для  $\chi = 25^\circ$  при большей амплитуде,  $A = 0,4$  В/м, электроны с энергиями  $W > 15$  кэВ группируются по питч-углам в области  $\theta_L > 6^\circ$ , при меньшей амплитуде  $A = 0,2$  В/м распределение более плавное. Данные выводы подтверждают результаты, представленные на рис. 7*a–e*.

### 3.3.4. Энергетический спектр частиц в конусе потерь

Энергетический спектр частиц, попавших в конус потерь, представлен на рис. 9. Также показано распределение этих частиц по начальным энергиям. Как следует из рис. 8 и 9, большинство частиц в конусе потерь имеют энергию  $W < 30$  кэВ (начальная энергия таких частиц  $W_0 \lesssim 40$  кэВ). Электроны с малыми начальными энергиями за пределами диапазона резонансных значений ( $W_0 < 7$  кэВ для  $\chi = 60^\circ$ ,  $W_0 < 2$  кэВ для  $\chi = 25^\circ$ ) могут попасть в конус потерь в результате нерезонансного взаимодействия, если их начальный питч-угол не слишком велик, т. е. из-за высокой амплитуды волны их параметры могут существенно изменяться даже без точного выполнения условия резонанса. При  $A = 0,4$  В/м частицы с большими энергиями попадают в конус потерь в результате захвата полем волны. Энергия захваченных частиц изменяется мало, но изменение питч-угла может оказаться достаточным для попадания в конус потерь некоторой доли таких частиц. При  $A = 0,2$  В/м электроны могут попасть в конус потерь как в результате

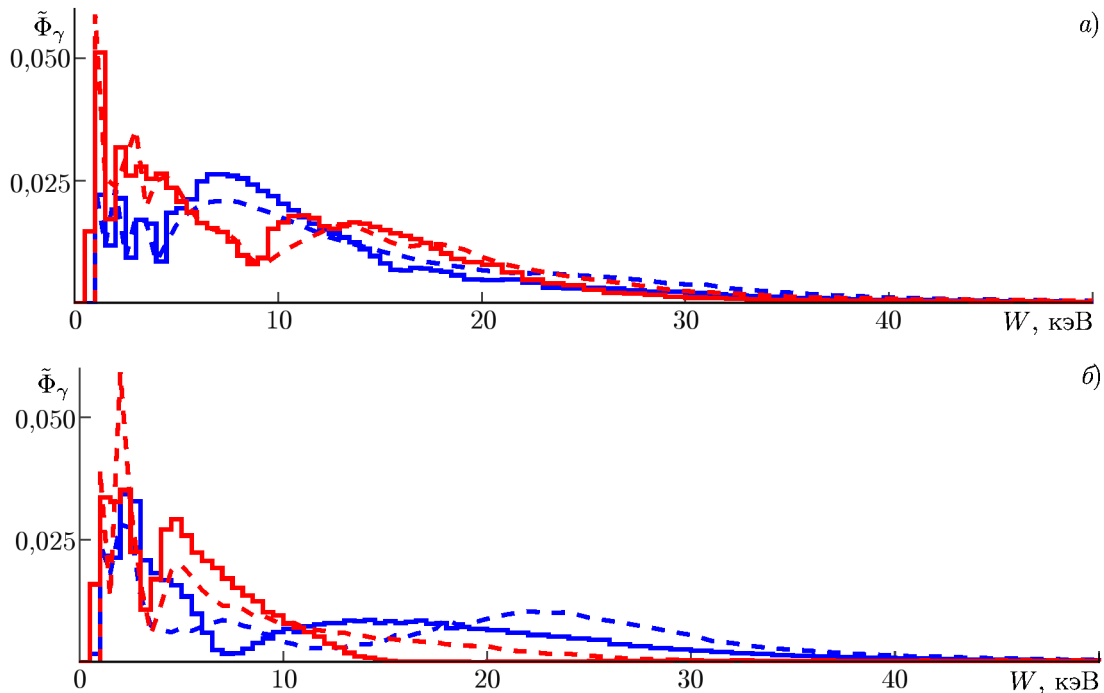


Рис. 9. Распределение частиц по энергиям в конусе потерь (сплошные линии) для  $\chi = 60^\circ$  (а) и  $\chi = 25^\circ$  (б). Штриховые линии показывают распределение этих частиц по начальным энергиям. Синий цвет соответствует  $A = 0,2$  В/м, красный —  $A = 0,4$  В/м

захвата, если  $W_0 \lesssim 20$  кэВ, так и в результате линейного взаимодействия, если  $W_0 > 20$  кэВ и начальный питч-угол  $\Theta_{L0}$  не слишком велик.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проанализировано резонансное взаимодействие ансамбля энергичных электронов с энергиями в диапазоне  $1 \div 150$  кэВ с модельными квазимонохроматическими пакетами АКР с постоянной частотой (55 кГц), углом волновой нормали ( $\chi = 60^\circ$  и  $25^\circ$ ) и амплитудой ( $A = 0,2$  и  $0,4$  В/м). Анализ эволюции функции распределения и интегральных характеристик взаимодействия показал, что оно может приводить к существенному изменению функции распределения электронов.

В результате взаимодействия возможны три существенных эффекта: 1) заполнение конуса потерь; 2) перераспределение частиц по поперечным скоростям; 3) перераспределение частиц по энергиям.

Первые два эффекта наблюдаются для обоих рассматриваемых значений угла волновой нормали  $\chi$ , что позволяет заключить, что они будут также иметь место и для промежуточных значений  $\chi$ .

Конус потерь заполняется частицами с энергиями  $W \lesssim 30$  кэВ, при этом общий энергетический спектр частиц, попавших в конус потерь, слабо зависит от параметров пакета. Таким образом, высыпания частиц с энергиями  $W \approx 1 \div 30$  кэВ могут быть вызваны взаимодействием с АКР. Следует отметить, что поскольку волны распространяются вверх и взаимодействуют с попутными частицами, то эффект заполнения конуса потерь может быть зафиксирован в сопряженном полушарии (при условии, что область АКР находится на замкнутых силовых линиях).

Перераспределение частиц по поперечным скоростям выражается в том, что равномерное

питч-угловое распределение переходит в распределение типа «бабочка». Подобные распределения играют большую роль в космической плазме. Наши расчёты показывают, что в результате резонансного взаимодействия с АКР такое распределение может сформироваться после однократного пролёта электронов через пакет, т. е. достаточно быстро (сотые доли секунды). Положение максимума «бабочки»  $\Theta_m$  определяется резонансными условиями, т. е. зависит от характеристик волнового пакета. Значение  $\Theta_m$  убывает с ростом угла волновой нормали  $\chi$ . Для рассматриваемых пакетов на высотах  $h \approx 17000$  км величина  $\Theta_m \approx 40^\circ$  для  $\chi = 25^\circ$  и  $\Theta_m \approx 30^\circ$  для  $\chi = 60^\circ$ . В основном в окрестности данного питч-угла группируются частицы с энергиями  $W \gtrsim 20$  кэВ.

Существенное перераспределение частиц по энергиям возможно только в случае, когда диапазон резонансных значений энергий существенно превышает диапазон энергий для начальной функции распределения (это соответствует  $\chi = 25^\circ$ ). В этом случае электроны с энергиями  $3 \div 30$  кэВ эффективно ускоряются и переходят в область с энергиями  $W > 30$  кэВ. Полная энергия частиц с заданным распределением  $\mu$  увеличивается на  $25 \div 45$  %. Для самого волнового пакета этот баланс энергий незначителен, т. к. его поведение в области генерации определяется той областью энергий, где питч-угловая функция распределения имеет неравновесный характер (например, подковообразную форму).

Если начальная функция распределения охватывает большую часть диапазона резонансных значений энергии ( $\chi = 60^\circ$ ), то области нелинейного дрейфа в плоскости параметров энергия–питч-угол, соответствующие эффективному увеличению и уменьшению энергии частиц, имеют сравнимый размер. В результате эффекты различных нелинейных режимов, преобладающих в этих областях, компенсируют друг друга (частицы с малыми энергиями и/или питч-углами ускоряются, частицы с большими энергиями и/или питч-углами теряют энергию). В этом случае заметного перераспределения электронов по энергиям не происходит, но полная энергия частиц (при равномерном распределении по  $\mu$ ) также увеличивается примерно на 3 %.

Важно отметить, что рассматриваемое взаимодействие возможно только для попутных электронов, т. е. в распределении электронов может иметь место асимметрия между потоками к Земле и от неё.

Можно надеяться на обнаружение рассмотренных эффектов при анализе спутниковых данных. Однако для полноценного сопоставления с наблюдениями необходимо перейти от простейшего модельного представления волны к более полному учёту реальной структуры волнового поля, также нужно задать более близкую к реальной неравновесную функцию распределения и учесть эффекты усиления волны электронами.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда. Работа В. С. Грач по численным расчётам выполнена в рамках проекта 19–72–10111. Работа А. Г. Демехова по интерпретации результатов расчётов выполнена в рамках проекта 16–12–10528.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бенедиктов Е. А., Гетманцев Г. Г., Сазонов Ю. А., Тарасов А. Ф. // Космические исследования. 1965. Т. 3, № 4. С. 614–617.
2. Gurnett D. A. // J. Geophys. Res. 1974. V. 79. P. 4 227–4 238.  
<https://doi.org/10.1029/JA079i028p04227>
3. Gurnett D. A. // J. Geomagn. Geoelectr. 1978. V. 30, No. 3. P. 257–272.  
<https://doi.org/10.5636/jgg.30.257>
4. Benson R. F., Calvert W. // Geophys. Res. Lett. 1979. V. 6, No. 6. P. 479–482.  
<https://doi.org/10.1029/GL006i006p00479>

5. Calvert W. // *Geophys. Res. Lett.* 1981. V. 8, No. 8. P. 919–921.  
<https://doi.org/10.1029/GL008i008p00919>
6. Schreiber R. // *J. Geophys. Res. Space Phys.* 2005. V. 110, No. A11. Art. no. A11222.  
<https://doi.org/10.1029/2004JA010903>
7. Могилевский М. М., Романцова Т. В., Ханаш Я. и др. // *Письма в ЖЭТФ.* 2008. Т. 86, № 11. С. 819–821.
8. Wu C. S., Lee L. C. // *Astrophys. J.* 1979. V. 230. P. 621–626. <https://doi.org/10.1086/157120>
9. Истомина Я. Н., Похотелов О. А., Хабазин Ю. Г. // *Геомагнетизм и аэрономия.* 1985. Т. 25, № 2. С. 272–277.
10. Pritchett P. L. // *J. Geophys. Res. Space Phys.* 1984. V. 89, No. A10. P. 8957–8970.  
<https://doi.org/10.1029/JA089iA10p08957>
11. Pritchett P. L., Strangeway R. J., Ergun R. E., Carlson C. W. // *J. Geophys. Res. Space Phys.* 2002. V. 107, No. A12. Art. no. 1437. <https://doi.org/10.1029/2002JA009403>
12. Буринская Т. М., Rauch J. L. // *Физика плазмы.* 2007. Т. 33, № 1. С. 32–42.
13. Буринская Т. М., Шевелев М. М. // *Физика плазмы.* 2016. Т. 42, № 10. С. 884–890.  
<https://doi.org/10.7868/S0367292116100024>
14. Gurnett D. A., Anderson R. R., Scarf F. L., et al. // *Space Sci. Rev.* 1979. V. 23, No. 1. P. 103–122.  
<https://doi.org/10.1007/BF00174114>
15. Gurnett D. A., Anderson R. R. // *Geophys. Monograph Series.* V. 25. *Physics of Auroral Arc Formation* / ed. by S. Akasofu, J. Kan. Washington : American Geophysical Union, 1981. P. 341–350.  
<https://doi.org/10.1029/GM025p0341>
16. Morioka A., Oya H., Miyatake S. // *J. Geomagnet. Geoelectr.* 1981. V. 33, No. 1. P. 37–62.  
<https://doi.org/10.5636/jgg.33.37>
17. Menietti J. D., Persoon A. M., Pickett J. S., Gurnett D. A. // *J. Geophys. Res. Space Phys.* 2000. V. 105, No. A8. P. 18 857–18 866. <https://doi.org/10.1029/1999JA000389>
18. Karpman V. I., Istomin Y. N., Shklyar D. R. // *Plasma Phys.* 1974. V. 16, No. 8. P. 685–703.  
<https://doi.org/10.1088/0032-1028/16/8/001>
19. Albert J. M. // *Phys. Fluids B.* 1993. V. 5, No. 8. P. 2 744–2 750. <https://doi.org/10.1063/1.860715>
20. Albert J. M. // *J. Geophys. Res. Space Phys.* 2000. V. 105, No. A9. P. 21 191–21 209.  
<https://doi.org/10.1029/2000JA000008>
21. Демехов А. Г., Трахтенгерц В. Ю., Райкрофт М., Нанн Д. // *Геомагнетизм и аэрономия.* 2006. Т. 46, № 6. С. 751–757.
22. Albert J. M., Bortnik J. // *Geophys. Res. Lett.* 2009. V. 36, No. 12. Art. no. L12110.  
<https://doi.org/10.1029/2009GL038904>
23. Kubota Y., Omura Y. // *J. Geophys. Res. Space Phys.* 2017. V. 122, No. 1. P. 293–309.  
<https://doi.org/10.1002/2016JA023267>
24. Грач В. С., Демехов А. Г. // *Изв. вузов. Радиофизика.* 2017. Т. 60, № 12. С. 1 052–1 071.
25. Lee K. H., Omura Y., Lee L. C. // *Phys. Plasmas.* 2012. V. 19, No. 12. Art. no. 122902.  
<https://doi.org/10.1063/1.4772059>
26. Грач В. С., Демехов А. Г. // *Изв. вузов. Радиофизика.* 2020. Т. 63, № 3. С. 173–194.
27. Artemyev A., Neishtadt A., Vainchtein D., et al. // *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* 2018. V. 65. P. 111–160. <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2018.05.004>
28. Artemyev A. V., Neishtadt A. I., Vasiliev A. A., Mourenas D. // *Phys. Rev. E.* 2017. V. 95, No. 2. Art. no. 023204. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.95.023204>
29. Grach V. S., Demekhov A. G. // *J. Geophys. Res. Space Phys.* 2020. V. 125, No. 2. Art. no. e2019JA027358. <https://doi.org/10.1029/2019JA027358>
30. Шкляр Д. Р. // *Плазменная гелиогеофизика. Т. II* / под ред. Л. М. Зеленого, И. С. Веселов-

- ского. М. : Физматлит, 2008. С. 391–490.
31. Albert J.M., Tao X., Bortnik J. // Geophys. Monograph Series. V.199. Dynamics of the Earth's Radiation Belts and Inner Magnetosphere / ed. by D. Summers, I.R. Mann, D.N. Baker, M. Schulz. Washington : American Geophysical Union, 2013. P.255–264. <https://doi.org/10.1029/2012gm001324>
  32. Лундин Б.В., Шкляр Д.Р. // Геомагнетизм и аэрономия. 1977. Т. 17, № 2. С. 246–251.
  33. Беспалов П.А., Трахтенгерц В.Ю. Альфвеновские мазеры. Горький : ИПФ АН СССР, 1986. 190 с.
  34. Amm O., Birn J., Bonnell J., et al. // Space Sci. Rev. 2002. V.103, No. 1–4. P.93–208. <https://doi.org/10.1023/A:1023082700768>

Поступила в редакцию 4 мая 2020 г.; принята в печать 13 августа 2020 г.

### EVOLUTION OF ELECTRON VELOCITY DISTRIBUTION FUNCTION UNDER RESONANT INTERACTION WITH A MODEL WAVE PACKET OF AURORAL KILOMETRIC RADIATION

*V. S. Grach and A. G. Demekhov*

We analyze the nonlinear resonant interaction of energetic electrons with auroral kilometric radiation (AKR). The evolution of the electron distribution function in the energy range 1–150 keV is considered based on the numerical solution of the particle motion equations in a given field of a quasi-monochromatic AKR wave packet. It is shown that for realistic values of the wave amplitude 0.2–0.4 V/m, as a result of the interaction, the loss cone is filled with particles having the energies  $W < 30$  keV and the particles are redistributed over pitch angles, which leads to the formation of a pitch-angle butterfly distribution. An energy redistribution of particles, in which the particles with energies 3–30 keV are effectively accelerated to energies 30–100 keV, is also possible, depending on the wave parameters.