

УДК 621.396.62+621.372.8

## ЛОКАЛИЗАЦИЯ ИСТОЧНИКА В НЕОДНОРОДНОМ АКУСТИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДОВОГО АЛГОРИТМА ПОНИЖЕННОГО РАНГА

А. Г. Сазонтов<sup>1,2\*</sup>, И. П. Смирнов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Институт прикладной физики РАН;

<sup>2</sup> Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, Россия

Построен адаптивный модовый алгоритм пониженного ранга, позволяющий локализовать акустический источник с помощью вертикальной антенной решётки, работающей в условиях неполной информации о пространственной изменчивости волноводного канала распространения. Путём статистического моделирования установлено, что реализованный способ оценивания обладает лучшими потенциальными возможностями по сравнению с традиционными методами MUSIC и максимума правдоподобия, осуществляющих обработку в пространстве элементов антенны, и обеспечивает значительное преимущество как в точности измерения координат, так и в достигаемой с его помощью вероятности правильной локализации. Приведена верификация предложенного метода с использованием экспериментальных данных, полученных в Ладожском озере. Показано, что соответствующий адаптивный алгоритм (в сочетании с модовой фильтрацией) характеризуется высокой разрешающей способностью, гарантирует устойчивость процедуры оценивания к детерминированному рассогласованию, обусловленному неточным знанием геоакустических характеристик донных осадков, и, в отличие от соответствующих традиционных способов, позволяет корректно решить обратную задачу.

### ВВЕДЕНИЕ

Локализация источника в подводном звуковом канале является одной из важных прикладных задач гидроакустики [1, 2]. Однако её решение, основанное на методе согласованного поля (предполагающего априорное знание реплики принятого сигнала), сталкивается с трудностями принципиального характера. Главной причиной, не позволяющей получить корректное решение обратной задачи в изменчивых и всегда не полностью известных условиях морской среды, является несоответствие (рассогласование) между расчётной моделью канала распространения и реальным акустическим волноводом.

Для частичной компенсации эффекта рассогласования в акустике океана предложен ряд адаптивных методов (описанных в обзорных публикациях [1, 2]), использующих трудоёмкую процедуру одновременного поиска искомым координат и неизвестных параметров волновода.

В мелком море возможна ситуация, когда число распространяющихся мод меньше числа элементов приёмной антенной решётки. В этом случае, наряду с методом согласованного поля, возможен альтернативный способ обработки, который в англоязычной литературе трактуется как обработка, согласованная с модовым составом («matched mode processing»). Метод решения обратной задачи, основанный на анализе модовой структуры, был первоначально предложен Е. Шэнгом [3–5], а затем развит в серии публикаций ряда авторов (см., например, [6–12]). Важно подчеркнуть, что применение такого способа допускает возможность модовой фильтрации, позволяющей в процессе локализации учитывать лишь низшие моды сигнала на входе антенной решётки, слабо взаимодействующие со дном, и тем самым повысить устойчивость решения

\* sazontov@appl.sci-nnov.ru

по отношению к влиянию рассогласования, обусловленного неточным знанием геоакустических характеристик донных осадков.

В ряде случаев, когда профиль скорости звука и рельеф дна существенным образом изменяются вдоль трассы распространения, происходит взаимодействие нормальных волн, приводящее к связи между их амплитудами. В условиях неполноты информации о пространственной изменчивости акустических характеристик канала соответствующая матрица связи априори неизвестна, что значительно усложняет решение обратной задачи. Имеющиеся в литературе методы локализации источника в переменном по трассе волноводе опираются исключительно на адиабатическое приближение, не учитывающее такого рода взаимодействия. В этой связи особый интерес представляет построение адаптивных методов оценивания, не требующих знания матрицы связи амплитуд мод.

В последнее десятилетие в общей теории адаптивных антенных решёток интенсивно развивается направление, связанное с построением робастных алгоритмов, учитывающих отличие ожидаемой реплики от истинной и позволяющих минимизировать эффекты рассогласования различной природы (см., например, [13, 14]). Такой подход рассчитан на наихудший сценарий приёма и предполагает ограниченность по норме соответствующего вектора рассогласования. При этом процедура адаптации заключается в нахождении оптимального вектора отклика антенной решётки, удовлетворяющего наложенным на него ограничениям и обеспечивающего максимум выходной мощности процессора (или минимум целевой функции используемого метода локализации).

В данной работе в рамках наихудшего сценария построен адаптивный модовый алгоритм пониженного ранга NM-RARE («normal mode based RARE»), позволяющий оценить искомые координаты источников без знания истинных параметров неоднородного акустического волновода. Он является аналогом традиционного метода RARE («rank reduction»), используемого в технике частично калиброванных антенных решёток [15, 16], в котором число подрешёток совпадает с числом распространяющихся нормальных волн, а роль компонент вектора, характеризующего амплитудно-фазовую калибровку соответствующих подрешёток, играют неизвестные диагональные элементы матрицы связи. Представлены результаты сравнения эффективности данного способа оценивания с методами максимума правдоподобия и MUSIC, осуществляющими обработку в пространстве элементов антенны. Приведена экспериментальная апробация предложенного алгоритма, демонстрирующая его работоспособность в мелководной акватории Ладожского озера.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ИСХОДНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Пусть в точках с координатами  $\boldsymbol{\theta}_1 = (r_1, z_1)^T, \dots, \boldsymbol{\theta}_J = (r_J, z_J)^T$  волноводного канала находятся  $J$  источников звука, излучающих частично-когерентные узкополосные сигналы с одинаковой несущей частотой (индекс «Т» обозначает транспонирование). Приём осуществляется линейной вертикальной антенной решёткой, состоящей из  $N$  элементов, расположенных на горизонтах  $\{z_n\}_{n=1}^N$ . Начало координат по дальности выбрано в месте установки антенной решётки.

В узкополосном приближении результирующее поле на входе антенной решётки в моменты времени  $t_l$  характеризуется  $N$ -мерным вектором наблюдения  $\mathbf{x}(t_l)$ :

$$\mathbf{x}(t_l) = \mathbf{G}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{s}(t_l) + \tilde{\mathbf{n}}(t_l), \quad l = 1, 2, \dots, L. \quad (1)$$

Здесь  $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\theta}_1^T, \dots, \boldsymbol{\theta}_J^T)^T$  — искомый вектор с размерностью  $2J \times 1$ , определяющий положения источников,  $\mathbf{G}(\boldsymbol{\theta}) = [\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}_1), \dots, \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}_J)]$  — передаточная матрица канала с размерностью  $N \times J$ ,  $\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}_j) = [G(0, z_1 | \boldsymbol{\theta}_j), \dots, G(0, z_N | \boldsymbol{\theta}_j)]^T$  — вектор отклика антенной решётки, компонентами которого являются функции Грина среды  $\{G(0, z_n | \boldsymbol{\theta}_j)\}_{n=1}^N$ , связывающие координаты  $j$ -го источника

с координатами приёмных элементов,  $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_J(t)]^T$  — вектор комплексных огибающих излучённых сигналов с размерностью  $J \times 1$ ,  $\tilde{\mathbf{n}}$  — вектор аддитивного белого шума,  $L$  — объём входной выборки. Задача состоит в построении адаптивного алгоритма обработки, позволяющего по принятой выборке  $\{\mathbf{x}(t_l)\}_{l=1}^L$  оценить глубины погружения источников и расстояния от них до приёмной антенной решётки без знания истинных параметров акустического волновода<sup>1</sup>.

В дальнейшем будем считать, что случайные векторы  $\mathbf{s}(t)$  и  $\tilde{\mathbf{n}}(t)$  взаимно не коррелированы и характеризуются ковариационными матрицами

$$\langle \mathbf{s}(t)\mathbf{s}^+(t) \rangle = \mathbf{S}, \quad \langle \tilde{\mathbf{n}}(t)\tilde{\mathbf{n}}^+(t) \rangle = \sigma_n^2 \mathbf{I}_N.$$

Здесь  $\mathbf{S}$  — сигнальная матрица с размерностью  $J \times J$ ,  $\sigma_n^2$  — неизвестный уровень шума,  $\mathbf{I}_N$  — единичная матрица с размерностью  $N \times N$ , индекс «+» означает эрмитово сопряжение, угловые скобки — статистическое усреднение.

При нахождении ожидаемой реплики сигнала в горизонтально неоднородном волноводе мы воспользуемся волновым подходом, в рамках которого функция Грина  $G(0, z_n | \theta_j)$  может быть представлена в виде суперпозиции конечного числа  $M$  распространяющихся локальных нормальных мод. В адиабатическом приближении для  $G(0, z_n | \theta_j)$  имеем [17]

$$G(0, z_n | \theta_j) = \sum_{m=1}^M \frac{\varphi_m(r_j, z_j)\varphi_m(0, z_n)}{\sqrt{8\pi\kappa_m(0)r_j}} \exp \left[ i \int_0^{r_j} \kappa_m(r) dr \right].$$

Здесь  $\varphi_m(0, z_n)$  и  $\varphi_m(r_j, z_j)$  — собственные функции  $m$ -й моды в месте расположения  $n$ -го приёмного элемента и  $j$ -го источника излучения соответственно, а  $\kappa_m(r)$  — горизонтальное волновое число в сечении  $r = \text{const}$ . В указанном приближении вектор отклика антенной решётки удобно представить в виде

$$\mathbf{g}(\theta_j) = \mathbf{U}\mathbf{C}_j\mathbf{a}(\theta_j). \quad (2)$$

Здесь  $\mathbf{U}$  — матрица модовой структуры с размерностью  $N \times M$  и элементами  $U_{nm} = \varphi_m(0, z_n)$ ,  $\mathbf{C}_j$  — диагональная матрица с размерностью  $M \times M$ :

$$\mathbf{C}_j = \text{diag} \left\{ \exp \left[ i \int_0^{r_j} \Delta\kappa_1(r) dr \right], \dots, \exp \left[ i \int_0^{r_j} \Delta\kappa_M(r) dr \right] \right\}^T, \quad (3)$$

где  $\Delta\kappa_m(r) = \kappa_m(r) - \kappa_m(0)$ ,  $m = 1, \dots, M$ , а

$$\mathbf{a}(\theta_j) = \left\{ \frac{\varphi_1(r_j, z_j)}{\sqrt{8\pi\kappa_1(0)r_j}} \exp[i\kappa_1(0)r_j], \dots, \frac{\varphi_M(r_j, z_j)}{\sqrt{8\pi\kappa_M(0)r_j}} \exp[i\kappa_M(0)r_j] \right\}^T -$$

модовый вектор размерности  $M \times 1$  в волноводе сравнения, соответствующего глубине канала в месте постановки приёмной антенной решётки. Укажем, что применительно к акустике океана выражение (3) использовалось в работе [18] при решении задачи локализации источника во флуктуирующем океане, в котором соответствующие разности волновых чисел  $\Delta\kappa_m(r)$  считались случайными функциями координат.

В общем случае при учёте взаимодействия нормальных волн матрица  $\mathbf{C}_j$  (связывающая принимаемый модовый состав с излучаемым  $j$ -м источником) не имеет определённой структуры,

<sup>1</sup> Угловые положения источников в волноводе, как известно, невозможно оценить с помощью вертикальной антенны.

однако в ряде ситуаций, когда распространение звука в переменном по трассе канале происходит преимущественно вперёд, для для неё можно также воспользоваться диагональным приближением:  $\mathbf{C}(\boldsymbol{\theta}_j) = \text{diag}[c_1(\boldsymbol{\theta}_j), \dots, c_M(\boldsymbol{\theta}_j)]$ , где элементы  $c_m(\boldsymbol{\theta}_j)$  (наряду с фазовыми набегам на неоднородностях среды) в явном виде содержат коэффициенты взаимодействия мод (см., например, [19, 20]). В рамках указанного представления справедливо непосредственно проверяемое соотношение [21]

$$\mathbf{C}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{a}(\boldsymbol{\theta}) = \text{diag}\{\mathbf{a}(\boldsymbol{\theta})\}\mathbf{c}(\boldsymbol{\theta}), \quad \mathbf{c}(\boldsymbol{\theta}) = (c_1, \dots, c_M)^T, \quad (4)$$

которым мы воспользуемся в дальнейшем. В условиях неполной информации о пространственной изменчивости канала элементы вектора  $\mathbf{c}$  априори неизвестны и должны определяться совместно с искомыми координатами источников.

При  $J < M < N$  с вычислительной точки зрения пространственную обработку удобно реализовать в модовом пространстве, в котором вектор наблюдения  $\mathbf{y}(t_l)$  связан с исходным вектором (1) соотношением  $\mathbf{y}(t_l) = \mathbf{U}^\dagger \mathbf{x}(t_l)$  ( $\mathbf{U}^\dagger = (\mathbf{U}^T \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^T$  — матрица, псевдообратная к  $\mathbf{U}$ ) и имеет вид

$$\mathbf{y}(t_l) = \tilde{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{s}(t_l) + \mathbf{m}(t_l), \quad \mathbf{m}(t_l) = (\mathbf{U}^T \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^T \tilde{\mathbf{n}}(t_l), \quad (5)$$

где  $\tilde{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\theta}) = [\mathbf{C}_1 \mathbf{a}(\boldsymbol{\theta}_1), \dots, \mathbf{C}_J \mathbf{a}(\boldsymbol{\theta}_J)]$  — матрица, составленная из принимаемых модовых векторов, зависящих от положений источников. Ковариационная матрица соответствующего  $M$ -мерного вектора  $\mathbf{y}(t_l)$  даётся соотношением

$$\boldsymbol{\Gamma}_y = \tilde{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{S}\tilde{\mathbf{A}}^+(\boldsymbol{\theta}) + \sigma_n^2 \boldsymbol{\Sigma}, \quad \boldsymbol{\Sigma} = (\mathbf{U}^T \mathbf{U})^{-1}. \quad (6)$$

Обратим внимание, что в модовом пространстве исходный белый шум становится окрашенным и характеризуется ковариационной матрицей, совпадающей с обратной матрицей ортогональности мод  $\mathbf{U}^T \mathbf{U}$ . Для сравнительно коротких решёток эта матрица оказывается вырожденной и для её нахождения необходима регуляризация, например, на основе сингулярного спектрального разложения. Отметим также, что обработка сигнала, принимаемого на фоне коррелированных помех, включает в себя операцию выбеливания. В результате вектор (5) преобразуется в вектор  $\tilde{\mathbf{y}}(t_l) = \boldsymbol{\Sigma}^{-1/2} \mathbf{y}(t_l)$ , ковариационная матрица которого равна

$$\tilde{\boldsymbol{\Gamma}}_y = \boldsymbol{\Sigma}^{-1/2} \boldsymbol{\Gamma}_y \boldsymbol{\Sigma}^{-1/2} = \boldsymbol{\Sigma}^{-1/2} \tilde{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{S}\tilde{\mathbf{A}}^+(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{\Sigma}^{-1/2} + \sigma_n^2 \mathbf{I}_M.$$

В реальных ситуациях истинная матрица  $\boldsymbol{\Gamma}_y$  неизвестна, поэтому при практической реализации модовых алгоритмов обработки вместо неё используется оценочная матрица  $\hat{\boldsymbol{\Gamma}}_y$  с размерностью  $M \times M$ :

$$\hat{\boldsymbol{\Gamma}}_y = \mathbf{U}^\dagger \hat{\boldsymbol{\Gamma}}_x (\mathbf{U}^\dagger)^T, \quad \hat{\boldsymbol{\Gamma}}_x = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{x}(t_l) \mathbf{x}^\dagger(t_l).$$

Здесь  $\hat{\boldsymbol{\Gamma}}_x$  — выборочная матрица исходного вектора наблюдения с размерностью  $N \times N$ .

Одним из наиболее распространённых спектральных способов локализации является метод MUSIC [22]. Он основан на использовании информации, содержащейся в системе собственных векторов выборочной матрицы  $\tilde{\boldsymbol{\Gamma}}_y$ :

$$\tilde{\boldsymbol{\Gamma}}_y = \sum_{j=1}^M \hat{\lambda}_j \hat{\boldsymbol{\psi}}_j \hat{\boldsymbol{\psi}}_j^\dagger. \quad (7)$$

Здесь  $\hat{\lambda}_j$  — положительные собственные числа, пронумерованные в порядке убывания (т. е.  $\hat{\lambda}_1 \geq \hat{\lambda}_2, \dots, \geq \hat{\lambda}_M$ ), а  $\hat{\boldsymbol{\psi}}_j$  — отвечающие им ортонормированные собственные векторы. Если ранг

сигнальной матрицы  $\mathbf{S}$  равен  $J$ , то число максимальных собственных чисел спектрального разложения (7) совпадает с числом источников. Соответствующие им собственные векторы  $\{\psi_j\}_{j=1}^J$  принадлежат сигнальному подпространству, а  $M - J$  младших собственных векторов  $\{\psi_j\}_{j=J+1}^M$  формируют шумовое подпространство.

Для рассматриваемого сценария положения источников могут быть найдены из условия ортогональности вектор-столбцов матрицы  $\Sigma^{-1/2} \tilde{\mathbf{A}}(\theta)$  к векторам шумового подпространства:

$$\hat{\theta} = \operatorname{argmin}_{\theta, \mathbf{c}} \|\hat{\Psi}_n^+ \Sigma^{-1/2} \mathbf{C}(\theta) \mathbf{a}(\theta)\|^2, \quad (8)$$

где  $\hat{\Psi}_n = [\hat{\psi}_{J+1}, \dots, \hat{\psi}_M]$  — матрица с размерностью  $M \times (M - J)$ , составленная из собственных векторов матрицы  $\tilde{\Gamma}_y$ , отвечающих наименьшим собственным числам. С учётом представления (4) соотношение (8) примет вид

$$\hat{\theta} = \operatorname{argmin}_{\theta, \mathbf{c}} \|\hat{\Psi}_n^+ \Sigma^{-1/2} \operatorname{diag}\{\mathbf{a}(\theta)\} \mathbf{c}(\theta)\|^2 \equiv \operatorname{argmin}_{\theta} \left\{ \min_{\mathbf{c}} \mathbf{c}^+ (\theta) \mathbf{Q}(\theta) \mathbf{c}(\theta) \right\}, \quad (9)$$

где  $\mathbf{Q}(\theta) = \mathbf{V}^+(\theta) \hat{\Psi}_n \hat{\Psi}_n^+ \mathbf{V}(\theta)$  — матрица с размерностью  $M \times M$ , а  $\mathbf{V}(\theta) = \Sigma^{-1/2} \operatorname{diag}\{\mathbf{a}(\theta)\}$ .

Входящий в (9) неизвестный вектор  $\mathbf{c}(\theta)$  может быть найден лишь с точностью до произвольного комплексного множителя, поэтому для однозначного определения  $\mathbf{c}(\theta)$  можно наложить на него дополнительное ограничение  $\|\mathbf{c}(\theta)\|^2 = 1$ , исключающее тривиальное решение  $\mathbf{c}(\theta) = 0$ . В этом случае минимум квадратичной формы  $\mathbf{c}^+ \mathbf{Q} \mathbf{c}$  реализуется при  $\hat{\mathbf{c}}(\theta) = \mathcal{P}_{\min}\{\mathbf{Q}(\theta)\}$ , где  $\mathcal{P}_{\min}\{\cdot\}$  — оператор взятия собственного вектора, отвечающего наименьшему собственному значению  $\lambda_{\min}\{\mathbf{Q}(\theta)\}$  матрицы  $\mathbf{Q}(\theta)$ . В результате критерий (9) может быть переформулирован в виде

$$\hat{\theta} = \operatorname{argmax}_{\theta} P_{\text{NM-RARE}}(\theta), \quad P_{\text{NM-RARE}}(\theta) = \frac{1}{\lambda_{\min}\{\mathbf{Q}(\theta)\}} \quad (10)$$

и процедура оценивания сводится к поиску  $J$  максимумов выходной мощности  $P_{\text{NM-RARE}}$ .

Следует отметить, что выражение (10) является модовым аналогом алгоритма пониженного ранга RARE [15, 16], используемого в технике частично калиброванных антенных решёток, в котором роль числа подрешёток играет число мод  $M$ , а вектор амплитудно-фазовой калибровки соответствующих подрешёток совпадает с вектором, содержащим диагональные элементы матрицы связи. Важно подчеркнуть, что применение (10) позволяет решить обратную задачу без использования трудоёмкой процедуры одновременного поиска как искомым координат, так и неизвестных элементов соответствующей матрицы.

Приведённый способ локализации предполагает априорное знание модового вектора  $\mathbf{a}(\theta)$  и матрицы модовой структуры  $\mathbf{U}$ .

Однако в канале с неточно известными параметрами в качестве последних используются некоторые оценочные величины  $\mathbf{a}_0(\theta)$  и  $\mathbf{U}_0$ , рассчитываемые для номинальных акустических характеристик волновода. В результате в целевой функции алгоритма (10) вместо истинной матрицы  $\mathbf{V}(\theta)$  будет фигурировать её оценка, равная  $\mathbf{V}_0(\theta) = \hat{\Sigma}^{-1/2} \operatorname{diag}\{\mathbf{a}_0(\theta)\}$ , где  $\hat{\Sigma} = (\mathbf{U}_0^T \mathbf{U}_0)^{-1}$ . При наличии рассогласования между  $\mathbf{V}(\theta)$  и  $\mathbf{V}_0(\theta)$  указанный метод нуждается в адаптации.

## 2. АДАПТИВНЫЙ МОДОВЫЙ АЛГОРИТМ ПОНИЖЕННОГО РАНГА

При построении адаптивной процедуры NM-RARE, основанной на наихудшем сценарии приёма, будем предполагать возможность контролируемого отклонения ожидаемой матрицы  $\mathbf{V}_0(\theta)$  от истинной  $\mathbf{V}(\theta)$ : норма матрицы рассогласования не должна превышать заданную величину:

$\|\mathbf{V}(\boldsymbol{\theta}) - \mathbf{V}_0(\boldsymbol{\theta})\|_F^2 \leq \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  — положительный параметр регуляризации, а  $\|\cdot\|_F$  означает норму Фробениуса. Адаптация к условиям рассогласования состоит в нахождении оптимальной матрицы  $\mathbf{V}(\boldsymbol{\theta}, \varepsilon)$ , удовлетворяющей указанному ограничению и обеспечивающей минимум целевой функции алгоритма MUSIC (9), равной  $\mathbf{c}^+ \mathbf{V}^+ \hat{\Psi}_n \hat{\Psi}_n^+ \mathbf{V} \mathbf{c}$ , для всех возможных значений нормированных векторов  $\mathbf{c}$ :

$$\min_{\mathbf{V}} \{ \mathbf{c}^+ \mathbf{V}^+ \hat{\Psi}_n \hat{\Psi}_n^+ \mathbf{V} \mathbf{c} \} \text{ при } \|\mathbf{V} - \mathbf{V}_0\|_F^2 \leq \varepsilon. \quad (11)$$

Здесь аргумент  $\boldsymbol{\theta}$  опущен для краткости записи.

Для нахождения искомой матрицы  $\mathbf{V}$  составим функцию Лагранжа

$$L(\mathbf{V}, \nu) = \mathbf{c}^+ \mathbf{V}^+ \hat{\Psi}_n \hat{\Psi}_n^+ \mathbf{V} \mathbf{c} + \nu (\|\mathbf{V} - \mathbf{V}_0\|_F^2 - \varepsilon)$$

с неопределённым вещественным множителем  $\nu$ , удовлетворяющим условию  $\nu > 0$ . Дифференцируя  $L$  по  $\mathbf{V}$  (при фиксированном  $\nu$ ) и приравнявая результат к нулю, получим

$$\hat{\Psi}_n \hat{\Psi}_n^+ \mathbf{V} \mathbf{D} - \nu \mathbf{V}_0 + \nu \mathbf{V} = 0, \quad \mathbf{D} = \mathbf{c} \mathbf{c}^+. \quad (12)$$

Умножая (12) справа на матрицу  $\mathbf{D}$  и учитывая, что (в силу  $\|\mathbf{c}\|^2 = 1$ )  $\mathbf{D}^2 = \mathbf{D}$ , найдём

$$\left[ (\hat{\Psi}_n \hat{\Psi}_n^+ + \nu \mathbf{I}_M) \mathbf{V} - \nu \mathbf{V}_0 \right] \mathbf{D} = 0.$$

Поскольку это равенство должно выполняться для всех рассматриваемых векторов  $\mathbf{c}$ , то

$$\mathbf{V} = \nu (\hat{\Psi}_n \hat{\Psi}_n^+ + \nu \mathbf{I}_M)^{-1} \mathbf{V}_0 \equiv \mathbf{V}_0 - (1 + \nu)^{-1} \hat{\Psi}_n \hat{\Psi}_n^+ \mathbf{V}_0. \quad (13)$$

При выводе (13) использовано соотношение

$$(\hat{\Psi}_n \hat{\Psi}_n^+ + \nu \mathbf{I}_M)^{-1} = \frac{1}{\nu} \left( \mathbf{I}_M - \frac{\hat{\Psi}_n \hat{\Psi}_n^+}{1 + \nu} \right),$$

являющееся следствием известной формулы обращения матриц

$$(\mathbf{A} + \mathbf{B} \mathbf{C})^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} (\mathbf{I} + \mathbf{C} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{C} \mathbf{A}^{-1},$$

в которой  $\mathbf{A} = \nu \mathbf{I}_M$ ,  $\mathbf{B} = \hat{\Psi}_n$ ,  $\mathbf{C} = \hat{\Psi}_n^+$  и при этом  $\hat{\Psi}_n^+ \hat{\Psi}_n = \mathbf{I}_M$ .

Множитель Лагранжа  $\nu$  находится из условия, вытекающего из ограничения на норму матрицы рассогласования

$$\|\mathbf{V} - \mathbf{V}_0\|_F^2 = (1 + \nu)^{-2} \|\hat{\Psi}_n \hat{\Psi}_n^+ \mathbf{V}_0\|_F^2 = \varepsilon,$$

откуда

$$\nu = -1 + \sqrt{\text{Tr}(\mathbf{V}_0^+ \hat{\Psi}_n \hat{\Psi}_n^+ \mathbf{V}_0) / \varepsilon}.$$

В свою очередь, из неравенства  $\nu > 0$  следует, что в процессе локализации параметр регуляризации  $\varepsilon$  не должен превышать определённой величины:

$$\varepsilon < F_0(\boldsymbol{\theta}), \quad F_0(\boldsymbol{\theta}) = \text{Tr}[\mathbf{V}_0^+(\boldsymbol{\theta}) \hat{\Psi}_n \hat{\Psi}_n^+ \mathbf{V}_0(\boldsymbol{\theta})].$$

Таким образом, знание множителя  $\nu(\varepsilon)$  при  $\varepsilon < F_0(\boldsymbol{\theta})$  позволяет на основании (13) найти оптимальную матрицу  $\mathbf{V}(\boldsymbol{\theta}, \varepsilon)$  и рассчитать адаптивную матрицу

$$\mathbf{Q}(\boldsymbol{\theta}, \varepsilon) = \mathbf{V}^+(\boldsymbol{\theta}, \varepsilon) \hat{\Psi}_n \hat{\Psi}_n^+ \mathbf{V}(\boldsymbol{\theta}, \varepsilon) = f^2(\boldsymbol{\theta}, \varepsilon) \mathbf{Q}_0(\boldsymbol{\theta}),$$

где  $f(\boldsymbol{\theta}, \varepsilon) = 1 - \sqrt{\varepsilon/F_0(\boldsymbol{\theta})}$ , а  $\mathbf{Q}_0(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{V}_0^+(\boldsymbol{\theta})\hat{\Psi}_n\hat{\Psi}_n^+\mathbf{V}_0(\boldsymbol{\theta})$ , и в итоге оценить искомые координаты источников путём поиска максимумов выходной мощности

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \underset{\boldsymbol{\theta}}{\operatorname{argmax}} P_{\text{NM-RARE}}(\boldsymbol{\theta}, \varepsilon), \quad P_{\text{NM-RARE}}(\boldsymbol{\theta}, \varepsilon) = \frac{1}{f^2(\boldsymbol{\theta}, \varepsilon)\lambda_{\min}\{\mathbf{Q}_0(\boldsymbol{\theta})\}}. \quad (14)$$

Отметим, что при  $\varepsilon = 0$  имеем  $f(\boldsymbol{\theta}, \varepsilon) = 1$  и, следовательно, неадаптивный метод NM-RARE является частным случаем предложенного способа оценивания.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Приведём результаты статистического моделирования, иллюстрирующие работоспособность предложенного способа оценивания (14), и сравним его эффективность с традиционным алгоритмом MUSIC [22], осуществляющим обработку принятого сигнала в пространстве элементов антенной решётки, а также с методом максимума правдоподобия (с привлечением процедуры, предложенной в работе [23]). Обратим внимание, что обычные методы MUSIC и максимума правдоподобия по умолчанию учитывают все моды акустического волновода, не взаимодействующие между собой, и опираются на априорное знание параметров среды распространения.

Для определённости рассмотрим мелководный канал, в котором звуковое поле создаётся двумя некоррелированными источниками, расположенными на глубинах 25 и 50 м и излучающими узкополосные сигналы с несущей частотой 250 Гц.

В рамках численного эксперимента глубина моря в месте постановки приёмной антенной решётки бралась равной  $H = 100$  м, а профиль скорости звука (см. рис. 1) предполагался известным. Дно моделировалось жидким поглощающим полупространством с плотностью  $\rho_b = 1,85$  г/см<sup>3</sup>, скоростью звука  $c_1 = 1750$  м/с и коэффициентом поглощения в грунте  $\beta = 0,13$  дБ/λ, а при расчёте ожидаемого модового вектора в качестве геоакустических параметров использовались значения  $H = 101,5$  м,  $\rho_b = 1,9$  г/см<sup>3</sup>,  $c_1 = 1720$  м/с и  $\beta = 0,1$  дБ/λ. Полное число мод  $M$  для рассматриваемых акустических характеристик канала и несущей частоты составляло 17. Подчёркнём, что при данном подходе заданными считались лишь номинальные параметры волновода в месте установки антенной решётки, при этом предполагалось, что акустические характеристики канала изменялись вдоль трассы распространения неизвестным образом.

При моделировании матрица связи бралась в виде  $\mathbf{C} = \operatorname{diag}[\alpha_1 \exp(i\phi_1), \dots, \alpha_M \exp(i\phi_M)]$ , при этом для каждого источника в качестве  $\alpha_m$  и  $\phi_m$  выбиралась одна из реализаций, генерируемых в соответствии с формулами

$$\alpha_m = 1 + \sqrt{12}\sigma_\alpha(\beta_m - 0,5), \quad \phi_m = \sqrt{12}\sigma_\phi(\gamma_m - 0,5), \quad m = 1, \dots, M.$$

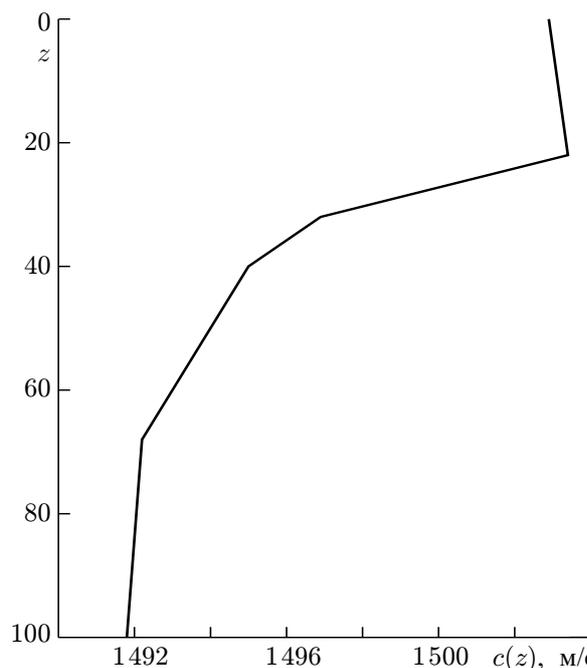


Рис. 1. Профиль скорости звука в месте установки антенной решётки

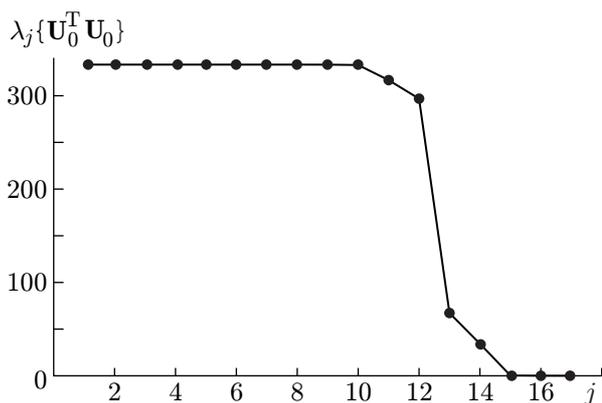


Рис. 2. Спектр матрицы ортогональности мод

рицы использовалось представление  $\mathbf{S} = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2)$ , где  $\sigma_1^2$  и  $\sigma_2^2$  — уровни излучения. Входные отношения сигнал/шум, определяемые формулами

$$\text{SNR}_j = \frac{\sigma_j^2}{\sigma_n^2} \|\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}_j)\|^2 / N, \quad j = 1, 2,$$

считались одинаковыми, т. е.  $\text{SNR}_1 = \text{SNR}_2 = \text{SNR}$ . Поиск источников по дальности осуществлялся в диапазоне 3÷18 км с шагом 10 м, а по глубине — в интервале 1÷100 м с шагом 1 м. Матрица связи  $\mathbf{C}$  при приёме считалась априори неизвестной.

На рис. 2 построен спектр собственных значений  $\lambda_j\{\mathbf{U}_0^T \mathbf{U}_0\}$  матрицы ортогональности мод  $\mathbf{U}_0^T \mathbf{U}_0$ . Из приведённого графика видно, что из 17 компонент этого спектра первые 10 практически одинаковы, а последние 3 близки к нулю. Следовательно, соответствующая матрица  $\mathbf{U}_0$  плохо обусловлена и при её обращении необходима регуляризация. Ниже при нахождении матрицы, псевдообратной к  $\mathbf{U}_0$ , использовалось сингулярное разложение, учитывающее 14 наибольших собственных чисел.

На рис. 3 приведены зависимости среднеквадратичных ошибок (СКО) оценивания положений источников по дальности и глубине от входного отношения сигнал/шум. Они рассчитывались по формулам

$$\text{СКО}(\hat{r}) = \sqrt{(QJ)^{-1} \sum_{q=1}^Q \sum_{j=1}^J (\hat{r}_j^{(q)} - r_j)^2}, \quad \text{СКО}(\hat{z}) = \sqrt{(QJ)^{-1} \sum_{q=1}^Q \sum_{j=1}^J (\hat{z}_j^{(q)} - z_j)^2},$$

где  $\hat{r}_j^{(q)}$  и  $\hat{z}_j^{(q)}$  — оценки координат  $j$ -го источника для  $q$ -й реализации вектора наблюдения,  $J = 2$ , а общее число независимых реализаций  $Q$  бралось равным 1 000.

Кривые 1 и 2 на рис. 3 отвечают стандартным методам максимума правдоподобия и MUSIC, а кривая 3 соответствует предложенному адаптивному алгоритму (14) при  $\varepsilon = 0,1$ . Как следует из представленного рисунка, реализованный способ оценивания даёт значительное преимущество в точности нахождения координат, при этом ошибки традиционного метода максимума правдоподобия весьма значительны даже при достаточно больших отношениях сигнал/шум. Отметим также, что эффекты рассогласования приводят к систематическому смещению оценок. В результате при  $\text{SNR} \rightarrow \infty$  соответствующие кривые асимптотически выходят на отличные от нуля постоянные уровни, величины которых зависят от используемого метода и степени рассогласования.

Одной из важных характеристик алгоритма является достигаемая с его помощью вероятность правильной локализации, определяемая как доля реализаций, для которых ошибки в совместном

Здесь  $\beta_m$  и  $\gamma_m$  — равномерно распределённые случайные числа из интервала  $[0, 1]$ , а  $\sigma_\alpha^2$  и  $\sigma_\phi^2$  — дисперсии величин  $\alpha_m$  и  $\phi_m$ . Проводимые ниже вычисления выполнены при  $\sigma_\alpha^2 = 0,05$  и  $\sigma_\phi^2 = 25^\circ$ .

Приём осуществлялся линейной вертикальной антенной (с центром на глубине 55 м), состоящей из 24 элементов, расположенных через 3 м. Дистанция между источниками и антенной составляла соответственно 15 и 10 км. При моделировании комплексные огибающие излучённых сигналов и компоненты шума рассматривались как статистически независимые гауссовские случайные процессы, при этом для сигнальной матрицы использовалось представление  $\mathbf{S} = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2)$ , где  $\sigma_1^2$  и  $\sigma_2^2$  — уровни излучения. Входные отношения сигнал/шум, определяемые формулами

$$\text{SNR}_j = \frac{\sigma_j^2}{\sigma_n^2} \|\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}_j)\|^2 / N, \quad j = 1, 2,$$

считались одинаковыми, т. е.  $\text{SNR}_1 = \text{SNR}_2 = \text{SNR}$ . Поиск источников по дальности осуществлялся в диапазоне 3÷18 км с шагом 10 м, а по глубине — в интервале 1÷100 м с шагом 1 м. Матрица связи  $\mathbf{C}$  при приёме считалась априори неизвестной.

На рис. 2 построен спектр собственных значений  $\lambda_j\{\mathbf{U}_0^T \mathbf{U}_0\}$  матрицы ортогональности мод  $\mathbf{U}_0^T \mathbf{U}_0$ . Из приведённого графика видно, что из 17 компонент этого спектра первые 10 практически одинаковы, а последние 3 близки к нулю. Следовательно, соответствующая матрица  $\mathbf{U}_0$  плохо обусловлена и при её обращении необходима регуляризация. Ниже при нахождении матрицы, псевдообратной к  $\mathbf{U}_0$ , использовалось сингулярное разложение, учитывающее 14 наибольших собственных чисел.

На рис. 3 приведены зависимости среднеквадратичных ошибок (СКО) оценивания положений источников по дальности и глубине от входного отношения сигнал/шум. Они рассчитывались по формулам

$$\text{СКО}(\hat{r}) = \sqrt{(QJ)^{-1} \sum_{q=1}^Q \sum_{j=1}^J (\hat{r}_j^{(q)} - r_j)^2}, \quad \text{СКО}(\hat{z}) = \sqrt{(QJ)^{-1} \sum_{q=1}^Q \sum_{j=1}^J (\hat{z}_j^{(q)} - z_j)^2},$$

где  $\hat{r}_j^{(q)}$  и  $\hat{z}_j^{(q)}$  — оценки координат  $j$ -го источника для  $q$ -й реализации вектора наблюдения,  $J = 2$ , а общее число независимых реализаций  $Q$  бралось равным 1 000.

Кривые 1 и 2 на рис. 3 отвечают стандартным методам максимума правдоподобия и MUSIC, а кривая 3 соответствует предложенному адаптивному алгоритму (14) при  $\varepsilon = 0,1$ . Как следует из представленного рисунка, реализованный способ оценивания даёт значительное преимущество в точности нахождения координат, при этом ошибки традиционного метода максимума правдоподобия весьма значительны даже при достаточно больших отношениях сигнал/шум. Отметим также, что эффекты рассогласования приводят к систематическому смещению оценок. В результате при  $\text{SNR} \rightarrow \infty$  соответствующие кривые асимптотически выходят на отличные от нуля постоянные уровни, величины которых зависят от используемого метода и степени рассогласования.

Одной из важных характеристик алгоритма является достигаемая с его помощью вероятность правильной локализации, определяемая как доля реализаций, для которых ошибки в совместном

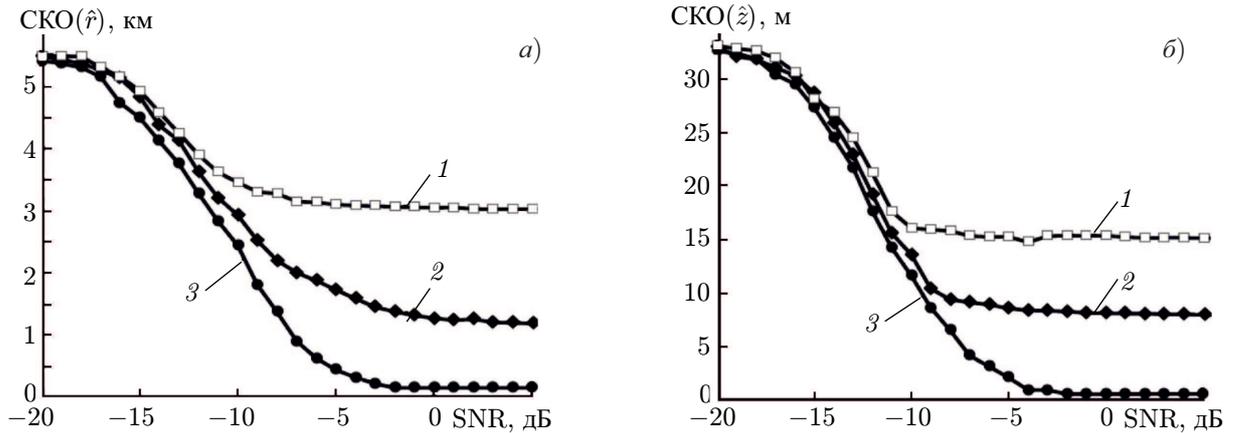


Рис. 3. Среднеквадратичные ошибки локализации по дальности (а) и глубине (б) в зависимости от входного SNR для рассматриваемых методов обработки

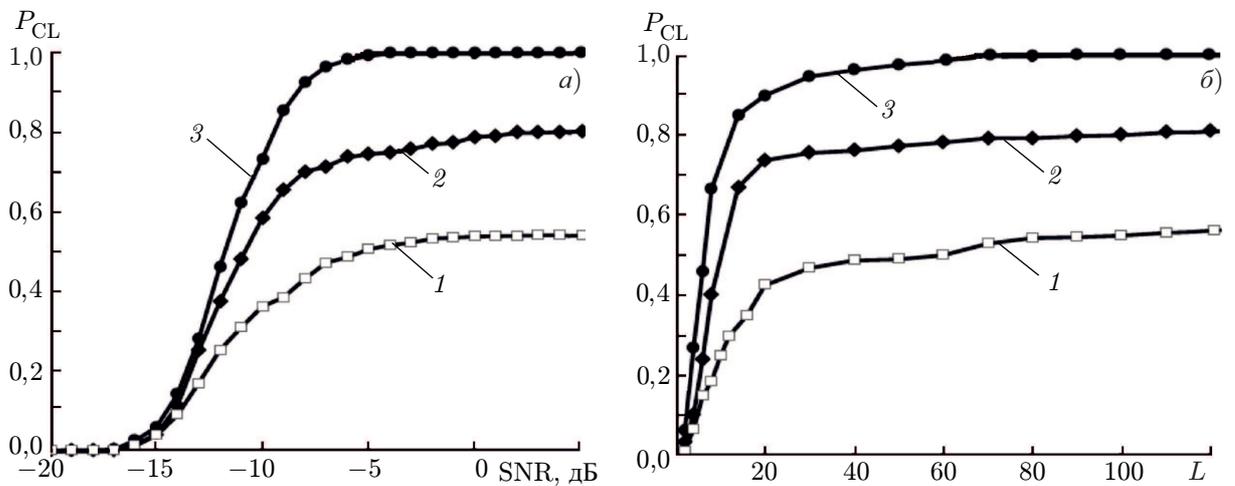


Рис. 4. Вероятность правильной локализации в зависимости от входного значения SNR (а) и объёма выборки  $L$  (б) для рассматриваемых методов обработки

определении положений источников по дистанции и глубине не превосходят заданных значений  $\delta r$  и  $\delta z$ . В качестве оценки соответствующей вероятности бралась величина

$$\hat{P}_{\text{CL}} = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q p_q, \quad p_q = \begin{cases} 1, & \text{если } |\hat{r}_j^{(q)} - r_j| < \delta r \text{ и } |\hat{z}_j^{(q)} - z_j| < \delta z, \quad j = 1, 2; \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Для используемых методов оценивания на рис. 4а представлены результаты расчёта указанной вероятности в зависимости от SNR, при этом выборочная ковариационная матрица формировалась по  $L = 100$  временным отсчётам. На рис. 4б показана зависимость  $\hat{P}_{\text{CL}}$  от числа выборок  $L$ , по которым оценивается ковариационная матрица входного процесса, при SNR = 0. При вычислениях значения  $\delta r$  и  $\delta z$  принимались равными 400 и 2 м соответственно. Видно, что соответствующая вероятность весьма чувствительна к выбору алгоритма. В частности, наилучшие потенциальные возможности иллюстрирует метод (14), в то время как обычный алгоритм максимума правдоподобия не в состоянии обеспечить гарантированной локализации источника для всех рассматриваемых значений SNR и  $L$ .

## 4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ АПРОБАЦИЯ МЕТОДА

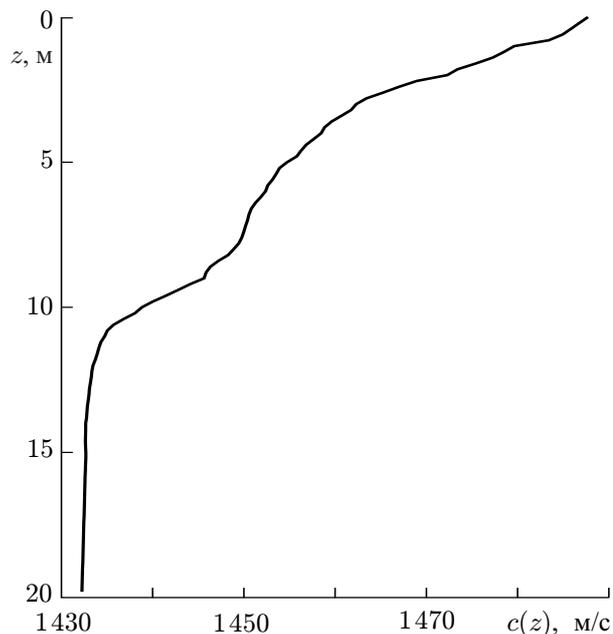


Рис. 5. Экспериментальный профиль скорости звука

Для верификации предложенного метода локализации были использованы экспериментальные данные, полученные в августе 2014 года на Ладожском озере. Профиль скорости звука, измеренный в месте проведения работ, показан на рис. 5. На глубину 12 м был опущен источник, работавший одновременно на пяти частотах в килогерцовом диапазоне. Приём осуществлялся на вертикальную антенну (с центром на глубине 10,1 м), состоящую из 96 элементов, расположенных эквидистантно с шагом 0,2 м. Дистанция между источником и антенной была равной 150 м. Входное отношение сигнал/шум составляло порядка 15 дБ.

Рельеф дна и акустические характеристики грунта в рассматриваемой акватории априори неизвестны, и при нахождении ожидаемого модового вектора считалось, что глубина канала неизменна вдоль трассы распространения и равна 20 м, а осадочные породы представляли собой

или с характерными значениями плотности  $1,2 \text{ г/см}^3$  и скорости звука  $1,45 \text{ км/с}$ . Коэффициент затухания в грунте  $\beta$  при вычислениях брался равным  $0,1 \text{ дБ/л}$ . Выборочная ковариационная матрица оценивалась по первым 300 отсчётам, взятым из 2-минутного фрагмента записи. При расчётах поиск источника по дальности осуществлялся в диапазоне  $0 \div 300 \text{ м}$  с шагом 1 м, а по глубине — в интервале  $0 \div 18 \text{ м}$  с шагом 0,5 м.

Ниже мы приведём результаты сравнительного анализа эффективности описанных выше алгоритмов локализации источника, работавшего на несущей частоте  $3025 \text{ Гц}$ <sup>2</sup>. Для данной частоты и указанных акустических характеристик водоёма полное число распространяющихся мод составляло 8. Их профили в месте установки антенны представлены на рис. 6а. Поскольку в описываемом эксперименте приёмная антенна перекрывала весь канал, то при выделении модового состава из исходного вектора наблюдения не требовалось применения процедуры регуляризации. Средние интенсивности разрешаемых мод (нормированные на суммарную интенсивность), оцениваемые как диагональные элементы выборочной матрицы  $\hat{\Gamma}_y$ , показаны на рис. 6б.

При построении ожидаемого модового вектора исключались компоненты с номерами  $m > 6$ , так что в соответствующем алгоритме локализации учитывались только низшие моды, в наименьшей степени взаимодействующие со дном.

На рис. 7 изображена нормированная (на максимальное значение) выходная мощность процессора, использующего метод максимума правдоподобия (а), стандартную версию MUSIC (б) и адаптивный модовый алгоритм NM-RARE (в) (при  $\varepsilon = 0,15$ ) в зависимости от ожидаемого положения источника. Из приведённых графиков видно, что в первых двух случаях абсолютные максимумы выходной мощности (обозначенные через  $P_{ML}$  и  $P_{MU}$ ) соответствуют положению ложного пика и наблюдаются при  $\hat{r} = 117 \text{ м}$  и  $\hat{z} = 11,0 \text{ м}$ . Это можно объяснить тем, что тради-

<sup>2</sup> Локализация источника с центральной частотой  $2625 \text{ Гц}$  (также используемой в данном эксперименте) с применением традиционного алгоритма RARE, осуществляющего обработку в пространстве элементов антенной решётки, рассматривалась в работе [24].

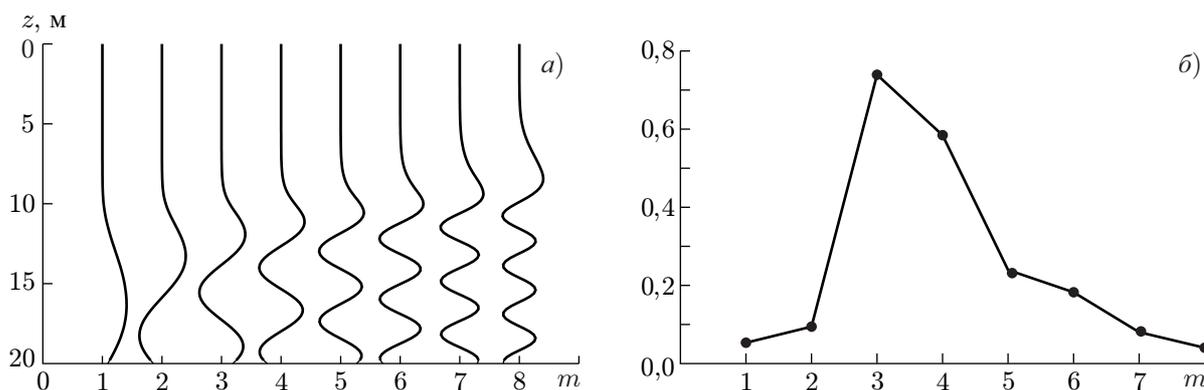


Рис. 6. Профили выделяемых мод в месте установки приёмной антенны (а) и их нормированные средние интенсивности (б)

ционные алгоритмы по умолчанию учитывают все моды водоёма, включая высокие. Последнее обстоятельство не позволяет обеспечить устойчивость данных способов локализации к детерминированному рассогласованию, обусловленному неточным знанием геоакустических характеристик донных осадков. В то же время применение модовой фильтрации, как следует из рис. 7в, позволяет получить на выходе одиночный узкий пик, расположенный при  $\hat{r} = 152$  м и  $\hat{z} = 11,5$  м, что довольно близко к истинным значениям координат источника. Обратим внимание, что адаптивная процедура NM-RARE, использующая весь модовый состав, приводит к точно такому же некорректному решению, что и стандартные алгоритмы, осуществляющие обработку в пространстве элементов антенны.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе построен адаптивный модовый алгоритм пониженного ранга, не требующий знания матрицы связи амплитуд мод и позволяющий локализовать источник с использованием вертикальной антенной решётки, работающей в условиях неполной информации о характеристиках среды распространения. Путём статистического моделирования установлено, что реализованный способ оценивания даёт значительное преимущество как в точности измерения координат, так и в достигаемой с его помощью вероятности правильной локализации по сравнению с традиционными методами максимума правдоподобия и MUSIC, предполагающих априорное знание акустических характеристик канала и учитывающих по умолчанию все нормальные моды волновода.

Приведена верификация предложенного способа с использованием экспериментальных данных, полученных в Ладожском озере. Показано, что применение данного алгоритма совместно с модовой фильтрацией обеспечивает большую устойчивость процедуры оценивания к детерминированному рассогласованию, обусловленному неточным знанием геоакустических характеристик донных осадков, и, в отличие от стандартных методов максимума правдоподобия и MUSIC (осуществляющих обработку в пространстве элементов антенной решётки), позволяет получить корректное решение обратной задачи.

В заключение отметим, что проведённый выше анализ основывался на использовании диагонального приближения для матрицы связи  $\mathbf{C}(\theta)$ . Построение алгоритма локализации источника в существенно неоднородном по трассе волноводе, в котором  $\mathbf{C}(\theta)$  является матрицей общего вида, выходит за рамки данной работы и является предметом отдельного рассмотрения.

Работа выполнена в рамках государственного заказа ИПФ РАН (0035–2019–0019 и 0035–2019–0009).

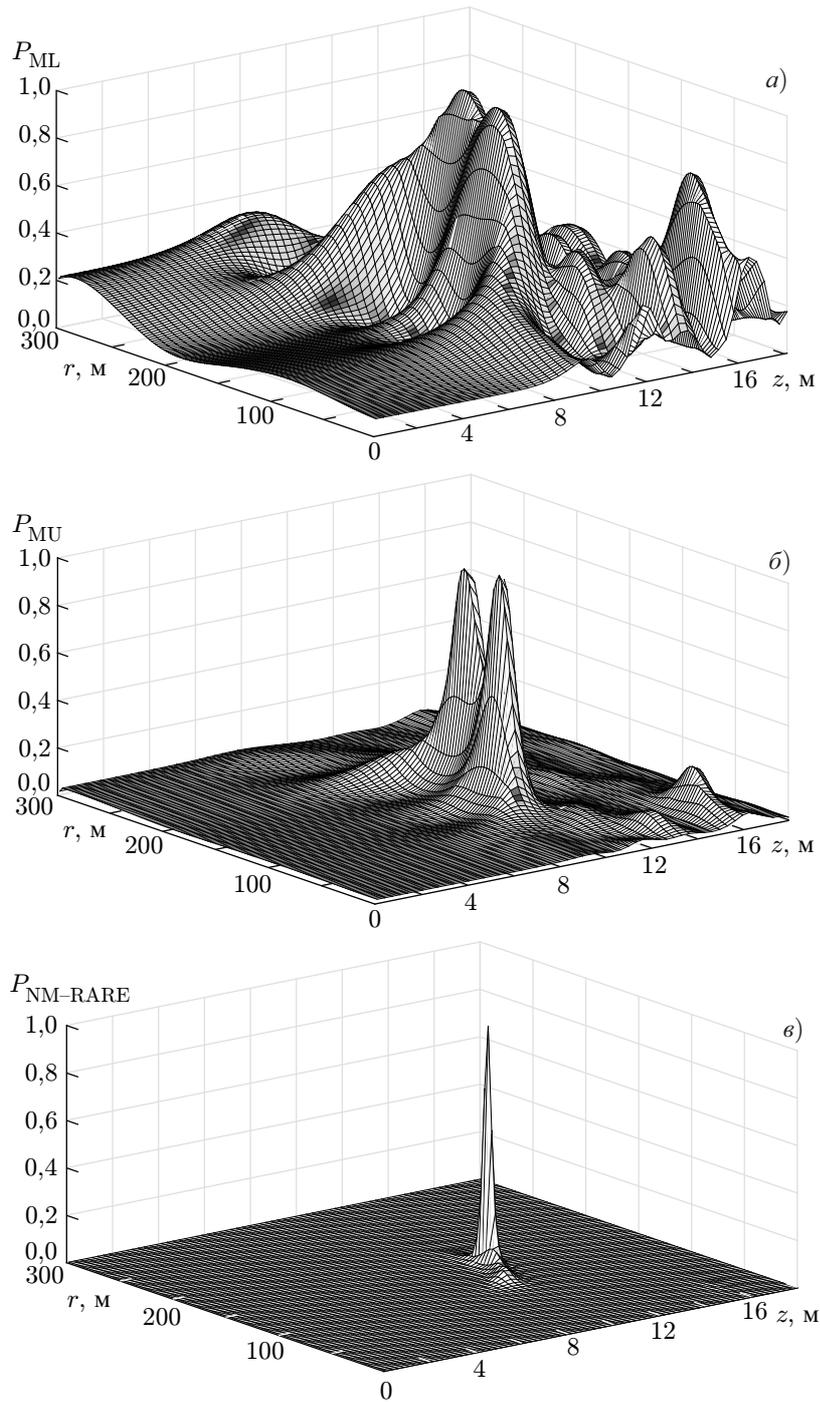


Рис. 7. Нормированная мощность на выходе процессора, использующего метод максимума правдоподобия (а), стандартную версию MUSIC (б) и адаптивный модовый алгоритм NM-RARE (в), в зависимости от ожидаемого положения источника

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Baggeroer A. B., Kuperman W. A., Mikhalevsky P. N. // IEEE J. Oceanic Eng. 1993. V. 18, No. 4. P. 401.

2. Сазонтов А. Г., Малеханов А. И. // Акуст. журн. 2015. Т. 61, № 2. С. 233.
3. Shang E. C. // J. Acoust. Soc. Amer. 1985. V. 77, No. 4. P. 1413.
4. Shang E. C., Clay C. S., Wang Y. Y. // J. Acoust. Soc. Amer. 1986. V. 78, No. 1. P. 172.
5. Shang E. C. // J. Acoust. Soc. Amer. 1989. V. 86, No. 5. P. 1960.
6. Yang T. C. // J. Acoust. Soc. Amer. 1987. V. 82, No. 5. P. 1736.
7. Wilson G. R., Koch R. A., Vidmar P. J. // J. Acoust. Soc. Amer. 1988. V. 84, No. 1. P. 310.
8. Hinich M. J., Sullivan E. J. J. Acoust. Soc. Amer. 1989, V. 85, No. 1. P. 214.
9. Yang T. C. // J. Acoust. Soc. Amer. 1990. V. 87, No. 5. P. 2072.
10. Shang E. C., Wang Y. Y. // J. Acoust. Soc. Amer. 1991. V. 89, No. 5. P. 2285.
11. Jesus S. M. // J. Acoust. Soc. Amer. 1991. V. 90, No. 4. P. 2034.
12. Bogart C. W., Yang T. C. // J. Acoust. Soc. Amer. 1992. V. 92, No. 4. P. 2051.
13. Robust adaptive beamforming / Ed. by J. Li and P. Stoica. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2006. 422 p.
14. Vorobyov S. A. // Signal Processing. 2013. V. 93, No. 12. P. 3264.
15. Pesavento M., Gershman A. B., Wong K. M. // IEEE Trans. Signal Process. 2002. V. 50, No. 9. P. 2103.
16. See C. M. S., Gershman A. B. // IEEE Trans. Signal Process. 2004. V. 52, No. 2. P. 329.
17. Бреховских Л. М., Лысанов Ю. П. Теоретические основы акустики океана. М.: Наука, 2007. 370 с.
18. Krolik J. L. // J. Acoust. Soc. Amer. 1992. V. 92, No. 3. P. 1408.
19. Гулин О. Э. // Докл. АН. 2005. Т. 400, № 4. С. 542.
20. Гулин О. Э. // Акуст. журн. 2006. Т. 52, № 1. С. 23.
21. Friedlander B., Weiss A. J. // IEEE Trans. Antenn. Prop. 1991. V. 39, No. 3. P. 273.
22. Schmidt R. O. // IEEE Trans. Antennas and Prop. 1986. V. 34, No. 3. P. 276.
23. Ziskind I., Wax M. // IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process. 1988. V. 36, No. 10. P. 1553.
24. Сазонтов А. Г., Смирнов И. П., Чащин А. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 2016. Т. 59, № 2. С. 99.

Поступила в редакцию 19 апреля 2019 г.; принята в печать 27 сентября 2019 г.

## SOURCE LOCALIZATION IN AN INHOMOGENEOUS ACOUSTIC WAVEGUIDE USING THE MODAL RANK-REDUCTION ALGORITHM

*A. G. Sazontov and I. P. Smirnov*

We constructed an adaptive modal rank-reduction algorithm for acoustic source localization with a vertical sensor array operating under the conditions of incomplete information on the spatial variability of the waveguide propagation channel. It has been established by means of statistical modeling that the proposed estimator gives a significant advantage in the accuracy of the source position finding as well as in the achieved probability of correct source localization in comparison with the conventional MUSIC and maximum likelihood methods that provide processing in the antenna-element space. The proposed method is validated by its application to the experimental data obtained in the Ladoga Lake. It has been shown that the corresponding adaptive algorithm (combined with modal filtering) has a sufficiently high resolution, guarantees stability of the estimation procedure to the deterministic mismatch caused by imprecise knowledge of the seabed geoacoustic properties, and, in contrast to the conventional techniques, provides an accurate solution to the inverse problem.