УДК 534.2

ОБ ОТРАЖЕНИИ И ПРЕЛОМЛЕНИИ ГАРМОНИЧЕСКИХ ПЛОСКИХ ЗВУКОВЫХ ВОЛН ПЛОСКОЙ ГРАНИЦЕЙ РАЗДЕЛА СРЕД, ПРОИЗВОЛЬНЫХ ПО АКУСТИЧЕСКИМ СВОЙСТВАМ

*Ю. А. Кобелев**

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

Предлагаются универсальные выражения для амплитуд продольных и поперечных плоских звуковых волн, отражённых и преломлённых плоской границей раздела двух сред. Выражения справедливы как для жидких и газообразных, так и для упругих изотропных сред. Преимуществами этих выражений являются относительная наглядность в сравнении с известными и общепринятыми формулами и возможность перехода от одной задачи рассеяния к другой простой заменой соответствующих волновых чисел. Несмотря на известные приёмы, используемые при вычислениях и имеющие скорее методический характер, удалось обнаружить новый тип поверхностных волн на границе упругих сред. Данные волны характеризуются либо отношениями волновых чисел поперечных волн и плотностей, либо только волновыми числами продольных волн и отношением плотностей сред.

ВВЕДЕНИЕ

Задача о взаимодействии гармонических плоских звуковых волн с плоской границей раздела сред служит основой для более сложных задач, решаемых обычно с помощью пространственных рядов Фурье. К ним относятся, например, прохождение звука через многослойные структуры, излучение звука ограниченными в пространстве источниками и т. д. Разнообразие акустических свойств контактирующих сред требует при вычислении амплитуд отражённых и преломлённых (прошедших границу) волн разных граничных условий, что приводит, в свою очередь, к множеству решений. Наибольшее их количество собрано в [1], монографиях [2–5] и книге [6]. Все они записаны в скалярной форме, и каждое из них разбивается на случаи отражения и преломления продольных и двух типов поперечных волн, что ещё более увеличивает количество формул. Например, в монографии [5] утверждается, что существует пять нетривиальных случаев контактирующих сред, которые требуют отдельного рассмотрения: твёрдое тело—твёрдое тело, твёрдое тело—жидкость, твёрдое тело—вакуум, жидкость—жидкость, жидкость—вакуум. К этому перечню нужно добавить задачу о контакте жидкости с газом [7], в которой существенна роль неоднородных волн на низких частотах в преломлённом на границе звуковом поле [8]. В [9] показана возможность передачи аномально высокой доли (близкой к 100 %) звуковой энергии из воды в воздух от точечного источника, а в [10] указывается на экспериментальное подтверждение этого явления. В данной работе все решения объединены в одно, из которого все остальные могут быть получены путём изменения параметров. Общее решение также позволило обнаружить некоторые новые, не описанные ранее эффекты. Основным отличием данной работы является использование в граничных условиях вектора плотности сил вместо тензора упругости. Выражения для этого вектора получены с помощью аналогии между упругой средой и жидкостью в работе автора [11]. В последующих работах (см., например, [12]) с помощью этого метода удалось существенно изменить теоретические представления о поведении звуковых волн в средах, содержащих сферические частицы с монопольным типом колебаний.

* kobelev@appl.sci-nnov.ru

Схема традиционного метода решения задачи отражения звука от плоской границы раздела сред, наиболее подробно изложенная в работах [1–6], заключается в следующем. В векторном потенциале скорости колебаний частиц среды в звуковой волне для однозначности решения исключается дивергентная составляющая, затем вычисляются компоненты тензора упругости и с помощью граничных условий определяются неизвестные константы звуковых волн. В результате множество различных контактирующих сред и вариантов падающих волн дают множество различных, не связанных друг с другом формул, описывающих отражённые и преломлённые волны.

В данной работе для удовлетворения граничных условий векторные потенциалы скорости задаются в более общем виде, содержащем дивергентную компоненту, а вместо компонент тензора упругости используется вектор плотности сил [11]. Дополнительное условие ортогональности амплитуды векторного потенциала плоской гармонической звуковой волны её волновому вектору устраняет неоднозначность решений. Полученные выражения для амплитуд отражённых и преломлённых волн отличаются от полученных ранее, но совпадают с ними в отдельных частных случаях: нормальное падение, однородная среда, жидкость—вакуум и т. д.

1. УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ АМПЛИТУД ОТРАЖЁННЫХ И ПРЕЛОМЛЁННЫХ ВОЛН

Будем рассматривать плоские гармонические (временна́я зависимость записывается как $\exp(i\omega t)$) звуковые волны в двух полубесконечных средах, разделённых плоской границей $x = 0$. Среды могут быть упругими, жидкими или газообразными. Обозначим плотности сред как ρ и ρ_1 (здесь и далее индекс «1» соответствует среде $x > 0$) волновые числа продольных и поперечных волн как $k = \omega/c$, $k_1 = \omega/c_1$ и $q = \omega/c_{\mathrm{t}}$, $q_1 = \omega/c_{1\mathrm{t}}$ соответственно, где ω — частота звуковых колебаний, c, c_{t} — скорости продольных и поперечных звуковых волн соответственно. В жидких средах средах $q = (1-i)\sqrt{\omega\rho/(2\eta)}$, где η — коэффициент сдвиговой вязкости.

Звуковые волны без временно́го множителя запишем через матрицы-столбцы скалярных и векторных потенциалов скоростей колебаний частиц сред:

$$\mathbf{E}(x<0) = \begin{Bmatrix} \psi\exp(-i\mathbf{kr}) + A_{\mathrm{sc}}\exp(-i\mathbf{k}_{\mathrm{s}}\mathbf{r}) \\ \mathbf{\Phi}\exp(-i\mathbf{qr}) + \mathbf{A}\exp(-i\mathbf{q}_{\mathrm{s}}\mathbf{r}) \end{Bmatrix}, \qquad \mathbf{E}(x>0) = \begin{Bmatrix} B_{\mathrm{sc}}\exp(-i\mathbf{k}_1\mathbf{r}) \\ \mathbf{B}\exp(-i\mathbf{q}_1\mathbf{r}) \end{Bmatrix}. \qquad (1)$$

Здесь ψ, A_{sc} и B_{sc} — скалярные комплексные амплитуды потенциалов скоростей колебаний частиц сред в падающих, отражённых и преломлённых продольных волнах соответственно, $\mathbf{\Phi}$, $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ — векторные комплексные амплитуды падающих, отражённых и преломлённых волн векторных потенциалов скоростей колебаний частиц сред соответственно. Отметим, что ни одна из трёх проекций вектора $\mathbf{A}$ не совпадает с величиной A_{sc}: это разные величины, соответствующие векторным и скалярным амплитудам отражённого поля; это также верно для амплитуд падающих и преломлённых волн. Волновые векторы в (1) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} &\mathbf{k} = k_x\mathbf{n}_x + \mathbf{k}_\perp, \quad \mathbf{k}_{\mathrm{s}} = -k_x\mathbf{n}_x + \mathbf{k}_\perp, \quad \mathbf{k}_1 = k_{1x}\mathbf{n}_x + \mathbf{k}_\perp, \\ &\mathbf{q} = q_x\mathbf{n}_x + \mathbf{k}_\perp, \quad \mathbf{q}_{\mathrm{s}} = -q_x\mathbf{n}_x + \mathbf{k}_\perp, \quad \mathbf{q}_1 = q_{1x}\mathbf{n}_x + \mathbf{k}_\perp. \end{aligned} \qquad (2)$$

Здесь $\mathbf{n}_x$ — единичный вектор оси x, перпендикулярный плоскости раздела. У всех волновых векторов компоненты $\mathbf{k}_\perp = \mathbf{n}_y k_y + \mathbf{n}_z k_z$, лежащие в плоскости раздела, равны, что является одним из условий непрерывности полей в плоскости раздела сред; $\mathbf{n}_y$, $\mathbf{n}_z$ — единичные векторы по осям y и z соответственно. Проекции волновых векторов на ось x есть $k_x = \sqrt{k^2 - k_\perp^2}$

и $q_x = \sqrt{q^2 - k_\perp^2}$. Точка наблюдения определяется вектором $\mathbf{r} = \mathbf{n}_x x + \mathbf{n}_y y + \mathbf{n}_z z$. Колебательные скорости частиц сред даются произведением матрицы-строки из операторов $\{\mathrm{grad}\ \mathrm{rot}\}$ на матрицы-столбцы из (1). После умножения получим:

$$\mathbf{v}(x<0) = -i\bigl\{\mathbf{k}\psi\exp(-i\mathbf{kr}) + \mathbf{k}_\mathrm{s}A_\mathrm{sc}\exp(-i\mathbf{k}_\mathrm{s}\mathbf{r}) + [\mathbf{q},\mathbf{\Phi}]\exp(-i\mathbf{qr}) + [\mathbf{q}_\mathrm{s},\mathbf{A}]\exp(-i\mathbf{q}_\mathrm{s}\mathbf{r})\bigr\},$$
$$\mathbf{v}(x>0) = -i\{\mathbf{k}_1 B_\mathrm{sc}\exp(-i\mathbf{k}_1\mathbf{r}) + [\mathbf{q}_1,\mathbf{B}]\exp(-i\mathbf{q}_1\mathbf{r})\}. \quad (3)$$

Поле потенциалов (1) содержит восемь неизвестных величин: две скалярных, A_sc и B_sc, и две векторных, $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$. Условие неразрывности сред на границе, требующее равенства скоростей колебаний частиц $\mathbf{v}(x=-0) = \mathbf{v}(x=+0)$, даёт три уравнения:

$$k_x A_\mathrm{sc} + k_{1x}B_\mathrm{sc} - G_A + G_B = k_x\psi + G_\Phi; \quad (4)$$
$$k_y\,(A_\mathrm{sc} - B_\mathrm{sc}) + q_x A_z + k_z A_x + q_{1x}B_z - k_z B_x = -k_y\psi + q_x\Phi_z - k_z\Phi_x; \quad (5)$$
$$k_z\,(A_\mathrm{sc} - B_\mathrm{sc}) - (q_x A_y + k_y A_x) + (k_y B_x - q_{1x}B_y) = -k_z\psi + k_y\Phi_x - q_x\Phi_y. \quad (6)$$

Здесь индексы x, y, z указывают на соответствующие проекции векторов, например $B_y = (\mathbf{n}_y\mathbf{B})$,

$$G_A = k_y A_z - k_z A_y, \quad G_B = k_y B_z - k_z B_y, \quad G_\Phi = k_y\Phi_z - k_z\Phi_y. \quad (7)$$

Ещё три уравнения следуют из равенства нулю суммарной плотности сил, действующих на единичную невесомую площадку границы раздела, т. е.

$$\mathbf{P}(x=-0) + \mathbf{P}(x=+0) = 0. \quad (8)$$

Выражение для плотности силы вне зависимости от свойств среды (упругая, вязкая и т. д.) приведено в [11] (формула (7)):

$$\mathbf{P} = -i\omega\rho\bigl\{\psi(\mathbf{r})\mathbf{m}_\perp + (1/q^2)\,[2\mathbf{m}_\perp\,\mathrm{div}\,\mathbf{v} - \mathbf{n}_j\,(\mathrm{grad}v_j\,\mathbf{m}_\perp) - (\mathbf{n}_j\mathbf{m}_\perp)\,\mathrm{grad}\,v_j]\bigr\}. \quad (9)$$

Здесь $\psi(\mathbf{r})$ — скалярный потенциал в точке $\mathbf{r}$ среды, $v_j = (\mathbf{v}\mathbf{n}_j)$, $j = x, y, z$; по повторяющимся индексам подразумевается суммирование, $\mathbf{m}_\perp$ — единичный вектор внешней нормали к площадке, на которую действует плотность силы $\mathbf{P}$. Для плотности силы слева от границы ($\mathbf{m}_\perp = \mathbf{n}_x$) из (9) следует

$$\mathbf{P}(x<0) = -i\omega\rho\bigl\{\mathbf{n}_x[\psi\exp(-i\mathbf{kr}) + A_\mathrm{sc}\exp(-i\mathbf{k}_\mathrm{s}\mathbf{r}) + (2/q^2)(\partial v_y/\partial y + \partial v_z/\partial z)] -$$
$$- (1/q^2)\,[\mathbf{n}_y(\partial v_y/\partial x + \partial v_x/\partial y) + \mathbf{n}_z(\partial v_z/\partial x + \partial v_x/\partial z)]\bigr\}. \quad (10)$$

Для $x>0$ вектор $\mathbf{m}_\perp = -\mathbf{n}_x$ и плотность силы равна

$$\mathbf{P}(x>0) = i\omega\rho_1\bigl\{\mathbf{n}_x\,[B_\mathrm{sc}\exp(-i\mathbf{k}_1\mathbf{r}) + (2/q_1^2)(\partial v_y/\partial y + \partial v_z/\partial z)] -$$
$$- (1/q^2)\,[\mathbf{n}_y(\partial v_y/\partial x + \partial v_x/\partial y) + \mathbf{n}_z(\partial v_z/\partial x + \partial v_x/\partial z)]\bigr\}. \quad (11)$$

Подстановка в (10) и (11) производных от скоростей колебаний частиц из (3) и сложение плотностей сил на границе $x=0$ согласно (8) дают ещё три уравнения для трёх компонент плотностей сил вдоль осей x, y и z соответственно:

$$-(1 - 2k_\perp^2/q^2)\,A_\mathrm{sc} + m\,(1 - 2k_\perp^2/q_1^2)\,B_\mathrm{sc} + (2q_x/q^2)\,G_A + (2mq_{1x}/q_1^2)\,G_B =$$
$$= (1 - 2k_\perp^2/q^2)\,\psi + (2q_x/q^2)G_\Phi; \quad (12)$$

$$2k_y(k_xA_{\rm sc}+\chi k_{1x}B_{\rm sc})+(q^2-2k_\perp^2)\,A_z+2k_zq_xA_x+\chi\,[-(q_1^2-2k_\perp^2)\,B_z+2k_zq_{1x}B_x]=$$
$$=2k_xk_y\psi-(q^2-2k_\perp^2)\,\Phi_z+2k_zq_x\Phi_x; \quad (13)$$
$$2k_z\,(k_xA_{\rm sc}+\chi k_{1x}B_{\rm sc})-(q^2-2k_\perp^2)\,A_y-2k_yq_xA_x+\chi\,[(q_1^2-2k_\perp^2)\,B_y-2k_yq_{1x}B_x]=$$
$$=2k_xk_z\psi+(q^2-2k_\perp^2)\,\Phi_y-2k_yq_x\Phi_x. \quad (14)$$

Здесь $m=\rho_1/\rho$, $\chi=\rho_1q^2/(\rho q_1^2)$.

Ещё два уравнения появляются при устранении неоднозначности векторных потенциалов из (1), даваемой отличной от нуля дивергенцией, хотя потенциалы и удовлетворяют уравнению $\Delta\mathbf{\Phi}(\mathbf{r})+q^2\mathbf{\Phi}(\mathbf{r})=0$. Например, для падающего поля $\operatorname{div}[\mathbf{\Phi}\exp(-i\mathbf{qr})]=-i(\mathbf{q\Phi})\exp(-i\mathbf{qr})$ и через производные в (3) и (10), (11) дивергентная составляющая даёт вклад в граничные условия для колебательной скорости и плотности сил, делая их также неоднозначными. Условие ортогональности амплитуды волновому вектору у каждого векторного потенциала устраняет дивергентную компоненту, оставляя только соленоидальную, т. е.

$$\mathbf{q\Phi}=\mathbf{q}_{\rm s}\mathbf{A}=\mathbf{q}_1\mathbf{B}=0. \quad (15)$$

Любое другое условие приводит к появлению продольной волны с волновым числом $q\neq k$, отсутствие которой доказано экспериментально. Если, например, каким-нибудь образом возбудить гармоническую плоскую волну с отличной от нуля дивергенцией ($(\mathbf{q\Phi})\neq0$), то должна появиться волна скалярного потенциала с другим волновым числом продольной волны. Поскольку этого не наблюдается, т. е. поперечные волны не возбуждают продольные, то, следовательно, выполняются равенства (15). В пользу сказанного также говорит линейность задачи. В заключение раздела отметим также универсальную связь между волновыми числами продольных и поперечных волн [12]:

$$k^2=k_0^2/[1+4k_0^2/(3q^2)], \quad (16)$$

где $k_0^2=(\omega^2/c_0^2)\,(1-i\alpha)$, c_0 — адиабатическая скорость звука ($\operatorname{Im}c_0=0$), α — коэффициент потерь от объёмной вязкости и теплообмена. Волновые числа поперечных волн для различных сред могут меняться по модулю от значений $|q|\gg|k_0|$ (жидкости и газы) до значений $|q|\approx\approx|k|$ (упругие среды, сильновязкие жидкости), продольных — от $k=k_0$ до величины, даваемой формулой (16).

2. ВЫЧИСЛЕНИЕ АМПЛИТУД ОТРАЖЁННЫХ И ПРЕЛОМЛЁННЫХ ВОЛН

Преобразуем уравнения (5) и (6). С помощью (15) исключим компоненты амплитуд A_x, B_x, Φ_x; затем, после умножения (5) на k_z, а (6) — на k_y и вычитания одного из другого, получим

$$(q^2/q_x)(\mathbf{k}_\perp\mathbf{A}_\perp)+(q_1^2/q_{1x})(\mathbf{k}_\perp\mathbf{B}_\perp)=(q^2/q_x)(\mathbf{k}_\perp\mathbf{\Phi}_\perp). \quad (17)$$

Умножим (5) на k_y, а (6) — на k_z и сложим:

$$k_\perp^2\,(A_{\rm sc}-B_{\rm sc})+q_xG_A+q_{1x}G_B=-k_\perp^2\psi+q_xG_\Phi. \quad (18)$$

После умножения уравнения (14) на k_y, а (13) — на k_z и вычитания одного из другого, получим ещё одно уравнение:

$$-(\mathbf{k}_\perp\mathbf{A}_\perp)+m\,(\mathbf{k}_\perp\mathbf{B}_\perp)=(\mathbf{k}_\perp\mathbf{\Phi}_\perp). \quad (19)$$

Решение системы уравнений (17) и (19) имеет вид

$$(\mathbf{k}_\perp\mathbf{A}_\perp)=[(\chi-q_x/q_{1x})/(\chi+q_x/q_{1x})](\mathbf{k}_\perp\mathbf{\Phi}_\perp), \quad (\mathbf{k}_\perp\mathbf{B}_\perp)=\{2q^2/[q_1^2\,(\chi+q_x/q_{1x})]\}(\mathbf{k}_\perp\mathbf{\Phi}_\perp). \quad (20)$$

Из (15) и (20) определяются компоненты амплитуд по оси x:

$$A_x = -[(\chi - q_x/q_{1x})/(\chi + q_x/q_{1x})]\Phi_x, \quad B_x = \{2q^2/[q_1^2\,(1 + \chi q_{1x}/q_x)]\}\Phi_x. \tag{21}$$

Таким образом, равенства (20) и (21) определяют четыре из восьми неизвестных величин: проекции амплитуд на направление волнового вектора $\mathbf{k}_\perp$ из (20) и на ось x из (21). К обсуждению решений системы уравнений (17) и (19) вернёмся позже.

Перейдём к уравнениям (13) и (14). Умножим (13) на k_y, а (14) — на k_z и после их сложения получим

$$2k_\perp^2\,(k_x A_{\rm sc} + \chi k_{1x} B_{\rm sc}) + (q^2 - 2k_\perp^2)\,G_A - \chi\,(q_1^2 - 2k_\perp^2)\,G_B = 2k_\perp^2 k_x \psi - (q^2 - 2k_\perp^2)\,G_\Phi. \tag{22}$$

Четыре уравнения (4), (12), (18) и (22) содержат четыре неизвестных величины: $A_{\rm sc}$, $B_{\rm sc}$, G_A, G_B. Решение этой системы уравнений записывается в виде:

$$A_{\rm sc} = (1/\Delta_{\rm d})\,(\alpha_{11}\psi + \alpha_{12}G_\Phi), \quad B_{\rm sc} = (1/\Delta_{\rm d})\,(\alpha_{21}\psi + \alpha_{22}G_\Phi), \tag{23}$$

$$G_A = (1/\Delta_{\rm d})\,(k_\perp^2\alpha_{31}\psi + \alpha_{32}G_\Phi), \quad G_B = (1/\Delta_{\rm d})\,(k_\perp^2\alpha_{41}\psi + \alpha_{42}G_\Phi). \tag{24}$$

Формулы для коэффициентов α_{lj} даны в Приложении, а определитель $\Delta_{\rm d}$ матрицы коэффициентов однородной системы записывается как

$$\Delta_{\rm d} = (1 - \chi)\,[-(k_\perp^2 + k_{1x}q_{1x})\,R + \chi\,(k_\perp^2 + k_x q_x)\,R_1] - \\ - \chi\,[k_\perp^2\,(q^2 - q_1^2)^2 + (q^2 q_{1x} + q_1^2 q_x)\,(q^2 k_{1x} + q_1^2 k_x)], \tag{25}$$

$$R = (q^2 - 2k_\perp^2)^2 + 4k_\perp^2 k_x q_x, \qquad R_1 = (q_1^2 - 2k_\perp^2)^2 + 4k_\perp^2 k_{1x} q_{1x}. \tag{26}$$

Здесь R — сомножитель, равенство нулю которого в зависимости от $k_\perp$ определяет волновое число $k_{\perp\rm R}$ — волн на свободной границе (волн Рэлея) [1–3].

Последним этапом в вычислении амплитуд отражённой и прошедшей волн является исключение в (23) и (24) вспомогательных функций G_A, G_B и G_Φ. Непосредственной проверкой можно убедиться, что G_Φ из (7) можно представить в другом виде: $G_\Phi = k_\perp(\mathbf{n}_x\,[\mathbf{n}_\perp, \mathbf{\Phi}_\perp])$, где $\mathbf{n}_\perp = \mathbf{k}_\perp/k_\perp$. Подставив это G_Φ в (23), получим

$$A_{\rm sc} = (1/\Delta_{\rm d})\,\{\alpha_{11}\psi + \alpha_{12}k_\perp(\mathbf{n}_x\,[\mathbf{n}_\perp, \mathbf{\Phi}_\perp])\}, \qquad B_{\rm sc} = (1/\Delta_{\rm d})\,\{\alpha_{21}\psi + \alpha_{22}k_\perp(\mathbf{n}_x\,[\mathbf{n}_\perp, \mathbf{\Phi}_\perp])\}. \tag{27}$$

Следовательно, амплитуды продольных волн определяются амплитудами падающих волн: продольной ψ и поперечной компонентой $(\mathbf{n}_x\,[\mathbf{n}_\perp, \mathbf{\Phi}_\perp])$, перпендикулярной плоскости падения.

Для вычисления амплитуды $\mathbf{A}$ сдвиговой отраженной волны перепишем равенства (7) и (15):

$$k_y A_z - k_z A_y = G_A, \qquad k_y A_y + k_z A_z = q_x A_x.$$

Умножим первое уравнение на k_y, а второе на k_z и сложим их, после чего умножим на $\mathbf{n}_y$. Полученное равенство сложим с результатом умножения первого уравнения на k_z, а второго на k_y, последующего их вычитания и умножения на $\mathbf{n}_z$. В результате найдём

$$\mathbf{A}_\perp = (1/k_\perp)\{q_x A_x n_\perp + G_A\,[\mathbf{n}_x, \mathbf{n}_\perp]\}. \tag{28}$$

Добавим к правой и левой частям равенства (28) вектор $A_x\mathbf{n}_x$, затем в правой части заменим A_x и G_A их значениями из (21) и (24), после этого получим

$$\mathbf{A} = (1/\Delta_{\rm d})\{k_\perp\alpha_{31}\psi + \alpha_{32}\,(\mathbf{n}_x\,[\mathbf{n}_\perp, \mathbf{\Phi}_\perp])\}\,[\mathbf{n}_x, \mathbf{n}_\perp] + [(\chi - q_x/q_{1x})/(\chi + q_x/q_{1x})]\times \\ \times (\mathbf{n}_\perp\mathbf{\Phi}_\perp)[(k_\perp/q_x)\mathbf{n}_x + \mathbf{n}_\perp]. \tag{29}$$

Аналогичная процедура вычисления вектора $\mathbf{B}$ даёт

$$\mathbf{B} = (1/\Delta_{\rm d})\{k_\perp \alpha_{41}\psi + \alpha_{42}\,(\mathbf{n}_x\,[\mathbf{n}_\perp, \mathbf{\Phi}_\perp])\}\,[\mathbf{n}_x, \mathbf{n}_\perp] + \{2q^2/[q_1^2(q_x + \chi q_{1x})]\}\times \\ \times (\mathbf{n}_\perp \mathbf{\Phi}_\perp)[-k_\perp \mathbf{n}_x + q_{1x}\mathbf{n}_\perp]. \quad (30)$$

Равенства (27), (29) и (30) определяют амплитуды отражённых и преломлённых волн для произвольных изотропных сред. Имеет смысл записать полученные решения в скалярной форме, как более наглядной. Выбрав ось y так, что $\mathbf{n}_y = \mathbf{n}_\perp$, получим для отражённых волн:

$$\begin{pmatrix} A_{\rm sc} \\ A_z \\ A_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{11}/\Delta_{\rm d} & \alpha_{12}k_\perp/\Delta_{\rm d} & 0 \\ k_\perp \alpha_{31}/\Delta_{\rm d} & \alpha_{32}/\Delta_{\rm d} & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{\chi - q_x/q_{1x}}{\chi + q_x/q_{1x}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi \\ \Phi_z \\ \Phi_y \end{pmatrix}, \quad A_x = (k_\perp/q_x)\,A_y; \quad (31)$$

для преломлённых:

$$\begin{pmatrix} B_{\rm sc} \\ B_z \\ B_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{21}/\Delta_{\rm d} & \alpha_{22}k_\perp/\Delta_{\rm d} & 0 \\ \alpha_{41}k_\perp/\Delta_{\rm d} & \alpha_{42}/\Delta_{\rm d} & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{2q^2}{q_1^2\,(\chi + q_x/q_{1x})} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi \\ \Phi_z \\ \Phi_y \end{pmatrix}, \quad B_x = -(k_\perp/q_{1x})\,B_y. \quad (32)$$

Наиболее существенным в решениях (27), (29), (30) или (31), (32), наряду с их универсальностью, является представление в виде суммы двух слагаемых. Одно — это решение системы из четырёх уравнений (4), (12), (18) и (22) с детерминантом $\Delta_{\rm d}$ из (25), второе — решение уравнений (17) и (19) с детерминантом $\chi + q_x/q_{1x}$. Оба детерминанта имеют относительно простой вид в сравнении даже с различными частными случаями из работ [4] или [5]. Это упрощает, прежде всего, поиск нулей у детерминантов, определяющих решения соответствующих однородных систем в виде поверхностных волн.

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

3.1. Однородная среда

Поскольку полученные решения отличаются от известных в литературе, сравнение проведём для частных случаев. Сначала обсудим предельный переход к однородной среде. В этом пределе $m = 1$, $k = k_1$ и $q = q_1$. Следовательно, равны и проекции волновых векторов на ось x и

$$\Delta_{\rm d} = \alpha_{21} = \alpha_{42} = -4k_x q_x q^4, \qquad \alpha_{11} = \alpha_{12} = \alpha_{22} = \alpha_{31} = \alpha_{32} = \alpha_{41} = 0.$$

В результате амплитуды $A_{\rm sc}$ и $\mathbf{A}$ отражённых волн становятся равными нулю, а прошедших $B_{\rm sc} = \psi$, $\mathbf{B} = (\mathbf{n}_x\,[\mathbf{n}_\perp, \mathbf{\Phi}_\perp])\}\,[\mathbf{n}_x, \mathbf{n}_\perp] + (\mathbf{n}_\perp \mathbf{\Phi}_\perp)\,\mathbf{n}_\perp + \mathbf{\Phi}_x = \mathbf{\Phi}$ — равными амплитудам падающих волн. Автор не встречал в литературе подобной проверки коэффициентов отражения и преломления.

3.2. Нормальное падение волн на границу

Другим предельным случаем, позволяющим провести сравнение с известными из литературы результатами, является нормальное падение волн на границу раздела, когда выполняются условия $k_\perp = k_y = k_z = 0$ и $\Phi_x = A_x = B_x = G_A = G_B = G_\Phi = 0$. При этом определитель из (25) становится равным

$$\Delta_{\rm d} = -q^4\,(mk + k_1)(q_1 + mq). \quad (33)$$

Коэффициенты α_{lj}, входящие в отличные от нуля слагаемые в формулах (27) и (29)–(32), равны

$$\alpha_{11} = q^4\,(k_1 - mk)(1 + mq/q_1), \qquad \alpha_{21} = -2kq^4(q_1 + mq),$$
$$\alpha_{32} = q^4\,(k_1 + mk)\,(q_1 - mq), \qquad \alpha_{42} = -2q^5\,(mk + k_1).$$

В результате для амплитуд получаем следующие выражения:

$$A_{\rm sc} = [(m - k_1/k)/(m + k_1/k)]\psi, \qquad B_{\rm sc} = [2/(m + k_1/k)]\psi,$$
$$\mathbf{A} = [(m - q_1/q)/(m + q_1/q)]\{(\mathbf{n}_x\,[\mathbf{n}_\perp, \mathbf{\Phi}_\perp])\,[\mathbf{n}_x, \mathbf{n}_\perp] + (\mathbf{n}_\perp \mathbf{\Phi}_\perp)\,\mathbf{n}_\perp\} = [(m - q_1/q)/(m + q_1/q)]\,\mathbf{\Phi},$$
$$\mathbf{B} = [2/(m + q_1/q)]\,\mathbf{\Phi}. \tag{34}$$

Таким образом, в пределе нормального падения волн коэффициенты отражения и прохождения совпадают с формулами Френеля из [2]. В отличие от них, волновые числа здесь могут принимать не только действительные, но и комплексные значения. Оба предельных случая подтверждают правильность полученных формул для коэффициентов (П1)–(П8) и для амплитуд отражённых и преломлённых волн (31) и (32). Далее без подробного обсуждения приведём выражения для амплитуд отражённых и прошедших волн в наиболее известных комбинациях сред.

3.3. Падение волн из упругой среды или жидкости в газ

В этом случае параметр $\chi = \rho_1 q^2/(\rho q_1^2)$ как для жидкости, так и для упругой среды мал ($|\chi| \ll 1$). Отбрасывая в (25) и коэффициентах слагаемые, пропорциональные χ и χ^2, получим

$$A_{\rm sc} = (-1 + 8k_\perp^2 k_x q_x/R)\psi - 4q_x\,(q^2 - 2k_\perp^2)(k_\perp/R)\Phi_z, \tag{35}$$
$$\mathbf{A} = (4k_x k_\perp/R)[(q^2 - 2k_\perp^2)\psi + 2q_x k_\perp \Phi_z]\mathbf{n}_z - \mathbf{\Phi}_\perp - (k_\perp/q_x)\Phi_y \mathbf{n}_x. \tag{36}$$

Напомним, что ось x ортогональна к плоскости раздела сред, а в (35) и (36) и далее $\mathbf{n}_\perp = \mathbf{k}_\perp/k_\perp = \mathbf{n}_y$. Выражения для $A_{\rm sc}$ и $\mathbf{A}$ совпадают с аналогичными величинами из [4], где вторая среда — вакуум, а для газа, как здесь, имеем

$$B_{\rm sc} = \{2q^2/[(k_\perp^2 + k_{1x}q_{1x})\,R]\}\{(k_x[q_{1x}(q^2 - 2k_\perp^2) + 2k_\perp^2 q_x]\psi - k_\perp q_x\,(q^2 - 2k_\perp^2 - 2k_x q_{1x})\Phi_z\}; \tag{37}$$
$$\mathbf{B} = \{2q^2/[(k_\perp^2 + k_{1x}q_{1x})\,R]\}\{k_x k_\perp(q^2 - 2k_\perp^2 - 2k_{1x}q_x)\psi + q_x[k_{1x}(q^2 - 2k_\perp^2) + 2k_\perp^2 k_x]\Phi_z\}\mathbf{n}_z +$$
$$+ [2q^2 q_{1x}/(q_1^2 q_x)]\Phi_y[-(k_\perp/q_{1x})\mathbf{n}_x + \mathbf{n}_y]. \tag{38}$$

Полученные для $B_{\rm sc}$ и $\mathbf{B}$ громоздкие выражения упрощаются, если рассматривать отдельно упругую среду и жидкость. Для упругой среды слагаемые в формулах (37) и (38), пропорциональные q_{1x}, можно считать бо́льшими, а отношение $2q^2 q_{1x}/(q_1^2 q_x)$ — малым. Тогда амплитуды преломлённых волн становятся равными

$$B_{\rm sc} = [2q^2 k_x/(k_{1x}R)]\,[(q^2 - 2k_\perp^2)\psi + 2k_\perp q_x \Phi_z], \qquad \mathbf{B} = 0.$$

Для жидкости добавляется условие большой величины q^2, которое также упрощает формулы (37) и (38):

$$B_{\rm sc} = [2/(k_{1x}q_{1x})](k_x q_{1x}\psi - k_\perp q_x \Phi_z),$$
$$\mathbf{B} = [2/(k_{1x}q_{1x})]\,(k_x k_\perp \psi + k_{1x}q_x \Phi_z)\,\mathbf{n}_z + [2q_{1x}q^2/(q_x q_1^2)]\Phi_y[-(k_\perp/q_{1x})\,\mathbf{n}_x + \mathbf{n}_y].$$

3.4. Падение волн из газа в упругую среду или жидкость ($|\chi| \gg 1$)

В этом случае имеем

$$A_{\rm sc} = [1/(k_\perp^2 + k_x q_x)][(k_x q_x - k_\perp^2)\psi + 2q_x k_\perp \Phi_z],$$
$$\mathbf{A} = [1/(k_\perp^2 + k_x q_x)]\,[-2k_x k_\perp \psi + (k_x q_x - k_\perp^2)\Phi_z]\,\mathbf{n}_z + \Phi_y[(k_\perp/q_x)\mathbf{n}_x + \mathbf{n}_y].$$

При вычислении амплитуд преломлённых волн в упругой среде надо учесть члены, пропорциональные малому параметру $1/\chi$. В результате получим

$$B_{\rm sc} = \frac{2q_x q_1^2}{m\,(k_\perp^2 + k_x q_x)R_1}\left\{k_x\,(q_1^2 - 2k_\perp^2)\psi + k_\perp\,[q_1^2 - 2(k_\perp^2 + k_x q_{1x})]\,\Phi_z\right\},$$
$$\mathbf{B} = \frac{2q_1^2}{m\,(k_\perp^2 + k_x q_x)\,R_1}\mathbf{n}_z\big\{ - k_x k_\perp[q_1^2 - 2\,(k_\perp^2 + k_{1x} q_x)]\psi + q_x[k_x q_1^2 + 2k_\perp^2(k_{1x} - k_x)]\Phi_z\big\} +$$
$$+ (2/m)[\mathbf{n}_\perp - (k_\perp/q_{1x})\mathbf{n}_x]\Phi_y.$$

Для жидкости, где $|q_1^2| \gg k_\perp^2$, в последних формулах величину R_1 надо заменить на q_1^4. В обоих случаях в амплитудах отражённых волн нет вклада от параметров отражающей среды. Полученные в этом пункте выражения отличаются от известных [2, 3] своей универсальностью, т. е. одна формула, например (38), даёт значения векторных преломлённых волн в зависимости от набора компонент падающих волн ψ, Φ_y, Φ_z, совпадающие с предлагаемыми в [2, 3] формулами, если их выразить через волновые числа и их компоненты. Формулы (34) описывают практически все возможные случаи нормального падения волн.

3.5. Переход жидкость малой вязкости—упругая среда

Рассмотрим отражение и прохождение звуковых волн из жидкости с малой вязкостью в упругую среду (волновые числа q и k относятся к жидкости, q_1, k_1 — к упругой среде). В этом случае $|\chi| \gg 1$, m — порядка единицы. При дополнительных условиях $k_\perp/|q_x| \ll 1$, $|q_{1x}|/q_x \ll 1$ для амплитуд получаем

$$A_{\rm sc} = (1 - 2k_{1x} q_1^4/\Delta_{\rm l})\psi + (2k_\perp/\Delta_{\rm l})\{mR_1 - q_1^2[q_1^2 - 2(k_\perp^2 + k_{1x}q_{1x})]\}\Phi_z,$$
$$B_{\rm sc} = (2q_1^2/\Delta_{\rm l})\{k_x(q_1^2 - 2k_\perp^2)\psi + (k_\perp/m)\}\,[(m-1)q_1^2 - 2m(k_\perp^2 + k_x q_{1x})]\,\Phi_z,$$
$$\mathbf{A} = (2k_x k_\perp/\Delta_{\rm l} q_x)\{-mR_1 + q_1^2[q_1^2 - 2(k_\perp^2 + k_{1x}q_{1x})]\}\psi\mathbf{n}_z + \boldsymbol{\Phi}_\perp + (k_\perp/q_x)\Phi_y\mathbf{n}_x,$$
$$\mathbf{B} = (2q_1^2/\Delta_{\rm l})\{2k_x k_{1x} k_\perp\psi + [k_x(q_1^2 - 2k_\perp^2) + k_{1x}(q_1^2/m + 2k_\perp^2)]\,\Phi_z\}\,\mathbf{n}_z + (2/m)\Phi_y[\mathbf{n}_y - (k_\perp/q_{1x})\mathbf{n}_x],$$
$$\Delta_{\rm l} = mk_x R_1 + k_1 x q_1^4. \qquad (39)$$

Поменяем местами среды, оставив прежние обозначения (упругая среда — k, q, жидкость — k_1, q_1). При условиях $|\chi| \ll 1$, m — порядка единицы, $|k_\perp/q_{1x}| \ll 1$, $|q_x/q_{1x}| \ll 1$, из (24), (26), (28) и (П1)–(П8) получаем

$$A_{\rm sc} = [-1 + 2k_x(mq^4 + 4k_{1x}q_x k_\perp^2)/\Delta_{\rm s}]\psi - [4k_{1x}k_\perp q_x(q^2 - 2k_\perp^2)/\Delta_{\rm s}]\Phi_z,$$
$$B_{\rm sc} = (2k_x q^2/\Delta_{\rm s})[(q^2 - 2k_\perp^2)\psi + 2q_x k_\perp \Phi_z],$$
$$\mathbf{A} = \{[4k_\perp k_{1x} k_x(q^2 - 2k_\perp^2)/\Delta_{\rm s}]\psi + (-1 + 8k_\perp^2 k_x k_{1x} q_x/\Delta_{\rm s})\Phi_z\}\mathbf{n}_z + [\mathbf{n}_y + (k_\perp/q_x)\mathbf{n}_x]\Phi_y,$$
$$\mathbf{B} = 0, \qquad \Delta_{\rm s} = k_{1x}R + mk_x q^4. \qquad (40)$$

Выражения (39) и (40) для амплитуд отражённых и преломлённых волн, после разложения их по типам падающих полей, совпадают с известными, например, из работ [2, 3].

4. О ПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛНЕ НА ГРАНИЦЕ ДВУХ СРЕД

Обсудим поверхностные волны, определяемые нулевым значением детерминанта $\chi + q_x/q_{1x}$ однородной системы уравнений (17) и (19). По определению поверхностной называется волна, локализованная вблизи поверхности, вдоль которой она распространяется. Решение уравнения $\chi = mq^2/q_1^2$, или

$$mq^2/q_1^2 + q_x/q_{1x} = 0, \tag{41}$$

относительно неизвестной величины $k_\perp = \omega/c_\perp$ (после переноса второго слагаемого в правую часть и возведения в квадрат с проекциями волновых векторов на ось x $q_x = -\sqrt{q^2 - k_\perp^2}$ и $q_{1x} = \sqrt{q_1^2 - k_\perp^2}$) имеет вид

$$k_\perp^2 = q^2 f_1, \qquad q_x = -m\,(q^2/q_1) f_2^{1/2}, \qquad q_{1x} = q_1 f_2^{1/2},$$
$$f_1 = (m^2q^2/q_1^2 - 1)/(m^2q^4/q_1^4 - 1), \qquad f_2 = (q^2/q_1^2 - 1)/(m^2q^4/q_1^4 - 1). \tag{42}$$

Замена сред согласно правилу $q \to q_1$, $q_1 \to q$, $m \to 1/m$ не изменяет величину $k_\perp$ и скорость поверхностной волны $c_\perp$. Знак минус у q_x даёт убегающую от границы волну. Нетрудно получить связь между f_1 и f_2:

$$f_1 = 1 - (m^2q^2/q_1^2) f_2. \tag{43}$$

Из формул (42) и (43) можно сделать следующие выводы. Поверхностные стационарные волны, скорость которых $c_\perp$ является действительной величиной, существуют только для упругих сред и отрицательных значений функции f_2. При этом согласно (43) f_1 становится положительной величиной, а $k_\perp$ и $c_\perp$ — действительными. Проекции q_x и q_{1x} становятся мнимыми, и поверхностная волна локализуется вблизи границы. Отрицательные значения f_2 принимает при условиях $q^2/q_1^2 > 1$, $m < q_1^2/q^2$ или $q^2/q_1^2 < 1$, $m > q_1^2/q^2$. Другие возможные варианты ($m = 1$, $q \neq q_1$ и т. д.) не дают поверхностных волн. Перейдём в (42) и (43) от волновых чисел к скоростям волн:

$$c_\perp = \pm c_{\rm t} [(m^2 c_{1\rm t}^4/c_{\rm t}^4 - 1)/(m^2 c_{1\rm t}^2/c_{\rm t}^2 - 1)]^{1/2}. \tag{44}$$

Для примера возьмём одну среду из золота ($\rho = 1{,}93 \cdot 10^4$ кг/м^3, скорость поперечных волн $c_{\rm t} = 1\,200$ м/с), другую из алюминия ($\rho_1 = 2{,}7 \cdot 10^3$ кг/м^3, $c_{\rm t} = 3\,080$ м/с). Тогда из (43) получим $c_\perp = \pm 499$ м/с, что много меньше скоростей сдвиговых волн. Другой пример — алюминий и железо ($\rho = 7{,}87 \cdot 10^3$ кг/м^3, $c_{\rm t} = 3\,230$ м/с). Здесь $f_2 = 0{,}011$ положительная величина, а скорость поверхностной волны ($c_\perp = \pm 3\,427$ м/с) больше скорости поперечных волн как в алюминии, так и в железе. Компоненты q_x и q_{1x} при этом действительны, а поверхностная волна в этом случае переходит в неограниченное поперёк границы раздела сред волновое образование, которое уже не является поверхностной волной в общепринятом смысле.

Структура поверхностной волны определяется решением однородной системы уравнений (17) и (19) в виде $\mathbf{k}_\perp \mathbf{A}_\perp = m \mathbf{k}_\perp \mathbf{B}_\perp$ и уравнений (15): $A_x = (m/q_x)\mathbf{k}_\perp \mathbf{B}_\perp$ и $B_x = -(1/q_x)\mathbf{k}_\perp \mathbf{B}_\perp$. Компоненты векторов $\mathbf{A}_\perp$, $\mathbf{B}_\perp$ и B_x выражаются через проекцию вектора $\mathbf{B}$ на направление распространения волны и все лежат в плоскости падения. Отсутствуют перпендикулярные к плоскости падения компоненты, которые определяются однородной системой уравнений (4), (12), (18) и (22), где компонент полей, лежащих в плоскости падения, нет, что говорит о независимости этих систем уравнений и их решений. Скорость $c_\perp$ из (44) рассматриваемой волны не зависит от частоты, как у волны Рэлея на свободной поверхности упругой среды, но в отличие от последней свойства рассматриваемой волны зависят только от отношения волновых чисел поперечных волн.

Интересно, что исключение из равенств (42)–(44) волновых чисел q и q_1 с помощью (16) даёт зависимость параметров волны только от волновых чисел продольных волн. Наиболее близкими к рассмотренным здесь поверхностным волнам являются волны Лява — волны с горизонтальной поляризацией в пластинках [2], свойства которых определяются также сдвиговыми напряжениями в пластинке.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе автора [11] предложена универсальная форма записи вектора плотности сил через волновые векторы продольных, поперечных и неоднородных звуковых волн, справедливая для упругих, жидких и газообразных изотропных сред. В данной работе на основе этого граничного условия решена задача об отражении и преломлении плоских продольных и поперечных звуковых волн плоской границей раздела сред. В отличие от множества работ на эту тему, векторные потенциалы отражённых и преломлённых волн (1) записывались в более общем виде, содержащем все три проекции на оси координат с отличной от нуля дивергентной компонентой, дающей перпендикулярные к плоскости раздела проекции векторных потенциалов отражённых и преломлённых волн. Полученные решения (27) и (29)–(32) описывают множество вариантов сред, а в частных случаях, рассмотренных здесь, совпадают с известными из литературы результатами. Обнаружена поверхностная волна, определяемая либо отношением волновых чисел поперечных волн, либо волновыми числами продольных волн. Получена формула для скорости этих волн и определены условия их существования.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Выражения для коэффициентов в системе (27) и (29)–(32)

$$\alpha_{11} = \chi^2\,(k_\perp^2 - k_x q_x)\,R_1 + (k_\perp^2 + k_{1x}q_{1x})\,(R - 8k_\perp^2 k_x q_x) - 2\chi k_\perp^2\,(q^2 - 2k_\perp^2 + 2k_x q_x)\times$$
$$\times(q_1^2 - 2k_\perp^2 - 2k_{1x}q_{1x}) + \chi q^2 q_1^2\,(k_1 x q_x - k_x q_1 x); \tag{П1}$$

$$\alpha_{12} = 2q_x\,\{2(q^2 - 2k_\perp^2)\,(k_\perp^2 + k_{1x}q_{1x}) - \chi^2 R_1 + \chi(q^2 - 4k_\perp^2)\,[q_1^2 - 2(k_\perp^2 + k_{1x}q_{1x})]\}; \tag{П2}$$

$$\alpha_{21} = -2k_x q^2\,\{\chi[q_x(q_1^2 - 2k_\perp^2) + 2k_\perp^2 q_{1x}] + q_{1x}\,(q^2 - 2k_\perp^2) + 2k_\perp^2 q_x)\}; \tag{П3}$$

$$\alpha_{22} = -2q_x q^2\,[\chi(q_1^2 - 2k_\perp^2 - 2k_x q_{1x}) - (q^2 - 2k_\perp^2 - 2k_x q_{1x})]; \tag{П4}$$

$$\alpha_{31} = 2k_x\,\{\chi^2 R_1 - 2(q^2 - 2k_\perp^2)\,(k_\perp^2 + k_{1x}q_{1x}) - \chi(q^2 - 4k_\perp^2)[q_1^2 - 2\,(k_\perp^2 + k_{1x}q_{1x})]\}; \tag{П5}$$

$$\alpha_{32} = \alpha_{11} - 2\chi q^2 q_1^2\,(k_{1x}q_x - k_x q_{1x}); \tag{П6}$$

$$\alpha_{41} = 2k_x q^2\,[\chi q_1^2 - q^2 + 2\,(1-\chi)\,(k_\perp^2 + k_{1x}q_x)]; \tag{П7}$$

$$\alpha_{42} = -2q_x q^2\,[\chi k_x q_1^2 + k_1 x q^2 + 2k_\perp^2\,(k_x - k_{1x})\,(1-\chi)]. \tag{П8}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ewing W. M., Jardetzky W. S., Press F. Elastic waves in layered media. New York: Mc Graw–Hill Book Company, 1957. 380 p.
2. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М: Наука, 1973. 344 с.
3. Исакович М. А. Общая акустика. М.: Наука, 1973. 436 с.
4. Stoneley R. // Proc. Royal Soc. London. 1924. V. A106, No. 732. P. 416.
5. Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология: теория и методы. Т. 1. М.: Мир, 1983. 518 с.

6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. М.: Наука, 1987. 246 с.
7. Бреховских Л. М. // Успехи физ. наук. 1949. Т. 38, № 1. С. 1.
8. Бреховских Л. М., Годин О. А. Акустика слоистых сред. М.: Наука, 1989. 416 с.
9. Годин О. А. // Акуст. журн. 2007. Т. 53, № 3. С. 353.
10. Разин А. В., Собисевич А. Л. Геоакустика слоистых сред. М.: Институт физики Земли им. О. Ю. Шмидта РАН, 2012. 210 с.
11. Кобелев Ю. А. // Акуст. журн. 2008. Т. 54, № 6. С. 890.
12. Кобелев Ю. А. // Акуст. журн. 2011. Т. 57, № 6. С. 731.

Поступила в редакцию 3 сентября 2018 г.; принята в печать 29 апреля 2019 г.

ON REFLECTION AND REFRACTION OF HARMONIC PLANE ACOUSTIC WAVES BY A PLANE INTERFACE OF MEDIA WITH ARBITRARY ACOUSTIC PROPERTIES

Yu. A. Kobelev

We propose universal formulas for the amplitudes of longitudinal and transverse plane acoustic waves, which are reflected and refracted by a plane interface between two media. The formulas are valid for liquid and gaseous media, as well as for elastic isotropic media. Advantages of these formulas are their relative illustrativeness as compared with the known and generally accepted formulas, as well as a possibility to pass over from one scattering problem to another one by simply replacing the corresponding wave numbers. Despite the well-known methods, which are used in the calculations and have a rather methodical character, we managed to find a new type of surface waves on the interface between elastic media. These waves are characterized by either ratios of the wave numbers of transverse waves and densities, or by only wave numbers of longitudinal waves and the ratio of medium densities.