УДК 52.17

МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ СИГНАЛА ФАЗОВОЙ КАЛИБРОВКИ РСДБ-РАДИОТЕЛЕСКОПОВ

Е. В. Носов *

Институт прикладной астрономии РАН, г. Санкт-Петербург, Россия

В большинстве современных радиотелескопов, используемых для радиоинтерферометрии со сверхдлинными базами, в сигнальный тракт вводят специальный сигнал для фазовой калибровки оборудования. Этот сигнал используется при корреляционной обработке радиоастрономических наблюдений для получения синтезированного отклика, когда необходимо согласовать по фазе и задержке сигналы нескольких частотных каналов, а также для контроля работоспособности оборудования и фазовой стабильности сигнального тракта при подготовке и проведении наблюдений. Выделение сигнала фазовой калибровки в регистрируемых данных требует значительных вычислительных ресурсов. При этом объём вычислений растёт вместе с увеличением регистрируемой полосы частот, которая на современных радиотелескопах, таких как РТ-13 РСДБ-сети «Квазар-КВО», может составлять несколько гигагерц. В данной работе рассмотрены известные методы измерения параметров сигнала фазовой калибровки, дана оценка их точности, проведено сравнение вычислительной эффективности и показаны недостатки существующих алгоритмов измерения. Автором предложен усовершенствованный метод, позволяющий добиться значительной экономии вычислительных ресурсов без потери точности измерений, что снижает требования к аппаратуре и ускоряет вычисления.

ВВЕДЕНИЕ

Сигнал фазовой калибровки (СФК) применяется в большинстве радиотелескопов, используемых для радиоинтерферометрии со сверхдлинными базами (РСДБ). Этот сигнал представляет собой периодическую последовательность коротких импульсов, создаваемую генератором пикосекундных импульсов [1] из сигнала опорной частоты, поступающего от атомных часов радиотелескопа [2]. В частотной области такой сигнал состоит из большого числа равномерно распределённых гармоник (тонов). За счёт малой длительности импульсов (десятки пикосекунд) сигнал фазовой калибровки имеет широкий спектр, перекрывающий весь рабочий диапазон частот радиоприёмных устройств (РПУ) радиотелескопа, что позволяет регистрировать его тона в любом участке спектра достаточной ширины.

Анализ амплитуды и фазы тонов сигнала фазовой калибровки позволяет получить информацию о характеристиках сигнального тракта и их стабильности. Информация о фазе тонов используется при корреляционной обработке регистрируемых данных, когда для получения синтезированного отклика необходимо согласовать по фазе и задержке сигналы нескольких частотных каналов [3, 4]. Кроме того, сигнал фазовой калибровки применяется для сквозной проверки сигнального тракта, при поиске неисправностей и наладке оборудования [5]. До недавнего времени сигнальный тракт радиотелескопов практически целиком состоял из аналоговых устройств, и операторы, проводящие наблюдения, могли контролировать наличие и амплитуду тонов сигнала фазовой калибровки с помощью спектроанализатора. Однако в современных радиотелескопах значительная часть преобразований сигнала осуществляется с помощью цифровой техники, которая часто устанавливается непосредственно на антенне, что затрудняет или делает невозможным использование аналоговых измерительных приборов для контроля сигнала фазовой калибровки.

* nosov@iaaras.ru

Поэтому требуется эффективный способ измерения параметров сигнала фазовой калибровки методами цифровой обработки.

Несмотря на полезные свойства сигнал фазовой калибровки, он является помехой для сигнала от наблюдаемого радиоисточника, ухудшая отношение сигнал/шум на выходе коррелятора. Для того, чтобы это ухудшение было незначительным, мощность СФК должна быть существенно меньше мощности шумов системы. Кроме того, вся энергия СФК сосредоточена в коротких импульсах, что может приводить к перегрузке усилителей в сигнальном тракте при слишком большой мгновенной мощности. Поэтому на практике мощность СФК обычно фиксируется на уровне не более 1 % от мощности шумов системы. Таким образом, СФК в регистрируемом сигнале оказывается скрыт под шумами и измерение его параметров становится ресурсоёмкой вычислительной задачей, требующей длительного накопления. При этом объём вычислений растёт вместе с увеличением регистрируемой полосы частот, которая на современных радиотелескопах, таких как РТ-13 РСДБ-сети «Квазар-КВО» [6], может в совокупности составлять уже единицы гигагерц. Используемые на данный момент методы измерения параметров СФК требуют бо́льших вычислительных ресурсов для обработки таких широкополосных сигналов, что остро ставит вопрос оптимизации существующих алгоритмов.

В данной работе рассматриваются известные методы измерения параметров СФК, даётся оценка их точности и вычислительной эффективности, после чего предлагается усовершенствованный алгоритм, позволяющий добиться существенной экономии вычислительных ресурсов без потери точности. Использование предложенного алгоритма значительно снижает требования к аппаратуре, реализующей измерения параметров СФК.

1. ВИД СИГНАЛА ФАЗОВОЙ КАЛИБРОВКИ В РЕГИСТРИРУЕМОМ СИГНАЛЕ

Сигнал фазовой калибровки — импульсный сигнал с коэффициентом заполнения много меньше единицы и периодом повторения $T_{\text{СФК}}$. Как правило, он вводится в сигнальный тракт через направленный ответвитель на входе малошумящих усилителей РПУ. В сигнальном тракте происходит фильтрация, усиление и перенос спектра сигналов из диапазона радиочастот в диапазон промежуточных частот, после чего СФК, смешанный с шумами системы и сигналом от наблюдаемого радиоисточника, оцифровывается в специализированной системе преобразования сигналов [7]. В ней сигнал может разделяться на несколько узкополосных частотных каналов с преобразованием к нулевой частоте, после чего выходные данные поступают на систему записи [8], откуда в дальнейшем передаются в центр корреляционной обработки.

В результате на регистрацию попадают только требуемые участки спектра сигнала, перенесённые к нулевой частоте и представленные цифровыми отсчётами. В частотной области СФК в таком сигнале состоит из тонов, расставленных с шагом $f_{\text{ш}} = 1/T_{\text{СФК}}$ и частотным сдвигом $f_{\text{сдвиг}}$ (рис. 1), зависящим от настройки гетеродинов в сигнальном тракте. На радиотелескопах РСДБ-сети «Квазар-КВО» используется СФК с периодом $T_{\text{СФК}} = 1$ мкс, откуда шаг тонов $f_{\text{ш}} = 1$ МГц. Частота $f_{\text{сдвиг}}$ обычно составляет 10 кГц на радиотелескопах РТ-32 и 100; 200; … ,900 кГц на радиотелескопах РТ-13. Внесение сдвига $f_{\text{сдвиг}}$ необходимо для разнесения по частоте тонов СФК в канале прямого преобразования с тонами, попадающими при преобразовании частот из зеркального и других побочных каналов (не показаны на рис. 1), что предотвращает искажения измеряемых параметров.

Итак, регистрируемый сигнал можно представить как смесь временны́х отсчётов СФК$s_{\text{СФК}}(k)$ и шумового сигнала $s_{\text{шум}}(k)$:

$$s(k) = s_{\text{СФК}}(k) + s_{\text{шум}}(k). \tag{1}$$

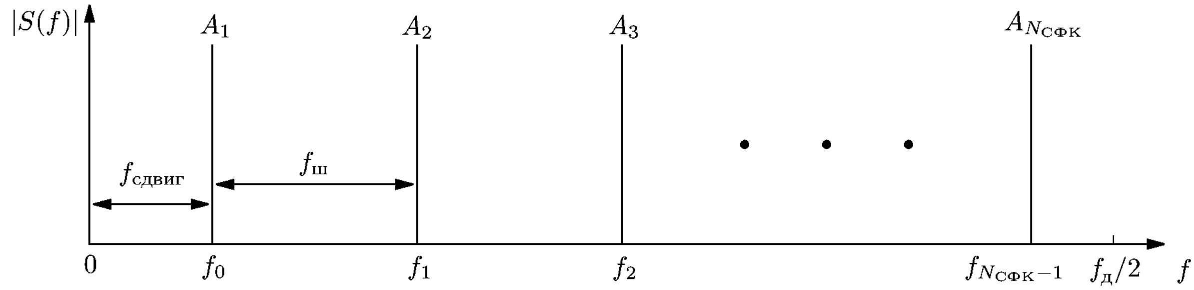

Рис. 1. Амплитудный спектр СФК в регистрируемом сигнале

Регистрируемый СФК состоит из $N_{\text{СФК}}$ тонов, попавших в полосу пропускания, что можно записать как

$$s_{\text{СФК}}(k) = \sum_{i=0}^{N_{\text{СФК}}-1} A_i \cos\left(2\pi k\,\frac{f_i}{f_{\text{д}}} + \varphi_i\right), \tag{2}$$

где k — номер отсчёта, $i = 0, 1, \ldots, N_{\text{СФК}} - 1$ — номера тонов СФК в полосе пропускания, A_i и φ_i — искомые амплитуды и фазы тонов СФК на частотах $f_i = f_{\text{сдвиг}} + i\, f_{\text{ш}}$ соответственно, $f_{\text{д}}$ — частота дискретизации сигнала.

Для описания шумовой составляющей $s_{\text{шум}}(k)$ допустимо [4] использовать модель нормального белого шума с нулевым средним и среднеквадратическим отклонением (СКО) $\sigma_{\text{вх.шум}}$.

Отношение сигнал/шум (ОСШ) напрямую влияет на точность определения параметров СФК. При измерении по среднеквадратическому значению (СКЗ) оно составляет

$$\mathrm{SNR}_{\text{вх}} = \frac{\sigma_{\text{СФК}}}{\sigma_{\text{вх.шум}}}, \tag{3}$$

где среднеквадратическое значение СФК равно

$$\sigma_{\text{СФК}} = \sqrt{\sum_{i=0}^{N_{\text{СФК}}-1} \frac{A_i^2}{2}}\,. \tag{4}$$

На радиотелескопах РСДБ-сети «Квазар-КВО» $\mathrm{SNR}_{\text{вх}}$ фиксируется примерно на уровне 0,1, т. е. СФК скрыт под шумами, что приводит к необходимости длительного накопления для измерения параметров СФК с достаточной точностью. Рассмотрим очевидный способ выполнить такие измерения, который используется, например, в 6-станционном корреляторе «Арк», разработанном в ИПА РАН [9].

2. ИЗМЕРЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ СИГНАЛА ФАЗОВОЙ КАЛИБРОВКИ С ПОМОЩЬЮ ДИСКРЕТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

Для определения амплитуды и фазы тонов, из которых состоит СФК, удобно воспользоваться преобразованием Фурье, в нашем случае дискретным (ДПФ):

$$S(n) = \sum_{k=0}^{N-1} s(k) \exp(-j2\pi kn/N), \tag{5}$$

где n — номер частотного отсчёта ДПФ, j — обозначение мнимой единицы, N — общее число отсчётов, над которыми проводится преобразование. Отметим, что масштабирующий множитель $1/N$ для удобства отнесён к обратному ДПФ и в (5) не вводится.

Тонам СФК с частотой f_i будут соответствовать частотные отсчёты с номерами $n_i = N f_i / f_{\text{д}}$. Подбором N можно добиться, чтобы все n_i были целыми числами, что гарантирует отсутствие растекания спектра [10], при котором мощность тона распределится между несколькими частотными отсчётами ДПФ. Тогда модуль и аргумент отсчётов $S(n_i)$ несут информацию об амплитуде и фазе тонов СФК, искажённую шумовой составляющей от $s_{\text{шум}}(k)$. Определим точность вычисления амплитуды и фазы для тона с номером i, для чего рассмотрим частотный отсчёт n_i ДПФ регистрируемого сигнала $s(k)$:

$$S(n_i) = \sum_{k=0}^{N-1} s(k) \exp(-j2\pi k n_i / N). \tag{6}$$

Подставив (1) и (2) в выражение (6), получим:

$$S(n_i) = \sum_{k=0}^{N-1} s_{\text{шум}}(k) \exp(-j2\pi k n_i / N) + \sum_{k=0}^{N-1} A_i \cos\left(2\pi k \frac{f_i}{f_{\text{д}}} + \varphi_i\right) \exp(-j2\pi k n_i / N) + \\ + \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{m \neq i}^{N_{\text{СФК}}-1} A_m \cos\left(2\pi k \frac{f_m}{f_{\text{д}}} + \varphi_m\right) \exp(-j2\pi k n_i / N). \tag{7}$$

Три слагаемых выражения (7) соответствуют ДПФ шумовой составляющей, искомого тона СФК с номером i и остальных тонов СФК с номерами $m \neq i$. Произведение отсчётов нормального белого шума на комплексную экспоненту в первом слагаемом даст сдвинутую по частоте комплексную реализацию шума, мощность которого поровну распределится между реальной и мнимой частью. Результатом суммирования N случайных отсчётов полученного шумового сигнала станет случайное комплексное число $S_{\text{шум}}(n_i)$, имеющее нормальное распределение и увеличенное в $\sqrt{N}$ раз СКО:

$$\sigma_{\text{вых.шум}} = \sqrt{N}\, \sigma_{\text{вх.шум}}. \tag{8}$$

Второе слагаемое в (7), соответствующее ДПФ тона СФК с номером i, можно упростить, представив косинус в соответствии с формулой Эйлера через сумму комплексных экспонент:

$$\sum_{k=0}^{N-1} \frac{A_i}{2} \left\{\, exp[j(2\pi k\, f_i/f_{\text{д}} + \varphi_i)] + \exp[-j(2\pi k\, f_i/f_{\text{д}} + \varphi_i)]\right\} \exp(-j2\pi k n_i / N).$$

Учитывая, что $n_i/N = f_i/f_{\text{д}}$, получим

$$\frac{A_i}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \exp(j\varphi_i) + \frac{A_i}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \exp[-j(2\pi k \frac{2n_i}{N} + \varphi_i)].$$

Второе слагаемое в последнем выражении равно нулю, т. к. на периоде длиной N аргумент экспоненты будет всегда проходить целое число оборотов 2π, а суммирование гармонического сигнала по целому числу периодов даёт ноль. Тогда второе слагаемое выражения (7) будет равно $(A_i/2) N \exp(j\varphi_i)$.

Аналогично можно показать, что третье слагаемое в (7) можно записать как

$$\frac{A_i}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{m \neq i}^{N_{\text{СФК}}-1} \left\{\exp[j2\pi k (n_m - n_i)/N + j\varphi_i] + \exp[-j2\pi k (n_m + n_i)/N - j\varphi_i]\right\}.$$

Поскольку n_i и n_m — целые числа, то при суммировании по N отсчётам аргумент экспоненты $j2\pi k(n_m \pm n_i)/N$ будет всегда проходить целое число оборотов 2π, т. е. суммирование даст ноль. Таким образом, при расчёте ДПФ тоны СФК не влияют друг на друга и выражение (7) можно переписать как

$$S(n_i) = \frac{A_i}{2}\, N \exp(j\varphi_i) + S_{\text{шум}}(n_i). \tag{9}$$

Модуль первого слагаемого в (9), нормированный на постоянный множитель $N/2$, даёт искомую амплитуду A_i тона СФК с номером i. Его аргумент есть искомая фаза φ_i. Второе слагаемое в (9) соответствует шумовой составляющей с СКО $\sigma_{\text{вых.шум}}$, вносящей ошибку в измеряемые амплитуду и фазу. Учитывая (8), выразим выходное ОСШ через уровень шума на входе:

$$\mathrm{SNR}_{\text{вых}} = \frac{A_i \sqrt{N}}{2\sigma_{\text{вх.шум}}}\,. \tag{10}$$

Выигрыш $\sqrt{N}$ в ОСШ связан с тем, что отсчёты тона СФК, в отличие от отсчётов шума, накапливаются когерентно. Множитель 1/2 связан с тем, что энергия в комплексном спектре вещественного сигнала поровну распределяется между отрицательной и положительной полуосями частот.

Теперь мы можем выразить выходное ОСШ отсчёта ДПФ (10) через ОСШ на входе (3). Для простоты будем считать, что в полосе пропускания все тоны СФК имеют одинаковую амплитуду A. Тогда СКЗ сигнала фазовой калибровки (4) упростится до

$$\sigma_{\text{СФК}} = A\sqrt{\frac{N_{\text{СФК}}}{2}}\,. \tag{11}$$

Подставив в (10) амплитуду, выраженную из (11), и проведя замену в соответствии с (3), получим

$$\mathrm{SNR}_{\text{вых}} = \mathrm{SNR}_{\text{вх}}\sqrt{\frac{N}{2N_{\text{СФК}}}}\,. \tag{12}$$

Следует обратить внимание, что входное ОСШ $\mathrm{SNR}_{\text{вх}}$ показывает уровень зашумленности всего сигнала СФК на входе, тогда как выходное ОСШ (12) показывает уровень зашумленности отсчёта ДПФ для одного тона. Зная его, мы можем оценить ошибку вычисления фазы и амплитуды тона СФК. Для этого воспользуемся принятыми в работах [4, 11] приближениями, в рамках которых при $\mathrm{SNR}_{\text{вых}} \gg 1$ относительную среднеквадратическую ошибку амплитуды можно оценить как

$$\frac{\sigma_A}{A} = \frac{1}{\mathrm{SNR}_{\text{вых}}}\left[1 - \frac{1}{(2\mathrm{SNR}_{\text{вых}})^2}\right] \approx \frac{1}{\mathrm{SNR}_{\text{вых}}}\,, \tag{13}$$

где σ_A/A — нормированное к амплитуде среднеквадратическое значение ошибки. Среднеквадратическую ошибку фазы (в радианах) можно оценить как

$$\sigma_\varphi = \frac{1}{\mathrm{SNR}_{\text{вых}}}\,. \tag{14}$$

Допущение $\mathrm{SNR}_{\text{вых}} \gg 1$ должно всегда выполняться на практике, иначе измерения теряют смысл.

Используя выражения (12)–(14), легко оценить точность измерения параметров СФК на радиотелескопах РСДБ-сети «Квазар-КВО». Пусть время накопления составляет 1 с, тогда число отсчётов при вычислении ДПФ будет равно $N = f_{\text{д}}$. Как было сказано выше, входное ОСШ обычно составляет $\mathrm{SNR}_{\text{вх}} = 0{,}1$, а $f_{\text{ш}} = 1$ МГц. Поскольку частота дискретизации сигнала, а значит и полоса регистрации, выраженные в мегагерцах, всегда кратны степени двойки (2 МГц, 4 МГц, 8 МГц и т. д.), то число тонов $N_{\text{СФК}}$ в полосе пропускания не зависит от сдвига $f_{\text{сдвиг}}$ и может быть записано как $N_{\text{СФК}} = 0{,}5 f_{\text{д}}/f_{\text{ш}}$. Учитывая это, (12) принимает вид

$$\mathrm{SNR}_{\text{вых}} = \mathrm{SNR}_{\text{вх}} \sqrt{f_{\text{ш}}} = 100.$$

Соответственно, ошибка нахождения амплитуды при времени накопления 1 с составит 1 %, а ошибка нахождения фазы — 0,6°, что достаточно для получения синтезированного отклика при корреляционной обработке. Приведённая оценка не принимает в расчёт влияние эффектов квантования сигналов, учёт которых выходит за рамки данной статьи и будет выполнен в отдельной работе. Отметим только, что, как показала практика, даже однобитное квантование сигнала при правильном подборе остальных параметров позволяет уверенно измерять фазы и относительные амплитуды тонов СФК.

Из выражений (13), (14) и (12) видно, что для повышения точности измерений требуется увеличивать число отсчётов ДПФ N (увеличивать время накопления) и, при возможности, уменьшать число тонов $N_{\text{СФК}}$ в полосе пропускания, что означает увеличение частоты импульсов СФК $f_{\text{ш}}$. При сохранении того же входного ОСШ $\mathrm{SNR}_{\text{вх}}$ это приведёт к увеличению мощности каждого отдельного тона и, соответственно, росту выходного ОСШ. Это также вызовет снижение пиковой мощности импульсов СФК, что уменьшает вероятность перегрузки усилителей в сигнальном тракте, особенно при переходе к широкополосному РПУ.

В качестве меры сложности измерения параметров СФК различными методами мы будем использовать число операций вещественного сложения и умножения в основной части алгоритма, не учитывая затраты памяти и вспомогательные вычисления, такие как расчёт значений комплексных экспонент для ДПФ. Это позволит приблизительно сопоставить между собой сложность реализации различных методов, оставив за скобками особенности аппаратных платформ и различные способы оптимизации, позволяющие разработчику уменьшить реальные вычислительные затраты.

Из (5) видно, что для вычисления одного частотного отсчёта ДПФ требуется N операций комплексного умножения и $N-1$ операций комплексного сложения. Поскольку на практике $N \gg 1$, то учитывать вычитание единицы для оценки сложности вычислений не имеет смысла и в дальнейшем подобные выражения будут сразу приводиться округлёнными. Принимая во внимание, что на радиотелескопах сети «Квазар-КВО» регистрируемый сигнал $s(k)$ является вещественным, число операций вещественного сложения и умножения составит $2N$ на один частотный отсчёт. Соответственно, для измерения всех тонов СФК необходимо выполнить $2NN_{\text{СФК}}$ операций сложения и умножения. Например, при измерении тонов СФК в одном канале радиотелескопа РТ-13, где частота дискретизации $f_{\text{д}} = 1\,024$ МГц и частота расстановки тонов $f_{\text{ш}} = 1$ МГц, потребуется выполнять примерно 10^{12} операций умножения и сложения в секунду. Для сравнения отметим, что производительность современных процессоров для персональных компьютеров составляет от десятков до сотен миллиардов операций с плавающей точкой в секунду, т. е. они не способны обрабатывать такой поток данных в реальном времени.

Применение вместо ДПФ быстрого преобразования Фурье (БПФ), требующего $2N\log_2(N)$ вещественных операций умножения [10], может иметь смысл, когда $\log_2(N) < N_{\text{СФК}}$. Для СФК, используемого на радиотелескопах сети «Квазар-КВО», БПФ становится эффективнее ДПФ при частоте дискретизации сигнала 64 МГц и более. Однако мы не будем касаться оптимизации вычислений с помощью БПФ, т. к. существуют более эффективные способы уменьшить вычислительные затраты, о которых пойдёт речь далее.

3. КОГЕРЕНТНОЕ НАКОПЛЕНИЕ СО СДВИГОМ ЧАСТОТ

Благодаря тому, что СФК является периодическим сигналом с известным периодом повторения, появляется возможность выделить его из шумов с помощью когерентного накопления во временно́й области [12], которое не требует операций умножения. Для начала рассмотрим это на примере выделения СФК без частотного сдвига ($f_{\text{сдвиг}} = 0$). Разделим отсчёты входного сигнала $s(k)$ на выборки (окна) с одинаковой длиной L и сложим их между собой на периоде N отсчётов, получив на выходе новый сигнал

$$s_L(k_L) = \sum_{k_N=0}^{N_L-1} s(k_N L + k_L), \tag{15}$$

где k_L — номер отсчёта в окне, k_N — номер окна в общей выборке с длиной N, $N_L = N/L$ — число складываемых окон.

Длина окна L подбирается так, чтобы в нём помещалось целое число периодов всех интересующих тонов СФК. В случае, когда частота дискретизации f_s кратна шагу тонов СФК $f_{\text{ш}}$, что выполняется для радиотелескопов сети «Квазар-КВО», минимальная возможная длина окна будет соответствовать одному периоду частоты $f_{\text{ш}}$, а значит $L = f_{\text{д}}/f_{\text{ш}} = 2N_{\text{СФК}}$ отсчётов.

При сложении выборок с длиной L между собой тоны СФК в сигнале будут складываться в фазе, поэтому такое накопление называется когерентным. За счёт этого их амплитуда вырастет в N_L раз. При этом шумовые сигналы будут складываться некогерентно, и среднеквадратическое значение шума вырастет лишь в $\sqrt{N_L}$ раз. Также некогерентно будут складываться сигналы, имеющие нецелое число периодов в выборке. В результате, при условии стационарности СФК на интервале накопления N, амплитуды его тонов будут расти в $\sqrt{N_L}$ раз быстрее шумов, и ОСШ в выходном сигнале $s_L(k_L)$ повысится в $\sqrt{N_L}$ раз по сравнению с входным сигналом.

Например, для сигнала с частотой дискретизации $f_{\text{д}} = 16$ МГц при $f_{\text{сдвиг}} = 0$ тоны СФК лежат на частотах $f_i = i\, f_{\text{ш}} = 1, 2, \ldots, 8$ МГц. Тон, попадающий на нулевую частоту, не проходит на регистрацию из-за разделительных конденсаторов в оборудовании. В рассматриваемом случае минимальная длина окна составит $L = 16$ отсчётов, что соответствует 1 мкс. В такой выборке поместится ровно 1 период первого тона СФК ($f_1 = 1$ МГц), 2 периода второго тона ($f_2 = 2$ МГц) и т. д. В результате, при сложении таких окон все тоны СФК будут складываться когерентно и СФК будет выделяться из шумов.

Проведя такое накопление на интервале 1 с, т. е. сложив $N_L = 10^6$ выборок, мы получим реализацию одного периода СФК с увеличенным в 1 000 раз отношением сигнал/шум (по амплитуде). При этом длина выборки на выходе составит всего лишь $L = 16$ отсчётов. Взяв БПФ от полученного «очищенного» сигнала, мы получим 16 комплексных отсчётов, половину которых можно отбросить ввиду вещественности входного сигнала. Оставшиеся 8 комплексных отсчётов будут соответствовать искомым тонам СФК.

Реализацию накопления выборок сигнала с длиной L на интервале N можно представить структурой, являющейся по сути гребенчатым фильтром (см. рис. 2). Рекурсивная ветвь такого фильтра обеспечивает бесконечное суммирование сигнала окнами с длиной L, а нерекурсивная ветвь нужна, чтобы ограничить время накопления N отсчётами, и при практической реализации заменяется простой очисткой памяти рекурсивной ветви. Один раз за N входных отсчётов с выхода фильтра снимается сигнал с длиной L, над которым проводится БПФ.

Записав разностные уравнения изображённого на рис. 2 фильтра и выполнив над ними z-преобразование [10, 12], легко получить передаточную функцию, а из неё амплитудно-частотную

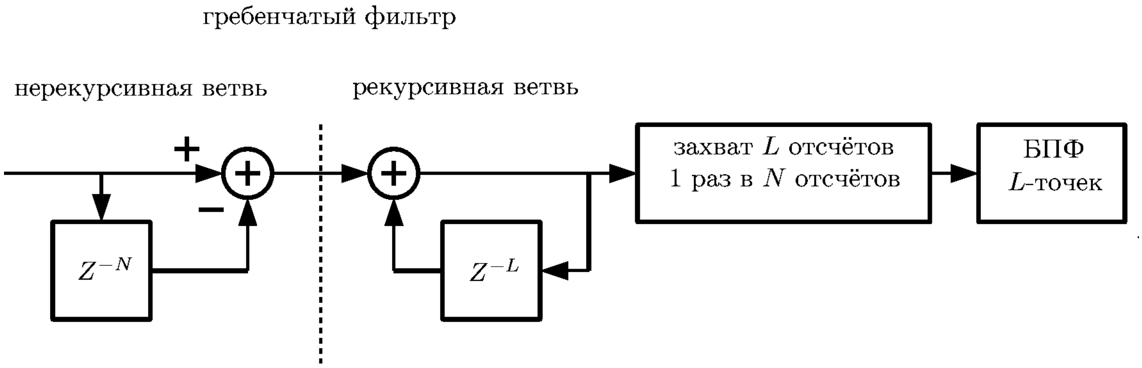

Рис. 2. Структура для измерения параметров СФК с помощью когерентного накопления

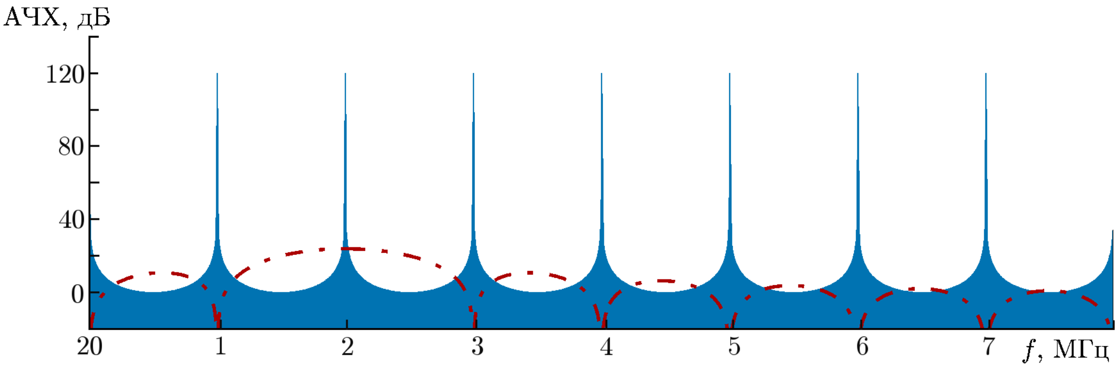

Рис. 3. Амплитудно-частотная характеристика гребенчатого фильтра для выделения СФК при частоте дискретизации $f_{\text{д}} = 16$ МГц, шаге тонов СФК $f_{\text{ш}} = 1$ МГц и времени усреднения 1 с ($N = f_{\text{д}} = 16 \cdot 10^6$ отсчётов, сплошная линия). Пример АЧХ для одного частотного отсчёта ДПФ при длине выборки $L = 16$ отсчётов (штрихпунктирная линия

характеристику (АЧХ) такого фильтра (см. рис. 3):

$$|H[\exp(jw)]| = \left|\frac{\sin(wN/2)}{\sin(wL/2)}\right|. \tag{16}$$

Числитель выражения (16) в полосе пропускания обращается в ноль $N/2$ раз. Для случая накопления на интервале 1 с, когда $N = f_{\text{д}}$, нули в АЧХ будут расставлены с шагом 1 Гц, кроме частот, на которых в (16) обращается в ноль знаменатель. Раскрывая неопределённость $0/0$ в этих точках по правилу Лопиталя, получим значение N/L, что в рассматриваемом примере даёт $N/L = N_L = 10^6$.

Таким образом, АЧХ рассмотренного гребенчатого фильтра даст 8 узких пиков (не считая пик на нулевой частоте) с шагом $f_{\text{ш}}$ и усилением 120 дБ (10^6 раз по амплитуде). При этом соседние нули АЧХ отстоят от максимума на ± 1 Гц (см. рис. 4). Таким образом данный фильтр обладает хорошей частотной избирательностью, за счёт чего и происходит выделение СФК из шумов.

Важно отметить, что каждый частотный отсчёт ДПФ от полученного сигнала $s_L(k_L)$ будет содержать информацию только об одном тоне СФК, что хорошо видно по частотной характеристике одного отсчёта ДПФ, приведённой на рис. 3 штрихпунктирной линией. Максимум частотной характеристики в точности совпадает с одним из пиков АЧХ гребенчатого фильтра, тогда как остальные пики попадают точно в её нули, и сигнал в них будет подавлен.

Попробуем оценить точность измерений с помощью данного метода, для чего рассмотрим

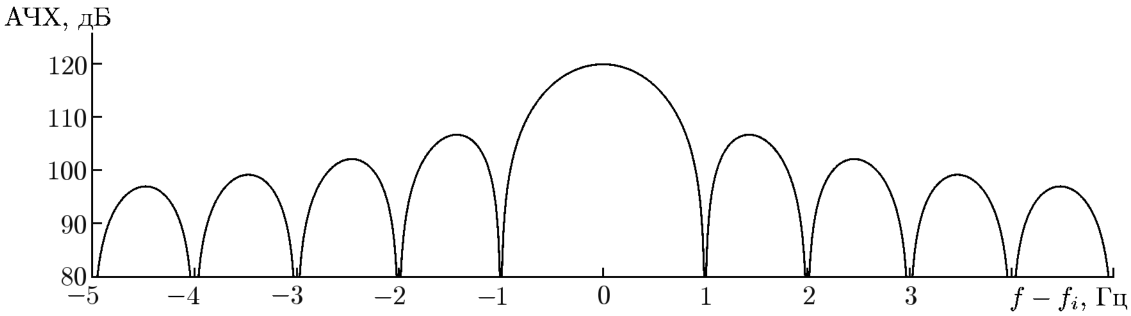

Рис. 4. Амплитудно-частотная характеристика гребенчатого фильтра в районе пика. Параметры фильтра те же, что и на рис. 3

ДПФ сигнала $s_L(k_L)$ после когерентного накопления (15):

$$S(i) = \sum_{k_L=0}^{L-1} s_L(k_L) \exp(-j2\pi i k_L/L) = \sum_{k_L=0}^{L-1} \sum_{k_N=0}^{N_L-1} s(k_N L + k_L) \exp(-j2\pi i k_L/L). \tag{17}$$

Умножим выражение (17) на экспоненту с показателем степени $-j2\pi i k_N$, который кратен 2π при любых целых i и k_N, т. е. $\exp(-j2\pi i k_N) = 1$. Тогда (17) примет вид

$$S(i) = \sum_{k_L=0}^{L-1} \sum_{k_N=0}^{N_L-1} s(k_N L + k_L) \exp[-j2\pi (k_N L + k_L) i/L]. \tag{18}$$

Проведём замену $k = k_N L + k_L$. Учитывая, что $N_L = N/L$, из пределов суммирования в (18) следует, что k будет принимать все значения в диапазоне от 0 до $N-1$ без пропусков и повторений. Это позволяет объединить операции суммирования:

$$S(i) = \sum_{k=0}^{N-1} s(k) \exp(-j2\pi k i/L). \tag{19}$$

Теперь заметим, что i/L в показателе степени экспоненты — это относительная частота тона СФК с номером i, т. е. $i/L = f_i/f_s$. Но это же значение можно выразить через общую длину выборки N, т. к. $n_i/N = f_i/f_s$. Тогда, при замене i на n_i, а L на N, выражение (19) примет вид

$$S(n_i) = \sum_{k=0}^{N-1} s(k) \exp(-j2\pi k n_i/N), \tag{20}$$

что в точности соответствует ДПФ для частотных отсчётов n_i из выражения (6), где ДПФ вычисляется напрямую для всей выборки с длиной N. Это доказывает, что для тонов СФК с частотами f_i результат, полученный с помощью когерентного усреднения и последующего ДПФ, в точности совпадает с результатом непосредственного вычисления ДПФ по всей выборке N. Значит, оба метода дают одинаковую точность и выражения (12)–(14) справедливы и при использовании когерентного накопления.

При этом для выполнения когерентного накопления требуется лишь N операций сложения и ни одного умножения. Затраты на вычисление БПФ от накопленной выборки составят примерно $L/2\log_2(L)$ комплексных умножений и $L\log_2(L)$ комплексных сложений [10]. Поскольку для получения хорошей точности N всегда берётся на много порядков больше $L\log_2(L)$, то БПФ

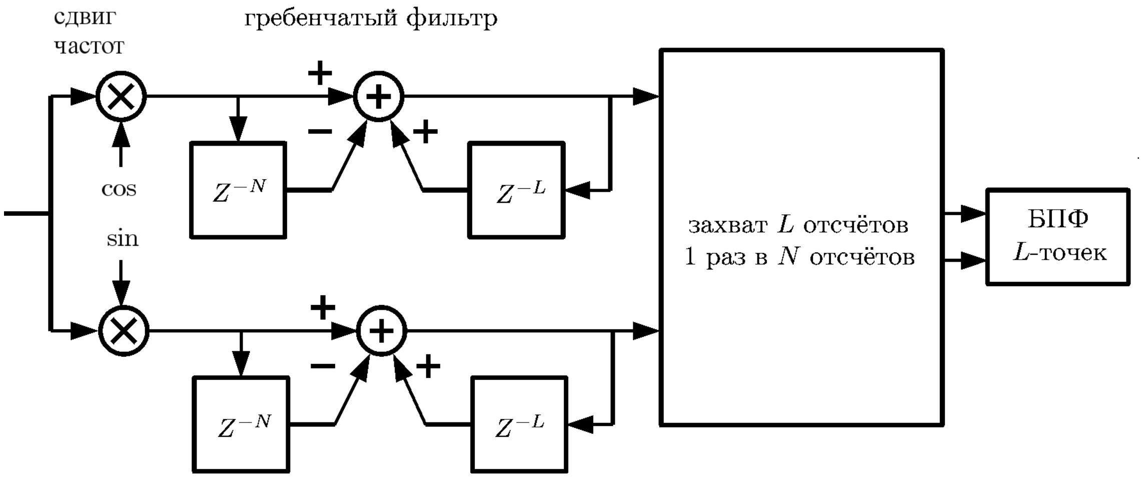

Рис. 5. Структура для измерения параметров СФК с помощью когерентного накопления при наличии частотного сдвига

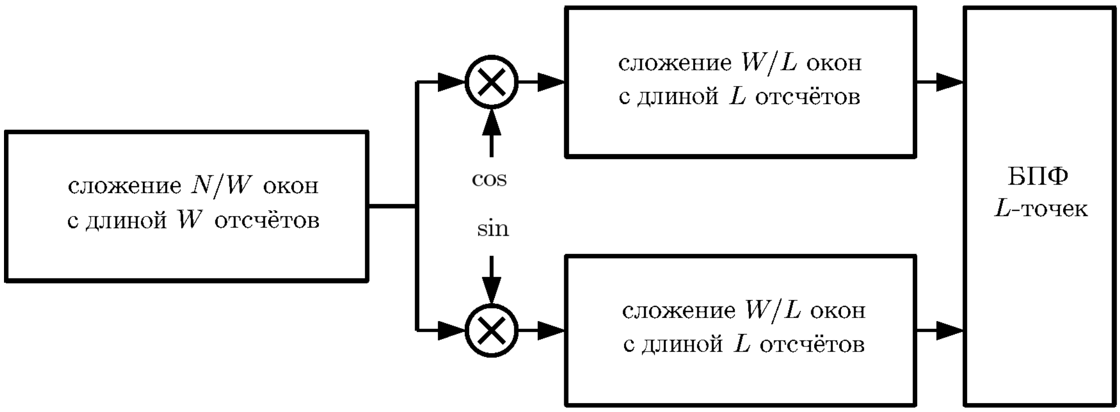

Рис. 6. Структура для измерения параметров СФК с помощью двойного когерентного накопления

практически не влияет на общее число операций суммирования. Поэтому в качестве затрат на БПФ будем рассматривать только комплексные умножения, которые при переводе в вещественные операции составят $2L\log_2(L)$ умножений. Таким образом, применение когерентного накопления позволило колоссально уменьшить вычислительную сложность измерения параметров СФК. Данный метод был реализован на программируемой логической интегральной схеме (ПЛИС) [13] в Широкополосной системе преобразования сигналов [14], которой оснащены радиотелескопы РТ-13 РСДБ-сети «Квазар-КВО».

К сожалению, при ненулевом частотном сдвиге $f_{\text{сдвиг}} \neq 0$ на интервале $T_{\text{СФК}} = 1$ мкс уже не помещается целое число периодов тонов СФК и метод перестаёт работать. Для того, чтобы преодолеть этот недостаток, можно устранить сдвиг частоты перед когерентным накоплением, как показано в работе [15]. Для этого отсчёты входного сигнала перемножаются с отсчётами комплексной экспоненты $\exp(-j2\pi k f_{\text{сдвиг}}/f_{\text{д}})$ (рис. 5). Результатом этого является комплексный сигнал, спектр которого сдвинут на $f_{\text{сдвиг}}$ влево, за счёт чего в области положительных частот тоны СФК попадают ровно в сетку $f_{\text{ш}}$ и могут складываться когерентно. Таким образом, отличие от предыдущего метода состоит только в сдвиге частот за счёт перемножения с комплексной экспонентой, а также в том, что когерентное накопление окнами будет проводиться и для реальной, и для мнимой частей сигнала.

Будем называть такой алгоритм методом когерентного накопления со сдвигом частот. Для его реализации потребуется $2N$ операций умножения для сдвига частоты и $2N$ операций сложения для когерентного накопления комплексного сигнала. Затраты на выполнение БПФ не изменятся ($2L\log_2(L)$ умножений) и могут не учитываться, т. к. $L \ll N$. Таким образом, вычислительные затраты уменьшились в $N_{\text{СФК}}$ раз по сравнению с прямым вычислением ДПФ по всей выборке. Однако и этот результат может быть значительно улучшен.

4. ДВОЙНОЕ КОГЕРЕНТНОЕ НАКОПЛЕНИЕ

Недостатком предыдущего метода является необходимость выполнять операции умножения для каждого отсчёта входного сигнала. Автором был найден простой способ избежать этого, даже если СФК во входном сигнале имеет ненулевой частотный сдвиг $f_{\text{сдвиг}}$. Метод основан на том, что и при наличии частотного сдвига может существовать такое число отсчётов $W \ll N$, в котором укладывается целое число периодов всех сдвинутых тонов СФК, что позволяет использовать когерентное накопление сигнала с окнами по W отсчётов (см. рис. 6). Значение W удобно искать с помощью оператора НОД(a,b), дающего наибольший общий делитель целых чисел a и b. Результат вычисления $f_W = \text{НОД}(f_{\text{д}}, f_i)$ даёт частоту f_W, на одном периоде которой укладывается как целое число периодов частоты дискретизации $f_{\text{д}}$, так и целое число периодов частоты f_i. Когерентное накопление с окнами длительностью $t_W = 1/f_W$ выделяет в сигнале все компоненты с кратными f_W частотами, в том числе искомые тоны СФК на частотах f_i. Число отсчётов W, соответствующее длительности t_W, выражается формулой

$$W = \max_{f_i} \left[\frac{f_{\text{д}}}{\text{НОД}(f_{\text{д}}, f_i)} \right]. \tag{21}$$

Поскольку тоны СФК расставлены с равномерным шагом, то на практике достаточно перебрать только первые два значения f_i, т. е. $f_0 = f_{\text{сдвиг}}$ и $f_1 = f_{\text{сдвиг}} + f_{\text{ш}}$, и выбрать большее из них, которое будет удовлетворять и всем остальным f_i без исключения.

Выполнив когерентное накопление, что потребует N операций сложения, необходимо провести сдвиг частот полученного сигнала влево на величину $f_{\text{сдвиг}}$. Для этого сигнал умножается на $\exp(j2\pi k f_{\text{сдвиг}}/f_{\text{д}})$, что потребует $2W$ операций вещественного умножения, т. е. существенно меньше, чем $2N$ умножений при использовании предыдущего метода. За счёт устранения сдвига $f_{\text{сдвиг}}$ в полученном комплексном сигнале можно опять применить когерентное накопление, разбив сигнал на выборки по L отсчётов, где L рассчитывается аналогично (21), но с заменой f_i на $f_i - f_{\text{сдвиг}}$. На это потребуется $2W$ операций сложения, что несущественно в сравнении с N. Отметим, что возможны ситуации, когда $W = L$, например при $f_{\text{ш}} = 5$ МГц и любом $f_{\text{сдвиг}}$, кратном 1 МГц. В этом случае проводить сдвиг частот и второе когерентное накопление не требуется.

Результирующий сигнал с длиной L комплексных отсчётов будет содержать один период СФК, БПФ которого даст частотные отсчёты с информацией об искомых тонах СФК. При этом вычисление БПФ потребует примерно $2L\log_2(L)$ операций умножения. Затраты на суммирование будут ничтожны в сравнении с N.

Таким образом, предложенный способ предполагает когерентное накопление входного сигнала с окном длины W, внесение частотного сдвига $f_{\text{сдвиг}}$ в полученный сигнал с последующим когерентным накоплением с окном длины L, после чего для полученной выборки вычисляется БПФ. Назовём этот способ измерения параметров СФК методом двойного когерентного накопления. Результаты его работы будут совпадать с результатами прямого вычисления ДПФ для частот f_i, в чём можно убедиться, повторив выкладки (17)–(20) для случая двойного когерентного накопления. Общие вычислительные затраты при этом составят $2W + 2L\log_2(L)$ операций

Таблица 1. Длина окон W и L для первого и второго когерентного накопления при типичных значениях частоты дискретизации $f_{\text{д}}$ и частоты сдвига $f_{\text{сдвиг}}$

N	$f_{\text{д}}$, МГц	$f_{\text{сдвиг}}$, кГц	W	L
1	16	10	1 600	16
2	64	10	6 400	64
3	1 024	100	10 240	1 024
4	1 024	200	5 120	1 024

умножения и N операций сложения. Для примера в табл. 1 приведены оптимальные значения W и L для нескольких встречающихся на практике случаев. Частота импсульсов СФК для всех них $f_{\text{ш}} = 1$ МГц.

В табл. 2 сведены оценки вычислительной эффективности рассмотренных методов измерения параметров СФК. Приведена оценка требуемого числа умножений и сложений, как в общем виде, так и на примере случаев 1 и 3 из табл. 1 при времени накопления 1 с.

Для большей наглядности данные по количеству умножений из табл. 2 изображены в виде диаграммы на рис. 7. Из-за значительного разброса данных использован логарифмический масштаб.

Как видно из приведённых данных, метод двойного когерентного накопления позволяет в два раза сократить число операций сложения по сравнению с методом когерентного накопления со сдвигом частот. Число операций умножения для рассмотренных примеров при этом сократилось примерно на 4÷5 порядков. Прямое вычисление ДПФ входной выборки существенно проигрывает по производительности обоим методам с когерентным накоплением.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На современных радиотелескопах регистрируемая ширина полосы частот сигнала может достигать единиц гигагерц, поэтому прямое вычисление ДПФ для измерения параметров тонов СФК является крайне затратным. Предложенный метод двойного когерентного накопления позволяет на несколько порядков уменьшить число необходимых операций умножения, не ухудшая при этом точности измерений. Простота метода позволяет даже при использовании обычного персонального компьютера находить амплитуды и фазы сразу всех гармоник СФК в регистрируемом сигнале в режиме, близком к реальному времени. Это выводит на новый уровень возможности по контролю стабильности оборудования в сигнальном тракте радиотелескопа, облегчает процесс его наладки и обслуживания.

Метод был испытан при обработке реальных данных с радиотелескопов РТ-32 РСДБ-сети «Квазар-КВО» и дал достоверные результаты при высокой скорости работы. Он внедряется

Таблица 2. Сравнение вычислительных затрат на измерение параметров СФК рассмотренными методами

Метод	Вычислительные затраты в общем виде	$f_{\text{д}} = 16$ МГц, $f_{\text{сдвиг}} = 10$ кГц	$f_{\text{д}} = 1\,024$ МГц, $f_{\text{сдвиг}} = 100$ кГц
ДПФ	$2NN_{\text{СФК}}$ умножений и сложений	$256 \cdot 10^6$	10^{12}
БПФ	$2N\log_2(N)$ умножений и сложений	$766 \cdot 10^6$	$6 \cdot 10^{10}$
когерентное накопление со сдвигом частот	$2N$ умножений и сложений	$32 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^9$
двойное когерентное накопление	$2W + 2L\log_2(L)$ умножений $(\times)$ и N сложений $(+)$	$3{,}3 \cdot 10^3$ $(\times)$ $16 \cdot 10^6$ $(+)$	$41 \cdot 10^3$ $(\times)$ 10^9 $(+)$

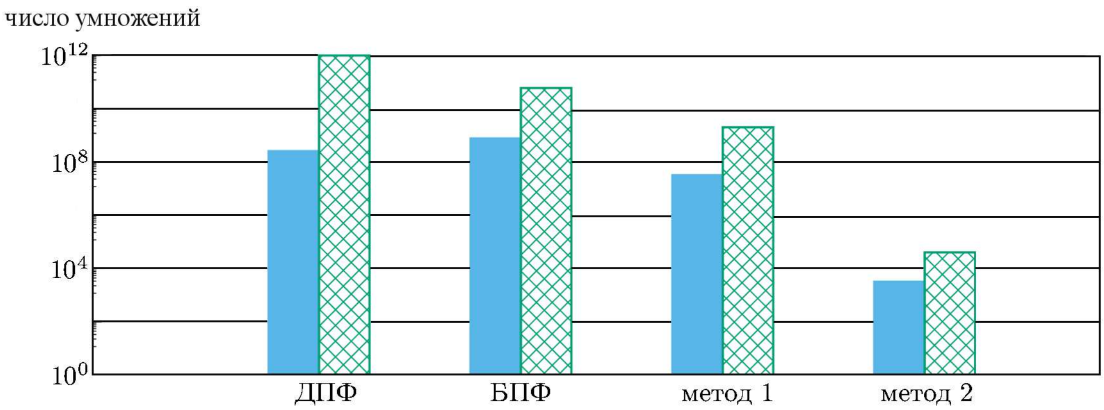

Рис. 7. Сравнение методов измерения параметров СФК по числу операций умножения при обработке данных на интервале 1 с. Синие прямоугольники соответствуют $f_{\text{д}} = 16$ МГц, $f_{\text{сдвиг}} = 10$ кГц, зелёные — $f_{\text{д}} = 1\,024$ МГц, $f_{\text{сдвиг}} = 100$ кГц. Метод 1 — когерентное накопление со сдвигом частот, метод 2 — двойное когерентное накопление

в качестве штатного инструмента на программном корреляторе ИПА РАН RASFX [16], что существенно сокращает вычислительные ресурсы, выделяемые для измерения параметров СФК. Кроме того, метод будет реализован в Многофункциональной системе преобразования сигналов [17], разработанной для переоснащения радиотелескопов сети «Квазар-КВО», что позволит в режиме реального времени контролировать фазы и амплитуды тонов СФК, а также его задержку непосредственно на радиотелескопе, без передачи сигналов в центр корреляционной обработки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вытнов А. В., Иванов Д. В., Миляев А. П. // Труды ИПА РАН. 2006. Вып. 15. С. 130.
2. Вытнов А. В., Иванов Д. В., Жуков Е. Т. и др. // История науки и техники. 2013. № 3. С. 84.
3. Шантырь В. А., Суркис И. Ф., Мишин В. Ю. // Труды ИПА РАН. 2010. Вып. 21. С. 136.
4. Томпсон А., Моран Д., Свенсон Д. Интерферометрия и синтез в радиоастрономии. М.: Физматлит, 2003. 624 с.
5. Иванов Д. В., Вытнов А. В., Мардышкин В. В., Михайлов А. Г. // Труды ИПА РАН. 2005. Вып. 13. С. 444.
6. Финкельштейн А. М., Ипатов А. В., Кайдановский М. Н. и др. // Труды ИПА РАН. 2005. Вып. 13. С. 104.
7. Маршалов Д. А., Носов Е. В., Федотов Л. В. // Вестник Сибирского гос. аэрокосмического ун-та им. ак. М. Ф. Решетнева. 2014. Т. 56, № 4. С. 81.
8. Безруков И. А., Сальников А И., Яковлев В. А., Вылегжанин А. В. // Приборы и техника эксперимента. 2018. № 4. С. 5.
9. Суркис И. Ф., Зимовский И. Ф., Шантырь В. А., Мельников А. Е. // Приборы и техника эксперимента. 2011. № 1. С. 91.
10. Оппенгейм А., Шафер Р. Цифровая обработка сигналов. Издание 3-е. М.: Техносфера, 2012. 1 048 с.
11. Sasao T., Fletcher A. // Lecture Notes for KVN Students. 2011. P. 214.
12. Лайонс Р.. Цифровая обработка сигналов: Второе издание. М.: Бином-Пресс, 2006. 656 с.
13. Носов Е. В. // Труды ИПА РАН. 2013. Вып. 27. С. 499.

14. Кольцов Н. Е., Маршалов Д. А., Носов Е. В., Федотов Л. В. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2014. № 1. С. 34.
15. Wagner J., Pogrebenko S. Fast Multi-tone Phase Calibration Signal Extraction http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.471.7181.
16. Суркис И. Ф., Журавов Д. В., Зимовский В. Ф. и др. // Труды ИПА РАН. 2017. Вып. 43. С. 129.
17. Маршалов Д. А., Носов Е. В., Гренков С. А. и др. // Труды ИПА РАН. 2017. Вып. 43. С. 95.

Поступила в редакцию 7 марта 2019 г.; принята в печать 30 апреля 2019 г.

METHODS FOR MEASURING THE SIGNAL OF THE PHASE CALIBRATION OF THE VLBI RADIO TELESCOPES

E. V. Nosov

In the majority of modern radio telescopes, which are used for radio interferometry with very long baselines, a special signal is introduced into the signal chain for the phase calibration of the equipment. This signal is used during the correlation processing of the radio-astronomy observations for obtaining a synthesized response when it is required to match the signals of several frequency channels by phase and delay and to ensure control over the working capacity of the equipment and the phase stability of the signal chain during the preparation and implementation of observations. Isolation of the phase-calibration signal in the recorded data requires considerable computation resources. In this case, the computation volume increases with increasing recorded frequency bandwidth, which can amount to several gigahertz for modern radio telescopes, such as the RT-13 of the “Quasar” VLBI network. In this work, the well-known methods for measuring the parameters of the phase-calibration signal are considered, their precision is estimated, the computation efficiencies are compared, and the disadvantages of the available measuring algorithms are shown. An improved method allowing one to significantly save the computation cost without the measuring-accuracy loss is proposed, which softens requirements to the hardware and speeds up the computations.