УДК 621.391.1

МЕТОД РАЗДЕЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ МНОГОЭТАПНОЙ РЕЛЕЙНОЙ MIMO-СИСТЕМЫ

Е. А. Маврычев[1], *А. В. Елохин*[2], *И. С. Сорокин*[2], *А. Г. Флаксман*[2*]

[1] Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева;
[2] Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, Россия

Предложен квазиоптимальный метод раздельной оптимизации в многоэтапной релейной MIMO-системе, основанный на минимизации среднеквадратической ошибки между входным и выходным сигналами последовательно для каждого этапа передачи. Получены строгие аналитические выражения для матриц пространственного кодирования и декодирования. Раздельная оптимизация упрощает построение системы за счёт значительного уменьшения числа вспомогательных (служебных) линий связи, необходимых для передачи канальной информации, по сравнению с совместной оптимизацией. Результаты моделирования показывают высокую эффективность предложенного метода.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время интенсивно исследуется эффективность систем мобильной связи, использующих последовательно расположенные релейные ретрансляционные станции для передачи информации от источника к пункту назначения по беспроводным пространственным каналам [1–7]. Широкое использование такой технологии предполагается в сетях пятого поколения (5G). Релейные станции оснащаются передающими и приемными антенными решётками, т. е. представляют собой MIMO-системы (Multiple-Input Multiple-Output). Существует два подхода к обработке сигналов на релейных станциях [1, 2]. В первом из них выполняется декодирование передаваемой информации с последующим её кодированием и передачей (decoding-and-forward) на следующий узел релейной сети. Второй подход, рассматриваемый в данной работе и получивший название «усиление и передача» (amplify-and-forward), предполагает выполнение только линейной обработки сигналов на релейной станции, которая проще в реализации и является оптимальной в случае приёма сигналов на фоне гауссовых помех.

Одними из основных характеристик систем беспроводной связи являются пропускная способность, которая представляет собой максимально возможную скорость безошибочной передачи данных, и вероятность битовой ошибки, определяющая качество передачи информации. Эти характеристики зависят от среднеквадратической ошибки (СКО) между входным и выходным сигналами, которая, в свою очередь, определяется отношением полезного сигнала к шуму и внешним помехам (ОСШ) [8, 9]. Отсутствие кодирования и декодирования на релейных станциях приводит к накоплению ошибки передачи информации с ростом числа этих станций. Однако упрощение манипуляций с сигналом на них за счёт применения только линейной обработки делает возможным и целесообразным их более плотное расположение по сравнению с расположением полноценных базовых станций, что приводит к увеличению ОСШ и соответствующему уменьшению СКО и вероятности битовой ошибки.

В обычной MIMO-системе без релейных станций оптимальные матрицы пространственного кодирования и декодирования, минимизирующие СКО, диагонализируют результирующую

* flak2402@gmail.com

(сквозную) матрицу преобразования сигналов. Поэтому систему можно представить в виде совокупности независимых параллельных информационных подканалов, которые формируются на основе сингулярных (собственных) векторов канальной матрицы и поэтому называются собственными [8–12]. Число подканалов определяется рангом канальной матрицы и способом распределения мощности передатчика между ними. Коэффициенты усиления собственных подканалов определяются сингулярными числами случайной канальной матрицы. Разброс сингулярных чисел является достаточно бо́льшим, особенно для MIMO-системы с одинаковым числом передающих и приёмных антенн, т. е. собственные подканалы обеспечивают разные усиления и существенно разные вероятности битовой ошибки. Поэтому применяется дополнительное предварительное кодирование с помощью унитарной матрицы поворота [8–10]. При этом оптимизация MIMO-системы заключается в поиске диагональной матрицы распределения мощности передатчика по собственным подканалам.

Совместная оптимизация $(K+1)$-этапной релейной MIMO-системы (источник — K релейных станций — пункт назначения) заключается в поиске матриц кодирования и декодирования для каждого этапа передачи. Оптимальные матрицы кодирования и декодирования, аналогично MIMO-системе без релейных станций, диагонализируют сквозную матрицу результирующего преобразования сигналов во всей системе. Поэтому релейную MIMO-систему также можно представить в виде набора параллельных независимых собственных подканалов [1, 13]. Для нахождения оптимального распределения мощности по параллельным подканалам требуется решить невыпуклую оптимизационную задачу, аргументами которой являются коэффициенты распределения мощности для всех этапов передачи. Существующие методы не дают аналитического решения для оптимальных матриц распределения мощностей по подканалам на каждом этапе передачи, а основаны на использовании итерационного подхода для решения оптимизационных проблем с разными целевыми функциями. Для минимизации вероятности битовой ошибки в качестве целевой функции обычно выбирается арифметическая функция от матрицы СКО, которая представляет собой след этой матрицы. Приближённые результаты для оптимальных матриц распределения мощностей на источнике и релейной станции получены в случае системы с одной релейной станцией [14].

Совместная оптимизация имеет два существенных недостатка. Во-первых, требуется глобальный поиск оптимального решения многоэкстремальной проблемы, что связано с достаточно серьёзными математическими трудностями, обусловленными бо́льшим числом аргументов целевой функции. Например, если имеется L параллельных собственных подканалов, то число $(L\times L)$-размерных искомых диагональных матриц составляет $(K+1)$, т. е. число переменных равно $(K+1)L$. Поскольку задача совместной оптимизации является невыпуклой и имеет неполиномиальную вычислительную сложность [13], то даже при небольших значениях K и L необходимы существенные вычислительные затраты на её решение. Во-вторых, для реализации методов совместной оптимизации требуется центральный оптимизатор, на котором необходимо собрать всю информацию о канале (канальные матрицы для каждого этапа передачи). Эти матрицы оцениваются на приёмных антеннах соответствующих релейных станций и в пункте назначения. На оптимизаторе реализуется поиск оптимального решения, и затем полученные матрицы кодирования и декодирования передаются на источник, релейные станции и пункт назначения по вспомогательным линиям связи. Периодичность выполнения процедуры оптимизации зависит от времени корреляции пространственных каналов.

Представляют несомненный интерес квазиоптимальные методы поиска матриц распределения мощности между собственными подканалами в многоэтапной релейной MIMO-системе, которые дают аналитическое решение и уменьшают объём служебной информации, передаваемой по вспомогательным линиям связи. В данной работе предложен метод раздельной оптимизации,

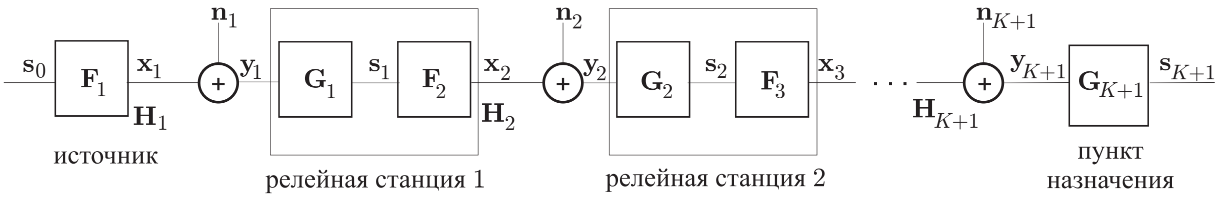

Рис. 1

который основан на минимизации СКО отдельно для каждого этапа передачи данных, т. е. на решении оптимизационной проблемы последовательно для отдельных этапов. При этом используются статистики второго порядка передаваемых символов. Метод даёт возможность получить строгие аналитические выражения для матриц распределения мощности. Более того, предложенная раздельная оптимизация, в отличие от совместной оптимизации, не требует наличия общего оптимизатора MIMO-системы, что значительно упрощает её построение.

1. МНОГОЭТАПНАЯ РЕЛЕЙНАЯ MIMO-СИСТЕМА

В $(K+1)$-этапной релейной MIMO-системе информация, передаваемая источником, ретранслируется K релейными станциями и поступает в пункт назначения. Антенные системы передатчика, релейных станций и пункта назначения представляют собой антенные решётки с M_k передающими и N_k приёмными антеннами на k-м этапе передачи ($k = 1, 2, \ldots, K+1$). Будем считать взаимные задержки в пространственном MIMO-канале малыми по сравнению с длительностью символов, что выполняется в сетях четвёртого поколения (4G) с ортогональным частотным мультиплексированием. При этом MIMO-каналы являются частотно-неселективными и описываются комплексными $(N_k \times M_k)$-размерными эрмитовыми матрицами $\mathbf{H}_k$ коэффициентов передачи, которые являются случайными и известными на приёмной и передающей сторонах каждого этапа. Обозначим через L_k ранг матрицы $\mathbf{H}_k$ ($L_k = \operatorname{rank}(\mathbf{H}_k)$).

Схема $(K+1)$-этапной релейной MIMO-системы показана на рис. 1, где $\mathbf{F}_k$ и $\mathbf{G}_k$ — матрицы пространственного кодирования и декодирования сигналов на k-м этапе соответственно. Символы, передаваемые источником на первом этапе, объединим в вектор $\mathbf{s}_0$ с размерностью, равной числу L используемых параллельных подканалов. Эти символы не коррелированы между собой и имеют единичную мощность, т. е. их корреляционная матрица $\mathbf{Q}_0$ является единичной ($\mathbf{Q}_0 = E(\mathbf{s}_0, \mathbf{s}_0^{\mathrm{H}}) = \mathbf{I}$), где $E(x)$ — статистическое среднее, индексом H обозначено эрмитово сопряжение. Размерность векторов $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \ldots, \mathbf{s}_K$ символов данных, ретранслируемых релейными станциями, и вектора $\mathbf{s}_{K+1}$ выходных символов одинакова и также равна L. Векторы $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_{K+1}$ кодированных символов, передаваемых антенными решётками источника и релейных станций, состоят из M_k компонент, а векторы $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \ldots, \mathbf{y}_{K+1}$ и $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \ldots, \mathbf{n}_{K+1}$ сигналов и собственных шумов в приёмных антеннах релейных станций и пункта назначения состоят из N_k компонент.

Рассмотрим k-й этап передачи между $(k-1)$-й и k-й релейными станциями, где $k = 1, \ldots, K+1$, индекс 1 соответствует источнику, а индекс $K+1$ — пункту назначения. Комплексный вектор $\mathbf{s}_{k-1}$ данных преобразуется в вектор $\mathbf{x}_k$ кодированных сигналов с помощью $(M_k \times L)$-размерной матрицы кодирования $\mathbf{F}_k$. При этом $\mathbf{x}_k = \mathbf{F}_k \mathbf{s}_{k-1}$, вектор $\mathbf{y}_k$ принятых сигналов на k-й релейной станции $\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{n}_k$. Далее этот вектор преобразуется в вектор $\mathbf{s}_k$ принятых символов данных с помощью $(L \times N_k)$ размерной матрицы $\mathbf{G}_k$ декодирования, т. е. $\mathbf{s}_k = \mathbf{G}_k \mathbf{y}_k$. В результате этих преобразований для вектора $\mathbf{s}_k$ получим

$$\mathbf{s}_k = \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k \mathbf{F}_k \mathbf{s}_{k-1} + \mathbf{G}_k \mathbf{n}_k. \tag{1}$$

Сингулярное разложение канальной матрицы $\mathbf{H}_k$ ранга L_k имеет вид [15]

$$\mathbf{H}_k = \tilde{\mathbf{U}}_k \tilde{\mathbf{\Lambda}}_k \tilde{\mathbf{V}}_k^{\mathrm{H}}, \tag{2}$$

где $\tilde{\mathbf{U}}_k$, $\tilde{\mathbf{V}}_k^{\mathrm{H}}$ — матрицы с размерностями $N_k \times L_k$ и $M_k \times L_k$, состоящие из соответствующих сингулярных векторов матрицы $\mathbf{H}_k$, $\tilde{\mathbf{\Lambda}}_k$ — $L_k \times L_k$-размерная диагональная матрица сингулярных чисел, расположенных в порядке убывания. Объединим L ($L \leq \min\{L_1, \ldots, L_{K+1}\}$) максимальных сингулярных чисел в диагональную матрицу $\mathbf{\Lambda}_k = \mathrm{diag}\{\lambda_{1,k}, \ldots, \lambda_{L,k}\}$, а левые и правые сингулярные векторы, соответствующие этим сингулярным числам, — в матрицы $\mathbf{U}_k$ и $\mathbf{V}_k$ с размерностями $N_k \times L$ и $M_k \times L$ соответственно. Выбор L будет пояснён ниже.

Средняя мощность $P_0^{(k)}$ на k-м этапе передачи зависит от матрицы кодирования $\mathbf{F}_k$ и корреляционной матрицы $\mathbf{Q}_{k-1} = E(\mathbf{s}_{k-1}\mathbf{s}_{k-1}^{\mathrm{H}})$ передаваемых символов и должна удовлетворять условию $P_0^{(k)} = \mathrm{Tr}(\mathbf{x}_k\mathbf{x}_k^{\mathrm{H}})$ $=\mathrm{Tr}(\mathbf{F}_k\mathbf{Q}_{k-1}\mathbf{F}_k^{\mathrm{H}})$, где $\mathrm{Tr}(\mathbf{X})$ — след матрицы $\mathbf{X}$. Для матрицы $\mathbf{Q}_k$ из (1) будем иметь

$$\mathbf{Q}_k = \mathbf{G}_k\mathbf{H}_k\mathbf{F}_k\mathbf{Q}_{k-1}\mathbf{F}_k^{\mathrm{H}}\mathbf{H}_k^{\mathrm{H}}\mathbf{G}_k^{\mathrm{H}} + \mathbf{G}_k\mathbf{G}_k^{\mathrm{H}}. \tag{3}$$

Матрицы пространственного кодирования $\mathbf{F}_k$ и декодирования $\mathbf{G}_k$ на релейных станциях обеспечивают линейную обработку передаваемых данных. Нелинейная процедура помехоустойчивого временно́го кодирования и декодирования не используется, т. е. соответствующая ретрансляционная система является нерегенеративной (amplified and forward protocol).

Эффективность релейной MIMO-системы определяется матрицей СКО между входными и выходными символами данных:

$$\Sigma_{\mathrm{total}} = E[(\mathbf{s}_{K+1} - \mathbf{s}_0)\,(\mathbf{s}_{K+1} - \mathbf{s}_0)^{\mathrm{H}}]. \tag{4}$$

2. СОВМЕСТНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЛЕЙНОЙ MIMO-СИСТЕМЫ

Совместная оптимизация заключается в минимизации некоторой целевой функции $q(\Sigma_{\mathrm{total}})$ от матрицы СКО (4) за счёт выбора матриц кодирования и декодирования $\mathbf{F}_1, \mathbf{G}_1, \ldots, \mathbf{F}_{K+1}, \mathbf{G}_{K+1}$ на всех этапах передачи при условии заданных мощностей. В качестве целевой часто используется арифметическая функция, которая представляет собой след матрицы СКО $q(\Sigma_{\mathrm{total}}) = \mathrm{Tr}(\Sigma_{\mathrm{total}})$. Тогда задача оптимизации имеет вид

$$\min_{\mathbf{F}_1,\mathbf{G}_1,\ldots,\mathbf{F}_{K+1},\mathbf{G}_{K+1}} \mathrm{Tr}(\Sigma_{\mathrm{total}}), \qquad \mathrm{Tr}(\mathbf{F}_k\mathbf{Q}_{k-1}\mathbf{F}_k^{\mathrm{H}}) \leq P_0^{(k)}, \qquad k = 1, \ldots, K+1. \tag{5}$$

Обозначим через $\tilde{\mathbf{F}}_k$ матрицу суммарного линейного преобразования сигналов (декодирование и кодирование) на источнике и k-й релейной станции, равную (см. рис. 1) $\tilde{\mathbf{F}}_1 = \mathbf{F}_1$, $\tilde{\mathbf{F}}_k = \mathbf{F}_k\mathbf{G}_{k-1}$ ($k = 2, \ldots, K$). Тогда оптимальные матрицы $\tilde{\mathbf{F}}_k$ есть [13]

$$\tilde{\mathbf{F}}_1 = \mathbf{V}_1\mathbf{\Phi}_1\mathbf{U}_0, \qquad \tilde{\mathbf{F}}_k = \mathbf{V}_k\mathbf{\Phi}_k\mathbf{U}_{k-1}, \qquad k = 2, \ldots, K+1, \tag{6}$$

где $\mathbf{\Phi}_k = \mathrm{diag}\{\phi_{k,1}, \ldots, \phi_{k,L}\}$ — диагональные матрицы, $\mathbf{U}_0$ — $(L \times L)$-размерная унитарная матрица поворота (предварительного кодирования), составленная из коэффициентов дискретного преобразования Фурье с pq-м элементом $(\mathbf{U}_0)_{pq} = L^{-1/2} \exp[j\,(2\pi/L)\,(p-1)\,(q-1)]$.

Решение (6) приводит к диагональной структуре релейной MIMO-системы по отношению к вектору $\mathbf{U}_0\mathbf{s}_0$, которую можно представить в виде параллельного набора L независимых подканалов. Эти подканалы формируются на основе собственных векторов канальных матриц $\mathbf{H}_k$ и поэтому называются собственными. Диагональные матрицы $\mathbf{\Phi}_k^2$ и $\mathbf{\Lambda}_k$ определяют распределение мощности между собственными подканалами и амплитудные коэффициенты усиления подканалов на k-м этапе передачи. Разброс сингулярных чисел является достаточно большим, особенно для MIMO-системы с одинаковым числом передающих и приёмных антенн, т. е. собственные подканалы имеют разные усиления и обеспечивают разные вероятности битовой ошибки. Поэтому применяется дополнительное предварительное кодирование с помощью унитарной матрицы поворота $\mathbf{U}_0$ [8–10], в результате которого каждый из передаваемых символов распределяется по всем собственным подканалам равномерно по мощности, т. е. передаётся по всем подканалам. На выходе системы необходимо выполнить обратный поворот вектора символов, используя матрицу $\mathbf{U}_0^{-1} = \mathbf{U}_0^{\mathrm{H}}$.

Вектор $\mathbf{s}_{K+1}$ выходных сигналов можно записать в виде [13]

$$\mathbf{s}_{K+1} = \mathbf{U}_0^{\mathrm{H}} \mathbf{D}_s \mathbf{U}_0 \mathbf{s}_0 + \mathbf{U}_0^{\mathrm{H}} \tilde{\mathbf{n}}, \tag{7}$$

где $\mathbf{D}_s$ — диагональная матрица, $\mathbf{U}_0^{\mathrm{H}} \tilde{\mathbf{n}}$ — вектор выходных гауссовых шумов с диагональной корреляционной матрицей $\mathbf{D}_n = \mathbf{U}_0^{\mathrm{H}} E(\tilde{\mathbf{n}} \tilde{\mathbf{n}}^{\mathrm{H}}) \mathbf{U}_0$. Элементы матриц $\mathbf{D}_s$ и $\mathbf{D}_n$ равны

$$(\mathbf{D}_s)_{l,l} = \frac{\prod\limits_{k=1}^{K+1} \phi_{k,l}^2 \lambda_{k,l}^2}{\left(\sum\limits_{k=1}^{K+1} \prod\limits_{i=k}^{K+1} \phi_{i,l}^2 \lambda_{i,l}^2 + 1 \right)^2}, \qquad (\mathbf{D}_n)_{l,l} = \frac{\prod\limits_{k=1}^{K+1} \phi_{k,l}^2 \lambda_{k,l}^2 \left(\sum\limits_{k=2}^{K+1} \prod\limits_{i=k}^{K+1} \phi_{i,l}^2 \lambda_{i,l}^2 + 1 \right)}{\left(\sum\limits_{k=1}^{K+1} \prod\limits_{i=k}^{K+1} \phi_{i,l}^2 \lambda_{i,l}^2 + 1 \right)^2}. \tag{8}$$

С использованием выражения (6), полная матрица СКО приводится к диагональному виду, при этом её элемент (l, l) равен [13]

$$(\Sigma_{\mathrm{total}})_{l,l} = \left[1 + \frac{\prod\limits_{k=1}^{K+1} \lambda_{k,l}^2 \phi_{k,l}^2}{1 + \sum\limits_{k=2}^{K+1} \prod\limits_{i=k}^{K+1} \lambda_{i,l}^2 \phi_{i,l}^2} \right]^{-1}, \quad l = 1, \ldots L. \tag{9}$$

Теперь проблема оптимизации (5) сводится к поиску диагональных матриц $\mathbf{\Phi}_k^2$ распределения мощности по L параллельным подканалам на источнике и релейных стациях при ограничениях на средние мощности $P_0^{(k)}$ передатчиков и имеет вид [13]

$$\min_{\mathbf{\Phi}_1, \ldots, \mathbf{\Phi}_{K+1}} \mathrm{Tr}(\Sigma_{\mathrm{total}}), \qquad \sum_{l=1}^{L} \phi_{1,l}^2 \le P_0^{(1)}, \qquad \sum_{l=1}^{L} \phi_{k,l}^2 \left(\sum_{j=1}^{k-1} \prod_{i=j}^{k-1} \phi_{i,l}^2 \lambda_{i,l}^2 + 1 \right) \le P_0^{(k)}. \tag{10}$$

Совместная оптимизация (10) имеет два недостатка. Во-первых, для её практической реализации требуется центральный оптимизатор, на котором необходимо собрать всю канальную информацию (канальные матрицы $\mathbf{H}_k$, $k = 1, ..., K + 1$). Эти матрицы оцениваются на соответствующих релейных станциях и в пункте назначения и должны быть переданы на оптимизатор по вспомогательным линиям связи. Во-вторых, аналитические выражения для оптимальных матриц $\mathbf{\Phi}_k^2$ $(k = 1, ..., K+1)$ отсутствуют, и применяется поиск экстремума многоэкстремальной функции с помощью достаточно сложной и многоходовой итерационной процедуры [13]. На первом шаге находится матрица $\mathbf{\Phi}_1^2$ распределения мощности на первом этапе передачи при фиксированных начальных матрицах распределения мощности на остальных этапах. Затем определяются матрица $\mathbf{\Phi}_2^2$ распределения мощности на втором этапе при найденной матрице $\mathbf{\Phi}_1^2$ и фиксированных матрицах начального распределения мощности на остальных этапах. После этого аналогичным образом поочерёдно находятся матрицы $\mathbf{\Phi}_3^2, \ldots, \mathbf{\Phi}_{K+1}^2$. Далее выполняются второй и следующие шаги итерационной процедуры, каждый их которых заключается в последовательном уточнении всех матриц $\mathbf{\Phi}_k^2$. При таком подходе проблема поиска экстремума многоэкстремальной функции сводится к совокупности проблем поиска условных экстремумов функций с одним экстремумом.

Отметим также особенность, характерную для процедуры поиска матрицы $\mathbf{\Phi}_k^2$ и связанную с тем, что её некоторые элементы могут получаться отрицательными, что физически невозможно. Причина этого в том, что мощности передатчика не хватает на все собственные подканалы. В таком случае необходимо уменьшить число подканалов на единицу и заново осуществлять распределение мощности на каждом этапе передачи до тех пор, пока все элементы матрицы $\mathbf{\Phi}_k^2$ не станут положительными. В многоэтапной MIMO-системе итоговое число L подканалов будет определяться минимальным числом подканалов на всех этапах, т. е. $L \leq \min(L_1, \ldots, L_{K+1})$. Таким образом, число подканалов L зависит не только от минимального ранга всех канальных матриц $\mathbf{H}_k$, но и от мощностей всех передатчиков.

3. РАЗДЕЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЛЕЙНОЙ MIMO-СИСТЕМЫ

Метод раздельной оптимизации многоэтапной релейной MIMO-системы основан на минимизации СКО отдельно для каждого этапа передачи. Матрица СКО между принятым символом $\mathbf{s}_k$ и переданным символом $\mathbf{s}_{k-1}$ на k-м этапе задаётся формулой (см. рис. 1)

$$\Sigma_k = E[(\mathbf{s}_k - \mathbf{s}_{k-1})\,(\mathbf{s}_k - \mathbf{s}_{k+1}))^{\mathrm{H}}]. \tag{11}$$

При раздельной оптимизации вместо общей задачи (5) последовательно решаются задачи оптимизации $(K+1)$ отдельных этапов передачи, каждая из которых имеет вид

$$\min_{\mathbf{F}_k, \mathbf{G}_k} \mathrm{Tr}(\Sigma_k), \qquad \mathrm{Tr}(\mathbf{F}_k \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{F}_k^{\mathrm{H}}) \leq P_0^{(k)}, \qquad k = 1, \ldots, K+1. \tag{12}$$

Оптимизация каждого этапа передачи является проблемой проектирования приёмопередатчика в обычной (одноэтапной) MIMO-системе [8–10]. Последовательно можно найти матрицы декодирования $\mathbf{G}_k$ и кодирования $\mathbf{F}_k$ $(k = 1, ..., K+1)$.

Минимизация СКО для k-го этапа по отношению к матрице $\mathbf{G}_k$ даёт оптимальное винеровское решение вида

$$\mathbf{G}_k = \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{F}_k^{\mathrm{H}} \mathbf{H}_k^{\mathrm{H}} (\mathbf{H}_k \mathbf{F}_k \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{F}_k^{\mathrm{H}} \mathbf{H}_k^{\mathrm{H}} + \mathbf{I}^{-1}) \mathbf{U}_0^{\mathrm{H}}. \tag{13}$$

Подставляя (13) в (11), получим, что матрица $\mathbf{\Sigma}_k$ СКО зависит от матрицы кодирования $\mathbf{F}_k$ на k-м этапе и равна

$$\mathbf{\Sigma}_k = (\mathbf{F}_k^{\mathrm{H}} \mathbf{H}_k^{\mathrm{H}} \mathbf{H}_k \mathbf{F}_k + \mathbf{Q}_{k-1}^{-1})^{-1}. \tag{14}$$

Оптимальную матрицу $\mathbf{F}_k$ найдём из условной минимизации матрицы $\mathbf{\Sigma}_k$ для k-го этапа передачи:

$$\min_{\mathbf{F}_k} \mathrm{Tr}(\mathbf{\Sigma}_k), \qquad \mathrm{Tr}(\mathbf{F}_k \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{F}_k^{\mathrm{H}}) \leq P_0^{(k)}, \qquad k = 1, \ldots, K+1. \tag{15}$$

Решая (15), получим

$$\mathbf{F}_k = \mathbf{V}_k \mathbf{\Phi}_k \mathbf{U}_0. \tag{16}$$

Решение (16) приводит к диагональной структуре релейной MIMO-системы, которую можно представить в виде параллельного набора L независимых подсистем. При этом матрицу поворота можно использовать только на источнике и в пункте назначения.

С помощью (16) и (13) получим, что матрица декодирования равна

$$\mathbf{G}_k = (\mathbf{U}_0^{\mathrm{H}}\mathbf{\Lambda}_k^2\mathbf{\Phi}_k^2\mathbf{U}_0 + \mathbf{Q}_{k-1}^{-1})^{-1}\mathbf{U}_0^{\mathrm{H}}\mathbf{\Lambda}_k\mathbf{\Phi}_k\mathbf{U}_k^{\mathrm{H}}. \tag{17}$$

Подставим оптимальные матрицы (16) и (17) в (3). В результате будем иметь для корреляционной матрицы

$$\mathbf{Q}_k = \mathbf{Q}_{k-1}\mathbf{U}_0^{\mathrm{H}}\mathbf{\Lambda}_k^2\mathbf{\Phi}_k^2\mathbf{U}_0\,(\mathbf{U}_0^{\mathrm{H}}\mathbf{\Lambda}_k^2\mathbf{\Phi}_k^2\mathbf{U}_0 + \mathbf{Q}_{k-1}^{-1})^{-1}. \tag{18}$$

В работе [16] показано, что сигнальную корреляционную матрицу можно представить в виде

$$\mathbf{Q}_k = \mathbf{U}_0\mathbf{\Theta}_k\mathbf{U}_0^{\mathrm{H}}, \qquad \mathbf{\Theta}_k = \mathbf{\Theta}_{k-1}\mathbf{\Lambda}_k^2\mathbf{\Phi}_k^2\,(\mathbf{\Lambda}_k^2\mathbf{\Phi}_k^2 + \mathbf{\Theta}_{k-1}^{-1})^{-1}, \tag{19}$$

где $\mathbf{\Theta}_k$ — диагональная матрица с действительными числами, матрица $\mathbf{\Theta}_0 = \mathbf{Q}_0 = \mathbf{I}$.

Используя (19), матрицу (14) СКО можно преобразовать к виду

$$\mathbf{\Sigma}_k = \mathbf{U}_0^{\mathrm{H}}\,(\mathbf{\Lambda}_k^2\mathbf{\Phi}_k^2 + \mathbf{\Theta}_{k-1}^{-1})^{-1}\mathbf{U}_0. \tag{20}$$

Теперь необходимо найти матрицу распределения мощности $\mathbf{\Phi}_k^2$. Из (15) получим следующее выражение для поиска этой матрицы:

$$\min_{\mathbf{\Phi}_k}\mathrm{Tr}(\mathbf{\Lambda}_k^2\mathbf{\Phi}_k^2 + \mathbf{\Theta}_{k-1}^{-1})^{-1}, \qquad \mathrm{Tr}(\mathbf{\Phi}_k^2\mathbf{\Theta}_{k-1}) \le P_0^{(k)}, \qquad k = 1,\ldots,K+1. \tag{21}$$

Главное отличие оптимизации (21) от (10) заключается в том, что теперь она сводится к поиску минимума функции с одним экстремумом [8, 9]. Поэтому можно получить аналитические выражения для оптимальных матриц $\mathbf{\Phi}_k^2$ $(k = 1,...,K+1)$ с помощью метода неопределённых множителей Лагранжа. Заметим, что для решения (21) требуется знание корреляционной матрицы $\mathbf{Q}_{k-1}$ (или $\mathbf{\Theta}_{k-1}$). В соответствии с (19) матрица $\mathbf{Q}_{k-1}$ зависит от матриц $\mathbf{\Phi}_1^2,\ldots,\mathbf{\Phi}_{k-1}^2$ распределения мощности на предыдущих этапах передачи. Следовательно, оптимизация этапов передачи может выполняться последовательно, начиная с первого этапа.

Составим функцию Лагранжа с неопределённым множителем μ в виде

$$\mathrm{Lag} = \sum_{m=1}^{L}\Bigl(\lambda_{k,m}^2\phi_{k,m}^2 + q_{k-1,m}^{-1})^{-1} + \mu\sum_{m=1}^{L}(\phi_{k,m}^2 q_{k-1,m} - P_0^{(k)}\Bigr), \tag{22}$$

где $q_{k-1,m}$ — m-й элемент корреляционной матрицы $\mathbf{Q}_{k-1}$.

Дифференцируя по неизвестным переменным $\phi_{k,m}^2$ $(m = 1,...,L)$, μ и приравнивая производные к нулю, получим систему $(L+1)$ нелинейных уравнений:

$$\mu\,(\lambda_{k,j}^2\phi_{k,j}^2 q_{k-1,j} + 1)^2 = q_{k-1,j}\lambda_{k,j}^2 \quad (j = 1,2,\ldots,L), \qquad \sum_{m=1}^{L}\phi_{k,m}^2 q_{k-1,m} = P_0^{(k)}. \tag{23}$$

Из первого уравнения в (23) найдём, что

$$\phi_{k,j}^2 = \mu^{-1/2}q_{k-1,j}^{-1/2}\lambda_{k,j}^{-1} - \lambda_{k,j}^2. \tag{24}$$

Просуммируем по второму индексу и учтём второе уравнение в (23). Получим

$$\mu^{-1/2} = \left(P_0^{(k)} + \sum_{m=1}^{L}\lambda_{k,m}^{-2}\right)\left(\sum_{m=1}^{L}\sqrt{q_{k-1,m}}\,\lambda_{k,m}^{-1}\right)^{-1}. \tag{25}$$

Подставим (25) в (24). В результате получим, что в j-й собственный подканал на k-м этапе передачи будет распределена мощность

$$\phi_{k,j}^2 = \frac{P_0^{(k)} + \sum\limits_{m=1}^{L} \lambda_{k,m}^{-2}}{\sum\limits_{m=1}^{L} \sqrt{q_{k-1,m}}\, \lambda_{k,m}^{-1}} \frac{1}{\sqrt{q_{k-1,j}}\, \lambda_{k,j}} - \frac{1}{\lambda_{k,j}^2 q_{k-1,j}}. \tag{26}$$

Отметим, что формально выражение (26), особенно при достаточно малой мощности $P_0^{(k)}$, может для некоторых $\phi_{k,j}^2$ дать отрицательный результат, который противоречит физическому смыслу. При этом, аналогично совместной оптимизации, необходимо уменьшить число подканалов на единицу и заново осуществить распределение мощности и повторять эту процедуру до тех пор, пока все значения $\phi_{k,j}^2$ не станут положительными. В принципе, на каждом этапе число подканалов может быть разным, и итоговое число подканалов будет определяться минимальным числом подканалов на всех этапах. Для того, чтобы число подканалов было известно на всех этапах, его можно сообщить по обратной линии последовательно с k-го на $(k-1)$-й этап передачи $(k = 1, 2, ..., K + 1)$.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Приведём сравнительные результаты численного моделирования эффективности совместной и раздельной оптимизаций в релейной MIMO-системе с разным числом релейных станций $K = 0$; 1; 2 и 4. Число передающих и приёмных антенн полагается одинаковым на источнике, всех релейных станциях и в пункте назначения. В первом варианте $M_k = 5$ и $N_k = 5$, а во втором — $M_k = 5$ и $N_k = 10$ $(k = 1, 2, ..., K+1)$. Мощности всех передатчиков считаются одинаковыми $(P_0^{(k)} = P_0)$. Пространственные каналы для всех этапов предполагаются случайными рэлеевскими («городской» тип). При этом элементы канальных матриц $\mathbf{H}_k$ являются независимыми комплексными гауссовыми случайными величинами с нулевым средним и единичной дисперсией. Гауссовы собственные шумы имеют единичную мощность, т. е. среднее ОСШ в приёмных антеннах совпадает с мощностью P_0. Одинаковая дисперсия элементов канальных матриц $\mathbf{H}_k$ означает, что потери в пространстве на каждом этапе передачи являются одинаковыми (одинаковые расстояния между передающей и приёмной антеннами). Модуляция сигналов — квадратурная фазовая. Будем считать, что время корреляции канальных коэффициентов больше времени передачи информационного пакета. Тогда матрицы $\mathbf{H}_k$ можно считать постоянными для данного пакета и случайно изменяющимися для разных пакетов (квазистатическое приближение), каждый из которых состоит из $2L$ бит (L символов).

В качестве характеристик релейной MIMO-системы рассмотрим арифметическую функцию СКО, вероятность битовой ошибки и число L параллельных подканалов. При раздельной оптимизации распределение мощности в собственные подканалы вычислялось с помощью выражения (26). При совместной оптимизации использовалась итерационная процедура поиска решения в (10). На рис. 2, 3 и 4*а* показаны кривые для СКО, вероятности битовой ошибки (prob) и среднего числа $E(L)$ подканалов соответственно в зависимости от ОСШ для MIMO-системы с $K = 0$; 1; 2 и 4 релейными станциями для раздельной и совместной оптимизации (сплошные и штриховые кривые соответственно). Число передающих и приёмных антенн $(M_k = N_k = 5)$. Аналогичные кривые для разного числа антенн $(M_k = 5,\ N_k = 10)$ показаны на рис. 5, 6 и 4*б*.

Из приведённых результатов следует, что в наиболее важной области достаточно бо́льших ОСШ (низких вероятностей битовой ошибки) раздельная и совместная оптимизация имеют практически одинаковую эффективность. В области малых ОСШ (высоких вероятностей ошибки)

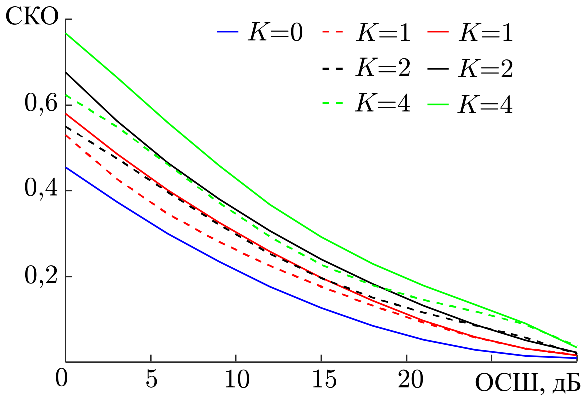

Рис. 2

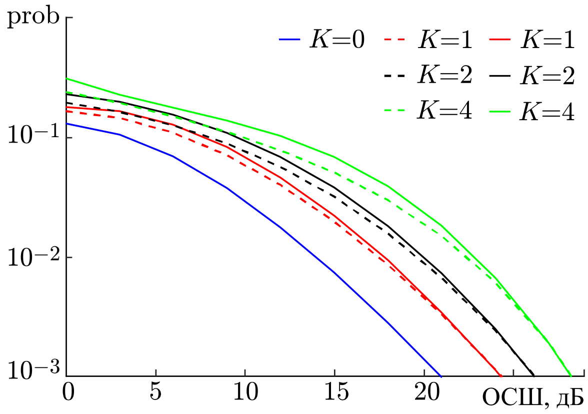

Рис. 3

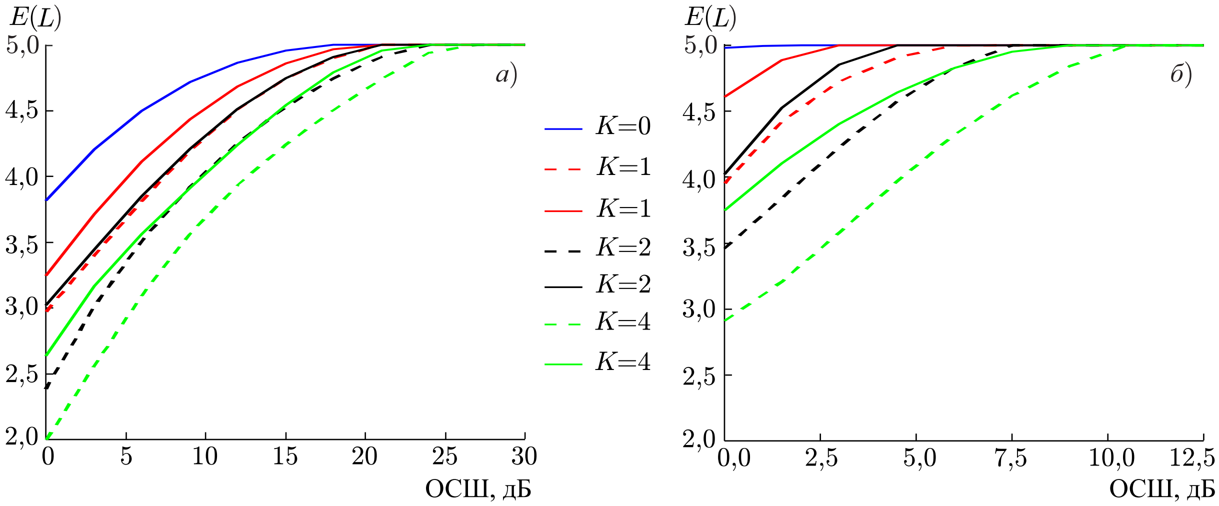

Рис. 4

раздельная оптимизация имеет меньшую эффективность. Однако это различие является незначительным и связано с тем, что при раздельной оптимизации формируется большее число подканалов. С увеличением числа K релейных станций СКО и вероятность ошибки увеличиваются при фиксированном ОСШ и одинаковом расстоянии R между передающей и приёмной антеннами на каждом этапе передачи. Это связано с накоплением ошибки передачи информации из-за того, что на релейных станциях используется только линейное преобразование сигналов (пространственное кодирование и декодирование), а нелинейная обработка (помехоустойчивое кодирование и декодирование) не выполняется. В результате уровень вероятности ошибки 0,01 обеспечивается при ОСШ 14,0; 17,7; 20,0 и 22,7 дБ для $K = 0$; 1; 2 и 4 соответственно, и числа передающих и приёмных антенн $M_k = 5$ и $N_k = 5$.

Эти результаты соответствуют случаю, когда общая длина линии связи увеличивается и становится равной $(K + 1)\,R$, общая мощность всех передатчиков равна $(K + 1)\,P_0$. Сравним обычную MIMO-систему без релейных станций ($K = 0$) с релейной MIMO-системой при одинаковой длине $(K + 1)\,R$ и одинаковом бюджете мощности, т. е. при условии, что мощность передатчика в обычной MIMO-системе равна $(K+1)\,P_0$. Будем также предполагать, что мощность в городских условиях уменьшается обратно пропорционально третьей степени расстояния. Тогда уровень вероятности ошибки 0,01 обеспечивается в обычной MIMO-системе при ОСШ 20,0; 23,5 и 28 дБ для 1; 2 и 4 релейных станций соответственно. Таким образом, релейная MIMO-система будет обеспечивать энергетический выигрыш, составляющий не менее 3 дБ. Аналогично можно показать,

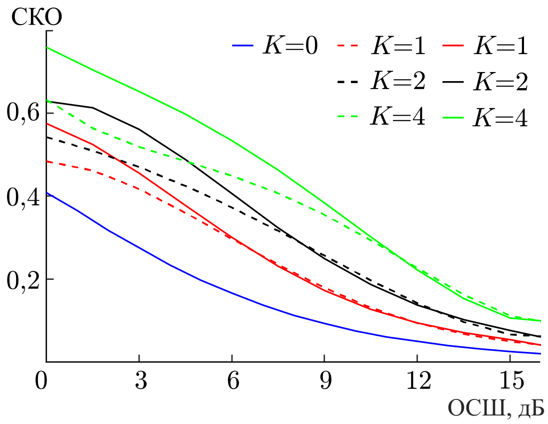

Рис. 5

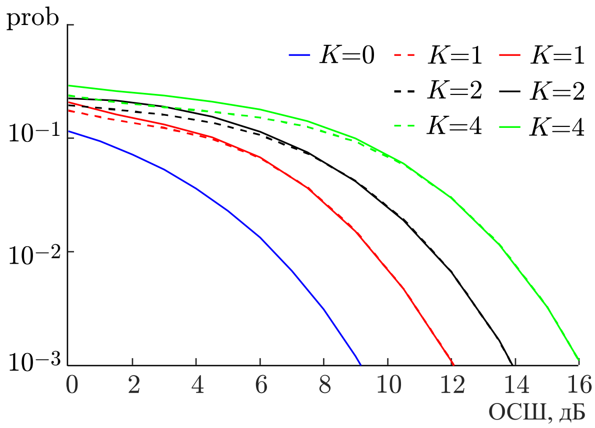

Рис. 6

что для релейной системы с числом антенн $M_k = 5$, $N_k = 10$ выигрыш в ОСШ составит 3,0; 4,5 и 6,7 дБ для 1; 2 и 4 релейных станций соответственно.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен квазиоптимальный метод раздельной оптимизации матриц линейного кодирования и декодирования в многоэтапной релейной MIMO-системе, основанный на минимизации СКО последовательно для каждого этапа передачи и использовании статистик второго порядка (корреляционной матрицы) передаваемых символов. Данный метод даёт возможность получить строгие аналитические выражения для матриц распределения мощности между собственными подканалами на каждом этапе передачи. Раздельная оптимизация обеспечивает значительное уменьшение числа вспомогательных (служебных) линий связи для передачи канальной информации по сравнению с совместной оптимизацией, что упрощает построение многоэтапной релейной MIMO-системы. Результаты моделирования для наиболее сложных пространственных каналов с рэлеевскими замираниями сигналов показывают высокую эффективность предложенного метода. В области достаточно бóльших ОСШ (низких вероятностях битовой ошибки) раздельная оптимизация обеспечивает практически одинаковую эффективность по сравнению с совместной. При малых ОСШ (высоких вероятностях ошибки) метод раздельной оптимизации имеет незначительно меньшую эффективность.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sanguinetti L., d’Amico A. A., Rong Y. // IEEE J. Selected Areas in Communications. 2012. V. 30, No. 8. P. 1 331.
2. Kramer G., Gastpar M., Gupta P. // IEEE Trans. on Inform Theory. 2005. V. 51, No. 9. P. 3 037.
3. Mo R., Chew Y. H. // IEEE Trans. on Wireless Communications. 2009. V. 8, No. 9. P. 4 668.
4. Rong Y., Tang X., Hua Y. // IEEE Trans. on Signal Process. 2009. V. 57, No. 12. P. 4 837.
5. Borade S., Zheng L., Gallager R. // IEEE Trans. Inform. Theory. 2007. V. 53, No. 10, P. 3 302.
6. Hasna M. O., Alouini M. S. // IEEE Trans. on Wireless Communication. 2003. V. 2, No. 10. P. 1 126.
7. Krikidis I., Thompson J. S., MacLaughlin S., Goertz N. // IEEE Trans. on Wireless Communications. 2009. V. 8, No. 6. P. 3 016.
8. Palomar D. P., Cioffi J. M., Lagunas M. A. // IEEE Trans. on Signal Process. 2003. V. 51, No. 9. P. 2 381.

9. Palomar D. P., Lagunas M. A., Cioffi J. M. // IEEE Trans. on Signal Process. 2004. V. 52, No. 5. P. 1179.
10. Scaglione A., Stoica P., Barbarossa S., et al. // IEEE Trans. Signal Process. 2002. V. 50, No. 5. P. 1051.
11. Ермолаев В. Т., Маврычев Е. А., Флаксман А. Г. // Изв. вузов. Радиофизика. 2003. Т. 46, № 3. С. 251.
12. Ермолаев В. Т., Флаксман А. Г. Теоретические основы обработки сигналов в беспроводных системах связи. Нижний Новгород: ННГУ, 2011. 368 с.
13. Rong Y., Hua Y. // IEEE Trans. on Wireless Commun. 2009. V. 8, No. 12. P. 6068.
14. Song C., Lee K.-J., Lee I. // IEEE Trans. on Wireless Commun. 2010. V. 9, No. 7. P. 2310.
15. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. М.: Наука, 1988. 552 с.
16. Danilov A. A., Mavrychev E. A. // 17th Intern. ITG Workshop on Smart Antennas. Stuttgart, Germany. 13–14 March 2013. P. 1.

Поступила в редакцию 7 декабря 2018 г.; принята в печать 28 марта 2019 г.

A METHOD OF SEPARATE OPTIMIZATION OF A MULTI-HOP RELAY MIMO SYSTEM

E. A. Mavrychev, A. V. Elokhin, I. S. Sorokin, and A. G. Flaksman

We propose a quasioptimal method of separate optimization in a multi-hop relay MIMO system based on optimization of the root-mean-square error between the input and output signals successively for each transmission stage. Rigorous analytical expressions for the spatial encoding and decoding matrices are obtained. Separate optimization simplifies the construction of the system due to a significant reduction in the number of auxiliary (service) communication links, which are necessary for the transmission of the channel information, compared with the joint optimization. The simulation results show the high efficiency of the proposed method.