УДК 535.361

О СТЕРЕОФОТОГРАММЕТРИИ ВЗВОЛНОВАННОЙ МОРСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

В. Л. Вебер, Л. С. Долин*

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

Рассмотрены модели формирования пространственно-угловых распределений яркости света, рассеянного профилированной шероховатой и зеркальной поверхностями в условиях естественного освещения. Разработана аналитическая модель стереофотограмметрии морской поверхности, основанная на анализе соотношений для пространственных и угловых производных яркости регистрируемого светового поля небосвода, которое отражается поверхностью.

ВВЕДЕНИЕ

Фотограмметрия — одна из важных и интересных областей науки и техники. Предметом её изучения являются геометрические свойства фотоснимков и связь последних с пространственными размерами фотографируемого объекта [1–4]. Характеристики объекта могут изучаться по его изображению на одиночном снимке или по паре перекрывающихся снимков, сделанных из двух различных точек наблюдения. Метод получения необходимой информации путём анализа свойств одиночного снимка называется фотограмметрическим. Метод с использованием пары перекрывающихся снимков называется стереофотограмметрическим.

Основными достоинствами фотограмметрического и стереофотограмметрического методов являются их высокие точность и производительность, дистанционность, а также возможность изучения движущихся объектов и процессов, изменяющихся во времени.

Стереофотограмметрический метод съёмки является основным при решении задач картографирования местности. Он позволяет получить не только контурную часть карты, но и карту возвышений местности, т. е. даёт возможность создать объёмную модель местности. Теория фотограмметрии и методы обработки снимков с целью создания топографических карт, или теория стереофотографической триангуляции, разработана достаточно полно и подробно, например, в монографиях [5–7]. Заметим, что эта теория и вопросы создания основных стереофотографических приборов и систем относятся исключительно к ламбертовым объектам, т. е. к объектам с диффузно-рассеивающей поверхностью.

История использования методов стереофотосъёмки взволнованной морской поверхности насчитывает несколько десятилетий. Так, уже классическими стали работы по аэрофотостереосъёмке морских волн, проводившиеся в СССР в Ленинградском отделении Государственного океанографического института [8–10]. Стереосъёмка взволнованной морской поверхности пользуется вниманием исследователей в различных странах вплоть до настоящего времени [11–14].

Общепринятый способ восстановления рельефа местности по стереопаре её изображений основывается на определении расстояний до её выделенных точек по измеренному параллаксу изображений этих точек на двух снимках, сделанных разнесёнными в пространстве камерами. При этом задача сводится к обработке данных о координатах выделенных точек на двух снимках, а основная трудность при её решении состоит в отыскании соответствующих точек на разных снимках. Применимость описанного метода фотограмметрии ограничивается весьма жёстким условием:

* w.weber@ipfran.ru

изменения структуры изображения при перемещении фотокамеры должны быть чисто геометрическими,т. е. они должны заключаться в изменении расстояний между выделенными элементами изображения, но сами эти элементы не должны при этом меняться так, чтобы их нельзя было распознать.

Указанное требование автоматически выполняется только при наблюдении диффузно-рассеивающих поверхностей, к числу которых водную поверхность отнести нельзя. Поэтому проблема фотограмметрии водной поверхности традиционными методами кардинально не решается. В данной работе предлагается принципиально новый подход к задаче фотограмметрии водной поверхности: она будет сформулирована и исследована как одна из обратных задач теории светового поля, а именно как задача восстановления формы излучающей поверхности по пространственно-угловым распределениям яркости поля излучения.

1. СТЕРЕОФОТОГРАММЕТРИЯ НЕРОВНОЙ ЛАМБЕРТОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Сущность стереофотограмметрического метода определения координат точки A на объекте иллюстрирует упрощённая схема, приведённая на рис. 1. На высоте H над точкой A находится система наблюдения, снабжённая двумя объективами с оптическими центрами O_1 и O_2, расстояние между которыми (база) равно Δx. Фокусное расстояние каждого из объективов равно f. Оптические изображения точки A есть A_1 и A_2. Смещение точки изображения в одном фотоаппарате относительно соответствующей точки изображения в другом, т. е. величина Δy, называется стереоскопическим параллаксом (он равен нулю при $H \to \infty$).

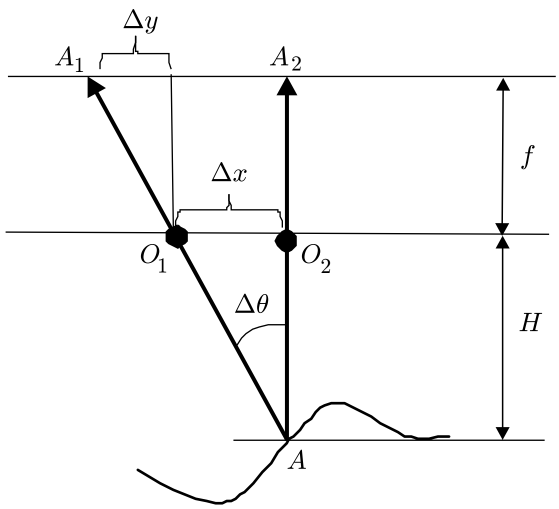

Рис. 1. Упрощённая схема стереофотограмметрии диффузно-рассеивающего объекта

Нашей основной задачей здесь является определение расстояния H. Эта задача легко решается с помощью геометрического подхода. Из соотношения $\operatorname{tg}\Delta\theta = \Delta y/f = \Delta x/H$ следует $H = \Delta x/\operatorname{tg}\Delta\theta = (\Delta x/\Delta y)\, f$. Зная базу стереосистемы Δx и измеряя параллакс Δy в изображении точки, можно найти высоту H.

Формула $H = \Delta x/\operatorname{tg}\Delta\theta$ наводит на мысль представить процесс решения задачи стереофотограмметрии в другом, более формальном виде. При малых значениях угла $\Delta\theta$ эта формула преобразуется к виду $H = \Delta x/\Delta\theta$. Представим это отношение в форме $H = (\Delta B/\Delta\theta)/(\Delta B/\Delta x)$ или $H = (\partial B/\partial\theta)/(\partial B/\partial x)$, где $B \equiv B(x,\theta)$ — распределение яркости регистрируемого изображения объекта в точке x в направлении θ. Следовательно, задачу определения высоты можно решить, взяв отношение частных производных яркости изображения поверхности по углу и пространству. Эта новая трактовка задачи стереофотограмметрии и рассматривается ниже.

Проанализируем данную задачу в самой общей пространственно-угловой постановке. На рис. 2 приведена схема наблюдения неровной поверхности, имеющей ламбертовое распределение светимости (яркости) $B_0(\mathbf{r}_0)$ и функцию возвышений $z(\mathbf{r}_0)$, где $\mathbf{r}_0$ — координата точки в горизонтальной плоскости $z = 0$. На высоте H находится система наблюдения, регистрирующая яркость приходящего от поверхности света $B_{\mathrm{i}}(\mathbf{r},\mathbf{s}) = B_0(\mathbf{r}_0)$, где вектор $\mathbf{r}$ определяет координату

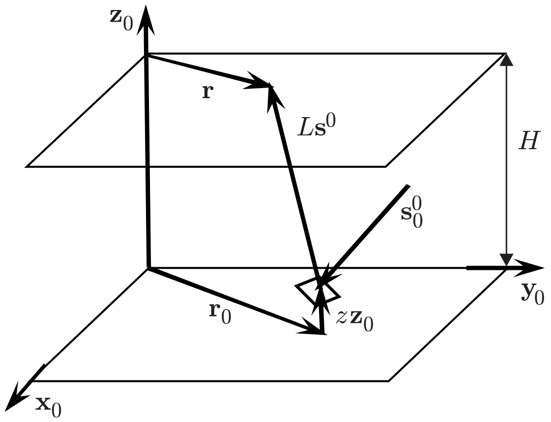

Рис. 2. Схема наблюдения объекта, заданного в виде неровной (ламбертовой или зеркально отражающей) поверхности

точки наблюдения в горизонтальной плоскости $z = H$, $\mathbf{r}_0$ находится из соотношения $\mathbf{r}_0 = \mathbf{r} - L\mathbf{s}$, $L = [H - z(\mathbf{r}_0)]/\gamma$, $\mathbf{s}$ — проекция единичного вектора $\mathbf{s}^0$ на горизонтальную плоскость, $\gamma = \sqrt{1 - s_x^2 - s_y^2}$.

Найдём частные производные яркости $B_\mathrm{i}(\mathbf{r}, \mathbf{s})$ по пространственным переменным:

$$\frac{\partial B_\mathrm{i}}{\partial x} = K_x \frac{\partial x_0}{\partial x} + K_y \frac{\partial y_0}{\partial x}$$

$$\frac{\partial B_\mathrm{i}}{\partial y} = K_x \frac{\partial x_0}{\partial y} + K_y \frac{\partial y_0}{\partial y},$$

где $K_x \equiv K_x(\mathbf{r}_0) = \partial B_0/\partial x_0$, $K_y \equiv K_y(\mathbf{r}_0) = \partial B_0/\partial y_0$,

$$\frac{\partial x_0}{\partial x} = 1 + \left(q_x \frac{\partial x_0}{\partial x} + q_y \frac{\partial y_0}{\partial x}\right) \frac{s_x}{\gamma}, \qquad \frac{\partial y_0}{\partial x} = \left(q_x \frac{\partial x_0}{\partial x} + q_y \frac{\partial y_0}{\partial x}\right) \frac{s_y}{\gamma},$$
$$\frac{\partial x_0}{\partial y} = \left(q_x \frac{\partial x_0}{\partial y} + q_y \frac{\partial y_0}{\partial y}\right) \frac{s_x}{\gamma}, \qquad \frac{\partial y_0}{\partial y} = 1 + \left(q_x \frac{\partial x_0}{\partial y} + q_y \frac{\partial y_0}{\partial y}\right) \frac{s_y}{\gamma},$$

$q_x \equiv q_x(\mathbf{r}_0) = \partial z(\mathbf{r}_0)/\partial x_0$, $q_y \equiv q_y(\mathbf{r}_0) = \partial z(\mathbf{r}_0)/\partial y_0$ — составляющие уклонов поверхности, $\mathbf{r} = (x, y, z)$ и $\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)$.

В общем случае последние производные сложным образом выражаются через углы наблюдения $\mathbf{s}$ и уклоны поверхности $\mathbf{q}$. Простые соотношения получаются из этих формул лишь в условиях надирного наблюдения, т. е. при $s = |\mathbf{s}| = 0$:

$$\frac{\partial x_0}{\partial x} = \frac{\partial y_0}{\partial x} = 1, \qquad \frac{\partial x_0}{\partial y} = \frac{\partial y_0}{\partial x} = 0.$$

Найдём частные производные яркости $B_\mathrm{i}(\mathbf{r}, \mathbf{s})$ по угловым переменным:

$$\frac{\partial B_\mathrm{i}}{\partial s_x} = K_x \frac{\partial x_0}{\partial s_x} + K_y \frac{\partial y_0}{\partial s_x}, \qquad \frac{\partial B_\mathrm{i}}{\partial s_y} = K_x \frac{\partial x_0}{\partial s_y} + K_y \frac{\partial y_0}{\partial s_y}.$$

Здесь при $s = 0$

$$\frac{\partial x_0}{\partial s_x} = -\left\{[H - z(\mathbf{r}_0)] \frac{\partial}{\partial s_x}\left(\frac{s_x}{\gamma}\right) + \frac{s_x}{\gamma} \frac{\partial}{\partial s_x}[H - z(\mathbf{r}_0)]\right\}\Big|_{s=0} = -[H - z(\mathbf{r})],$$
$$\frac{\partial x_0}{\partial s_y} = -\left\{[H - z(\mathbf{r}_0)] \frac{\partial}{\partial s_y}\left(\frac{s_x}{\gamma}\right) + \frac{s_x}{\gamma} \frac{\partial}{\partial s_y}[H - z(\mathbf{r}_0)]\right\}\Big|_{s=0} = 0,$$
$$\frac{\partial y_0}{\partial s_x} = -\left\{[H - z(\mathbf{r}_0)] \frac{\partial}{\partial s_x}\left(\frac{s_y}{\gamma}\right) + \frac{s_y}{\gamma} \frac{\partial}{\partial s_x}[H - z(\mathbf{r}_0)]\right\}\Big|_{s=0} = 0,$$
$$\frac{\partial y_0}{\partial s_y} = -\left\{[H - z(\mathbf{r}_0)] \frac{\partial}{\partial s_y}\left(\frac{s_y}{\gamma}\right) + \frac{s_y}{\gamma} \frac{\partial}{\partial s_y}[H - z(\mathbf{r}_0)]\right\}\Big|_{s=0} = -[H - z(\mathbf{r})].$$

В итоге в случае надирного наблюдения (при $s = 0$) получаем систему уравнений

$$\frac{\partial B_\mathrm{i}}{\partial x} = K_x, \quad \frac{\partial B_\mathrm{i}}{\partial y} = K_y, \quad \frac{\partial B_\mathrm{i}}{\partial s_x} = -K_x\,[H - z(\mathbf{r})], \quad \frac{\partial B_\mathrm{i}}{\partial s_y} = -K_y\,[H - z(\mathbf{r})]. \tag{1}$$

Очевидно, что для решения задачи определения возвышений неровной поверхности $z(\mathbf{r})$ достаточно воспользоваться лишь какими-то двумя из этих четырёх уравнений, например первым и третьим:

$$z(\mathbf{r}) = \left.\frac{\partial B_{\rm i}/\partial s_x}{\partial B_{\rm i}/\partial x}\right|_{s=0} + H.$$

Это означает, что для фотограмметрии ламбертовой поверхности стереометодом необходимо иметь два фотоаппарата (третий может служить резервным для случая $\partial B_{\rm i}/\partial x = 0$).

2. СТЕРЕОФОТОГРАММЕТРИЯ ВЗВОЛНОВАННОЙ МОРСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Рассмотренный метод не противоречит привычной для нас классической (геометрической) схеме решения стереофотограмметрической задачи определения возвышений ламбертовой поверхности. Рассмотрим вопрос о том, что может дать применение этого метода к морской поверхности, отражение света от которой имеет не ламбертов (диффузный), а зеркальный характер.

Проанализируем нашу задачу в пространственно-угловой постановке. Рисунок 2 может иллюстрировать и схему наблюдения зеркальной неровной поверхности, отражающей падающее на неё световое излучение неба с угловым распределением яркости $B_0(\mathbf{s}_0)$, где $\mathbf{s}_0$ — проекция единичного вектора $\mathbf{s}_0^0$ на горизонтальную плоскость. На высоте H находится система наблюдения, регистрирующая яркость приходящего от поверхности света $B_{\rm i}(\mathbf{r},\mathbf{s}) = B_0(\mathbf{s}_0)$, где вектор $\mathbf{r}$ определяет координату точки наблюдения в горизонтальной плоскости $z = H$, $\mathbf{s}$ — проекция единичного вектора $\mathbf{s}^0$ на горизонтальную плоскость, вектор $\mathbf{s}_0$ находится из соотношения $\mathbf{s}_0 = \mathbf{s} + 2\gamma\mathbf{q}(\mathbf{r}_0)$, $\mathbf{q}$ — вектор-градиент уклонов морской поверхности ($q^2 \ll 1$), $\mathbf{r}_0$ — координата точки пересечения визирующего луча $\mathbf{s}^0$ с поверхностью, $\gamma = \sqrt{1-s^2}$. В развёрнутом виде это запишется как $B_{\rm i}(x,y,s_x,s_y) = B_0(s_{0x},s_{0y})$, где $s_{0x} = s_x + 2\gamma q_x(\mathbf{r}_0)$, $s_{0y} = s_y + 2\gamma q_y(\mathbf{r}_0)$, $x_0 = x - [H - z(\mathbf{r}_0)]\, s_x/\gamma$, $y_0 = y - [H - z]\, s_y/\gamma$.

Найдём частные производные яркости $B_{\rm i}(\mathbf{r},\mathbf{s})$ по пространственным переменным:

$$\frac{\partial B_{\rm i}}{\partial x} = K_x \frac{\partial s_{0x}}{\partial x} + K_y \frac{\partial s_{0y}}{\partial x}, \qquad \frac{\partial B_{\rm i}}{\partial y} = K_x \frac{\partial s_{0x}}{\partial y} + K_y \frac{\partial s_{0y}}{\partial y}.$$

где $K_x \equiv K_x(\mathbf{s}_0) = \partial B_0/\partial s_{0x}$, $K_y \equiv K_y(\mathbf{s}_0) = \partial B_0/\partial s_{0y}$,

$$\frac{\partial s_{0x}}{\partial x} = 2\gamma\left[p_{xx}(\mathbf{r}_0)\frac{\partial x_0}{\partial x} + p_{xy}(\mathbf{r}_0)\frac{\partial y_0}{\partial x}\right], \qquad \frac{\partial s_{0x}}{\partial y} = 2\gamma\left[p_{xx}(\mathbf{r}_0)\frac{\partial x_0}{\partial y} + p_{xy}(\mathbf{r}_0)\frac{\partial y_0}{\partial y}\right],$$
$$\frac{\partial s_{0y}}{\partial x} = 2\gamma\left[p_{xy}(\mathbf{r}_0)\frac{\partial x_0}{\partial x} + p_{yy}(\mathbf{r}_0)\frac{\partial y_0}{\partial x}\right], \qquad \frac{\partial s_{0y}}{\partial y} = 2\gamma\left[p_{xy}(\mathbf{r}_0)\frac{\partial x_0}{\partial y} + p_{yy}(\mathbf{r}_0)\frac{\partial y_0}{\partial y}\right],$$

$p_{xx}(\mathbf{r}_0) = \partial q_x(\mathbf{r}_0)/\partial x_0$, $p_{xy}(\mathbf{r}_0) = \partial q_x(\mathbf{r}_0)/\partial y_0$, $p_{yy}(\mathbf{r}_0) = \partial q_y(\mathbf{r}_0)/\partial y_0$.

В общем случае производные $\partial s_{0x}/\partial x$, $\partial s_{0x}/\partial y$, $\partial s_{0y}/\partial x$ и $\partial s_{0y}/\partial y$ сложным образом выражаются через углы наблюдения $\mathbf{s}$, уклоны $\mathbf{q}$ и кривизны p_{xx}, p_{xy} и p_{yy} поверхности. Простые соотношения получаются из этих формул лишь в условиях надирного наблюдения, т. е. при $s = |\mathbf{s}| = 0$. Как показано ранее, при $s = 0$ $\partial x_0/\partial x = 1$, $\partial x_0/\partial y = 0$, $\partial y_0/\partial x = 0$, $\partial y_0/\partial y = 1$. Следовательно,

$$\left.\frac{\partial s_{0x}}{\partial x}\right|_{s=0} = 2p_{xx}, \quad \left.\frac{\partial s_{0x}}{\partial y}\right|_{s=0} = 2p_{xy}, \quad \left.\frac{\partial s_{0y}}{\partial x}\right|_{s=0} = 2p_{xy}, \quad \left.\frac{\partial s_{0y}}{\partial y}\right|_{s=0} = 2p_{yy}.$$

Отсюда в итоге имеем (при $s = 0$)

$$\frac{\partial B_{\mathrm{i}}}{\partial x} = 2\,(K_x p_{xx} + K_y p_{xy}), \qquad \frac{\partial B_{\mathrm{i}}}{\partial y} = 2\,(K_x p_{xy} + K_y p_{yy}).$$

Найдём частные производные яркости $B_{\mathrm{i}}(\mathbf{r},\mathbf{s})$ по угловым переменным:

$$\frac{\partial B_{\mathrm{i}}}{\partial s_x} = K_x \frac{\partial s_{0x}}{\partial s_x} + K_y \frac{\partial s_{0y}}{\partial s_x}, \qquad \frac{\partial B_{\mathrm{i}}}{\partial s_y} = K_x \frac{\partial s_{0x}}{\partial s_y} + K_y \frac{\partial s_{0y}}{\partial s_y}.$$

Здесь

$$\frac{\partial s_{0x}}{\partial s_x} = 1 + 2\frac{\partial \gamma}{\partial s_x} q_x(\mathbf{r}_0) + 2\gamma \left[p_{xx}(\mathbf{r}_0)\frac{\partial x_0}{\partial s_x} + p_{xy}(\mathbf{r}_0)\frac{\partial y_0}{\partial s_x}\right],$$
$$\frac{\partial s_{0x}}{\partial s_y} = 2\frac{\partial \gamma}{\partial s_y} q_x(\mathbf{r}_0) + 2\gamma \left[p_{xx}(\mathbf{r}_0)\frac{\partial x_0}{\partial s_y} + p_{xy}(\mathbf{r}_0)\frac{\partial y_0}{\partial s_y}\right],$$
$$\frac{\partial s_{0y}}{\partial s_x} = 2\frac{\partial \gamma}{\partial s_x} q_y(\mathbf{r}_0) + 2\gamma \left[p_{xy}(\mathbf{r}_0)\frac{\partial x_0}{\partial s_x} + p_{yy}(\mathbf{r}_0)\frac{\partial y_0}{\partial s_x}\right],$$
$$\frac{\partial s_{0y}}{\partial s_y} = 1 + 2\frac{\partial \gamma}{\partial s_y} q_y(\mathbf{r}_0) + 2\gamma \left[p_{xy}(\mathbf{r}_0)\frac{\partial x_0}{\partial s_y} + p_{yy}(\mathbf{r}_0)\frac{\partial y_0}{\partial s_y}\right].$$

Простые соотношения получаются из этих формул лишь при $s = |\mathbf{s}| = 0$. Поскольку при $s = 0$

$$\frac{\partial x_0}{\partial s_x} = -[H - z(\mathbf{r}_0)], \quad \frac{\partial x_0}{\partial s_y} = 0, \quad \frac{\partial y_0}{\partial s_x} = 0, \quad \frac{\partial y_0}{\partial s_y} = -[H - z(\mathbf{r}_0)],$$

то

$$\left.\frac{\partial s_{0x}}{\partial s_x}\right|_{s=0} = 1 - 2p_{xx}\,[H - z(\mathbf{r}_0)], \qquad \left.\frac{\partial s_{0x}}{\partial s_y}\right|_{s=0} = -2p_{xy}\,[H - z(\mathbf{r}_0)],$$
$$\left.\frac{\partial s_{0y}}{\partial s_x}\right|_{s=0} = -2p_{xy}\,[H - z(\mathbf{r}_0)], \qquad \left.\frac{\partial s_{0y}}{\partial s_y}\right|_{s=0} = 1 - 2p_{yy}\,[H - z(\mathbf{r}_0)].$$

Отсюда получаем

$$\frac{\partial B_{\mathrm{i}}}{\partial s_x} = K_x\{1 - 2p_{xx}\,[H - z(\mathbf{r})]\} - K_y 2p_{xy}\,[H - z(\mathbf{r})],$$
$$\frac{\partial B_{\mathrm{i}}}{\partial s_y} = -K_x 2p_{xy}\,[H - z(\mathbf{r})] + K_y\{1 - 2p_{yy}\,[H - z(\mathbf{r})]\}.$$

Выпишем все полученные соотношения в виде системы четырёх алгебраических уравнений относительно восьми неизвестных K_x, K_y, z, p_{xx}, p_{xy}, p_{yy}, q_x и q_y (все они функции переменной $\mathbf{r}_0\big|_{s=0} \equiv \mathbf{r}$, в том числе и $K_x[\mathbf{s}_0\big|_{s=0} = 2\mathbf{q}(\mathbf{r})]$, и $K_y[\mathbf{s}_0\big|_{s=0} = 2\mathbf{q}(\mathbf{r})]$):

$$\frac{\partial B_{\mathrm{i}}}{\partial x} = 2\,(p_{xx}K_x + p_{xy}K_y), \qquad \frac{\partial B_{\mathrm{i}}}{\partial y} = 2\,(p_{xy}K_x + p_{yy}K_y),$$
$$\frac{\partial B_{\mathrm{i}}}{\partial s_x} = K_x - [H - z(\mathbf{r})]\,2\,(p_{xx}K_x + p_{xy}K_y), \qquad \frac{\partial B_{\mathrm{i}}}{\partial s_y} = K_y - [H - z(\mathbf{r})]\,2\,(p_{xy}K_x + p_{yy}K_y). \qquad (2)$$

Из соотношений (2) следует, что случай наблюдения морской (зеркальной) поверхности сильно отличается от ситуации с видением земной (ламбертовой) поверхности (1). Если решение задачи стереофотограмметрии земной поверхности выглядит достаточно простым и очевидным, то решение той же задачи для морской поверхности представляется далеко не очевидным и даже проблематичным ввиду большого числа переменных и явно недостаточного количества уравнений.

3. АНАЛИЗ СООТНОШЕНИЙ ДЛЯ СТЕРЕОФОТОГРАММЕТРИИ МОРСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

В качестве очевидного факта отметим, что в случае наблюдения морской поверхности, как и в случае наблюдения ламбертовой поверхности, существенней неоднородный характер освещения: очевидно, что при равномерной по углу яркости неба триангуляция невозможна.

Интересно, что в случае плоской поверхности (при $z(\mathbf{r}) \equiv 0$) полученная система уравнений (2) решается лишь относительно величин $K_x(0)$ и $K_y(0)$, характеризующих градиент яркости неба в зените. Нахождение высоты H в этом случае является невозможным. Из общефизических соображений это понятно: нельзя посредством бинокулярного наблюдения определить расстояние до плоского зеркала.

Аналогичным образом дело обстоит и с наблюдением сферического зеркала. В случае $p_{xx} = p_{yy} = p$, $p_{xy} = 0$ получаем систему уравнений

$$\frac{\partial B_i}{\partial x} = 2pK_x, \qquad \frac{\partial B_i}{\partial y} = 2pK_y,$$
$$\frac{\partial B_i}{\partial s_x} = K_x - H_z 2pK_x, \qquad \frac{\partial B_i}{\partial s_y} = K_y - H_z 2pK_y,$$

где $H_z = H - z(\mathbf{r})$. Эта система не имеет, как нетрудно видеть, решений для переменных z, p, K_x, K_y. Решение для H_z и p может быть получено, если известна величина K_x (или K_y).

Систему уравнений (2) можно рассматривать как систему дифференциальных уравнений в частных производных от функции возвышений $z(\mathbf{r})$, т. к. здесь

$$p_{xx} = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}(\mathbf{r}), \quad p_{xy} = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}(\mathbf{r}), \quad p_{yy} = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}(\mathbf{r}), \quad q_x = \frac{\partial z}{\partial x}(\mathbf{r}), \quad q_y = \frac{\partial z}{\partial y}(\mathbf{r}).$$

Заметим, однако, что входящие в систему дифференциальные уравнения являются в общем случае нелинейными вследствие, в частности, наличия членов $K_x[\mathbf{q}(\mathbf{r})]$ и $K_y[\mathbf{q}(\mathbf{r})]$. Решение задачи определения $z(\mathbf{r})$ таким путём представляется весьма затруднительным и проблематичным.

Нетрудно убедиться в том, что в системе (2) имеются линейно зависимые уравнения, в силу чего она может быть заменена упрощённой системой двух уравнений относительно трёх неизвестных:

$$\frac{\partial B_i}{\partial s_x} = K_x - H_z \frac{\partial B_i}{\partial x}, \qquad \frac{\partial B_i}{\partial s_y} = K_y - H_z \frac{\partial B_i}{\partial y}.$$

Отсюда видно, что, в отличие от задачи исследования ламбертова объекта, задача фотограмметрии возвышений морской поверхности требует дополнительного знания функций K_x и K_y, которые в общем случае зависят от уклонов морской поверхности $\mathbf{q} \equiv \mathbf{q}(\mathbf{r})$.

В частном случае одномерного волнения (в его системе координат $p_{xx} \equiv p$, $p_{xy} = p_{yy} = 0$) система уравнений (2) принимает следующий простой вид:

$$\frac{\partial B_{\mathrm{i}}}{\partial s_x} = K_x - H_z \frac{\partial B_{\mathrm{i}}}{\partial x}, \qquad \frac{\partial B_{\mathrm{i}}}{\partial x} = 2pK_x.$$

Отсюда следует, что знание функции K_x позволяет определить неизвестные z и p. Независимо от последнего условия, в точках поверхности с большой кривизной (там, где выполняется неравенство $2pH_z \gg 1$) определяется величина $H_z = -(\partial B_{\mathrm{i}}/\partial s_x)/(\partial B_{\mathrm{i}}/\partial x)$. Заметим, что случай одномерного волнения характеризуется выполнением равенств $\partial B_{\mathrm{i}}/\partial y = 0$ и $\partial B_{\mathrm{i}}/\partial s_y = K_y$.

Отметим, что острый гребень волны или коротковолновая рябь в областях, для которых выполняются условия $H_z 2\,(p_{xx}K_x + p_{xy}K_y) \gg K_x$ или $H_z 2\,(p_{xy}K_x + p_{yy}K_y) \gg K_y$, могут быть использованы для определения возвышения морской поверхности в этих областях. Это следует из выражений

$$\frac{\partial B_{\rm i}}{\partial s_x} = -H_z \frac{\partial B_{\rm i}}{\partial x}, \qquad \frac{\partial B_{\rm i}}{\partial s_y} = -H_z \frac{\partial B_{\rm i}}{\partial y}.$$

В случае ясного (безоблачного) неба величины K_x и K_y являются постоянными. Их можно определить в точках поверхности, где раздельно или одновременно выполняются условия $\partial B_{\rm i}/\partial x = 0$ и $\partial B_{\rm i}/\partial y = 0$. С учётом этого из полученных формул получаем $\partial B_{\rm i}/\partial s_x = K_x = C_1 = \text{const}$ и $\partial B_{\rm i}/\partial s_y = K_y = C_2 = \text{const}$, в результате чего система уравнений (2) принимает вид

$$\frac{\partial B_{\rm i}}{\partial x} = 2\,(p_{xx}K_x + p_{xy}K_y), \qquad \frac{\partial B_{\rm i}}{\partial y} = 2\,(p_{xy}K_x + p_{yy}K_y),$$
$$\frac{\partial B_{\rm i}}{\partial s_x} = K_x - H_z \frac{\partial B_{\rm i}}{\partial x}, \qquad \frac{\partial B_{\rm i}}{\partial s_y} = K_y - H_z \frac{\partial B_{\rm i}}{\partial y}. \tag{3}$$

Задача определения возвышений морской поверхности при известных постоянных K_x и K_y решается с помощью третьего или четвёртого уравнений этой системы. Прочие переменные системы (3) остаются неопределимыми.

Более обещающие результаты получаются при некоторых дополнительных предположениях. Допустим, что в условиях ясного неба нам известно направление его градиента яркости, или небесного «клина» (обычно оно находится в вертикале Солнца), но неизвестна его величина. При этом можно положить $K_x \equiv K = \text{const}$ и, кроме того, $K_y = 0$. Система уравнений (2) в системе координат небесного «клина» при этом имеет вид, допускающий её решение относительно всех неизвестных (кроме переменной p_{yy}, выпавшей из рассмотрения):

$$A_1 \equiv \frac{\partial B_{\rm i}}{\partial x} = K2p_{xx}, \qquad A_2 \equiv \frac{\partial B_{\rm i}}{\partial y} = K2p_{xy},$$
$$A_3 \equiv \frac{\partial B_{\rm i}}{\partial s_x} = K\,(1 - H_z 2p_{xx}), \qquad A_4 \equiv \frac{\partial B_{\rm i}}{\partial s_y} = -KH_z 2p_{xy}. \tag{4}$$

Система уравнений (4) легко решается относительно всех переменных задачи. Из второго и четвёртого уравнений найдём $H_z = -A_4/A_2$. Из первого и третьего имеем $A_3 = K - H_z A_1$, откуда следует $K = A_3 - A_1A_4/A_2$. Из первого уравнения определяем $p_{xx} = A_1/(2K)$, а из второго $p_{xy} = A_2/(2K)$. Выпишем эти решения в развёрнутом виде:

$$H_z = -A_4/A_2, \qquad K = \frac{A_2A_3 - A_1A_4}{A_2}, \qquad p_{xy} = \frac{1}{2}\frac{A_1A_2}{A_2A_3 - A_1A_4}, \qquad p_{xy} = \frac{1}{2}\frac{A_2^2}{A_2A_3 - A_1A_4}.$$

Таким образом, в этом случае можно определить величину градиента неба, возвышение морской поверхности и её криви́зны (p_{xx} и p_{xy}). Разумеется, в процессе решения может оказаться, что знаменатели в некоторых приведённых формулах равны нулю. В таком случае следует исключить из рассмотрения соответствующие точки морской поверхности.

В качестве иллюстрации подхода, изложенного в работе, рассмотрим задачу восстановления возвышений одномерной случайной поверхности $z(x)$, которая представлена в виде суммы 200 синусоид со случайными фазами и амплитудными коэффициентами, соответствующими модифицированному энергетическому спектру Пирсона—Московитца [15]. В случае ясного неба для такой поверхности справедлива система уравнений

$$A_3 \equiv \frac{\partial B_{\rm i}}{\partial s_x} = K - [H - z(x)]\,2p(x)K, \qquad A_1 \equiv \frac{\partial B_{\rm i}}{\partial x} = 2p(x)K.$$

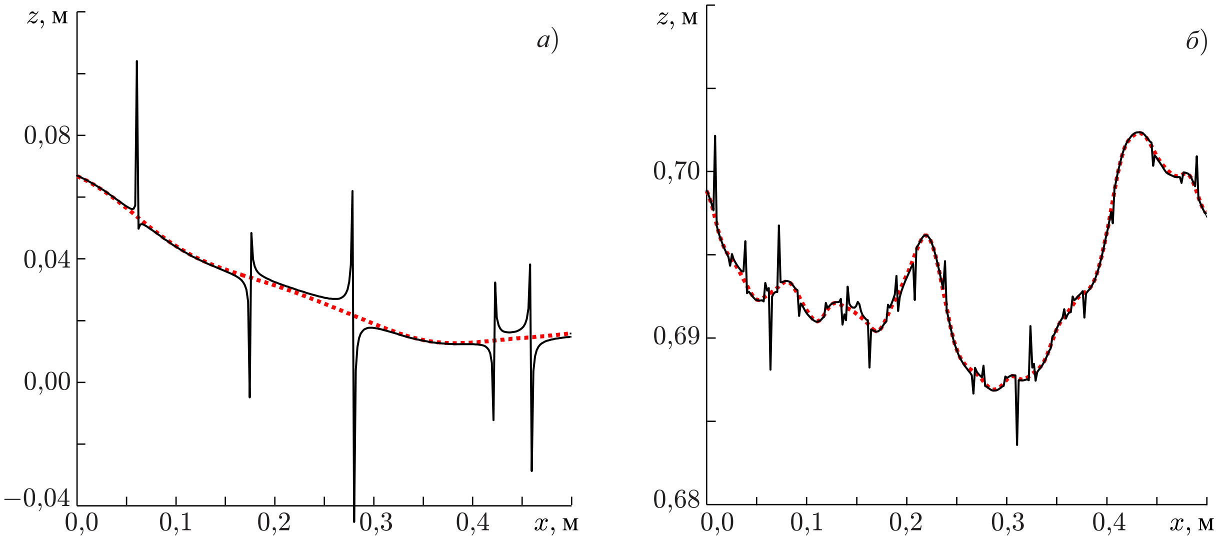

Рис. 3. Исходная (пунктирная красная линия) и восстановленная (сплошная чёрная линия) функции возвышений морской поверхности при скорости ветра 4 м/с (*а*) и 8 м/с (*б*)

Для приближения задачи к практике предположим, что градиент неба K известен нам с некоторой погрешностью ε. В этом случае решением системы уравнений для возвышений является функция $\tilde{z}(x) = H + [A_3(x) - K\,(1+\varepsilon)]/A_1(x)$.

На рис. 3 приведены результаты вычисления исходной ($z(x)$) и восстановленной ($\tilde{z}(x)$) функций возвышений морской поверхности для двух скоростей ветра и параметров $H = 10$ м, $K = 0{,}1$ и $\varepsilon = 0{,}001$. Как видно из полученных графиков, ошибка в знании градиента неба K приводит к бо́льшим погрешностям определения $z(x)$ в точках, соответствующих условию $A_1(x) = 0$. Эти точки необходимо исключить из рассмотрения, о чём говорилось выше.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ возможности решения задачи диагностики параметров взволнованной морской поверхности с помощью метода стереофотограмметрии выполнен нами в рамках принципиально новой модели, основанной на рассмотрении пространственных и угловых производных яркости светового излучения небосвода, которое отражается неровной зеркальной поверхностью.

Сравнение систем фотограмметрических уравнений для условий наблюдения ламбертовой и зеркальной поверхностей показывает заметно бо́льшую сложность последнего случая. Тем не менее возможности решения задачи диагностики параметров морской поверхности (её возвышений и кривизн) существуют при выполнении ряда требований к условиям естественного освещения: небосвод должен быть безоблачным (с известным значением градиента яркости в зените), а зона наблюдения должна быть свободна от солнечных бликов.

Яркость выходящего из-под морской поверхности света, как правило, слабо модулирована как по пространству, так и по углу. В ходе анализа мы не учитывали вариации светового излучения, отражённого толщей моря, полагая их малыми по сравнению с флуктуациями излучения, отражённого морской поверхностью (это может оказаться несправедливым при наблюдении вдоль направления солнечных лучей). Малыми предполагались также вариации френелевских коэффициентов отражения от водной поверхности, что представляется обоснованным в условиях надирного наблюдения.

Отдельным и, безусловно, важным вопросом при исследовании метода стереофотограмметрии морской поверхности является вопрос корректного учёта конечного разрешения фотоприёмника системы наблюдения (в данной работе приёмник считался идеальным, т. е. точечным и узконаправленным). Этот вопрос оказывается достаточно сложным в математическом плане и потому оставлен нами за рамками настоящей работы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 18–45–520011).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лобанов А. Н. Фотограмметрия. М.: Недра, 1984. 552 с.
2. Обиралов А. И., Лимонов А. Н., Гаврилова Н. А. Фотограмметрия и дистанционное зондирование. М.: Колосс, 2006. 334 с.
3. Назаров А. С. Фотограмметрия: Учебн. пособие для студентов вузов. М.: ТетраСистемс, 2006. 367 с.
4. Гурьева З. И., Петров К. М., Шарков В. В. Геолого-геоморфологическое изучение морских мелководий и берегов по материалам аэрофотосъёмки. Метод. руководство. Л.: Наука, Ленинградское отделение, 1968. 372 с.
5. Валюс Н. А. Стереоскопия. М.: Изд-во АН СССР, 1962. 408 с.
6. Власенко В. И. Техника объёмной фотографии. М.: Искусство, 1978. 102 с.
7. Хорн Б. К. П. Зрение роботов. М.: Мир, 1989. 488 с.
8. Давидан И. Н., Лопатухин Л. И., Рожков В. А. Ветровое волнение как вероятностный гидродинамический процесс. Л.: Гидрометеоиздат, 1978. 288 с.
9. Давидан И. Н., Лопатухин Л. И., Рожков В. А. Ветровое волнение в Мировом океане. Л.: Гидрометеоиздат, 1985. 256 с.
10. Гургенидзе А. Т., Трапезников Ю. А., Румянцева С. А. и др. Теоретические основы и методы расчёта ветрового волнения / под ред. И. Н. Давидана. Л.: Гидрометеоиздат, 1988. 264 с.
11. Banner M. L., Jones Ian S. F., Trinder J. S. // J. Fluid Mech. 1989. V. 198. P. 321.
12. Kosnik M. V., Dulov V. A. // Meas. Aci. Technol. 2011. V. 22. P. 1.
13. Mironov A. S., Yurovskaya M. V., Dulov V. A., et al. // J. Geophys. Res. 2012. V. 117. Art. no. C00J35.
14. Yurovskaya M. V., Dulov V. A., Charpon B., Kudryavtsev V. N. // J. Geophys. Res. Oceans. 2013. V. 118. P. 4 380.
15. Вебер В. Л. // Изв. вузов. Радиофизика. 2017. Т. 60. № 4. С. 346.

Поступила в редакцию 20 ноября 2018 г.; принята в печать 28 февраля 2019 г.

ON STEREOPHOTOGRAMMETRY OF A ROUGH SEA SURFACE

V. L. Weber and L. S. Dolin

We consider formation models for space-angle distribution of the radiance of light scattered at profiled rough surfaces and mirror surfaces in the natural irradiance conditions. The developed analytical model of the sea surface stereophotogrammetry is based on the analysis of relationships for space and angle derivatives of the radiance of the recorded light field of the sky, which is reflected by the surface.