УДК 539.12.01

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОГО И ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ С ОДНОПРОХОДНЫМИ ЛАЗЕРАМИ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ

К. В. Жуковский*, А. М. Калитенко

Московский госуниверситет им. М. В. Ломоносова, г. Москва, Россия

В работе проводится моделирование эволюции гармоник излучения в однопроходном лазере на свободных электронах (ЛСЭ) с помощью феноменологической модели, в которой учитываются все основные потери для каждой из гармоник в отдельности. Результаты моделирования сравниваются с соответствующими экспериментами на ЛСЭ и расчётами, проведённым нами с помощью программы PERSEO. Рассматривается широкий диапазон длин волн 0,15÷500 нм. Феноменологическое описание, основанное на использовании нескольких основных параметров ЛСЭ, таких как сила тока пучка электронов, их средняя энергия, разброс энергий и эмиттанс, даёт результаты, хорошо соответствующие экспериментам LEUTL, SPARC, LCLS в различных условиях. Также изучается эволюция мощности излучения, банчинга и разброса энергий электронов в ЛСЭ Spring 8 в стадии доработки. Показана необходимость улучшения характеристик пучка электронов для генерации гармоник в этом ЛСЭ. Феноменологическая модель позволяет провести быструю оценку работы действующих и будущих ЛСЭ; с её помощью можно моделировать ЛСЭ с практически любыми ондуляторами с учётом высших гармоник их магнитного поля. Более того, модель позволяет легко описать различные эффекты в конструируемых ЛСЭ, например с расфазировкой электронов и фотонов, фильтрацией гармоник и другими особенностями.

ВВЕДЕНИЕ

Синхротронное и ондуляторное излучения (СИ и ОИ) происходят от ускоренных релятивистских зарядов с больши́м лоренц-фактором $\gamma = E/(m_{\rm e}c^2) \gg 1$, где E — энергия электрона, $m_{\rm e}c^2$ энергия покоя электрона, $m_{\rm e}$ — его масса, c — скорость света; оба типа излучения, СИ и ОИ, являются некогерентными. После появления в 1960-х годах первых лазеров, которые работали в инфракрасной области, были предприняты значительные усилия для получения высокочастотного когерентного излучения в рентгеновском диапазоне, где СИ до недавнего времени было самым мощным, но некогерентным. Лазеры, основанные на инверсии заселённости квантовых уровней энергии частиц в газе или твёрдом рабочем теле, по целому ряду причин не работают в рентгеновском диапазоне, и нижний предел длины волны обычного лазера составляет около 100 нм.

Ондуляторное излучение было предложено В. Л. Гинзбургом [1], который также отметил возможность получения когерентного излучения от электронных сгустков-банчей, разделённых длиной волны излучения. Впервые генератор ондуляторного излучения был построен Х. Мотцем [2]. Ондулятор — прибор, где заряды совершают небольшие поперечные колебания в пространственно-периодическом магнитном поле на фоне их поступательного движения. В настоящее время ОИ находится в центре внимания исследователей в связи с изучением лазеров на свободных электронах (ЛСЭ). В этих устройствах излучение взаимодействует с электронами в ондуляторе, группируя их в микробанчи на расстоянии длины волны излучения друг от друга. Таким образом, формируется когерентное ОИ, интенсивность которого экспоненциально растёт вдоль ондулятора до насыщения. Мощность пиков излучения рентгеновского ЛСЭ превышает мощность СИ в рентгеновском диапазоне [3–13]; когерентное рентгеновское излучение имеет важные

^{*} zhukovsk@physics.msu.ru

практические применения в различных областях (см., например, [14–16]). В многопроходном ЛСЭ излучение заключено в оптической полости с отражающими полупрозрачными зеркалами, как и в обычном лазере. При этом оптические элементы формируют моды, но имеют ограниченный сверху рабочий частотный диапазон: в рентгеновской спектральной области лишь немногие материалы имеют отдельные пики отражательной способности [17, 18]. Помимо ЛСЭ с генерацией в режиме с низким коэффициентом усиления, существуют ЛСЭ с высоким коэффициентом усиления [19–23] без оптических резонаторов. Длина волны в таких однопроходных ЛСЭ не ограничена отражательной способностью зеркал, а генерация начинается либо от начального шума в ЛСЭ с самоусилением спонтанного излучения, либо от слабого когерентного источника в ЛСЭ с затравочным излучением. Последнее помогает получить стабильную фазу и хорошую временную когерентность серии импульсов излучения, пиковая мощность которых может достигать десятков гигаватт.

Разработанная нами феноменологическая модель однопроходного ЛСЭ позволяет просто и достаточно точно описать эволюцию мощности в этом приборе, используя простые аналитические формулы. При этом феноменологическое описание не выводится непосредственно из основных физических законов, а является эффективным математическим описанием физического явления. Цель данной работы заключается в том, чтобы продемонстрировать, что данное феноменологическое описание ЛСЭ хорошо согласуется с экспериментальными данными и с численным моделированием ЛСЭ. В качестве примера проводится моделирование с помощью программы PERSEO [24, 25] в широком диапазоне значений параметров ЛСЭ и электронных пучков.

1. ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ИДЕАЛЬНОГО ОДНОПРОХОДНОГО ЛСЭ

Моделирование ЛСЭ является сложной и трудоёмкой задачей. Мы предполагаем, что пучок электронов в ондуляторе оптимизирован. Согласование пучка с ондулятором является отдельной задачей и остаётся за рамками нашей работы. Для оптимизации пучка можно использовать как аналитические формулы [26–28], так и компьютерные программы. Ниже нами предлагается эффективная феноменологическая модель ЛСЭ. Основы феноменологического описания однопроходного ЛСЭ с использованием логистического уравнения в предположении оптимизированного пучка электронов были заложены Даттоли в работе [29]. Без учёта потерь, расходимости пучка, разброса энергий электронов и тому подобного мощность *n*-й гармоники ЛСЭ экспоненциально растёт вдоль оси *z* от начальной мощности $P_{0,n}$ до насыщения при мощности

$$P_{n,\mathrm{F}} = \frac{P_{\mathrm{F}}}{\sqrt{n}} \left(\frac{f_n}{nf_1}\right)^2,$$

где $P_{\rm F} \approx \sqrt{2} \, \rho_1 P_{\rm e}, \, P_{\rm e}$ — мощность электронного пучка,

$$\rho_n = \frac{1}{2\gamma} \left[\frac{J[\mathbf{A}/\mathbf{M}^2]}{4\pi i [\mathbf{A}]} (\lambda_{\mathbf{u}}[\mathbf{M}] \, k_{\text{eff}} f_n)^2 \right]^{1/3}$$

— параметр Пирса (см., например, [6, 7]), J— плотность тока электронного пучка, $i \approx 1,7045 \cdot 10^4$ А— ток Альфвена, $\lambda_{\rm u}$ — основной период ондулятора, $k_{\rm eff}$ — эффективный параметр ондулятора [30], который для обычного ондулятора совпадает с величиной

$$k = \frac{e}{m_{\rm e}c^2} \frac{H_0 \lambda_{\rm u}}{2\pi} \approx H_0[{\rm T}\pi] \lambda_{\rm u}[{\rm c}{\rm M}],$$

К. В. Жуковский, А. М. Калитенко

где H_0 – напряжённость магнитного поля на оси, f_n — коэффициент Бесселя для *n*-й гармоники ОИ, e — элементарный заряд. Учёт потерь в реальных устройствах и соответствующая коррекция модели будут проведены нами в следующем разделе.

Для обычного плоского ондулятора с магнитным полем $\mathbf{H} = (0, H_0 \sin(k_\lambda z), 0)$, где $k_\lambda = 2\pi/\lambda_u$, излучение имеет длину волны $\lambda_n = \lambda_u/[2n(1 + k^2/2)\gamma^2]$, а коэффициент Бесселя $f_n = J_{(n-1)/2}(n\xi) - J_{(n+1)/2}(n\xi)$ зависит от функций Бесселя 1 рода $J_n(\xi)$, где $\xi = k^2/[4(1 + k^2/2)]$ — их аргумент. Для двухчастотных ондуляторов с двоякопериодическим магнитным полем различной напряжённости в одной или двух ортогональных друг другу плоскостях выражение для коэффициентов Бесселя становится гораздо более сложным [30–33]. При этом в двухчастотных ондуляторах происходит группировка электронов в поле двух волн, возбуждающихся на разных ондуляторных гармониках. Это явление похоже на двухчастотный эффект в циклотронных усилителях миллиметрового диапазона длин волн. В частности, в статьях [34–36] было показано, что в циклотронных мазерах использование группировки частиц в поле двух волн, возбуждающихся на первой и второй циклотронных гармониках, обеспечивает практически идеальную группировку электронных банчей, существенно лучшую, чем в случае группировки в поле одной из волн. Этот эффект в ЛСЭ изучался в [37–43]; практическая реализация двухчастотного ондулятора представлена, например, в [44].

Начальная мощность излучения ЛСЭ может обеспечиваться затравочным источником когерентного электромагнитного поля. В ЛСЭ с самоусилением спонтанного излучения генерация начинается со случайных незначительных когерентных флуктуаций начального шума. Экспериментально установлено, что в изначально не сгруппированном пучке рост мощности когерентного излучения происходит от эффективной мощности, примерно равной 1/9 начальной мощности излучения [3, 4, 8], и, вообще говоря, зависит от настройки синхронизма. Рост мощности вынужденного излучения в ЛСЭ проходит по экспоненциальному закону следующим образом [45, 46]:

$$P_{L,n}(z) \approx P_{0,n} \frac{A(n,z) \exp(0,223z/Z_{\rm s})}{1 + [A(n,z) - 1] P_{0,n}/P_{n,\rm F}},$$

$$A(n,z) \approx \frac{1}{3} + \frac{1}{4,5} \operatorname{ch} \frac{z}{L_{n,\rm g}} + \frac{1}{0,444} \cos \frac{\sqrt{3}z}{2L_{n,\rm g}} \operatorname{ch} \frac{z}{2L_{n,\rm g}},$$
(1)

где $P_{0,n}$ — начальная мощность *n*-й гармоники, $L_{n,g} \approx \lambda_u/(4\pi\sqrt{3}n^{1/3}\rho_n)$ — длина усиления *n*-й гармоники, $L_{1,g} \equiv L_{n,g}$. Насыщение основного тона наступает на длине $Z_s \approx 1,07L_{1,g}\ln(9P_F/P_{0,1})$, где $P_0 \equiv P_{0,1}$ — его начальная мощность.

В предварительно сгруппированном электронном пучке, поступающем, например, из предыдущей секции ЛСЭ, мощность гармоник эволюционирует вдоль оси z, следуя логистической функции [47]:

$$P_{\mathrm{L},n}(z) \approx \frac{P_{0,n}F(n,z)}{1 + F(n,z)P_{0,n}/P_{n,\mathrm{F}}}, \qquad F(n,z) \approx 2 \left| \operatorname{ch} \frac{z}{L_{n,\mathrm{g}}} - \cos \frac{z}{2L_{n,\mathrm{g}}} \operatorname{ch} \frac{z}{2L_{n,\mathrm{g}}} \right|, \tag{2}$$

где $P_{0,n}$ — начальная мощность *n*-й гармоники, которая излучается из предыдущей секции ЛСЭ, или эквивалентная мощность $P_{0,n} \approx d_n b_n^2 P_{n,F}$ (где $d_3 \approx 8, d_5 \approx 120$), связанная с группировкой электронов с коэффициентом банчинга b_n ; последнее выражение применимо и для неизлучающихся чётных гармоник плоского ондулятора. Непрерывность коэффициента группировки электронов обеспечивается перенормировкой отношения параметров Пирса ρ_1 в отличающихся друг от друга ондуляторах соседних каскадов. Эволюция банчинга в уже сгруппированном пучке тоже происходит следуя логистической функции [47]. Дополнительный учёт шума электронного банча

К. В. Жуковский, А. М. Калитенко

можно провести с помощью введения поправки по формуле

$$N_{\mathrm{L},n} \approx \frac{P_{\mathrm{noise}}}{9} \frac{\mathrm{Sn}(z)}{1 + \mathrm{Sn}(z)/45},$$
$$\mathrm{Sn}(z) \approx 2 \left| \mathrm{ch} \frac{z}{L_{n,\mathrm{g}}} - \exp\left(\frac{z}{2L_{\mathrm{g}}}\right) \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}z}{2L_{\mathrm{g}}}\right) - \exp\left(\frac{-z}{2L_{\mathrm{g}}}\right) \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}z}{2L_{\mathrm{g}}}\right) \right|, \tag{3}$$

где P_{noise} — начальная мощность шума банча. Формулы (1) и (2) описывают независимую генерацию гармоник в линейном режиме. Кроме неё присутствует также нелинейная генерация гармоник, вызванная доминирующей гармоникой (обычно основным тоном). В режиме нелинейной генерации мощность *n*-й гармоники растёт быстрее, чем в режиме (2) независимой генерации гармоник. Излучение высших гармоник в однопроходном ЛСЭ исследовалось в работах [47–64]. Эволюция мощности индуцированной *n*-й гармоники соответствует пространственной зависимости *n*-й степени мощности основного тона (см., например, [47]):

$$Q_n(z) \approx P_{n,0} \frac{\exp(nz/L_g)}{1 + [\exp(nz/L_g) - 1]P_{n,0}/P_{n,F}}.$$
(4)

Соответствующая формуле (4) эволюция банчинга n-й индуцированной гармоники происходит вдоль координаты z следующим образом [53]:

$$b_n^2(z) = h_n^2 [P_1(z)/(P_e \rho_1)]^n, \qquad h_1 = 1, \ h_2 = 1,5, \ h_3 = 2,4, \ h_4 = 4,3, \ h_5 = 7,7,$$
 (5)

где коэффициенты h_1, \ldots, h_5 и $d_1 \approx 1, d_2 \approx 3, d_3 \approx 8, d_4 \approx 40$ и $d_5 \approx 120$ в выражении $P_{0,n} \approx a_n b_n^2 P_{n,F}$ обеспечивают согласие эволюции банчинга и мощности гармоник с численным моделированием и экспериментами с ЛСЭ и описывают несколько более раннее насыщение высших гармоник по сравнению с основным тоном. Полная мощность гармоник ЛСЭ включает в себя линейный и нелинейный члены: $P_n = P_{L,n} + Q_n$. Эта формула описывает эволюцию мощности в идеальном многосекционном однопроходном ЛСЭ.

2. УЧЁТ ПОТЕРЬ В РЕАЛЬНЫХ ЛСЭ

Для согласия предсказаний феноменологической модели с экспериментом необходимо учитывать потери. Потери мощности излучения и частичная разгруппировка электронов между секциями могут быть учтены коэффициентами для начальной мощности гармоники и группировки: $P_{n,0} \rightarrow g_n P_{n,0}, b_{n,0} \rightarrow w_n b_{n,0}$; они зависят от технических характеристик устройства и могут доходить до 30 % эквивалентной мощности: $g_n \approx 0.70 \div 0.95$. В случае расфазировки электронов и фотонов между ондуляторными секциями полная мощность излучения, приходящая в следующий каскад, не меняется, но лишь её часть будет задействована для перегруппировки электронов из-за смещения электронов по отношению к фотонному импульсу.

Расходимость пучка уменьшает параметр Пирса ρ_n следующим образом [47]:

$$\rho_n \to \rho_{\mathrm{D},n} = \frac{\rho_n}{(1+\mu_{\mathrm{D},n})^{1/3}}, \qquad \mu_{\mathrm{D},n} = \frac{\lambda_\mathrm{u}\lambda_n}{(4\pi)^2 \,\rho_n \sigma},$$
(6)

где поперечное сечение пучка электронов $\Sigma_{\text{full}} = \pi \sigma = P_{\text{e}}/(m_{\text{e}}c^2\chi J)$ связано с его мощностью P_{e} и плотностью тока $J = I_0/\Sigma_{\text{full}}$, где I_0 — ток в ондуляторе. Реальная коррекция $\rho_n \to \rho_{\text{D},n}$ может составлять до 30 % и должна учитываться везде, где присутствует ρ_n .

К. В. Жуковский, А. М. Калитенко

Разброс энергий в пучке σ_e и его расходимость увеличивают длину насыщения и уменьшают мощность насыщения. В рамках феноменологического подхода это описывается следующими формулами:

$$L_{n,g} \to L_{n,g} \Phi_n, \qquad \Phi_n \approx (\zeta^{\sqrt{n}} + 0.165\mu_{e,n}^2) \exp(0.034\mu_{e,n}^2), \tag{7}$$

$$P_{n,F} \to P_{n,F}\eta_n, \qquad \eta_n \approx \frac{\exp[-\Phi_n \left(\Phi_n - 0,9\right)] + 1.57 \left(\Phi_n - 0,9\right)/\Phi_n^3}{1.062},$$
(8)

$$\mu_{\mathrm{e},n}(\sigma_{\mathrm{e}},n) \approx 2n\sigma_{\mathrm{e}}/(n^{1/3}\rho_n),\tag{9}$$

$$\zeta \approx \sqrt{\prod_{i=x,y,\tilde{x},\tilde{y}} (1+\mu_i^2)} \Big/ \Big(1+0.159 \sum_{i=x,y,\tilde{x},\tilde{y}} \mu_i^2 - 0.066 \sum_{i=x,y,\tilde{x},\tilde{y}} \mu_i \Big), \tag{10}$$

где коэффициенты уширения μ_i [48] определяют влияние геометрии пучка и конечного эмиттанса, который зависит от числа периодов на длине нарастания (порядка $1/(2\pi\rho_1)$) через релятивистский параметр электронов γ , эмиттансы ε_x и ε_y , параметры Твисса β_x , β_y , γ_x и γ_y , бетатронную частоту $\omega_\beta = \pi k/(\gamma \lambda_u)$ и параметр ондулятора k:

$$\mu_{\tilde{\ell}} = \frac{1}{\tilde{\rho}} \frac{\gamma^2 \varepsilon_{\ell}}{(1+k^2/2)\,\lambda_{\mathrm{u}}\beta_{\ell}}, \qquad \mu_{\ell} = \frac{1}{\tilde{\rho}} \frac{\gamma^2 \omega_{\beta}^2 \varepsilon_{\ell}}{(1+k^2/2)\,\gamma_{\ell}},\tag{11}$$

Здесь $\ell = \tilde{x}, \tilde{y}; \ell = x, y$. Отметим, что чем выше номер гармоники, тем чувствительнее электронноволновое взаимодействие на этой гармонике к потерям, разбросу энергии, расходимости и т. д., как и в случае спонтанного ОИ [65, 66]. Для согласованного пучка в рентгеновском ЛСЭ с реалистичными значениями параметров Пирса $\rho \sim 10^{-3}$ и Твисса в несколько метров, имеем $\zeta = 1.01 \div 1.04$. Уточнения с учётом сложной зависимости $\zeta(\beta_x, \beta_y, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_x, \gamma_y, \omega_\beta)$ в [48] не дают существенного изменения величины ζ . Поправки (6)–(10) с учётом осевой асимметрии пучка дополняют феноменологическое описание эволюции мощности гармоник в однопроходном ЛСЭ. При оценке спектральной яркости источника излучения нужно учитывать эффективную расходимость его излучения в угол $\delta_{\ell} = \sqrt{\lambda/L_{\rm u} + \theta_{\ell}^2}$, где $L_{\rm u}$ — длина ондулятора, λ — длина волны излучения, θ_{ℓ} — угловая расходимость пучка, $\ell = x, y$. Оценка угловой расходимости когерентного излучения в режиме экспоненциального роста мощности может быть проведена по формуле [4, 10]: $\theta_{\rm rad} \approx \sqrt{\lambda/L_{\rm g}}$. Для яркости важен также эффективный поперечный размер источника излучения $\Delta_{\ell} = \sqrt{\lambda_{\rm u}L_{\rm u}/(4\pi)^2 + \sigma_{\ell}^2 + \theta_{\ell}^2 L_{\rm u}^2}$, где $\sigma_{\ell} = \sqrt{\varepsilon_{\ell}\beta_{\ell}}$ — поперечный размер электронного пучка, $\varepsilon_\ell = \sigma_\ell \theta_\ell$ – эмиттанс и $\beta_\ell = \varepsilon_\ell / \theta_\ell^2$ – параметры Твисса, $\ell = x, y$. Последние определяют полное сечение гауссова пучка $\Sigma_{\text{full}} = 2\pi \sqrt{\beta_x \varepsilon_x \beta_y \varepsilon_y}$; средний радиус пучка r даёт $\sigma = \pi r^2$ в [24, 25]. Для пространственной когерентности излучения необходимо, чтобы фазовый объём его источника был меньше дифракционного предела, $\Delta_\ell \delta_\ell \leq \lambda/(4\pi)$, что приводит к условию стабильной работы ЛСЭ, $\{\varepsilon_x, \varepsilon_y\} \leq \lambda/(4\pi)$ (см., например, [6, 8]). Так, на длине волны 1 нм, $\{\varepsilon_x, \varepsilon_y\} < 0,1$ нм·рад. Пространственное распределение излучения может быть рассчитано, например, с помощью программы SPECTRA [67, 68]. Другим условием генерации в ЛСЭ является малый разброс энергий [14, 15]: $\sigma_{\rm e} \leq \rho/2$. Взаимодействие излучения с электронами увеличивает начальный разброс энергии $\sigma_{\rm e,0}$ за счёт индуцированного электронами разброса $\sigma_{\rm FEL}$. Феноменологическая формула для этого была дана в [46]; её модификация с учётом всех поправок (6)–(10) позволяет описать эволюцию разброса энергий электронов пучка в реальном ЛСЭ, где присутствуют обе поляризации излучения $(x \, \mathrm{u} \, y)$:

$$\sigma_{\rm e}^2(z) = \sigma_{\rm e,0}^2 + \frac{3}{2} \sum_{\ell} \sqrt{\frac{\rho_{\ell;\rm D,1} P_{\ell;\rm 0,1} A_\ell(1,z)|_{\rho \to \rho_{\ell;\rm D,1}} / P_{\rm e}}{1 + 1.24 [A_\ell(1,z)|_{\rho \to \rho_{\ell;\rm D,1}} - 1] P_{\ell;\rm 0,1} / (\eta_1 P_{\ell;F}|_{\rho \to \rho_{\ell;\rm D,1}})}} \,. \tag{12}$$



Рис. 1. Эволюция мощности гармоник по длине ондуляторов ЛСЭ в эксперименте SPARC (a). Гармоники в феноменологической модели: n = 1 — красная сплошная, n = 3 — зелёная сплошная, n = 5 — синяя штриховая линии; гармоники PERSEO: n = 1 — чёрная сплошная, n = 3 — синяя пунктирная, n = 5 — красная штриховая линии; экспериментальные значения — точки. Пространственное распределение интенсивности излучения (δ): красный цвет — максимум интенсивности излучения, синий — минимум

Подчеркнём, что описанная выше модель является феноменологической и не следует непосредственно из решений уравнений для поля, энергии и т. д., а представляет согласующееся с ними эффективное описание эволюции мощности по длине ЛСЭ. Ниже мы проведём моделирование целой серии различных экспериментов с ЛСЭ и покажем, что с учётом всех основных потерь модель хорошо описывает эволюцию мощности гармоник в однопроходных ЛСЭ в широком диапазоне длин волн, включая рентгеновский.

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ С ЛСЭ

3.1. Моделирование эксперимента SPARC

С использованием программы PERSEO мы численно смоделировали эволюцию мощностей гармоник в эксперименте SPARC [69] и получили удовлетворительное соответствие экспериментальным данным (см. рис. 1). Разница заключается в том, что высшие гармоники мощнее, чем в эксперименте, и их насыщение в PERSEO наступает раньше, как и насыщение в PERSEO наступает раньше, как и насыщение в PERSEO наступает раньше, как и насыщение основного тона. Подобные отличия являются естественными даже для сложного трёхмерного моделирования, проведённого, например, в [69]. Моделирование мощности гармоник с представленной выше версией феноменологической модели (см. рис. 1) для

Таблица 1. Некоторые данные эксперимента SPARC (параметры электронного пучка: $E_{\rm e} = 151.9$ МэВ, $\gamma = 297,26$, $P_{\rm E} = 8,05$ ГВт, $J = 4,35 \cdot 10^8$ А/м², $\Sigma_{\rm full} = 1,219 \cdot 10^{-7}$ м², $I_0 = 53$ А, $\sigma_{\rm e} = 0,0009$, $\zeta = 1,02$; параметры ондулятора и ЛСЭ: k = 2,1, $\lambda_{\rm u} = 2,8$ см, $L_{\rm s} = 13,3$ м, $L_{\rm g} = 0,64$ м)

n	1	3	5
$f_{n,1}$	0,801	0,329	$0,\!199$
$ ho_{\mathrm{D},n,1}$	0,0023	0,0013	0,0010
λ_n , нм	507	169	102
$P_{\mathrm{F},n}, \mathrm{Bt}$	$2,\!46\cdot 10^7$	$328 \cdot 10^3$	168

сегментированного ЛСЭ даёт лучшее согласие с экспериментом: насыщение достигается примерно на 13 м длины ондуляторов. Данные моделирования приведены в табл. 1.

Соответствующий график параметра ζ для учёта потерь по формулам (7)–(10) представлен на рис. 2. Для 0,4 м $\leq \{\beta_x, \beta_y\} \leq 4$ м имеем 1,02 $\leq \zeta \leq 1,05$; по данным [69] $\beta_x = \beta_y \approx 1,5$ м.

С учётом пяти зазоров с длиной 0,5 м между ондуляторами с длиной 2,1 м получаем на-



Рис. 2. Функция ζ (10) для параметров Твисса β_x и β_y в эксперименте SPARC

сыщение основного тона примерно на 16 м, что соответствует заявленному в [69]. Когерентное излучение ЛСЭ имеет расходимость около 1 мрад; на рис. 16 видна небольшая пространственная асимметрия распределения интенсивности. Стоит отметить, что в работе [70] проводилось моделирование эксперимента SPARC с помощью программы GENESIS, которая предсказывает такой же порядок мощности насыщения и длину насыщения около 15 м.

3.2. Моделирование эксперимента LEUTL

Таблица 2. Некоторые данные эксперимента LEUTL (параметры электронного пучка: $\gamma = 499,02, P_{\rm E} = 46,92$ ГВт, $J = 4,6 \cdot 10^8$ А/м², $\Sigma_{\rm full} = 4 \cdot 10^{-7}$ м², $I_0 = 184$ А, $\sigma_{\rm e} = 10^{-3}$, $\zeta \approx 1,04$; параметры ондулятора и ЛСЭ: $k = 3,1, \lambda_{\rm u} = 3,3$ см, $L_{\rm s} = 14,6$ м (без зазоров между секциями), $L_{\rm g} = 0,8$ м, $L_{\rm s} = 15,1$ м)

n	1	3	5
$f_{n,1}$	0,755	$0,\!340$	0,228
$ ho_{{ m D},n,1}$	0,00214	0,00130	0,00100
λ_n , нм	385	128	77
$P_{\mathrm{F},n}, \mathrm{Bt}$	$1,3 \cdot 10^{8}$	$0,\!13 \cdot 10^{6}$	730

В эксперименте LEUTL [71] исследовалась генерация основного тона на длинах волн от 530 до 385 нм в сегментированном ЛСЭ с ондуляторами длины 2,4 м, периодом 3,3 см и параметром k = 3,1. Электроны в пучке имели энергию 217 МэВ для излучения $\lambda = 530$ нм и 255 МэВ для излучения $\lambda = 385$ нм (см. детали в [71]). Мы провели моделирование этого ЛСЭ и представляем ниже наиболее интересный случай излучения с длиной волны $\lambda = 385$ нм, в котором численная модель самих авторов эксперимента [71] давала наименее точное согласие с измерениями. Для моделирования мы, естественно, воспользо-

вались данными из [71], некоторые из которых приведены в табл. 2.

Шкала мощности в [71] представлена в относительных единицах, нормированных на экспери-

Рис. 3. Зависимость мощности излучения от координаты вдоль ондуляторов ЛСЭ в эксперименте LEUTL. Экспериментально измерялась только мощность первой гармоники (точки на рисунке); мощности гармоник в феноменологической модели: n = 1 — красная сплошная линия, n == 3 — зелёная штриховая линия, n = 5 — синяя штрихпунктирная линия. Мощности гармоник в PERSEO: n = 1 — чёрная сплошная, n = 3— синяя пунктирная и n = 5 — красная штриховая тонкие линии



ментальную мощность основного тона после первого сегмента ЛСЭ. Результаты моделирования в [71] давали несколько меньшие значения после первой ондуляторной секции и выходили на экспериментальные данные после второй секции. Рост мощности в эксперименте после второго сегмента ЛСЭ до насыщения составил согласно [71] величину порядка 10⁵. Мы представили результаты эксперимента точками на рис. 3 по заявленным в [71] данным, откладывая чистую длину ондуляторов ЛСЭ. Сплошная красная линия на рис. 3 соответствует феноменологическому моделированию роста мощности излучения основного тона, который измерялся в эксперименте. Численное моделирование с PERSEO также даёт хорошее согласие с экспериментом (см. рис. 3). Более того, результаты проведённого нами моделирования даже лучше соответствуют экспериментальным данным, чем численное моделирование самих авторов эксперимента (ср. [71]).

Так, расчёт начального роста мощности с дополнительным учётом шума по формуле (3) даёт результат, близкий к измерениям (см. рис. 3), длина и мощность насыщения также воспроизводятся хорошо. Результаты моделирования излучения с $\lambda = 530$ нм от электронов с энергией E = 217 МэВ и другие варианты эксперимента мы не приводим для краткости. Для них также получается хорошее согласие с экспериментом.

3.3. Моделирование эксперимента LCLS

Мы провели численное и феноменологическое моделирование эксперимента LCLS [72]. В эксперименте был использован пучок высокоэнергичных электронов с релятивистским фактором $\gamma = 26\,600$ и током 3 кА для генерации излучения с $\lambda_1 = 0,15$ нм в ондуляторе ЛСЭ с периодом $\lambda_u = 3$ см и k = 3,5. Разброс энергий электронов в пучке составлял $\sigma_e = 10^{-4}$, нормализованный эмиттанс по обеим координатам $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0,4$ м, сечение $\Sigma_{full} = 9 \cdot 10^{-9}$ м², плотность тока $J = 3,125 \cdot 10^{11}$ А/м². Насыщение зафиксировано на длине 60 м с мощностью около 12 ГВт; полная длина всех ондуляторов в 17 сегментах ЛСЭ с учётом зазоров по 15 см между ними составляет около 57,5 м. Расчётная длина усиления на установке была около 4 м, её экспериментально измеренное значение 3,5 м (см. детали в [72]). Мы воспроизвели рост мощности излучения по длине всех ондуляторов ЛСЭ посредством численного моделирования в программе PERSEO и в рамках феноменологической модели. Результаты представлены на рис. 4. Излучение на резонансной частоте оценено с помощью программы SPECTRA [67, 68]; оно направлено в угол около 6 мкрад; пространственное распределение его интенсивности смоделировано в 1 м от источника и представлено на рис. 4*б*.

Феноменологическая модель предсказывает насыщение основного тона на длине ондуляторов около 57,4 м, что идеально согласуется с измеренным значением с учётом промежутков между сегментами ЛСЭ (каждый сегмент имеет длину 3,4 м). Мы получили длину усиления $L_{\rm g} = 3,8$ м в феноменологической модели, это находится в интервале $3,5 \div 4,0$ м, рассчитанном в [72], и близ-



Рис. 4. Эволюция мощности гармоник в ЛСЭ с $\gamma = 26\,600$, $\sigma_e = 10^{-4}$, $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0.4$ мкм, $\lambda_u = 3$ см и k = 3,5 (a). Мощности гармоник в феноменологической модели: n = 1 — красная сплошная линия, n = 3 — синяя штриховая линия. Мощности гармоник в PERSEO: n = 1 — чёрная сплошная линия, n = 3 — синяя пунктирная линия. Экспериментальные значения — точки. Диапазон измеренных значений мощности для третьей гармоники указан штрихпунктирными линиями. Пространственное распределение интенсивности излучения в относительных единицах (δ): красный цвет — максимум интенсивности излучения, синий — минимум

ко к измеренному значению 3,5 м. В феноменологической модели пиковая мощность достигает 22 ГВт на чистой длине насыщения 57,5 м, что согласуется с проведённым нами численным моделированием в PERSEO (см. рис. 4) и со средним измеренным значением 12 ГВт с учётом осцилляций мощности в режиме насыщения. Эти осцилляции исследованы в [73] и хорошо воспроизводятся в PERSEO. Высшие гармоники излучения исследовались в [74]; в частности, была зарегистрирована третья гармоника с мощностью около или менее 2 % мощности основного тона для $\gamma = 26\,600$, $\sigma_e = 10^{-4}$. Этот диапазон показан штрихпунктирными линиями на рис. 4*a*. Отметим, что феноменологическое моделирование даёт результат для мощности третьей гармоники точно в диапазоне измеренных значений (см. штриховую синюю линию между двумя штрихпунктирными на рис. 4*a*). Это подтверждает обоснованность нашего подхода.

Вторая гармоника в жёстком рентгеновском диапазоне экспериментально не была зарегистрирована. Она зарегистрирована только в мягком рентгеновском диапазоне с мощностью в 20÷50 раз меньше мощности третьей гармоники: 0,04÷0,1 % от мощности основного тона [74]. Вторая гармоника на оси генерируется в результате того, что пучок имеет конечные геометрические размеры и присутствуют бетатронные осцилляции. Моделирование чётных гармоник плоского ондулятора проведено в рамках феноменологической модели, и, по нашей оценке, для второй гармоники в эксперименте LCLS мощность насыщения в рамках феноменологической модели оказывается ниже начальной мощности основного тона, поэтому она не показана на рис. 4. Это соответствует выводам [74].

4. МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ВТОРОЙ ЛИНИИ ЛСЭ SPRING 8

На установке SPRING 8 [75] в Японии проводится усовершенствование и испытание ЛСЭ с изменяемым параметром дипольности k для работы в мягком рентгеновском диапазоне 1÷12 нм. Мы провели моделирование эволюции мощности излучения второй линии ЛСЭ Spring 8 с максимальными значениями k = 2,1, энергии электронов E = 800 МэВ и тока 300 A (по данным [75]); значение тока не измерялось, оно получено путём расчётов разработчиками ЛСЭ (см. [75]). Ре-



Рис. 5. Эволюция мощности излучения в ЛСЭ Spring 8 с ондулятором с $\lambda_{\rm u} = 1,8$ см, k = 2,1 при $\gamma = 1570$, $\sigma_{\rm e} = 4,5 \cdot 10^{-4}$, $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 3$ мм · мрад (a). Мощности гармоник в феноменологической модели: n = 1 — красная сплошная линия, n = 3 — зелёная штриховая линия, n = 5 — синяя штриховая линия. Мощности гармоник в PERSEO: n = 1 — чёрная сплошная линия, n = 3 — синяя пунктирная линия, n = 5 — красная штриховая линия. Разброс энергий электронов по длине ондуляторов ЛСЭ (δ)

зультаты моделирования эволюции мощности излучения и разброса энергий электронов по длине ЛСЭ приведены на рис. 5.

В результате моделирования (см. рис. 5) мы получили максимальную мощность основного тона около 0,2 ГВт, длину усиления $L_{\rm g} = 1,2$ м, длину насыщения $L_{\rm s} \approx 14$ м, что соответствует полной длине ондуляторов ЛСЭ [75]; по результатам нашего моделирования в конце, на длине 14 м, ЛСЭ близок к насыщению. Обращает на себя внимание разброс энергий в пучке электронов (см. рис. 5), который, согласно [75], уже в начале ЛСЭ составляет $\sigma_{\rm e} < 0,0006$. Это сравнимо с параметром Пирса для первой гармоники: $\rho_1 \approx 0,0009$. Некоторые данные моделирования второй линии ЛСЭ Spring 8 приведены в табл. 3.

Для выполнения условия устойчивой генерации в ЛСЭ мы выбрали $\sigma_{\rm e} = \rho_1/2 = 0,00044$. Начальное значение $\sigma_{\rm e} = 0,0006$ довольно велико, $\sigma_{\rm e} > \rho_1/2$, и не гарантирует стабильную генерацию в ЛСЭ. Для генерации высших гармоник при $\sigma_{\rm e} = 0,0006$ условие $\sigma_{\rm e} \leq \{\rho_3/2, \rho_5/2, \ldots\}$ не выполняется. Поэтому 3-я гармоника на рис. 5 показана штриховой линией. Отметим, что для генерации третьей гармоники требуется пучок с начальным разбросом энергий электронов $\sigma_{\rm e} \approx$ $\approx \rho_3/2 \approx 0,00025$; условие $\varepsilon_x = \varepsilon_y \approx \lambda_3/(4\pi)$ для абсолютного эмиттанса означает $\varepsilon_x = \varepsilon_y \approx$ $\approx 0,3$ нм-рад. Тогда можно ожидать эволюции

Таблица 3. Некоторые данные моделирования второй линии ЛСЭ Spring 8 (параметры электронного пучка: $\gamma = 1570$, $P_{\rm E} = 241$ ГВт, $J = 5.1 \times 10^9$ А/м², $\Sigma_{\rm full} = 5.89 \cdot 10^{-8}$ м², $I_0 = 300$ А, $\sigma_{\rm e} = 0.45 \cdot 10^{-3}$, $\zeta \approx 1.05$; параметры ондулятора и ЛСЭ: k = 2.1, $\lambda_{\rm u} = 1.8$ см, $L_{\rm s} \approx \approx 14$ м, $L_{\rm g} = 1.2$ м)

n	1	3	5
$f_{n,1}$	0,801	0,329	$0,\!199$
$\rho_{\mathrm{D},n,1}$	0,00087	0,00048	0,00035
λ_n , нм	11,7	$3,\!90$	2,34
$P_{\mathrm{F},n}, \mathrm{Bt}$	$2,5 \cdot 10^{8}$	$1,2\cdot 10^5$	87

мощности и банчинга гармоник, показанных на рис. 6, с длиной усиления $L_{\rm g} \leq 1$ м и длиной насыщения на $L_{\rm s} \leq 12$ м.

Отметим, что в рентгеновском диапазоне эмиттансы могут превышать длину волны излучения, делённую на 4π . Для гармоник основной частоты это неравенство ещё сильнее, например для третьей гармоники LCLS эксперимента имеем $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 1.5 \cdot 10^{-11} > 0.4 \cdot 10^{-11} = \lambda_3/(4\pi)$,



Рис. 6. Эволюция мощности излучения в ЛСЭ с ондулятором с $\lambda_u = 1,8 \text{ см}, k = 2,1 \text{ при } \gamma = 1570 (a)$ и эволюция банчинга (δ), смоделированная при $\sigma_e = 2 \cdot 10^{-4}$ и $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0,3 \text{ мм} \cdot \text{мрад.}$ Мощности гармоники в феноменологической модели: n = 1 — красная сплошная линия, n = 3 — зелёная пунктирная линия, n = 5 — синяя пунктирная линия

интенсивность высших гармоник оказывается мала. Такой типичный режим работы ЛСЭ напоминает квазилинейную стабилизацию неустойчивостей в горячей плазме, которая происходит из-за разравнивания распределения резонансных частиц и не сопровождается генерацией гармоник.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

Нами использован феноменологический подход для оценки мощности излучения гармоник в каскадных однопроходных ЛСЭ. Модель описывает эволюцию мощности и банчинга основного тона и высших гармоник в односекционном и сегментированных ЛСЭ с учётом всех основных потерь. Учитывается дифракция пучка, его аксиальная асимметрия посредством введения параметров Твисса и эмиттанса для каждой координаты, разброс энергии электронов и влияние начального шума электронного банча на излучение в начале ЛСЭ. Учёт потерь проводится индивидуально для каждой гармоники ЛСЭ. Также проводится расчёт эволюции разброса энергий электронов по длине ондуляторов с учётом индуцированного ЛСЭ вклада.

В работе проведено моделирование целого ряда экспериментов ЛСЭ в различных условиях с разными ондуляторами и источниками электронов и излучением в диапазоне длин волн от 0,5 мкм до 0,15 нм. Феноменологическое моделирование выполнено с использованием программы аналитических вычислений Mathematica. Кроме того, проведено численное моделирование этих экспериментов в специализированной программе расчёта ЛСЭ, PERSEO, с библиотекой MathCAD; для расчёта пространственного распределения интенсивности излучения ондуляторов использовалась программа SPECTRA. Результаты феноменологического и численного моделирования были сопоставлены с экспериментальными данными.

Мы провели моделирование серии экспериментов: SPARC [69], LEUTL [71] и LCLS [72, 74] с использованием феноменологической модели и программы PERSEO. Сравнительный анализ эволюции мощности гармоник показал, что феноменологическая модель хорошо воспроизводит длину насыщения и длину усиления ЛСЭ, а также рост мощности гармоник ЛСЭ вплоть до насыщения. Осцилляции мощности в режиме насыщения описываются программой PERSEO, которая

даёт хорошее согласие средней мощности насыщения с экспериментом, но несколько более раннее насыщение мощности гармоник. Феноменологическая модель точнее предсказывает длину насыщения. Согласие результатов моделирования с разными экспериментами подтверждает правильность оценок для ЛСЭ в [38–43, 76–78].

С использованием феноменологического подхода нами проведено моделирование эволюции мощности излучения, коэффициентов группировки и разброса энергий электронов в находящемся в стадии модернизации ЛСЭ Spring 8 [75]. Нами установлено, что для устойчивой генерации основного тона с длиной волны $\lambda = 12$ нм в ЛСЭ Spring 8 требуется разброс энергий электронов $\sigma_{\rm e} = \rho_1/2 = 0,00044$, что несколько меньше максимального заявленного значения $\sigma_{\rm e} = 0,0006$, при котором не выполняется условие $\sigma_{\rm e} > \rho_1/2$. Анализ полученных результатов даёт мощность основного тона около 0,2 ГВт, длину усиления $L_{\rm g} = 1,2$ м, длину насыщения $L_{\rm s} = 14$ м, соответствующую полной длине ондуляторов ЛСЭ [75]. Для генерации третьей гармоники требуется пучок с начальным разбросом энергий электронов $\sigma_{\rm e} \approx \rho_3/2 \approx 0,00025$ и абсолютным эмиттансом $\{\varepsilon_x, \varepsilon_y\} < 0,3$ нм · рад. При этом можно ожидать длину усиления $L_{\rm g} \leq 1$ м и длину насыщения ЛСЭ $L_{\rm s} \leq 12$ м.

Имея надёжный и простой инструмент феноменологического анализа однопроходного ЛСЭ, можно успешно исследовать действующие, предлагаемые и будущие ЛСЭ. Более того, разработанный нами формализм позволяет легко описать новые конструктивные решения, например двухчастотные ЛСЭ с расфазировкой электронов и фотонов, и другие проекты в стадии разработки.

Авторы выражают благодарность рецензентам за полезные замечания, а также А. Борисову, А. Васильеву, А. Лобанову за обсуждение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Гинзбург В. Л. // Изв. АН СССР. Физика. 1947. Т. 11. С. 1651.
- 2. Motz H., Thon W, Whitehurst R. N. J. // Appl. Phys. 1953. V. 24. P. 826.
- 3. McNeil B. W. J., Thompson N. R. // Nature Photonics. 2010. V. 4. P. 814.
- 4. Pellegrini C., Marinelli A., Reiche S. // Rev. Mod. Phys. 2016. V. 88. Art. no. 015006.
- 5. Huang Z., Kim K. J. // Phys. Rev. ST-AB. 2007. V. 10. Art. no. 034801.
- Saldin E. L., Schneidmiller E. A., Yurkov M. V. The physics of free electron lasers. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2000. 470 p.
- 7. Bonifacio R., Pellegrini C., Narducci L. // Opt. Comm. 1984. V. 50. P. 373.
- Schmüser P., Dohlus M., Rossbach J., Behrens C. Free-electron lasers in the ultraviolet and X-ray regime. Springer Tracts in Modern Physics. V. 258. New York: Springer International Publishing, 2014. 231 p.
- 9. Pellegrini C. // Phys. Scr. 2016. V. 2016. Art. no. 014004.
- 10. Margaritondo G., Ribic P. R. // J. Synchrotron Rad. 2011. V. 18. P. 101.
- 11. Margaritondo G. // Rivista del Nuovo Cimento. 2017. V. 40, No. 9. P. 411.
- 12. Багров В. Г., Бисноватый-Коган Г. С., Бордовицын В. А. и др. Теория излучения релятивистских частиц. М.: Физматлит, 2002. 576 с.
- Margaritondo G. // Synchrotron radiation: basics, methods and applications. Berlin, Heidelberg: Springer, 2015. P. 29.
- 14. Albertin F., Astolfo A., Stampanoni M., et al. // X-Ray Spectrometry. 2015. V. 44, No. 3. P. 93.
- 15. Frank M., Carlson D. B., Hunter M. S., et al. // Intern. Union Crystallography J. 2014. V. 1. P. 95.

- Onuki H., Elleaume P. Undulators, wigglers and their applications. New York: Taylor & Francis, 2003. 449 p.
- 17. Пат. USA WO 00/73823 A1, МКИ G02B 5/08. MoRuBe Multilayers / M.A. Wall, S.C. Bajt. Заявл. 26.05.1999; Опубл. 07.12.2000.
- Пат. USA EP 1198725, МКИ G03F1/24. MoRuBe Multilayers / S. C. Bajt, M. A. Wall. Заявл. 17.05.2000; Опубл. 24.04.2002.
- 19. Kroll N. M., McMullin W. A. // Phys. Rev. A. 1978. V. 17, No. 1. P. 300.
- 20. Colson W. B. // Nucl. Instrum. Meth. A. 1997. V. 393. P. 82.
- 21. Sprangle P., Smith R. A. // Phys. Rev. A. 1980. V. 21, No. 1. P. 293.
- 22. Bonifacio R., Pellegrini C., Narducci L. M. // Opt. Comm. 1984. V. 50. P. 373.
- 23. Kim K. J., Xie M. // Nucl. Instrum. A. 1993. V. 331. P. 359.
- Giannessi L. // Proc. 28th Intern. Conf. FEL 2006. Berlin, Germany, 27 August–1 September 2006. P. 91.
- 25. Giannessi L. Perseo, FEL-CAD Library. http://www.perseo.enea.it.
- 26. Quattromini M., Artioli M., Di Palma E., et al. // Phys. Rev ST-AB. 2012. V. 15. Art. no. 080704.
- 27. Walker R. P. // Nucl. Instrum. A. 1993. V. 335. P. 328.
- 28. Винокуров Н.А., Левичев Е.Б. // Успехи физ. наук. 2015. Т. 185. С. 917.
- 29. Dattoli G. // J. Appl. Phys. 1998. V. 84, No. 5. P. 2393.
- 30. Жуковский К.В. // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физика. Астрономия. 2018. № 5. С. 18.
- 31. Жуковский К.В. // Журн. техн. физ. 2019. Т. 89, № 3. С. 426.
- 32. Жуковский К.В., Калитенко А.М. // Изв. вузов. Физика. 2019. Т. 62, № 2. С. 153.
- 33. Zhukovsky K., Kalitenko A. // J. Synchrotron Rad. 2019. V. 26. P. 605.
- 34. Savilov A. V., Nusinovich G. S. // Phys. Plasmas. 2007. V. 14. Art. no. 053113.
- 35. Nusinovich G. S., Dumbrajs O. // Phys. Plasmas. 1995. V. 2. P. 568.
- 36. Savilov A. V., Nusinovich G. S. // Phys. Plasmas. 2008. V. 15. Art. no. 013112.
- 37. Zhukovsky K., Potapov I. // Laser Part. Beams. 2017. V. 35. P. 326.
- 38. Zhukovsky K. // Europhysics Lett. 2017. V. 119. Art. no. 34002.
- 39. Жуковский К.В. // Изв. вузов. Физика. 2017. Т. 60, № 9. С. 155.
- 40. Жуковский К. В. // Изв. вузов. Физика. 2018. Т. 61, № 2. С. 67.
- 41. Zhukovsky K. // J. Phys. D. 2017. V. 50. Art. no. 505601.
- 42. Zhukovsky K. // Opt. Comm. 2018. V. 418. P. 57.
- 43. Zhukovsky K. // J. Appl. Phys. 2017. V. 122. Art. no. 233103.
- 44. Dattoli G., Mirian N. S., di Palma E., Petrillo V. // Phys. Rev. ST-AB. 2014. V. 17. Art. no. 050702.
- Dattoli G., Mikhailin V. V., Ottaviani P. L., Zhukovsky K. // J. Appl. Phys. 2006. V. 100. Art. no. 084507.
- 46. Dattoli G., Ottaviani P. L. // Opt.Comm. 2002. V. 204, No. 1. P. 283.
- 47. Dattoli G., Ottaviani P. L., Pagnutti S. // J. Appl. Phys. 2005. V. 97. Art. no. 113102.
- 48. Dattoli G., Giannessi, L., Ottaviani P. L., Ronsivalle C. // J. Appl. Phys. 2004. V. 95. P. 3 206.
- 49. Yu L.-H., Babzien M., Ben-Zvi I., et al. // Science. 2000. V. 289. P. 932.
- 50. Yu L.-H. // Phys. Rev. A. 1991. V. 44. P. 5178.
- 51. de Martini F. // Laser Handbook. V. 6 / Ed. by W. B. Colson, C. Pellegrini, A. Renieri. Amsterdam: North-Holland, 1990 P. 195.
- 52. Bonifacio R., de Salvo L., Pierini P. // Nucl. Instrum. A. 1990. V. 293. P. 627.
- 53. Huang Z., Kim K.-J. // Phys. Rev. E. 2000. V. 62. P. 7295.
- 54. Saldin E. L., Schneidmiller E. A., Yurkov M. V. // Opt. Comm. 2002. V. 202. P. 169.
- 55. Shaftan T., Yu L.-H. // Phys. Rev. E. 2005. V. 71. Art. no. 046501.
- 56. Li H.-T., Jia Q.-K. // Chinese Physics C. 2013. V. 37, No. 2. Art. no. 028102.

- 57. Deng H.-X., Dai Z.-M. // Chinese Physics C. 2013. V. 37, No. 10. Art. no. 102001.
- 58. Deng H.-X., Dai Z.-M. // Chinese Physics C. 2010. V. 34, No. 8. P. 1140.
- 59. Ling Z., Qin W., Zhao G., et al. // Chinese Physics C. 2016. V. 40, No. 9. Art. no. 098102.
- 60. Shintake T. // Nature Photonics. 2008. V. 2. P. 555.
- 61. Yu L.-H., Dimauro L. F., Graves W., Doyuran A. // Phys. Rev. Lett. 2003. V. 91. Art. no. 074801.
- 62. McNeil B. // Nature Photonics. 2008. V. 2. P. 522.
- 63. Tiedtke K., Azima A., von Bargen N., et al. // New J. Phys. 2009. V. 11. Art. no. 023029.
- 64. Schneidmiller E. A., Yurkov M. V. // Phys. Rev. ST-AB. 2012. V. 15. Art. no. 080702.
- 65. Zhukovsky K. // Nucl. Instrum. B. 2016. V. 369. P. 9.
- 66. Zhukovsky K. // Opt. Comm. 2015. V. 353. P. 35.
- 67. Tanaka T., Kitamura H. // J. Synch. Rad. 2001. V. 8. P. 1221.
- 68. Tanaka T. // Phys. Rev. ST-AB. 2014. V. 17. Art. no. 060702.
- 69. Giannessi L., Alesini D., Antici P., et al. // Phys. Rev. ST-AB. 2011. V. 14. Art. no. 060712.
- 70. Alesini D., Bertolucci S., Bellaveglia M., et al. // Physics Res. A. 2004. V. 528. P. 586.
- 71. Milton S. V., Gluskin E., Arnold N. D., et al. // Science. 2001. V. 292. P. 2037.
- 72. Emma P., Akre R., Arthur J., et al. // Nature Photonics. 2010. V. 4. P. 641.
- Krinsky S. Perturbation expansion for high-gain free-electron laser saturation. Stanford: SLAC, 2003. 27 p.
- 74. Ratner D., Brachmann A., Decker F. J., et al. // Phys. Rev. ST-AB. 2011. V. 14. Art. no. 060701.
- 75. Owada S., Togawa K., Inagaki T., et al. // J. Synchrotron Rad. 2018. V. 25. P. 282.
- 76. Zhukovsky K. // J. Optics. 2018. V. 20, No. 9. Art. no. 095003.
- 77. Жуковский К.В. // Вестник МГУ. Сер. 3. Физика. Астрономия. 2018. № 4. С. 26.
- Жуковский К.В., Потапов И.А., Калитенко А.М. // Изв. вузов. Радиофизика. 2018. Т. 61, № 3. С. 244.

Поступила в редакцию 18 июня 2018 г.; принята в печать 25 января 2019 г.

COMPARATIVE ANALYSIS OF PHENOMENOLOGICAL AND NUMERICAL MODELING OF EXPERIMENTS WITH SINGLE-PASS FREE-ELECTRON LASERS

K. V. Zhukovskiy and A. M. Kalitenko

We model the evolution of radiation harmonics in a single-pass free-electron laser using a phenomenological model, in which the main losses are taken into account separately for each of the harmonics. The modeling results are compared with the corresponding FEL experiments and the calculations, which we performed using the PERSEO code. A wide wavelength range (0.15–500 nm) is considered. The phenomenological description based on the use of several basic FEL parameters, such as the electron beam current, average energy, energy spread, and emittance of electrons, yields the results that correspond well to the LEUTL, SPARC, and LCLS experiments in various conditions. The evolution of the radiation power, bunching, and electron energy spread in the Spring 8 FEL at the follow-up stage is also considered. The necessity to improve electron beam parameters for generation of harmonics in this FEL is shown. The phenomenological model allows assessing the operation of the available and future FELs fast. Using it, one can model FELs with nearly any undulator with allowance for higher harmonics of their magnetic fields. Moreover, this model makes it possible to describe easily various effects in designed FELs, e.g., those with dephasing of electrons and photons, filtration of harmonics, and other features.

К. В. Жуковский, А. М. Калитенко