

УДК 551.466.3

РОЛЬ «ТОЛСТОГО» СОЛИТОНА В ДИНАМИКЕ СОЛИТОННОГО ГАЗА В РАМКАХ УРАВНЕНИЯ ГАРДНЕРА

Е. Г. Диденжулова^{1,2}, Е. Н. Пелиновский^{1,2}*

¹ Институт прикладной физики РАН;

² Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексева,
г. Нижний Новгород, Россия

Исследованы статистические моменты солитонного газа (среднее поле, дисперсия, асимметрия и эксцесс), описываемого в рамках уравнения Гарднера с отрицательной кубической нелинейностью. Рассмотрено влияние предельного («толстого», или столообразного) солитона на статистические моменты солитонного газа. Показано, что оно существенно, если интенсивность толстого солитона сравнима с интенсивностью солитонов умеренной амплитуды.

ВВЕДЕНИЕ

Уравнение Гарднера широко применяется в различных разделах физики, таких как радиофизика, физика плазмы, динамика жидкости и квантовая теория поля [1–7]. Оно представляет собой комбинацию уравнения Кортевега—де Вриза (КдВ) и модифицированного уравнения Кортевега—де Вриза (мКдВ) и включает квадратичный и кубический нелинейные члены. Как известно, уравнение Гарднера полностью интегрируется с помощью обратной задачи теории рассеяния. Особое значение для приложений играют солитоны, определяющие асимптотическую форму волнового поля в эволюционном процессе. Если кубический нелинейный член отрицательный, то все солитоны имеют одинаковую полярность, при этом их амплитуды ограничены амплитудой предельного (иногда называемого «толстым» или столообразным) солитона.

Особо отметим, что такое уравнение выведено для описания внутренних волн в океане, например, при наличии резкой границы в плотности морской воды [8, 9]. Внутренние солитоны могут повреждать подводные аппараты, нефтепроводы, вызывать перенос донных осадков, которые нарушают стабильность нефтяных платформ. Солитонные структуры интенсивных внутренних волн часто наблюдаются в различных частях Мирового океана [10–12]. В прибрежных областях нелинейные внутренние волны генерируются приливами и имеют форму осциллирующих фронтов (волнообразные боры или солиборы), близких к последовательности солитонов со случайными амплитудами и фазами [13–16]. В результате взаимодействия внутренних солитонов возникает солитонная турбулентность (солитонный газ). Она является частью более общей проблемы волновой турбулентности в интегрируемых системах, активно обсуждающейся сейчас в нелинейной физике, в основном на примерах классического уравнения Кортевега—де Вриза или нелинейного уравнения Шрёдингера. Солитонная турбулентность исследуется как на глубокой [17–20], так и на мелкой воде [21–23]. Изучение солитонной турбулентности в рамках уравнений КдВ и мКдВ представлено в работах [24–33]. Особое внимание в этих исследованиях уделено статистическим характеристикам солитонного газа, а также возможности возникновения аномально больших волн (волн-убийц) в таких системах.

В данной работе мы исследуем солитонный газ в рамках уравнения Гарднера, когда появление толстого солитона может менять динамику этого газа.

* eshurgalina@mail.ru

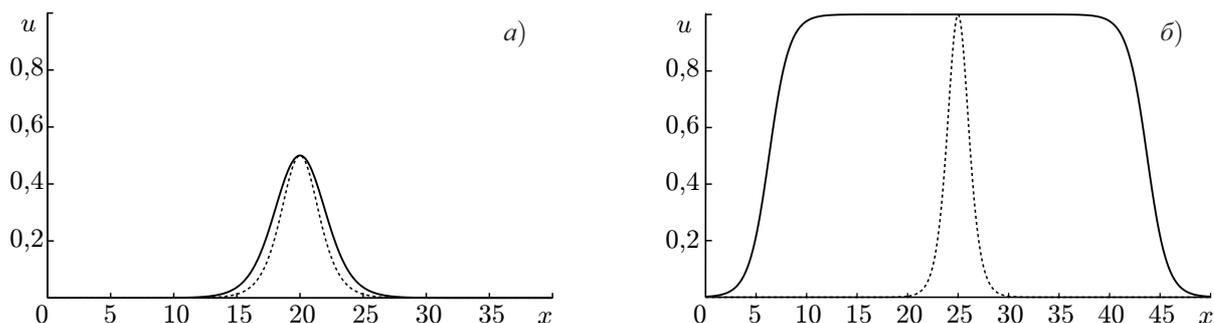


Рис. 1. Сравнение форм солитонов: пунктирная линия — солитон КдВ, сплошная линия — солитон Гарднера

1. УРАВНЕНИЕ ГАРДНЕРА И ЕГО СОЛИТОННОЕ РЕШЕНИЕ

Будем использовать каноническую форму уравнения Гарднера с отрицательной кубической нелинейностью для поля $u(x, t)$:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + 6u(1-u)\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0, \quad (1)$$

где x и t — координата и время соответственно; тогда все солитоны имеют положительную полярность. Солитонное решение имеет вид [34]

$$u(x, t) = \frac{B^2}{1 + \sqrt{1 - B^2} \operatorname{ch}[B(x - Vt - x_0)]}, \quad (2)$$

где x_0 — положение (фаза) солитона, параметр B ($0 < B < 1$) характеризует форму солитона (см. ниже), амплитуда солитона равна

$$A = \frac{B^2}{1 + \sqrt{1 - B^2}} \quad (3)$$

и меняется от 0 до 1, скорость солитона есть $V = B^2$.

В случае малых амплитуд ($B \ll 1$) солитон (2) принимает вид солитона Кортевега—де Вриза (см. рис. 1а):

$$u(x, 0) = A \operatorname{sch}^2[\sqrt{A/2}(x - x_0)]. \quad (4)$$

В другом предельном случае, при $B \rightarrow 1$, солитон имеет ограничение по амплитуде ($A_{\text{lim}} = 1$) и называется толстым, или столообразным, солитоном (см. рис. 1б). В этом случае солитон удобно представить в виде суммы кинка и антикинка [35–37]:

$$u(x, t) = \frac{1}{2}(\tanh Z_+ - \tanh Z_-), \quad (5)$$

где $Z_+ = (x - t + \delta_1 - x_0)/2$ и $Z_- = (x - t - \delta_1 - x_0)/2$, величина δ_1 соответствует половине ширины предельного солитона. Обозначим ширину солитона как

$$L_s = \frac{1}{A} \int_{-\infty}^{+\infty} u \, dx = \frac{4}{A} \operatorname{arth}[\sqrt{A/(2-A)}]. \quad (6)$$

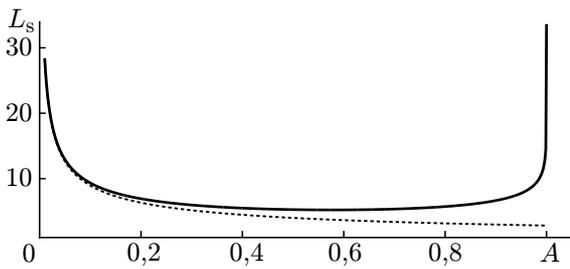


Рис. 2. Зависимость ширины солитона от его амплитуды в рамках модели Гарднера (сплошная линия) и модели КдВ (пунктирная линия)

В пределе малых амплитуд ширина солитона (КдВ-солитона) равна

$$L_s = 2\sqrt{2} / \sqrt{A}. \tag{7}$$

В другом предельном случае, при $A \rightarrow 1$, ширина солитона становится неограниченной. Соотношения между ширинами и амплитудами солитонов КдВ (4) и Гарднера (2) представлены на рис. 2. При $A > 0,6$ солитоны могут быть рассмотрены как широкие, и при $A > 0,99$ они имеют столообразную форму.

Парные солитонные взаимодействия в рамках уравнения Гарднера были рассмотрены в статьях [38–41].

2. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СОЛИТОНОВ ГАРДНЕРА

Необходимыми элементами статистической волновой теории являются моменты волновых полей. Рассмотрим сначала моменты волнового поля (среднее, дисперсия, асимметрия и эксцесс), состоящего из одного солитона. Таким образом, здесь будут рассчитаны детерминистские значения «статистических» моментов, что необходимо для дальнейшего понимания поведения статистических моментов солитонного газа. Для «усреднения» какой-либо величины проинтегрируем её по конечной области, размер которой много больше ширины солитона. Среднее поле равно

$$\langle u \rangle = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{+\infty} u(x) dx = \frac{4}{L} \operatorname{arth} \left(\sqrt{\frac{A}{2-A}} \right) = A \frac{L_s}{L}, \tag{8}$$

причём мы сразу заменили интегрирование в конечных пределах на интегрирование от $-\infty$ до $+\infty$, т.к. солитон экспоненциально мал при $L \gg L_s$ (L — размер расчётной области). В случае малых амплитуд (для КдВ-солитона) выражение (8) принимает вид

$$\langle u \rangle = 2\sqrt{2A} / L. \tag{9}$$

При увеличении амплитуды солитона среднее поле возрастает, особенно сильно в области больших амплитуд, близких к предельному значению (см. рис. 3а).

Дисперсия волнового поля так же вычисляется аналитически:

$$\sigma^2 = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{+\infty} u^2(x) dx - \left[\frac{1}{L} \int_{-\infty}^{+\infty} u(x) dx \right]^2 = \frac{AL_s}{L} - \frac{2\sqrt{A(2-A)}}{L} - \left(\frac{AL_s}{L} \right)^2. \tag{10}$$

При $L \rightarrow \infty$ последним слагаемым в (10) можно пренебречь и получается асимптотическая формула для дисперсии

$$\sigma^2 = \frac{AL_s}{L} - \frac{2\sqrt{A(2-A)}}{L}. \tag{11}$$

В предельном случае $A \rightarrow 0$ дисперсия находится так же, как и в случае КдВ-солитона:

$$\sigma^2 = \frac{8A^{3/2}}{3\sqrt{2}L}. \tag{12}$$

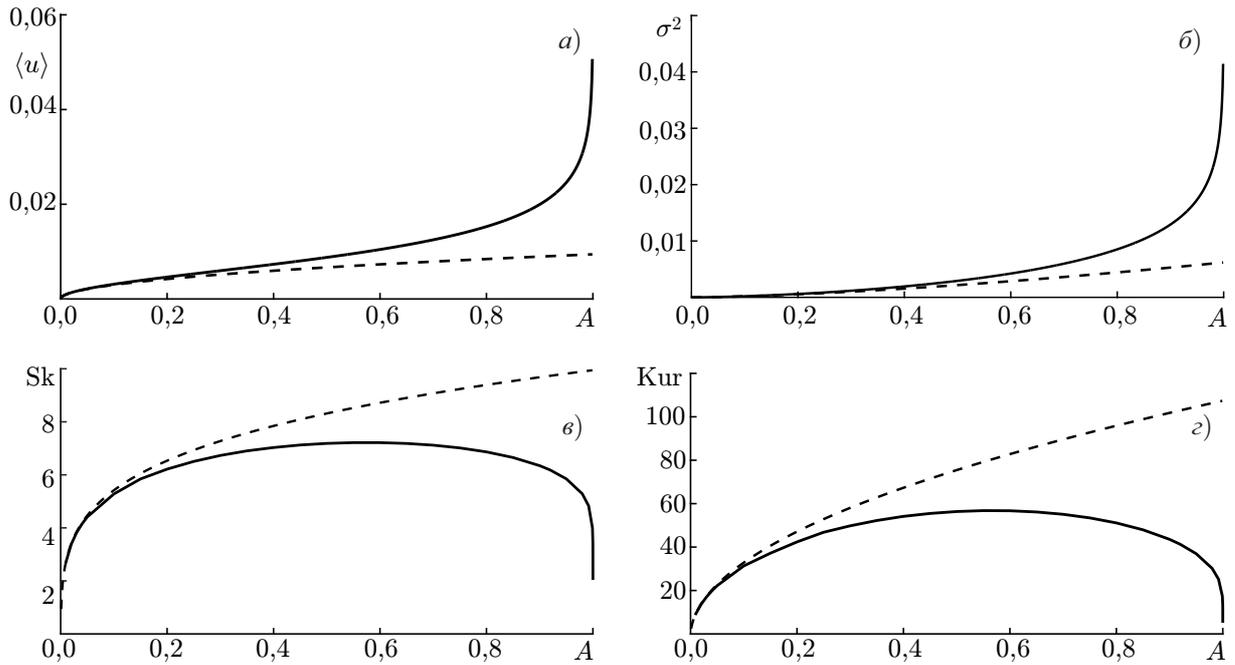


Рис. 3. Графики зависимостей моментов от амплитуды солитона: а — среднее поле, б — дисперсия, в — асимметрия, з — эксцесс ($L = 300$). Сплошная линия соответствует модели Гарднера, штриховая — модели КдВ

Дисперсия, как и среднее поле, увеличивается с ростом амплитуды солитона (см. рис. 3б).

Коэффициент асимметрии уже не вычисляется аналитически:

$$\begin{aligned}
 \text{Sk} &= \frac{1}{\sigma^3} \left\{ \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{+\infty} u^3(x) dx - \frac{3}{L^2} \int_{-\infty}^{+\infty} u^2(x) dx \int_{-\infty}^{+\infty} u(x) dx + 2 \left[\frac{1}{L} \int_{-\infty}^{+\infty} u(x) dx \right]^3 \right\} = \\
 &= \frac{1}{\sigma^3} \left\{ \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{+\infty} u^3(x) dx - \frac{6}{L} \left[2 \operatorname{arth} \sqrt{A/(2-A)} - \sqrt{A(2-A)} \right] \langle u \rangle + 2 \langle u \rangle^3 \right\}, \quad (13)
 \end{aligned}$$

но входящий сюда интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} u^3(x) dx$ легко может быть найден численно. При $L \rightarrow \infty$ справедлива следующая асимптотика для асимметрии солитона Гарднера:

$$\text{Sk} = \frac{1}{\sigma^3 L} \int_{-\infty}^{+\infty} u^3(x) dx = \frac{1}{L} \sqrt{\left(\frac{L}{AL_s}\right)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} u^3(x) dx. \quad (14)$$

В частности, для толстого солитона отсюда следует, что

$$\text{Sk} \sim \sqrt{L/L_s}, \quad (15)$$

а при $A \rightarrow 0$ имеем

$$\text{Sk} = \frac{2^{3/4} \sqrt{3} A^{1/4} L^{1/2}}{5}. \quad (16)$$

Экссесс волнового поля находится по формуле

$$\begin{aligned} \text{Kur} = \frac{1}{\sigma^4} \left\{ \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{+\infty} u^4(x) dx - \frac{4}{L^2} \int_{-\infty}^{+\infty} u^3(x) dx \int_{-\infty}^{+\infty} u(x) dx + \frac{6}{L^3} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} u(x) dx \right]^2 \int_{-\infty}^{+\infty} u(x)^2 dx - \right. \\ \left. - 3 \left[\frac{1}{L} \int_{-\infty}^{+\infty} u(x) dx \right]^4 \right\} = \frac{1}{\sigma^4} \left\{ \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{+\infty} u^4(x) dx - \frac{4}{L^2} \int_{-\infty}^{+\infty} u^3(x) dx \langle u \rangle + \right. \\ \left. + \frac{12}{L} \left[2 \operatorname{arth} \sqrt{\frac{A}{2-A}} - \sqrt{A(2-A)} \right] \langle u \rangle^2 - 3 \langle u \rangle \right\}, \quad (17) \end{aligned}$$

где интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} u^4(x) dx$ также находится численно. При $L \rightarrow \infty$ справедлива следующая асимптотика для эксцесса солитона Гарднера:

$$\text{Kur} = \frac{1}{\sigma^4 L} \int_{-\infty}^{+\infty} u^4(x) dx. \quad (18)$$

При $A \rightarrow 1$ эксцесс толстого солитона равен

$$\text{Kur} \sim L/L_s, \quad (19)$$

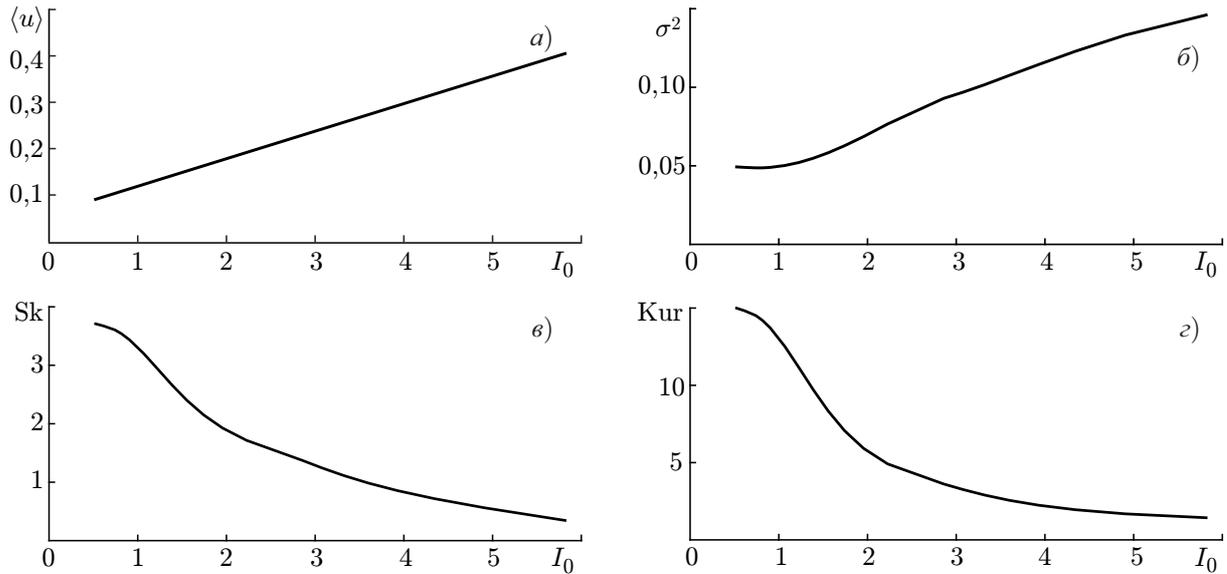
а при $A \rightarrow 0$ (для КДВ-солитона) эксцесс дается формулой

$$\text{Kur} = \frac{9\sqrt{2}LA^{1/2}}{35}. \quad (20)$$

Графики зависимости асимметрии и эксцесса от амплитуды солитона представлены на рис. 3в и г. Кривые немонотонные: при $A \approx 0,6$ моменты увеличиваются, а затем начинают уменьшаться. Такое поведение моментов может быть объяснено немонотонной зависимостью ширины солитона от его амплитуды в рамках уравнения Гарднера (см. рис. 2). Знание моментов одиночного солитона позволит выявить роль толстого солитона в динамике солитонного газа.

2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОМЕНТЫ СОЛИТОННОГО ГАЗА, СОДЕРЖАЩЕГО ТОЛСТЫЙ СОЛИТОН

Рассмотрим теперь динамику солитонного газа, содержащего толстый солитон. Уравнение (1) решается численно в пакете MATLAB псевдоспектральным методом с периодическими граничными условиями. Суть этого метода заключается в замене исходных дифференциальных уравнений в частных производных на обыкновенные дифференциальные уравнения для коэффициентов разложения искомых функций по некоторому базису. Найденные коэффициенты в каждый момент времени позволяют восстановить искомое решение с помощью быстрого преобразования Фурье. Детальнее этот метод описан в пособии [42]. Законы сохранения первого и второго моментов выполняются с точностью 10^{-14} и 10^{-8} соответственно. В реализации фиксируется толстый солитон с амплитудой $A^* = 0,99999999$ (его ширина равна $L_s = 38,2$) и добавляются другие солитоны с амплитудами, вплоть до величины 0,99. Формально газ оставшихся солитонов содержит разные солитоны, в том числе и толстые, однако последние явно меньше, чем пробный толстый солитон с амплитудой $A^* = 0,99999999$ (мы будем называть интенсивность такого газа умеренной). Число

Рис. 4. Графики зависимостей статистических моментов от параметра I_0

солитонов фиксировано и равно 30, как и размер расчётной области, равный 630; фазы солитонов (кроме фазы толстого солитона) кратны 20. При таких параметрах в начальный момент времени солитоны основного газа равномерно распределены в пространстве и не пересекаются.

Роль толстого солитона в газе будем характеризовать параметром

$$I_0 = \int_{50}^{630} u_{\text{gas}} dx / \int_0^{50} u_s dx, \quad (21)$$

т. е. отношением «массы» u_{gas} основного солитонного газа к «массе» u_s пробного толстого солитона. Толстый солитон в реализациях волновых полей локализован в пределах $0 \leq x \leq 50$, отсюда следует выбор пределов интегрирования в (21).

Прежде всего, оценим статистические моменты для мультисолитонного поля. Обратим внимание на то, что общий размер расчётной области определяется протяжённостью солитонного газа без толстого солитона. Но тогда вклад толстого солитона во все статистические моменты определяется как

$$\langle u_s^n \rangle \approx \int_{-\infty}^{+\infty} u_s^n dx. \quad (22)$$

Тем самым все моменты волнового поля при $t = 0$, когда солитоны разделены, представляются как

$$\langle u \rangle \approx \langle u_{\text{gas}} \rangle + L_s/L, \quad (23)$$

$$\sigma^2 \approx \sigma_{\text{gas}}^2 + L_s/L, \quad (24)$$

$$\text{Sk} \approx \frac{1}{\sigma^3} (\text{Sk}_{\text{gas}} \sigma_{\text{gas}}^3 + L_s/L), \quad (25)$$

$$\text{Kur} \approx \frac{1}{\sigma^4} (\text{Kur}_{\text{gas}} \sigma_{\text{gas}}^4 + L_s/L). \quad (26)$$

Когда толстый солитон отсутствует, все моменты, естественно, совпадают с моментами солитонного газа умеренной амплитуды.

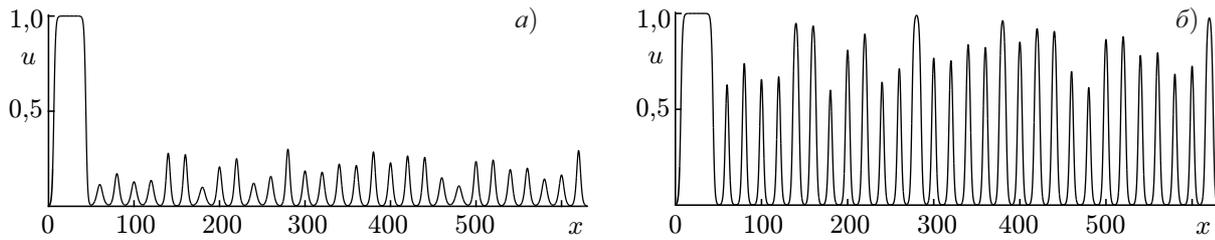


Рис. 5. Солитонные поля при $I_0 = 1$ (а) и $I_0 = 4$ (б)

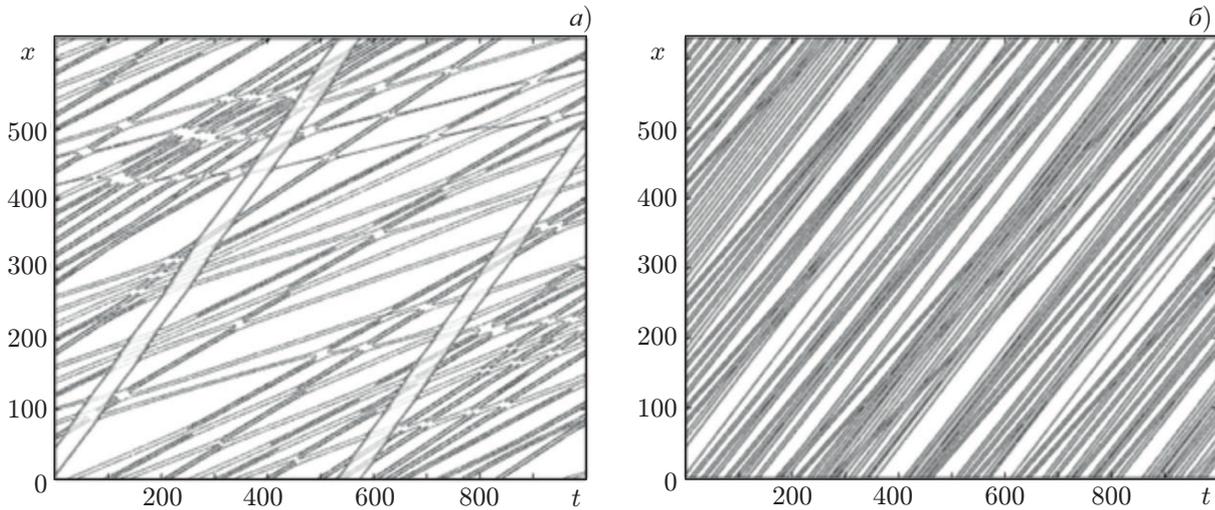


Рис. 6. Пространственно-временные диаграммы рассматриваемых солитонных полей при $I_0 = 1$ (а) и $I_0 = 4$ (б)

На рис. 4 показаны графики зависимости статистических моментов, вычисленных в начальный момент времени, от параметра I_0 . Первые два момента (среднее поле и дисперсия) увеличиваются с ростом величины I_0 в связи с ростом амплитуд умеренных солитонов, что следует из (23) и (24). Асимметрия и эксцесс, наоборот, уменьшаются с увеличением I_0 . Из графиков видно, что для $I_0 < 1$ и $I_0 > 4$ асимметрия и эксцесс не претерпевают относительно больших изменений. Поэтому мы выберем два контрольных значения этого параметра, $I_0 = 1$ (солитоны основного поля имеют амплитуды от 0,1 до 0,3 — газ малой интенсивности) и $I_0 = 4$ (солитоны имеют амплитуды от 0,6 до 0,99 — газ умеренной интенсивности), и рассмотрим динамику такого солитонного газа. Начальные реализации поля представлены на рис. 5.

На рис. 6 показаны пространственно-временные диаграммы рассматриваемых солитонных полей, на которых отчётливо прослеживаются траектории солитонов. Вычислительное время выбрано равным 1000. За это время толстый солитон проходит расчётную область практически дважды. На рис. 6б ($I_0 = 4$) траектории солитонов почти параллельны, что связано с близкими скоростями уединённых волн (в диапазоне амплитуд 0,60÷0,99 скорости солитонов отличаются на 20 %). На рис. 6а, напротив, видны многочисленные пересечения солитонов (их скорости различаются примерно в два раза), в результате чего некоторые солитоны замедляются и в течение некоторого времени имеют практически нулевую скорость. Данный эффект торможения солитонов из-за сдвигов фаз при их взаимодействии детально рассмотрен в статье [43].

Обсудим подробнее роль толстого солитона в газе малой интенсивности ($I_0 = 1$). Выделим следующие три случая: 1) «полное» солитонное поле, изображённое на рис. 5а; 2) такое же поле без толстого солитона ($u = 0$ при $x \leq 50$); 3) поле, когда толстый солитон заменён двумя средними по остальному полю солитонами. Для каждого случая рассмотрим также усреднение

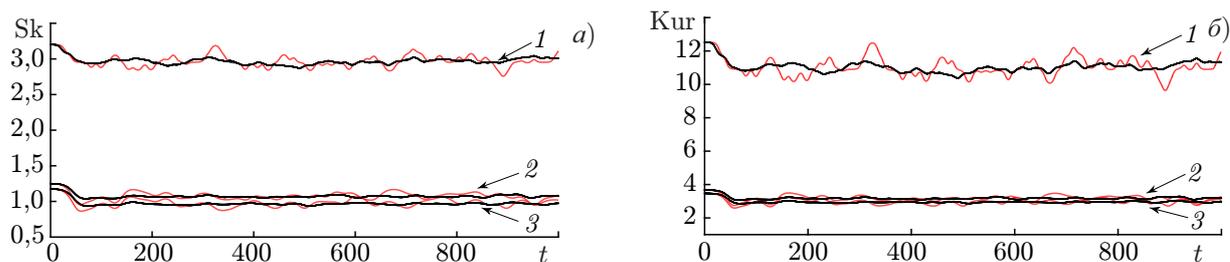


Рис. 7. Зависимости статистических моментов от времени для случая $I_0 = 1$. Красные линии соответствуют одной реализации, чёрные — усреднению по 10 реализациям. Номера кривых отвечают указанным в тексте случаям 1, 2 и 3

по 10 реализациям, в каждой из которых меняется лишь расположение солитонов. Очевидно, что присутствие толстого солитона (случай 1) значительно увеличивает среднее поле, которое сохраняется при эволюции. В свою очередь, среднее поле в случае 3 чуть больше среднего поля в случае 2 за счёт дополнительных солитонов. Среднее поле составляет 0,120; 0,063 и 0,067 для случаев 1, 2 и 3 соответственно. Таким образом, первый момент отличается в два раза для случаев с толстым солитоном и без него. Дисперсия составляет 0,0500; 0,0049 и 0,0050 для случаев 1, 2 и 3 соответственно. Асимметрия и эксцесс, напротив, меняются с течением времени. В случае 1 изменения усреднённых значений асимметрии и эксцесса достигают 6 % и 11 % соответственно (их усреднённые значения равны 2,96 и 11,04). В случае 2 изменения усреднённых значений асимметрии и эксцесса достигают 6 % и 7 % (их усреднённые значения равны 1,07 и 3,18). В случае 3 изменения усреднённых значений асимметрии и эксцесса достигают 8 % и 7 % (их усреднённые значения равны 0,97 и 2,96). На рис. 7 для случаев 1, 2 и 3, помимо одной реализации, представлено также усреднение по 10 реализациям. До $t \approx 50$ наблюдается переходная зона — резкий спад моментов, отмеченный в работах [29–31], здесь мы его не обсуждаем. Взаимодействие солитонов ведёт к уменьшению третьего и четвёртого моментов солитонного газа. Оно наиболее сильно при взаимодействии толстого солитона с солитонами, амплитуды которых близки к 0,25 (как это было показано в статье [40]).

Асимметрия и эксцесс солитонного газа, содержащего толстый солитон, в три раза превышают данные характеристики для солитонных полей в случаях 2 и 3, что демонстрирует значительный вклад предельного солитона в статистические моменты при $I_0 = 1$ (и меньше). Формулы (25) и (26) подтверждают сильное увеличение высших статистических моментов в случае присутствия толстого солитона в солитонном газе малых амплитуд.

Рассмотрим теперь статистические моменты солитонного поля для $I_0 = 4$. По-прежнему будем рассматривать три случая, описанные выше. Присутствие толстого солитона снова увеличивает среднее значение поля, однако в данном случае изменения совсем невелики из-за близости амплитуд солитонов: среднее значение поля составляет 0,29; 0,23 и 0,25 для случаев 1, 2 и 3 соответственно. Дисперсия принимает значения 0,110; 0,089 и 0,091 для случаев 1, 2 и 3 соответственно. Таким образом, в случае солитонного газа, содержащего предельный солитон, первый и второй моменты примерно на 25 % больше, чем без него. Асимметрия и эксцесс меняются с течением времени: в случае 1 изменения усреднённых значений асимметрии и эксцесса достигают 7 % и 5 % соответственно (их усреднённые значения равны 0,82 и 2,16). В случае 2 изменения усреднённых значений асимметрии и эксцесса достигают 4 % (их усреднённые значения равны 1,04 и 2,64 соответственно). В случае 3 изменения усреднённых значений асимметрии и эксцесса достигают 4 % (их усреднённые значения равны 0,95 и 2,44 соответственно). Поскольку в случае $I_0 = 4$ происходит взаимодействие солитонов с достаточно близкими амплитудами, то и изменения высших моментов меньше по сравнению со случаем $I_0 = 1$. На рис. 8 для каждого случая, помимо одной

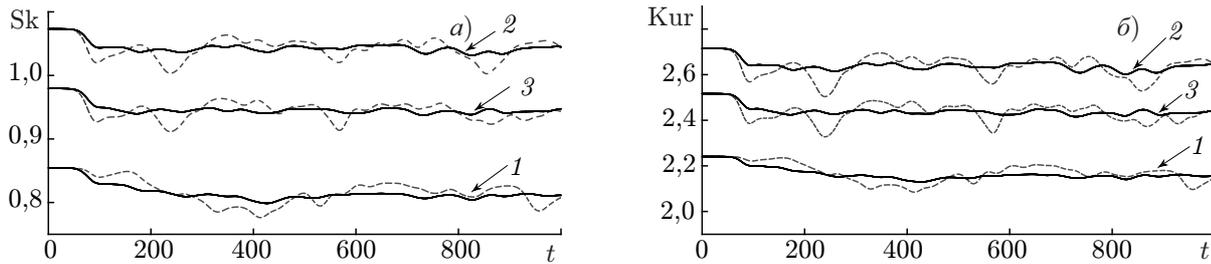


Рис. 8. Зависимости статистических моментов от времени для случая $I_0 = 4$. Штриховые линии соответствуют одной реализации, сплошные — усреднению по 10 реализациям. Номера кривых отвечают указанным в тексте случаям 1, 2 и 3

реализации, представлены также усреднённые значения.

Наличие толстого солитона уменьшает асимметрию и эксцесс волнового поля для $I_0 = 4$, что напрямую не следует из (25) и (26), где имеет место конкуренция параметров σ и σ_{gas} . Однако из-за близости амплитуд солитонов в солитонном газе разница моментов в случаях 1 и 2 невелика: они отличаются в 1,2 раза.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе исследованы статистические моменты солитонов в рамках уравнения Гарднера с отрицательной кубической нелинейностью, когда возможно существование предельного солитона. Изучена зависимость моментов одиночных солитонов (среднее поле, дисперсия, асимметрия и эксцесс) от их амплитуд. Для характеристики роли толстого солитона введён параметр, определённый как отношение «массы» (первого интеграла) солитонного поля (без учёта толстого солитона) к «массе» толстого солитона. Когда «масса» толстого солитона составляет менее 25 % общей «массы» волнового поля, вклад толстого солитона в высшие статистические моменты минимален (асимметрия и эксцесс солитонного поля без толстого солитона отличаются от данных моментов поля с толстым солитонном менее чем в 1,2 раза). Если «масса» толстого солитона равна «массе» всего остального поля, то эксцессы солитонного газа с присутствием толстого солитона и без него отличаются в 3 раза.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках проектов (18-02-00042 и 16-32-60012 (Е. Г. Диденкулова), 16-02-00167 (Е. Н. Пелиновский)).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Osborne A. R. Nonlinear ocean waves and the inverse scattering transform. Oxford: Academic Press, 2010. 976 p.
2. Konopelchenko B. G. // Inverse Problems. 1991. V. 7. P. 739.
3. Fu G., Tam H.-E. // J. Math. Anal. Appl. 2007. V. 330. P. 989.
4. Wazwaz A. M. // Commun. Nonlin. Sci. Numer. Simulat. 2007. V. 12, No. 8. P. 1395.
5. Ruderman M. S., Talipova T., Pelinovsky E. // J. Plasma Physics. 2008. V. 74, No. 5. P. 639.
6. El-Tantawy S. A., El-Awady E. I., Schlickeiser R. // Astrophys Space Sci. 2015. V. 360. P. 49.
7. El-Tantawy S. A. // Astrophys Space Sci. 2016. V. 361. P. 164.
8. Grimshaw R., Pelinovsky E., Talipova T., et al. // J. Phys. Oceanography. 2004. V. 34. P. 2774.
9. Grimshaw R., Pelinovsky E., Talipova T. // Survey in Geophysics. 2007. V. 28, No. 4. P. 273.
10. Pingree R. D., Mardell G. T. // Progress in Oceanography. 1985. V. 14. P. 413.

11. New A. L., Pingree R. D. // *Deep-Sea Res.* 1992. V. 39. P. 1521.
12. Stanton T. P., Ostrovsky L. A. // *Geophys. Res. Lett.* 1998. V. 25, No. 14. P. 2695.
13. Пелиновский Е. Н., Шургалина Е. Г., Родин А. А. // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.* 2015. Т. 51, № 5. С. 598.
14. Kurkina O., Rouvinskaya E., Talipova T., et al. // *Physica D.* 2016. V. 333. P. 222.
15. Talipova T., Pelinovsky E., Kurkina O., et al. // *Shock and Vibration.* 2015. V. 2015. Art. no. 875619.
16. Ostrovsky L., Pelinovsky E., Shrira V., et al. // *Chaos.* 2015. V. 25. Art. no. 097620.
17. Agafontsev D. S., Zakharov V. E. // *Nonlinearity.* 2016. V. 29, No. 11. P. 3551.
18. Дьяченко А. И., Захаров В. Е. // *Письма в ЖЭТФ.* 2008. Т. 88. С. 356.
19. Akhmediev N., Soto-Crespo J. M., Devine N. // *Phys. Rev. E.* 2016. V. 94. Art. no. 022212.
20. Soto-Crespo J. M., Devine N., Akhmediev N. // *Phys. Rev. Lett.* 2016. V. 116, No. 10. Art. no. 103901.
21. Osborne A. R., Segre E., Boffetta G. // *Phys. Rev. Lett.* 1991. V. 67. P. 592.
22. Osborne A. R., Serio M., Bergamasco L., et al. // *Physica D.* 1998. V. 123. P. 64.
23. Costa A., Alfred R. O., Donald T. R., et al. // *Phys. Rev. Lett.* 2014. V. 113. Art. no. 108501.
24. Dutykh D., Pelinovsky E. // *Phys. Lett. A.* 2014. V. 378. P. 3102.
25. Pelinovsky E. N., Shurgalina E. G., Sergeeva A. V., et al. // *Phys. Lett. A.* 2013. V. 377, No. 3–4. P. 272.
26. El G. A. // *Chaos.* 2016. V. 26, No. 2. P. 1.
27. Dutykh D., Chhay M., Fedele F. // *Computational Mathematics and Mathematical Physics.* 2013. V. 53, No. 2. P. 221.
28. Пелиновский Е. Н., Шургалина Е. Г. // *Изв. вузов. Радиофизика.* 2014. Т. 57, № 10. С. 825.
29. Шургалина Е. Г., Пелиновский Е. Н. Динамика ансамбля нерегулярных волн в прибрежной зоне. Нижний Новгород: НГТУ, 2015. 179 с.
30. Pelinovsky E., Shurgalina E. KDV soliton gas: interactions and turbulence // *Advances in Dynamics, Patterns, Cognition. Challenges in Complexity.* Cham: Springer, 2017. P. 295.
31. Shurgalina E., Pelinovsky E. // *Phys. Lett. A.* 2016. V. 380, No. 24. P. 2049.
32. Slunyaev A. V., Pelinovsky E. N. // *Phys. Rev. Lett.* 2016. V. 117. Art. no. 214501.
33. Carbone F., Dutykh D., El G. A. // *EPL.* 2016. V. 113, No. 3. Art. no. 30003.
34. Grimshaw R., Pelinovsky D., Pelinovsky E., Slunyaev E. // *Chaos.* 2002. V. 12, No. 4. P. 1070.
35. Слюняев А. В., Пелиновский Е. Н. // *Журн. техн. физ.* 1999. Т. 116. С. 318.
36. Горшков К. А., Соустова И. А. // *Изв. вузов. Радиофизика.* 2001. Т. 44, № 5–6. С. 502.
37. Горшков К. А., Соустова И. А., Ермошкин А. В., Зайцева Н. В. // *Изв. вузов. Радиофизика.* 2012. Т. 55, № 5. С. 380.
38. Пелиновский Е. Н., Слюняев А. В. // *Письма в ЖЭТФ.* 1998. Т. 67. С. 628.
39. Слюняев А. В. // *Журн. эксперим. теор. физ.* 2001. Т. 119. С. 606.
40. Шургалина Е. Г. // *Изв. вузов. Радиофизика.* 2017. Т. 60, № 9. С. 787.
41. Шургалина Е. Г. // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа.* 2018. № 1. С. 61.
42. Fronberg B. A practical guide to pseudospectral method. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1998. 244 p.
43. Шургалина Е. Г., Пелиновский Е. Н., Горшков К. А. // *Вестник Московского университета. Сер. 3. Физика. Астрономия.* 2017. № 5. С. 10.

Поступила в редакцию 4 мая 2018 г.; принята в печать 22 сентября 2018 г.

**THE ROLE OF “THICK” SOLITON IN THE DYNAMICS OF THE SOLITON GAS
WITHIN THE FRAMEWORK OF THE GARDNER EQUATION***E. G. Didenkulova and E. N. Pelinovsky*

We study the statistical moments of the soliton gas (mean field, variance, skewness, and kurtosis), which is described within the framework of the Gardner equation with negative cubic nonlinearity. The influence of the limiting (“thick” or table-like) soliton on the statistical moments of the soliton gas is considered. It is shown to be substantial if the thick-soliton intensity is comparable with that of the moderate-amplitude solitons.