

УДК 534.222

ЭВОЛЮЦИЯ УЗКОПОЛОСНЫХ ШУМОВЫХ ПУЧКОВ ПРИ БОЛЬШИХ АКУСТИЧЕСКИХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

С. Н. Гурбатов^{1*}, М. С. Дерябин^{1,2}, Д. А. Касьянов², В. В. Курин¹

¹ Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского;

² Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

Рассматривается распространение интенсивных акустических пучков, имеющих на начальной апертуре шумовую временную структуру. Экспериментально исследована эволюция вероятностного распределения и спектра волны на разрывной стадии распространения, когда поле на оси излучателя представляет собой последовательность разрывов с универсальным поведением между ними. Теоретически и экспериментально показано, что спектр поля при этом сохраняет свою форму, определяемую вероятностным распределением частоты исходной волны.

ВВЕДЕНИЕ

Данная работа посвящена экспериментальному исследованию эволюции интенсивных акустических пучков, возбуждаемых в воде мощным гидроакустическим излучателем. Характерные частоты излучения лежат в области нескольких мегагерц, амплитуды поля порядка 1 МПа, при этом акустическое число Рейнольдса лежит в диапазоне $600 \div 700$. Это требует весьма тщательного подхода к эксперименту и к выбору аппаратуры, т. к. для того, чтобы получить представление об эволюции подобных интенсивных сигналов, необходимо принимать и анализировать значительное количество гармоник.

Гидроакустических экспериментов, связанных с исследованием распространения интенсивных шумовых сигналов, крайне мало. Хорошо известны эксперименты в области воздушной акустики, например изучение интенсивных авиационных шумов [1–6] или распространение интенсивных шумов в трубах и в свободном пространстве [7–12]. Данные исследования могут дать некое общее представление о распространении интенсивного шума в нелинейной среде, но, пользуясь их результатами, практически невозможно предсказать поведение шумового сигнала, излучаемого реальным поршневым гидроакустическим излучателем.

Из-за возникающих дифракционных эффектов эволюция волновых пучков имеет ряд особенностей по сравнению с эволюцией плоских волн. Если для последних амплитуда поля монотонно спадает с увеличением расстояния от начальной апертуры, то для пучков характерна немонотонная зависимость амплитуды поля на оси от расстояния от излучателя. На разрывной стадии форма волны пучка несимметрична: амплитуда волны разрежения становится меньше амплитуды сжатия. Тем не менее, ряд эффектов, характерных для плоских волн, сохраняется и для интенсивных пучков. Это эффект насыщения, когда из-за совместного действия нелинейности и высокочастотного затухания происходит формирование универсальной структуры поля, а амплитуда волны перестаёт зависеть от амплитуды поля на входе ($z = 0$).

Наиболее полное на данный момент описание распространения интенсивного акустического пучка в параксиальном приближении можно получить в рамках уравнения Хохлова—Заболотской—Кузнецова [13–15]. Однако его решение, особенно при сложных распределении поля на апертуре излучателя и временной структуре самого сигнала, приходится находить численными

* gurb@rf.unn.ru

методами, при этом теряется наглядность и часто ускользает физический смысл. Тем не менее, ряд физических эффектов, сопровождающих распространение интенсивных шумовых пучков, можно предсказать в рамках одномерной модели.

Задача о распространении плоской шумовой волны сводится к отысканию статистических характеристик решения уравнений нелинейной акустики типа уравнения Римана и уравнения Бюргерса по заданной статистике на входе. Исследованию динамических и статистических свойств решений уравнения Бюргерса посвящено большое число работ (см., например, библиографию в монографиях и обзорах [16–21]). Эволюция спектров шумовых волн на оси интенсивного волнового пучка была исследована в [22].

В данной работе изучается эволюция вероятностных распределений и спектров квазимонохроматического пучка при больших числах Рейнольдса, когда нелинейные эффекты играют доминирующую роль в эволюции поля. Рассмотрено поле как на оси пучка, так и в поперечном сечении. Для шумовых волн как в одномерном случае, так и для волновых пучков, многократное нелинейное взаимодействие приводит к уширению спектра высших гармоник и формированию универсальных высокочастотных асимптотик спектра. Аналитические результаты, полученные для плоского приближения, обобщены на случай эволюции шумовых параксиальных пучков. Экспериментально показано, что модифицированная теория адекватно описывает форму спектра шумового сигнала на разрывной стадии распространения.

1. ЭВОЛЮЦИЯ ПЛОСКИХ КВАЗИМОНОХРОМАТИЧЕСКИХ ВОЛН

Эволюция плоских акустических волн обычно описывается уравнением Бюргерса [13, 23]. В безразмерном виде оно имеет вид

$$\frac{\partial v}{\partial z} - v \frac{\partial v}{\partial t} = \Gamma \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \quad (1)$$

где

$$v = \frac{p}{P_0}, \quad z = \frac{x}{l_{\text{nl}}}, \quad t = \omega_0 \theta. \quad (2)$$

Здесь $p(\theta, x)$ — акустическое давление, $\theta = T - x/c_0$ — время в системе координат, сопровождающей волну со скоростью звука c_0 , x — координата вдоль оси пучка, P_0 и ω_0 — характерные амплитуда и частота входного возмущения соответственно, $\Gamma = l_{\text{nl}}/l_{\text{diss}}$ — обратное акустическое число Рейнольдса. Характерные расстояния образования разрывов и диссипативных эффектов определяются соответственно выражениями

$$l_{\text{nl}} = \frac{c_0^3 \rho_0}{\varepsilon \omega_0 P_0}, \quad l_{\text{diss}} = \frac{2c_0^3 \rho_0}{b \omega_0^2}. \quad (3)$$

Здесь ε и b — нелинейный и диссипативный параметры среды.

Узкополосный шум можно представить как квазимонохроматический сигнал:

$$v_0(t) = a(t) \cos[\omega_* t + \varphi(t)], \quad (4)$$

где $a(t)$ и $\varphi(t)$ — функции, описывающие случайную амплитудную и фазовую модуляцию соответственно. В безразмерных переменных (2) амплитуда $a(t)$ и частота ω_* — величины порядка единицы, характерная дистанция образования разрыва $z_{\text{nl}} \approx 1$.

Нас интересует случай больших акустических чисел Рейнольдса. При исчезающе малой вязкости ($\Gamma \rightarrow 0$) решение уравнения Бюргерса (1) совпадает с неявным решением уравнения Римана, дополненным введением разрывов после появления в нём неоднозначности [13, 21, 23].

Если $\Delta\omega$ — характерная ширина спектра квазимонохроматической волны, то при $z \ll \ll z_n \omega_*/\Delta\omega$ можно ограничиться квазистатическим приближением, когда смещением разрывов можно пренебречь [24–26]. Отметим, что именно эта ситуация и реализуется в представленных ниже экспериментах.

В квазистатическом приближении можно считать на каждом из периодов амплитуду $a(t) \approx a(t_n)$ и локальную частоту $\tilde{\omega}(t) \approx \omega_*(t_n) + \Omega(t_n)$, $\Omega(t) = \partial\varphi(t)/\partial t$ постоянными, но случайными величинами. Моменты времени t_n , когда поле волны обращается в ноль, совпадают при этом с соответствующими моментами для исходной волны и определяются из уравнения

$$\omega_* t_n + \varphi(t_n) = \pi/2 + 2\pi n, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (5)$$

При $z > 3$ волна имеет практически линейный профиль между разрывами:

$$v(t, z) \approx -\frac{(t - t_n)a(t_n)\tilde{\omega}(t_n)}{1 + za(t_n)\tilde{\omega}(t_n)}, \quad v(t, z) \approx -\frac{t - t_n}{z}, \quad z \gg 1. \quad (6)$$

Из решения (6) следует, что из-за образования разрывов амплитудная модуляция подавляется и при $z \gg 1$ квазимонохроматическая волна трансформируется в последовательность пилообразных треугольных импульсов с одинаковым наклоном z^{-1} и со случайными положениями и амплитудами ударного фронта. Профиль пилообразной волны, а следовательно и её статистика, полностью определяются координатами нулей поля t_n и координатами τ_n разрывных фронтов.

В работе [24] была исследована эволюция вероятностного распределения квазимонохроматического сигнала с амплитудными флуктуациями на входе и показано, что при $z \gg 1$ оно стремится к равномерному. В работе [25] было установлено, что флуктуации частоты приводят на разрывной стадии к флуктуациям амплитуды пилообразной волны и, следовательно, к расплыванию краёв равномерного распределения.

При $z \gg 1$ в квазистатическом приближении для амплитуды разрыва $\Delta U_n(z)$ и его координаты $\tau_n(z)$ имеем

$$\Delta U_n(z) = \frac{t_{n+1} - t_n}{z}, \quad \tau_n(z) = \frac{t_{n+1} + t_n}{2}. \quad (7)$$

Пилообразная волна в данном случае имеет как амплитудную модуляцию, связанную с флуктуациями амплитуды разрывов $\Delta U_n(z)$, так и фазовую, обусловленную флуктуациями положений разрывов $\tau_n(z)$. При этом флуктуации амплитуды разрыва $\Delta U_n(z)$ обусловлены флуктуациями частоты $\Omega(t)$ входного сигнала:

$$\Delta U_n(z) = \frac{t_{n+1} - t_n}{z} = \Delta U_*(z) \left[1 - \frac{\Omega(t_n)}{\omega_*} \right], \quad \Delta U_*(z) = \frac{2\pi}{z\omega_*}. \quad (8)$$

В работе [26] было найдено выражение для спектра шумового сигнала такой волны на разрывной стадии. Было показано, что спектр поля полностью определяется вероятностным распределением частоты исходного сигнала. При этом форма спектра не меняется с расстоянием, а амплитуда спектра $\Delta U_*(z)$ монотонно спадает с увеличением z . В частности, для гауссова вероятностного распределения частоты с дисперсией σ_Ω^2 будем иметь следующее выражение для спектра волны на разрывной стадии:

$$S(\omega, z) = \frac{\Delta U_*^2}{4\pi^2} \frac{\omega_*^2}{\omega^2} \sum_{k=-\infty, k \neq 0}^{k=+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\Omega^2}} \frac{\omega_*}{\omega} \exp \left[-\frac{(\omega - k\omega_*)^2}{2\sigma_\Omega^2} \frac{\omega_*^2}{\omega^2} \right]. \quad (9)$$

Для случая узкополосных сигналов можно считать $\omega_*/\omega \approx k^{-1}$ и спектр каждой гармоники будет повторять форму вероятностного распределения частоты.

Из выражения (9) видно, что для узкополосных сигналов энергия каждой гармоники такая же, как и для гармонического сигнала, а ширина спектральной линии растёт с номером гармоники: $\Delta\omega_k = \Delta\omega_1 k$, где $\Delta\omega_1 = \sigma_\Omega$ — ширина спектральной линии первой гармоники. При $\Delta\omega_k > \omega_{с*}$ спектральные линии сливаются и формируется непрерывный степенной спектр

$$S(\omega, z) = \frac{1}{\omega^2} \frac{\omega_*}{4\pi^2} \langle \Delta U_m^2 \rangle. \quad (10)$$

Аналогично можно получить выражение и для спектра интенсивного шумового волнового пучка с узкополосным входным спектром. Как и для плоских волн, при больших числах Рейнольдса поле пучка на достаточно больших расстояниях от начальной апертуры представляет собой последовательность разрывов с универсальным поведением поля между ними. При выводе выражений для энергетического спектра поля $v(t, z)$ в работе [26] рассматривалась его производная $u(t, z) = \partial v(t, z)/\partial t$, представляющая собой последовательность дельта-образных импульсов с амплитудами, равными амплитудам разрывов, и с координатами, равными координатам разрывов. Фурье-образ этого процесса $C_u(\omega, z)$ представляет собой сумму фурье-образов отдельных импульсов $\Delta U_n(z) \exp(-i\omega\tau_n)$. При этом энергетический спектр представляет собой сумму интерференционных членов между фурье-образами отдельных разрывов. Отличия эволюции спектра шумового пучка связаны только с зависимостью амплитуды разрыва от расстояния. Если для плоской волны амплитуда разрыва монотонно падает с увеличением расстояния от начальной апертуры (см. (7) и (8)), то для волнового пучка из-за дифракции зависимость амплитуды разрыва от расстояния имеет немонотонный характер.

При конечных, но достаточно больших числах Рейнольдса форма ударных фронтов совпадает с формой стационарного ударного фронта, безразмерная ширина которого равна $\delta = 2\Gamma\omega_*^2 z/\pi$ [13, 21, 23]. Это приводит к появлению в выражениях для спектра (9) и (10) множителя $K(\omega, z) = [\omega\pi\Gamma/(2\omega_*)]^2 / \sinh^2[\omega\pi\Gamma/(2\omega_*)]$, описывающего экспоненциальное обрезание спектра $K(\omega, z) \approx \exp(-\omega\pi\delta/\omega_*)$ при $\omega \gg \omega_*$.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Описанная ниже экспериментальная установка по своей структуре близка к акустическому комплексу, использованному в работах [27, 28]. Отличия от указанного комплекса, предназначенного для исследования нелинейного взаимодействия бигармонических сигналов, связаны с излучающей системой. В приведённых ниже экспериментах использовался поршневой пьезокерамический излучатель фирмы «Olympus». Рабочая частота излучателя 2 МГц, эффективный радиус апертуры 13 мм. Добротность излучателя составляет не более 3. Для регистрации профиля интенсивных акустических волн использовался мембранный PVDF-гидрофон (D0904-06) с характерным размером чувствительного элемента 0,2 мм и с заводской калибровкой в диапазоне частот до 40 МГц.

В экспериментах с помощью генератора создавался шумовой сигнал в широком диапазоне частот, при этом в среду излучался узкополосный шум, определяемый амплитудно-частотной характеристикой излучателя. Сигнал накачки контролировался с помощью осциллографа через измерительный зонд «Tektronix P6139B». Принятый сигнал с гидрофона подавался на предусилитель «Power Supply» фирмы «Precision Acoustics» и предварительно анализировался осциллографом «Agilent DSO-X3034».

Измерения акустического поля проводились в основном на акустической оси излучателя. При измерениях гидрофон оставался неподвижным, а излучатель перемещался вдоль акустической оси. Автоматизированный комплекс позволял проводить детальные измерения структуры аку-

стического поля. Поле измерялось в диапазоне расстояний от начальной апертуры 50÷500 мм с шагом 1 мм.

3. ЭВОЛЮЦИЯ ИНТЕНСИВНЫХ ТОНАЛЬНЫХ ПУЧКОВ

Поскольку квазимонохроматический сигнал можно представить как совокупность тональных сигналов со случайными амплитудами, ниже для наглядности приведены результаты экспериментов по эволюции тональных сигналов с различными амплитудами. На рис. 1 приведено распределение акустического давления при пяти амплитудах на начальной апертуре излучателя. На рис. 2 показаны профили волн, зарегистрированные на расстояниях $x = 5; 20; 50$ см от апертуры излучателя при различных амплитудах давления на начальной апертуре. Амплитуда давления на апертуре излучателя составляла 0,3; 0,4; 0,6; 0,8 и 1,0 МПа. В плоской волне при данных амплитудах на входе расстояние образования разрыва $l_{\text{нл}}$ (3) равняется 25; 18; 12; 9 и 7 см соответственно.

Расстояние 20 см соответствует координате последнего дифракционного максимума в распределении поля, создаваемого используемым излучателем при его работе в линейном режиме. Данные зависимости получены в режиме излучения радиоимпульсов с длительностью 20 мкс с частотой заполнения 2 МГц и периодом следования 50 мс.

Характерной особенностью эволюции пучков, в отличие от случая распространения плоских волн, является немонотонная зависимость амплитуды поля на оси пучка от расстояния и асимметрия положительных и отрицательных пиковых значений амплитуды разрывов [14–16, 29, 30], что связано с дифракционными эффектами.

Зависимости, представленные на рис. 1, наглядно демонстрируют эффект насыщения амплитуды ударного фронта на больших дистанциях распространения. Последовательное увеличение амплитуды давления на начальной апертуре излучателя не приводит к пропорциональному приросту амплитуды ударного фронта на большом расстоянии от апертуры излучателя. Полного насыщения в данной экспериментальной ситуации не достигается из-за ограниченности дистанции распространения.

При незначительном проявлении нелинейных эффектов (кривая 1) координата максимума фронта сжатия находится в области последнего дифракционного максимума. При $P_0 = 0,4$ МПа (кривые 2 на рис. 1, 2) нелинейные эффекты уже приводят к образованию ударного фронта и его координата находится за последним дифракционным максимумом. До дистанции $x = 20$ см ударный фронт образуется только при $P_0 \geq 0,6$ МПа, причём чем больше P_0 , тем ближе к начальной апертуре расположен максимум фронта сжатия.

Также существенным отличием от случая плоских волн является асимметрия формы волны в параксиальном пучке. На рис. 3 показаны несколько периодов сигнала на оси пучка на расстоянии 50 см от излучателя (кривая 5 рис. 1).

Профиль волны с хорошей точностью можно аппроксимировать параболой:

$$v(t) = A[1 - \alpha(t/T^*) + \beta(t/T^*)^2/2], \quad (11)$$

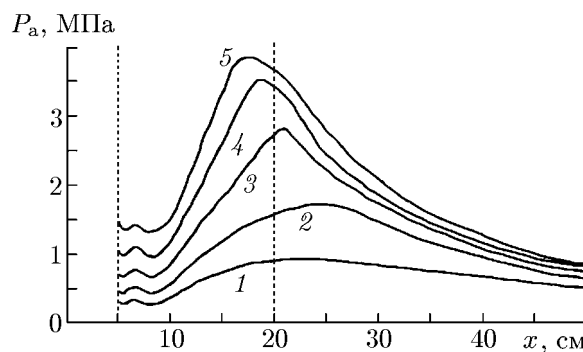


Рис. 1. Зависимость амплитуды фронта сжатия P_a акустической волны вдоль акустической оси при различных входных амплитудах на апертуре излучателя: $P_a = 0,3$ МПа (кривая 1); 0,4 МПа (2); 0,6 МПа (3); 0,8 МПа (4) и 1,0 МПа (5)

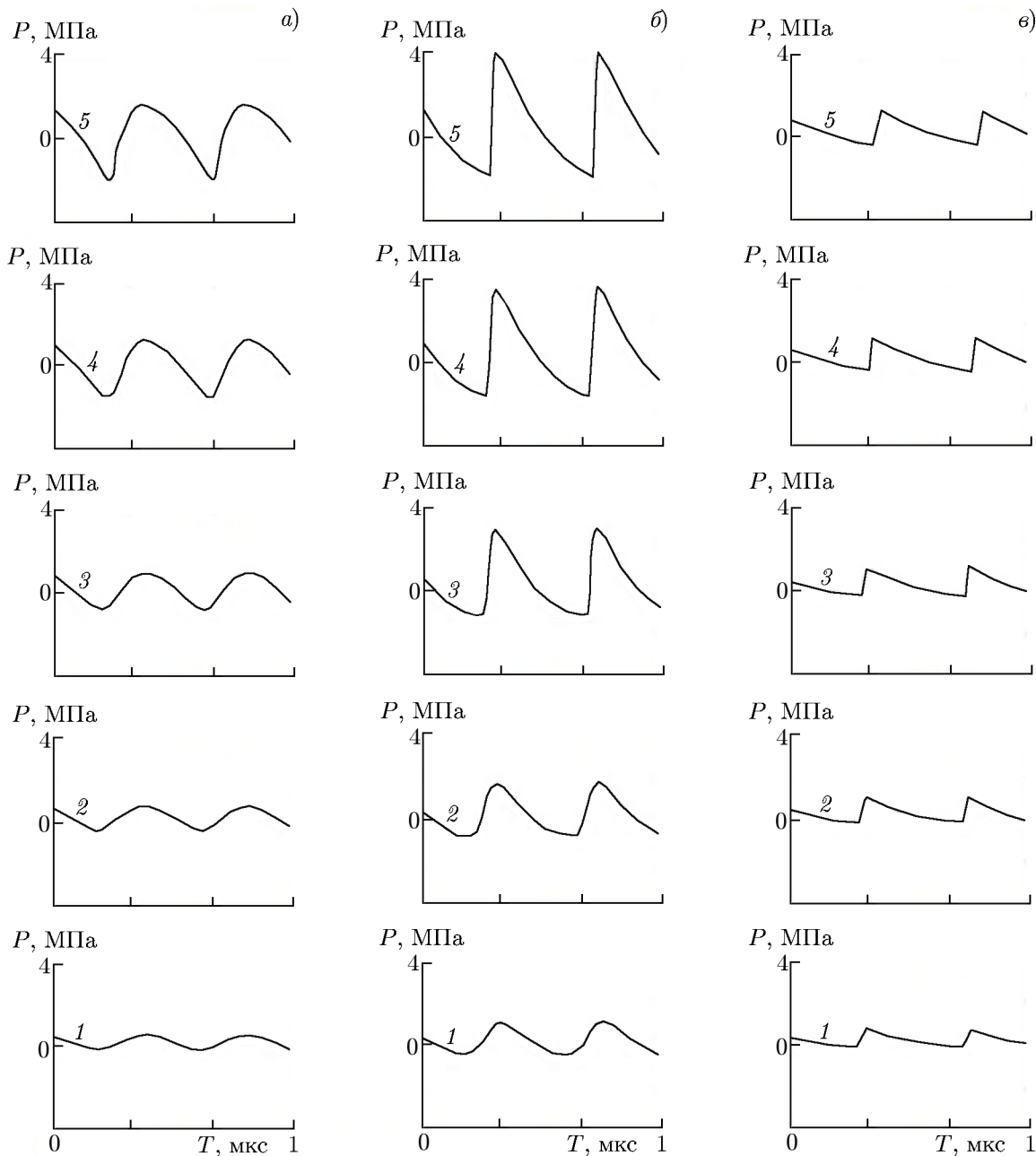


Рис. 2. Профили волны, зарегистрированные на расстояниях от излучателя $x = 5$ см (а); 20 см (б); 50 см (в). Кривые 1–5 соответствуют различным значениям P_0 (обозначения кривых такие же, как на рис. 1)

где $A = P_a/P_0$.

Константы α и β можно определить из следующих условий: $v(0) = A$, $v(T^*) = -\gamma A$, а интеграл выражения (11) по безразмерному периоду T^* равен 0. Величина γ находится из экспериментального профиля и в представленной экспериментальной ситуации составляет примерно 0,58. Отсюда следует, что

$$\alpha = 2(2 - \gamma) \approx 2,84, \quad \beta = 6(1 - \gamma) \approx 2,52. \quad (12)$$

Для плоской волны $\gamma = 1$ и, следовательно, $\alpha = 2$, $\beta = 0$, и выражение (11) описывает симметричный треугольный профиль.

Случайные процессы принято описывать вероятностными распределениями и спектрами. Для эргодических процессов плотность вероятности выражается через относительное время пребывания процесса $v(t)$ в интервале от v до $v + dv$ на достаточно большом интервале времени L :

$$W_v(v) = \frac{1}{L} \left\langle \int_0^L \delta[v - v(t)] dt \right\rangle = \sum_{n=1}^{N(0,L)} \frac{1}{L |v'[t_n(v)]|} = \sum_{n=1}^{N(0,L)} \frac{\Delta t_n}{L dv}, \quad (13)$$

здесь угловые скобки обозначают статистическое усреднение (т. е. усреднение по ансамблю реализаций), верхний штрих обозначает производную по аргументу, $\delta(x)$ — дельта-функция Дирака, $t_n(v)$ — корни уравнения $v(t) = v$, $N(0, L)$ — число пересечений процессом $v(t)$ уровня v .

Имея аналитическую аппроксимацию профиля волны, легко получить соответствующие характеристики и для тонального входного сигнала. Для периодических сигналов, когда случайной является начальная фаза сигнала, величина L в уравнении (13) равна периоду волны: $L = T^*$. Находя производную профиля волны (11) и корни $t_n(v)$ уравнения $v(t_n) = v$, из выражения (13) для плотности вероятности поля на оси пучка имеем

$$W_v(v) = \frac{1}{A \sqrt{4(2 - \gamma)^2 - 12(1 - v/A)(1 - \gamma)}}, \quad v \in (-\gamma A, A). \quad (14)$$

Случай нелинейной плоской волны при $z \gg 1$, когда она превращается в последовательность треугольных импульсов с одинаковым наклоном, соответствует $\gamma = 1$. При этом (14) переходит в равномерное распределение в интервале $v \in (-A, A)$. Из выражения (13) видно, что плотность вероятности тем больше, чем чаще процесс пересекает данный уровень v . Однако вклад каждого члена суммы зависит от скорости пересечения уровня v , чем выше скорость, тем меньше вклад. Соответственно, в отличие от случая плоской волны, распределение (14) асимметрично: плотность вероятности монотонно уменьшается при изменении v от $-\gamma A$ до A , что иллюстрируется на рис. 4.

Следует подчеркнуть, что распределение (14) является предельным и для случайного квазимонохроматического сигнала на больших расстояниях, когда происходит подавление случайной амплитудной модуляции (см. уравнение (7)).

В экспериментах по распространении шумового сигнала вероятностное распределение определялось как относительное время пребывания процесса $v(t)$ в интервале от v до $v + dv$. Поэтому приведём здесь график вероятностного распределения (относительного времени пребывания) поля на разрывной стадии для тонального входного сигнала, полученное усреднением по реализации. Теоретическая зависимость и экспериментально полученное распределение сопоставлены на рис. 5.

Поскольку в эксперименте для анализа использовалось окно конечной ширины, то на рис. 5

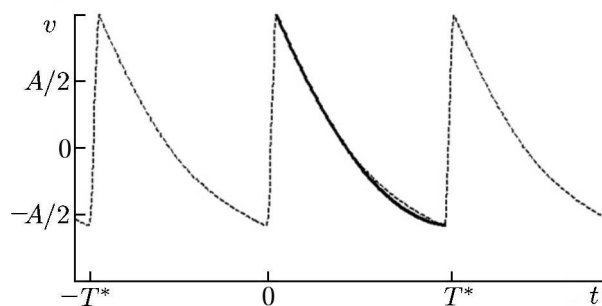


Рис. 3. Профиль пилообразной волны, зарегистрированной на расстоянии 50 см от апертуры излучателя, для трёх периодов (штриховая линия) и его аппроксимация параболой (сплошная линия)

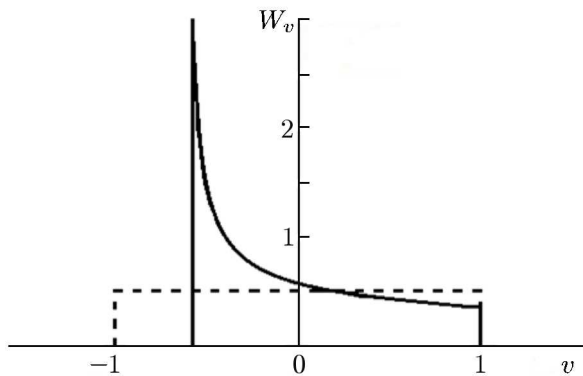


Рис. 4. Вероятностное распределение (14) тонального поля для пучка ($\gamma = 0,58$, сплошная линия) и плоской волны ($\gamma = 1$, штриховая линия)

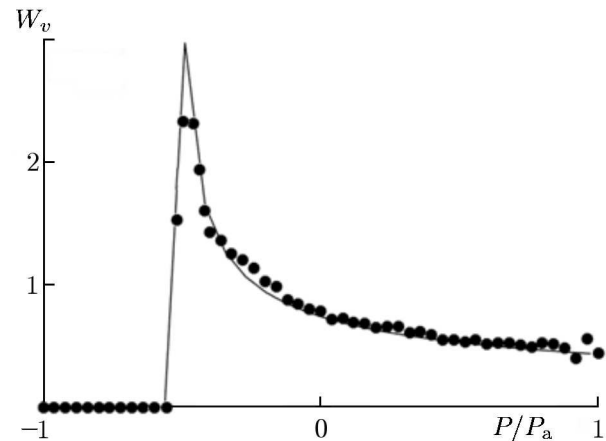


Рис. 5. Сравнение экспериментально полученного распределения (круги) и теоретической зависимости (14) и (15) (сплошная линия). Расстояние от излучателя 50 см, амплитуда на апертуре излучателя $P_0 = 1$ МПа. Ширина окна равна 2 % от максимальной амплитуды

приведена теоретическая кривая, полученная усреднением выражения (13) по интервалу Δv :

$$\bar{W}_v(v) = \frac{1}{\Delta v} \int_{-\Delta v/2}^{\Delta v/2} W_v(y) dy. \quad (15)$$

Ширина окна подбиралась с учётом дискретизации регистрируемых в эксперименте профилей волн. Погрешность построенного на рис. 5 вероятностного распределения составляет не более 1 % от максимальной амплитуды сигнала.

Сравним поведение фурье-компоненты

$$c_n(z) = \frac{1}{T^*} \int_0^{T^*} v(t, z) \exp[i(2\pi n t/T^*)] dt \quad (16)$$

в случае плоской волны и в случае пучка. Для амплитуды фурье-компонент c_n^{beam} поля на оси пучка, исходя из (11), (12) и (16), можно получить следующее выражение [22]:

$$|c_n^{\text{beam}}| = \frac{\Delta U}{2\pi n} \left(1 + \frac{\chi^2}{n^2}\right)^{1/2}, \quad \Delta U = A(1 + \gamma), \quad \chi = \frac{3(1 - \gamma)}{(1 + \gamma)\pi} = 0,25, \quad (17)$$

где ΔU — амплитуда разрыва.

Для нелинейной плоской волны при $z \gg 1$, когда она превращается в последовательность треугольных импульсов с одинаковым наклоном, следует в выражениях (12) и (17) положить $\gamma = 1$ и $\chi = 0$. При этом амплитуды гармоник спадают по степенному закону: $|c_n| = \Delta U_*/(2\pi n)$. Сравнивая это выражение с формулой для амплитуд гармоник на оси пучка, видим, что при одинаковой амплитуде волны сжатия амплитуды фурье-образов волнового пучка меньше, чем у плоской волны. При этом фурье-образы волнового пучка имеют мнимую часть, пропорциональную χ/n . Однако отличия в законах спада амплитуд фурье-образов незначительны ($\chi^2 \approx 0,06$) и уменьшаются с ростом номера гармоники. Отличия в форме волны обусловлены различиями в фазах

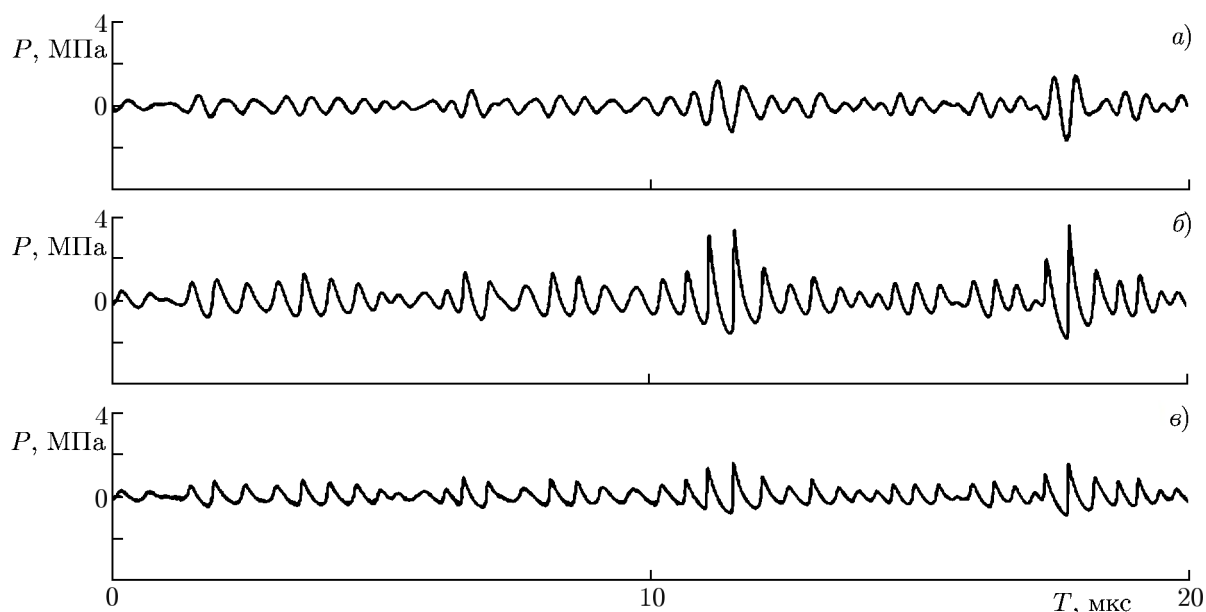


Рис. 6. Осциллограммы шумовых сигналов на расстояниях от излучателя $x = 5$ см (а), 20 см (б) и 50 см (в). Максимальная амплитуда на апертуре излучателя составляет 1 МПа

гармоник, что связано с дифракционными эффектами [29, 30]. Для энергетических спектров фазы фурье-компонент неважны, именно поэтому формы спектров шумовых волновых пучков и плоских волн практически совпадают.

4. ЭВОЛЮЦИЯ ШУМОВЫХ КВАЗИМОНОХРОМАТИЧЕСКИХ ПУЧКОВ

Эксперименты по изучению эволюции интенсивного шума были организованы следующим образом. Цифровым генератором создавалась временная реализация широкополосного шума с длительностью около 20 мкс. Данная реализация записывалась и подавалась на излучатель через цепи усиления отдельно для каждого пространственного положения системы излучатель—гидрофон. При этом ширина спектральной линии определялась добротностью гидрофона. Данная схема позволяет с использованием единственного гидрофона исследовать эволюцию отдельной реализации шума на разных расстояниях от излучателя.

На рис. 6 приведены осциллограммы шумовых сигналов на расстояниях от излучателя $x = 5$; 20 и 50 см. Максимальная амплитуда на апертуре излучателя составляла 1 МПа, она оценивалась по уровню амплитуды тонального сигнала в последнем дифракционном максимуме распределения акустического давления на акустической оси излучателя [28]. На малых расстояниях от апертуры излучателя ударные фронты в профиле шумовых пучков образовываться не успевают. К дистанции $x = 20$ см ударные фронты формируются в профилях участков реализаций пучка с самой высокой амплитудой. К дистанции $x = 50$ см ударные фронты сформировались на большинстве участков профиля шумового пучка, при этом видна тенденция к подавлению амплитудной модуляции, как и предсказывается теорией. Полного выравнивания амплитуд перекоебаний в данной экспериментальной ситуации не происходит, т. к. для этого необходимы большие дистанции. Поэтому трудно ожидать, что вероятностное распределение будет близко к предельному (14). Для качественной оценки формы вероятностного распределения на этих расстояниях рассмотрим модельное распределение, считая, что профиль уже описывается формулой (9), а амплитуда A ещё распределена по рэлевскому закону с некоторой эффективной дисперсией.

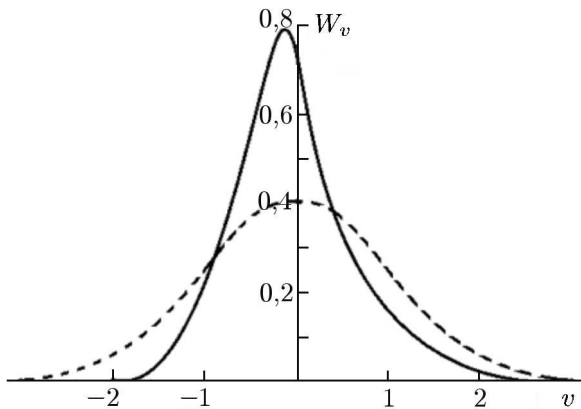


Рис. 7. Модельное вероятностное распределение, полученное усреднением выражения (14) с помощью рэлеевского распределения амплитуды A (сплошная линия) и форма распределения поля скорости случайного входного сигнала, которая описывается гауссовским распределением (штриховая линия)

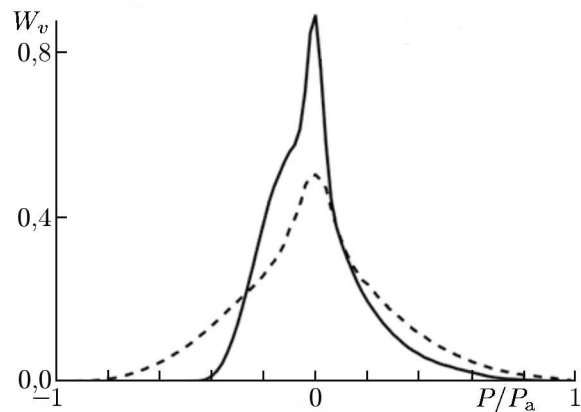


Рис. 8. Вероятностное распределение узкополосного интенсивного шумового сигнала на расстояниях 5 см (штриховая линия) и 50 см (сплошная линия) от излучателя

Данное модельное распределение изображено на рис. 7. На рис. 8 представлено экспериментально полученное распределение плотности вероятности узкополосных сигналов интенсивного шума на расстояниях от излучателя 5 и 50 см. Из рис. 7 и 8 видно, что это распределение довольно далеко от асимптотического распределения (рис. 4 и 5). И действительно, значительная часть реализации шума, показанной на рис. 6, далека от насыщения. Но, тем не менее, экспериментальные зависимости иллюстрируют начальную стадию формирования асимметричного распределения плотности вероятности в случае волновых пучков.

Для исследования спектральных характеристик шумового сигнала для каждой рассматриваемой координаты пространства записывалось 1000 осциллограмм с длительностью 20 мкс. Для каждой осциллограммы рассчитывалась отдельная спектральная характеристика. Затем в рассматриваемой точке вычислялся усреднённый по всем реализациям спектр. На рис. 9 изображены амплитудные спектры шумовых сигналов и максимумы гармоник амплитудного спектра тонального сигнала на расстояниях от излучателя $x = 5$; 20 и 50 см. Для того, чтобы подчеркнуть возникновение универсальной асимптотики спектра (9), на рис. 9 также представлена зависимость $[S(\omega, z)\omega^2]^{1/2}$, соответствующая теоретической формуле (9).

В рамках плосковолнового приближения нельзя теоретически предсказать величину амплитудного спектра реального сигнала, но можно получить форму спектральной характеристики. Для построения теоретической зависимости на рис. 9 в формуле (9) параметры $\sigma^2\Omega$ и ΔU^* подбирались для экспериментальных условий, соответствующих дистанции распространения сигнала $x = 50$ см. Точками на рис. 9 приведены максимумы гармоник амплитудного спектра тонального сигнала.

Отличия теории и эксперимента в низкочастотной области (в районе первой гармоники) обусловлены тем, что в теории использовалась аппроксимация распределения вероятности начальной частоты гауссовой кривой. В экспериментах ширина и форма спектра определялась низкочастотным излучателем, коэффициент пропускания которого уменьшался при больших отклонениях от центральной частоты медленнее, чем для гауссовой кривой. Тем не менее, при сравнении теоретических и экспериментальных данных видно, что, уже начиная со второй гармоники, гауссова аппроксимация вероятностного распределения начальной частоты хорошо описывает экспе-

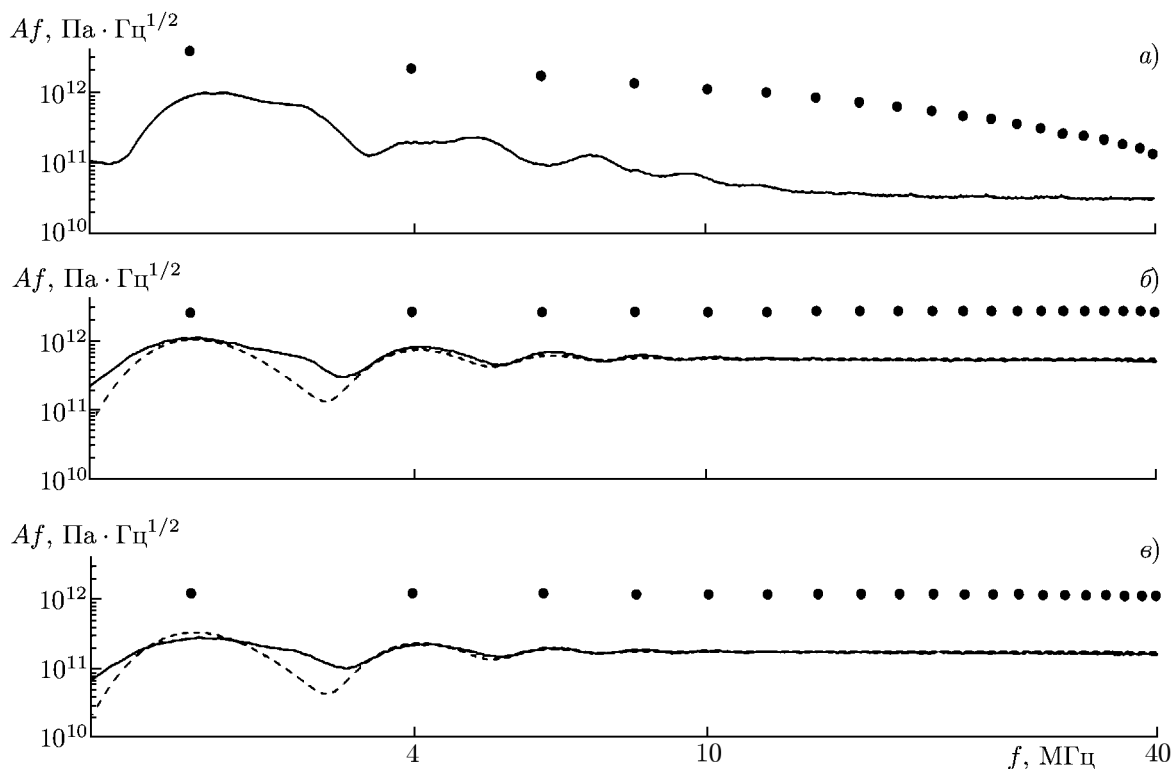


Рис. 9. Амплитудные спектры шумовых сигналов и максимумы гармоник амплитудного спектра тонального сигнала в двойном логарифмическом масштабе для расстояний $x = 5$ см (а), 20 см (б) и 50 см (в). Для наглядности величина амплитудного спектра сигнала умножена на частоту. Штриховой линией изображена теоретическая зависимость (9)

риментальные данные для спектра шума на разных расстояниях от излучателя. Таким образом, из эксперимента видно, что для шумовых квазимонохроматических пучков на стадии развитых разрывов формируется спектр, форма которого не изменяется с расстоянием, а в области высоких частот реализуется универсальный степенной спектр.

При удалении от оси пучка амплитуда поля падает, соответственно уменьшается и эффективное число Рейнольдса. Это приводит к тому, что на больших частотах степенное спадание спектра сменяется экспоненциальным.

На рис. 10 приведены спектры тонального и шумового сигнала в поперечном сечении пучка ($x = 50$ см, $r = 0 \div 30$ мм, r — поперечная координата). Для наглядности представленные спектры нормированы на максимальное значение.

При регистрации тонального акустического сигнала на расстояниях от акустической оси излучателя более 25 мм в спектре сигнала есть экстремумы (см., например, рис. 10, $r = 30$ мм). Характерный вид осциллограммы в этой области пучка приведён на рис. 11. Профиль волны в данном случае имеет два переколебания на одном периоде. Данный эффект связан с интерференционными явлениями, проявляющимися при наложении полей, пришедших в данную точку от разных областей излучателя. Он аналогичен эффекту, наблюдавшемуся в работе [30] вблизи апертуры излучателя. Особенности спектральных характеристик сигналов, имеющих в профиле волны два переколебания на одном периоде волны, исследовались в работе [27].

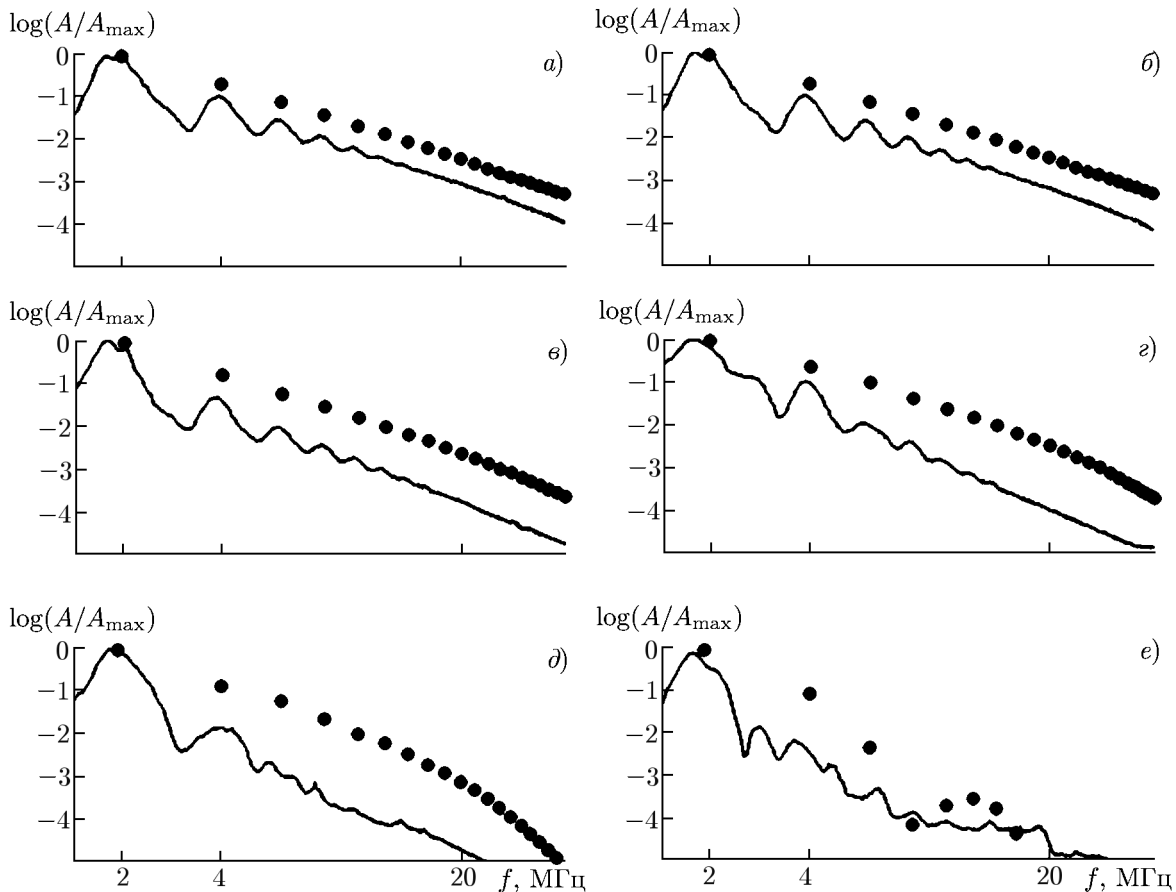


Рис. 10. Спектры тонального (кружки) и шумового (сплошная линия) пучков в поперечном сечении. Максимальная амплитуда на апертуре излучателя составляет 1 МПа, $x = 50$ см, $r = 0$ (а); 6 мм (б); 12 мм (в); 18 мм (г); 24 мм (д) и 30 мм (е)

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

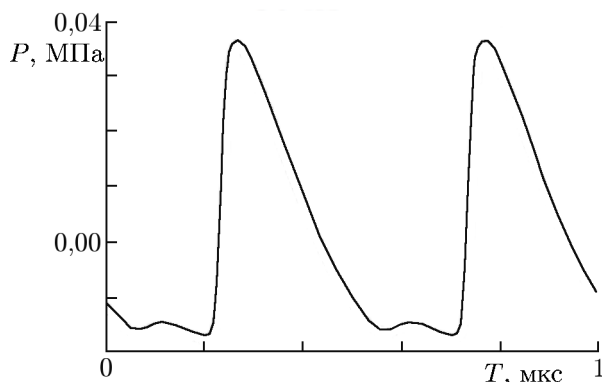


Рис. 11. Осциллограмма зарегистрированного тонального сигнала при $x = 50$ см, $r = 30$ мм

В работе проанализированы особенности эволюции тональных и квазимонохроматических шумовых параксиальных пучков по сравнению с плоской волной. Для плоской волны амплитуда монотонно уменьшается с увеличением расстояния от начальной апертуры, а для волнового

В работе экспериментально исследовано распространение интенсивных шумовых пучков. Характерная величина амплитуды сигнала составляла 1 МПа, что позволило реализовать сильно нелинейный режим их распространения, когда формируется универсальная структура поля между разрывами. Для шумовых сигналов ширина спектра определялась амплитудно-частотной характеристикой излучателя, добротность которого составляла не более 3. Для регистрации профиля интенсивных акустических волн в экспериментах использовался мембранный гидрофон PVDF.

пучка зависимость амплитуды от расстояния имеет немонотонный характер, что связано с дифракционными эффектами. На достаточно больших расстояниях амплитуда разрыва как для плоской волны, так и для волнового пучка перестаёт зависеть от амплитуды входного сигнала и зависит только от его частоты. Это приводит к подавлению амплитудной модуляции шумового квазимонохроматического сигнала.

В работе показано, что для пучков характерна сильная асимметрия плотности вероятности поля на оси пучка, в отличие от плоской волны, где на разрывной стадии плотность вероятности имеет равномерное распределение. В то же время для амплитуд гармоник фурье-образов на оси пучка и для плоской волны отличия незначительны и уменьшаются с ростом номера гармоники. Отличия в форме волны обусловлены различиями в фазах гармоник, что связано с дифракционными эффектами.

Экспериментально показано, что для входного шумового узкополосного сигнала спектр волны на разрывной стадии сохраняет свою форму даже в случае, когда амплитудная модуляция ещё не полностью подавлена. Несмотря на особенности эволюции пучков по сравнению с плоской волной, теория достаточно хорошо описывает форму спектра шумового сигнала на разрывной стадии. В то же время установление универсальной формы вероятностного распределения случайной квазимонохроматической волны происходит на существенно больших расстояниях, чем установление универсальной формы спектра.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 14-12-00882).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Blackstock D. N. // Proc. Third Interagency Symposium on University Res. Trans. Noise, University of Utah, Salt Lake City. 1975. P. 389.
2. Tester B. J., Morfey C. L. // J. Sound Vibration. 1976. V. 46, No. 1. P. 79.
3. Morfey C. L., Howell G. P. // Am. Institute Aeron. Astron. J. 1981. V. 19. P. 986.
4. Handbook of Noise and Vibration Control / Ed. M. J. Crocker. Hoboken: John Wiley and Sons, 2007. 1584 p.
5. Gee K. L., Gabrielson T. B., Atchley A. A., Sparrow V. W. // Am. Institute Aeron. Astron. J. 2005. V. 43, No. 6. P. 1398.
6. Gee K. L., Sparrow V. W., James M. M., et al. // J. Acoust. Soc. Am. 2008. V. 123, No. 6. P. 4082.
7. Pernet D. F., Payne R. C. // J. Sound Vib. 1971. V. 17, no. 3. P. 383.
8. Pestorius F. M., Blackstock D. T. // In Finite-Amplitude Wave Effects in Fluids / Ed. by L. Bjorno, Guildford: IPC Sci. Technol. Press, Ltd., 1973. P. 24.
9. Sakagami K., Aoki S., Chou I. M., et al. // J. Acoust. Soc. Japan. E. 1982. V. 3, No. 1. P. 43.
10. Бьерно Л., Гурбатов С. Н. // Акуст. журн. 1985. Т. 31, № 3. С. 303.
11. Muhlestein M., Gee K. // Proc. Meetings Acoust. 161-ASA, 23-27 May. 2011. V. 12. Art. no. 045002.
12. Reichman B. O., Muhlestein M. B., Gee K. L., et al. // J. Acoust. Soc. Am. 2016. V. 139, No. 3. P. 1390.
13. Руденко О. В., Солуян С. И. Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975. 287 с.
14. Бахвалов Н. С., Жилейкин Я. М., Заболотская Е. А. Нелинейная теория звуковых пучков. М.: Наука, 1982. 176 с.
15. Руденко О. В. // Акуст. журн. 2010. Т. 56, № 4. С. 452.
16. Руденко О. В. // Успехи физ. наук. 1986. Т. 149, № 7. С. 159.

17. Bec J., Frisch U. // In New Trends in Turbulence /Ed. M. Lesieur, A. Yaglom, F. David. Berlin: Springer-EDP Sciences, 2001. P. 341.
18. Gurbatov S. N., Rudenko O. V. // In Nonlinear Acoustics, / Ed. M. F. Hamilton, D. T. Blackstock. New York: Academic Press, 1998. P. 377.
19. Woyczynski W. A. Burgers-KPZ Turbulence. Gottingen Lectures. Berlin: SpringerVerlag, 1998. 318 p.
20. Bec J., Khanin K. // Phys. Reports. 2007. V. 447, No. 1–2. P. 1.
21. Gurbatov S. N., Rudenko O. V., Saichev A. I. Waves and Structures in Nonlinear Nondispersive Media: General Theory and Applications to Nonlinear Acoustics. Berlin: Springer-Verlag, 2011. 472 p.
22. Gurbatov S., Deryabin M., Kasyanov D., Kurin V. // J. Sound Vibration. 2019. V. 439. P. 208.
23. Rudenko O. V., Gurbatov S. N., Hedberg C. M. Nonlinear Acoustics through Problems and Examples. Bloomington: Trafford Publishing, 2010. 184 p.
24. Руденко О. В., Чиркин А. С. // Акуст. журн. 1974. Т. 20, № 2. С. 297.
25. Гурбатов С. Н., Малахов А. Н. // Акуст. журн. 1977. Т. 23, № 4. С. 569.
26. Гурбатов С. Н., Шепелевич Л. Г. // Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21, № 11. С. 1627.
27. Гурбатов С. Н., Дерябин М. С., Касьянов Д. А., Курин В. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2016. Т. 59, № 10. С. 887.
28. Гурбатов С. Н., Дерябин М. С., Касьянов Д. А., Курин В. В. // Акуст. журн. 2017. Т. 63, № 3. С. 235.
29. Андреев В. Г., Карабутов А. А., Руденко О. В. // Акуст. журн. 1985. Т. 31, № 4. С. 423.
30. Sapozhnikov O., Khokhlova V., Cathinol D. // J. Acoust. Soc. Am. 2004. V. 115, No. 5. P. 1982.

Поступила в редакцию 8 июня 2018 г.; принята в печать 26 июля 2018 г.

EVOLUTION OF NARROW-BAND NOISE BEAMS FOR LARGE ACOUSTIC REYNOLDS NUMBERS

S. N. Gurbatov, M. S. Deryabin, D. A. Kasyanov, and V. V. Kurin

We consider propagation of intense acoustic beams having a noise time structure at the initial aperture. The evolution of the probability distribution and the spectrum of the wave at a discontinuous stage of propagation is studied experimentally when the field on the radiator axis is a sequence of discontinuities with universal behavior between them. It has been shown, both theoretically and experimentally, that in this case the field spectrum retains its shape determined by the probability distribution of the frequency of the original wave.