

УДК 551.463.5

О РОЛИ ЭФФЕКТА ЗАТЕНЕНИЯ ОДНИХ УЧАСТКОВ ВОЛНЕНИЯ ДРУГИМИ В ФОРМИРОВАНИИ ИЗОБРАЖЕНИЯ КРУГА СНЕЛЛИУСА

А. А. Мольков*

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

Затенение одних участков взволнованной водной поверхности другими может существенно влиять на обратно рассеянный сигнал не только в задачах дистанционного мониторинга водоёма под скользящими углами (например, в радиолокации), но и в задачах подводного видения. В настоящей работе представлены результаты теоретического исследования данного эффекта применительно к модели подводного изображения небосвода (круга Снеллиуса) вблизи его границы. Методом численного моделирования построено статистически среднее изображение круга Снеллиуса, учитывающее эффекты затенения, и получена скорректированная формула оценки одного из параметров волнения, а именно дисперсии уклонов водной поверхности, по величине размытия границы круга Снеллиуса.

ВВЕДЕНИЕ

Подводное изображение небосвода, или круг Снеллиуса, используется в разных задачах: определение характеристик ветрового волнения [1], регистрация плёнок поверхностно-активных веществ [2], оценка оптических свойств воды [3], измерение углового распределения яркости небосвода [4] и исследование поляризационных свойств падающего на морскую поверхность излучения [5]. Успешное решение этих задач подразумевает разработку математической модели круга Снеллиуса, точность которой напрямую зависит от учёта максимального количества факторов, приближающих модель к реальным условиям. К их числу можно отнести, например, распределение яркости по небосводу, рассеивающие свойства воды и эффекты затенения волнением. Исследованию роли последнего из этих факторов в формировании изображения круга Снеллиуса посвящена настоящая работа.

Согласно Бэкману [6], пренебрежение эффектом затенения может приводить к значительным ошибкам при оценке мощности отражённого под скользящими углами электромагнитного излучения от случайно неровной поверхности [7]. В начале 70-ых годов Бэкман первым предложил вычислять средние характеристики отражённого сигнала без учёта затенения, после чего домножать их на теневую функцию, равную отношению освещённой области поверхности ко всей её площади и зависящую от угла падения излучения и характеристики шероховатости поверхности — дисперсии её уклонов. Вывод конкретного выражения для теневой функции базировался на использовании аппарата теории вероятности и следующих допущениях: задача одномерна, моностатична (рассматривается только затенение на поверхности от источника света), решается в приближении геометрической оптики, рассеяние однократно, рельеф шероховатой поверхности обладает свойствами стационарного гауссового случайного процесса, функции распределения высот и уклонов поверхности статистически независимы. При этом Бэкманом были допущены некоторые ошибки в рассуждениях, которые, в конечном счёте, привели его к неточному выражению для теневой функции [8, 9]. Позднее Вагнер [10], а затем и Смит [11], продолжили исследования, сформулировав задачу следующим образом: какова вероятность $S(F, \vartheta_i)$ того, что точка F (см. рис. 1) случайно неровной поверхности $\zeta(x)$, характеризуемая возвышением ζ_0 относительно среднего уровня и локальным уклоном η_0 , не находится в тени при её освещении параллельным

* a.molkov@inbox.ru

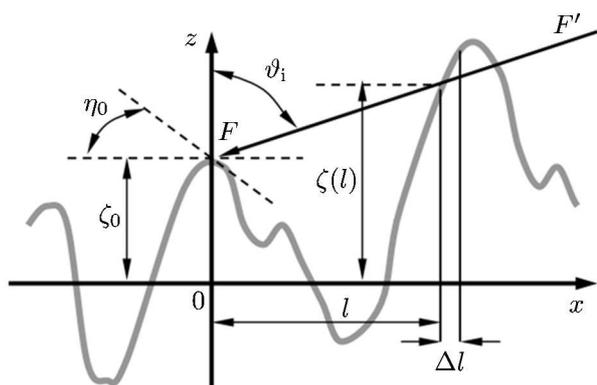


Рис. 1. Схема постановки задачи

пучком, падающим на поверхность под углом ϑ_i . Математическое определение этой вероятности сводится к вычислению выражения, представляющего собой произведение двух функций

$$S(F, \vartheta_i) = h[\text{ctg}(\vartheta_i) - \eta_0] \exp \left[- \int_0^\infty g(x) dx \right], \quad (1)$$

где $h[\text{ctg}(\vartheta_i) - \eta_0]$ — функция Хэвисайда, равная единице, если угол падения света больше локального уклона ($\text{ctg}(\vartheta_i) > \eta_0$), и равная нулю в обратном случае, а функция $\exp[-\int_0^\infty g(x) dx]$ — условная вероятность того, что поверхность $\zeta(x)$

пересекается лучом FF' на интервале Δl при условии отсутствия пересечения на интервале l . Её конкретный вид читатель может найти на страницах множества работ (например, [11]).

Интеграл (1) вычисляется аналитически, однако на практике чаще пользуются выражением для теневой функции, не зависящим от высоты и локального уклона поверхности:

$$S(\vartheta_i) = \iint_{-\infty}^{+\infty} S[F(\zeta_0, \eta_0), \vartheta_i] P(\zeta_0, \eta_0) d\zeta_0 d\eta_0, \quad (2)$$

где $P(\zeta_0, \eta_0)$ — функция распределения возвышений и уклонов поверхности. В работах [9, 10] предполагалось, что возвышения и уклоны поверхности независимы, т. е. $P(\zeta_0, \eta_0) = P_1(\zeta_0)P_2(\eta_0)$, а $P_1(\zeta_0)$ и $P_2(\eta_0)$ — гауссовы функции распределения возвышений и уклонов соответственно. Последовательное взятие интегралов в (2) приводит к простой формуле для теневой функции как функции единственного параметра $\nu = \text{ctg}(\vartheta_i) / \sqrt{2\sigma_x^2}$, равного отношению котангенса угла падения излучения к квадратному корню из дисперсии уклонов поверхности σ_x^2 :

$$S(\nu) = \frac{1 - 0,5\text{erfc}(\nu)}{\Lambda(\nu) + 1}, \quad (3)$$

$$\Lambda(\nu) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\nu} \exp(-\nu^2) - \text{erfc}(\nu) \right]. \quad (4)$$

В таком виде результат был опубликован Смитом в работе [11]. Теневая функция Вагнера [10] отличалась отсутствием нормировочного множителя. Согласно этим моделям при $\nu \geq 2$ затенением можно полностью пренебречь. Для наглядного представления угловой зависимости теневой функции на рис. 2 приведены результаты её расчёта как функции угла скольжения $90^\circ - \vartheta_i$ для трёх дисперсий уклонов поверхности $\sigma_x^2 \approx 0,0095; 0,0221$ и $0,0442$, которым, согласно формуле Кокса—Манка [12], отвечают скорости ветра $V = 3; 7$ и 14 м/с соответственно. Видно, что при углах скольжения, превышающих 20° , эффектами затенения можно пренебречь.

Позже модель Вагнера [10] получила экспериментальное подтверждение [13]. Авторы с помощью фотоаппарата, ориентированного в надир, получали изображения шероховатой поверхности, освещённой под заданным скользким углом, после чего вычисляли пропорцию между освещёнными и теневыми областями. Измерения повторялись для разных углов освещения, а также для трёх масштабов неоднородностей. Полученные точки теневой функции хорошо легли на расчётные кривые Вагнера.

Спустя два десятилетия после выхода работ Смита и Вагнера, Риккарди и Сато показали, что теневая функция может быть точно записана в виде ряда Райса [14], а результаты, полученные Вагнером и Смитом, соответствуют первому члену разложения этого ряда. Однако учёт всех членов ряда даёт не нулевое значение теневой функции при скользющем угле падения, что неверно физически и вызвано пренебрежением корреляцией между уклонами и возвышениями поверхности.

Дальнейшее развитие моделей теневой функции было сопряжено с введением факторов, приближающих исходную модель затенения к естественным условиям. В частности, в работах Бурлиера с соавторами приведены теневые функции Вагнера и Смита с учётом корреляции между уклонами и возвышениями [15], рассмотрена бистатистическая (двухпозиционная) задача [16], когда учитываются затенения при распространении излучения от источника до точки отражения и от точки отражения до приёмника, исследованы эффекты многократного переотражения излучения от шероховатостей поверхности [17], предложены формулы для решения двумерной задачи [18].

Наиболее значимыми применительно к настоящему исследованию оказываются следующие выводы из перечисленных работ:

- 1) из двух моделей теневой функции Вагнера и Смита более точной является модель Смита;
- 2) учёт корреляции между уклонами и возвышениями не сильно уточняет модель Смита, поэтому можно пользоваться её исходным вариантом (формулой (3)).

Таким образом, первым шагом при исследовании влияния затенения одних волн другими на структуру круга Снеллиуса является введение в модель его статистически среднего (накопленного) изображения, теневой функции Смита (3), анализ «нового» изображения круга Снеллиуса и модернизация предложенного ранее алгоритма восстановления дисперсии уклонов поверхности по размытию границы круга Снеллиуса. При этом для того, чтобы исключить дополнительное размытие, связанное с рассеянием света в воде, будем полагать, что изображение формируется нерассеянной компонентой света. Последнее утверждение в полной мере справедливо на начальном интервале оптических глубин [3].

1. МОДЕЛЬ СЛУЧАЙНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ КРУГА СНЕЛЛИУСА С УЧЁТОМ РЕЛЬЕФА ПОВЕРХНОСТИ

Полагаем, что взволнованная водная поверхность Σ освещается неполяризованным светом неба (см. рис. 3). Зависимость яркости падающего света от направления описывается функцией

$$I_i(\mathbf{n}_{i\perp}) = I_0, \quad |n_{i\perp}| < 1, \quad (5)$$

аргументом которой служит горизонтальная составляющая единичного вектора падающего света $\mathbf{\Omega}_i$. В качестве простейшей её модели используем модель изотропного освещения.

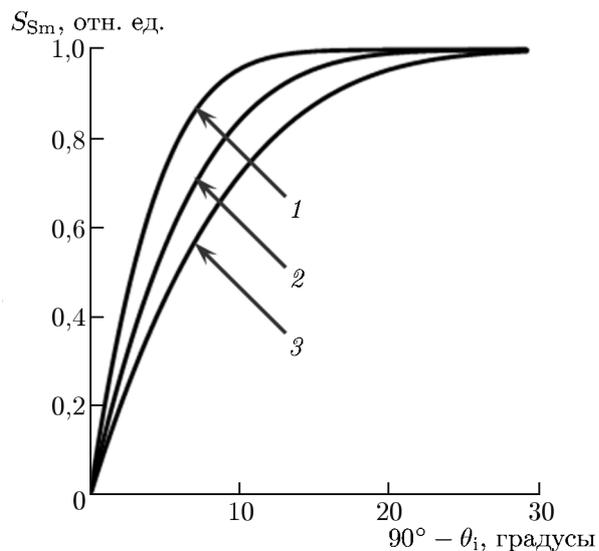


Рис. 2. Теневая функция Смита как функция угла скольжения для трёх дисперсий уклонов поверхности: $\sigma_x^2 = 0,0095$, $V \approx 3$ м/с (кривая 1), $\sigma_x^2 = 0,0221$, $V \approx 7$ м/с (кривая 2) и $\sigma_x^2 = 0,0442$, $V \approx 14$ м/с (кривая 3)

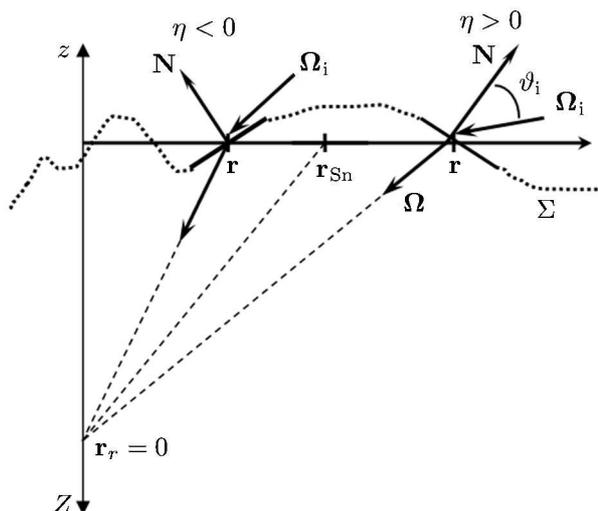


Рис. 3. Схема формирования изображения круга Снеллиуса

Форму поверхности в заданный момент времени t характеризуем функцией возвышений $z = \zeta(\mathbf{r})$ и вектором уклонов $\boldsymbol{\eta} = \mathbf{N}_\perp(\mathbf{r})$, который представляет собой горизонтальную составляющую единичной нормали \mathbf{N} к поверхности Σ в точке $\mathbf{r}_\Sigma = \mathbf{r} + \zeta(\mathbf{r})\mathbf{e}_z$ и связан с функцией её возвышений соотношением $\boldsymbol{\eta} = \eta_x\mathbf{x}_0 + \eta_y\mathbf{y}_0 = -\nabla\zeta/\sqrt{1 + (\nabla\zeta)^2}$. Через $\mathbf{r}(x, y)$ обозначим точку на плоскости $z = 0$, \mathbf{e}_z — единичный вектор z -направления. Оптические свойства воды характеризуем показателем преломления m и ослабления s . Считаем, что изображение поверхности формируется с помощью оптического приёмника, который располагается в точке $\mathbf{r}_r = 0$ на глубине Z и регистрирует угловое распределение яркости приходящего от поверхности света $I(\mathbf{n}_\perp)$.

Отражение света от неровной поверхности приводит к пространственной модуляции его яркости под поверхностью вследствие того, что коэффициент отражения Френеля R_F , а следовательно и коэффициент пропускания поверхности $1 - R_F$, зависят от локального угла падения света на поверхность ϑ_i (см. рис. 3), который, в свою очередь, зависит от её уклона. Как следует из закона Снеллиуса, синус локального угла падения ϑ_i связан с уклоном поверхности $\boldsymbol{\eta}(\mathbf{r})$ и направлением \mathbf{n}_\perp преломлённого луча уравнением

$$\sin \vartheta_i = \alpha(\mathbf{r}, \mathbf{n}_\perp) = m \sqrt{1 - \left[\mathbf{n}_\perp \boldsymbol{\eta}(\mathbf{r}) + \sqrt{1 - n_\perp^2} \sqrt{1 - \boldsymbol{\eta}(\mathbf{r})^2} \right]^2}. \tag{6}$$

Если записать закон Снеллиуса в форме

$$\frac{\mathbf{n}_{i\perp} - m\mathbf{n}_\perp}{m \sqrt{1 - n_\perp^2} - \sqrt{1 - n_{i\perp}^2}} = \frac{\boldsymbol{\eta}}{\sqrt{1 - \boldsymbol{\eta}^2}}, \tag{7}$$

то величину $\mathbf{n}_{i\perp}$ можно выразить через \mathbf{n}_\perp и $\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\eta}(\mathbf{r})$:

$$\mathbf{n}_{i\perp}(\mathbf{r}, \mathbf{n}_\perp) = \frac{m}{1 + \boldsymbol{\eta}^2} \left[(1 + \boldsymbol{\eta}^2)\mathbf{n}_\perp - \left(\mathbf{n}_\perp \boldsymbol{\eta} - \sqrt{1 - n_\perp^2} \right) \boldsymbol{\eta} \right] - \frac{\boldsymbol{\eta}}{1 + \boldsymbol{\eta}^2} \sqrt{(1 - m^2)(1 + \boldsymbol{\eta}^2) + m^2 \left(\mathbf{n}_\perp \boldsymbol{\eta} - \sqrt{1 - n_\perp^2} \right)^2}. \tag{8}$$

Выражение (7) является точным и устанавливает связь между горизонтальными составляющими единичных векторов падающего и преломлённого света в точке морской поверхности с координатой \mathbf{r} и уклоном $\boldsymbol{\eta}(\mathbf{r})$.

Определение яркости преломлённого света I_Σ в точке \mathbf{r}_Σ поверхности Σ проводим по формуле

$$I_\Sigma(\mathbf{r}_\Sigma, \mathbf{n}_\perp) = m^2 \{1 - R_F[\alpha(\mathbf{r}_\Sigma, \mathbf{n}_\perp)]\} I_i[\mathbf{n}_{i\perp}(\mathbf{r}_\Sigma, \mathbf{n}_\perp)], \tag{9}$$

которая следует из закона изменения яркости на границе раздела двух сред с разными показателями преломления. Здесь энергетический коэффициент отражения Френеля R_F для неполяри-

зованного света является функцией синуса угла падения света α на водную поверхность:

$$R_F(\alpha) = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\sqrt{1-\alpha^2} - \sqrt{m^2-\alpha^2}}{\sqrt{1-\alpha^2} + \sqrt{m^2-\alpha^2}} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{1-\alpha^2} - m^{-2} \sqrt{m^2-\alpha^2}}{\sqrt{1-\alpha^2} + m^{-2} \sqrt{m^2-\alpha^2}} \right)^2 \right]. \quad (10)$$

Формула (9) позволяет рассчитать яркость вошедшего в воду излучения для произвольных уклонов поверхности в пренебрежении затенением одних участков волнения другими, т. е. предполагая, что каждая точка поверхности освещена.

Яркость излучения в произвольной точке водной среды может быть представлена в универсальной форме через яркость преломлённого света на поверхности Σ и функцию Грина — решение уравнения переноса излучения с точечным мононаправленным источником. Обозначим через $G(\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}_\Sigma, -\mathbf{\Omega} \rightarrow \mathbf{\Omega}_\Sigma)$ яркость излучения в точке среды \mathbf{r}_Σ и направлении $\mathbf{\Omega}_\Sigma$ от точечного мононаправленного источника, помещённого в точку \mathbf{r} и действующего в направлении $-\mathbf{\Omega}$. Тогда выражение для яркости излучения в точке приёма $\mathbf{r}_r = 0$ и направлении $\mathbf{\Omega}$ будет иметь вид

$$I(\mathbf{r}, Z, \mathbf{\Omega}) = - \int_{(\mathbf{\Omega}_\Sigma \mathbf{N}) \leq 0} (\mathbf{\Omega}_\Sigma \mathbf{N}) d\mathbf{\Omega}_\Sigma \int_{\Sigma} I_\Sigma(\mathbf{r}_\Sigma \mathbf{\Omega}_\Sigma) G(\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}_\Sigma, -\mathbf{\Omega} \rightarrow \mathbf{\Omega}_\Sigma) d\mathbf{r}_\Sigma, \quad (11)$$

где $\mathbf{\Omega}_\Sigma$ — единичный вектор, характеризующий направление преломлённых лучей на поверхности Σ , а \mathbf{n}_Σ — его горизонтальная составляющая. В формуле (11) можно перейти от интегрирования по телесному углу и по поверхности Σ к интегрированию по переменным \mathbf{n}_Σ и \mathbf{r} . Тогда, с учётом соотношений $(\mathbf{\Omega}_\Sigma \mathbf{N}) = (\mathbf{n}_\Sigma \boldsymbol{\eta}) - \sqrt{1-n_\Sigma^2} \sqrt{1-\eta^2}$, $d\mathbf{\Omega}_\Sigma = d\mathbf{n}_\Sigma / \sqrt{1-n_\Sigma^2}$, $d\mathbf{r}_\Sigma = d\mathbf{r} / \sqrt{1-\eta^2}$, получим

$$I(\mathbf{r}, Z, \mathbf{n}_\perp) = \int_{n_\Sigma \leq 1} F(\mathbf{n}_\Sigma) d\mathbf{n}_\Sigma \int_{\Sigma} I_\Sigma(\mathbf{r}_\Sigma, \mathbf{n}_\Sigma) G(\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}_\Sigma, -\mathbf{n}_\perp \rightarrow \mathbf{n}_\Sigma) d\mathbf{r}_\Sigma, \quad (12)$$

$$F(\mathbf{n}_\Sigma) = 1 - \frac{\mathbf{n}_\Sigma \boldsymbol{\eta}}{\sqrt{1-n_\Sigma^2} \sqrt{1-\eta^2}}. \quad (13)$$

Расчёты изображений морской поверхности по формуле (12) проводим с использованием модели функции Грина, которая полностью игнорирует вклад рассеянного водой света в поле G [19, 20]. Наиболее простое выражение получается для видимой яркости точки \mathbf{r}_Σ как функции \mathbf{r} — проекции \mathbf{r}_Σ на плоскость $z = 0$. Это выражение имеет вид

$$I(\mathbf{r}, Z) = I_\Sigma \left\{ \mathbf{r}, -\frac{\mathbf{r}}{\sqrt{r^2 + [Z + \zeta(\mathbf{r})]^2}} \right\} \exp \left\{ -c \sqrt{r^2 + [Z + \zeta(\mathbf{r})]^2} \right\}, \quad (14)$$

где использована подстановка

$$\mathbf{n}_\perp = -\mathbf{r} / \sqrt{r^2 + [Z + \zeta(\mathbf{r})]^2}. \quad (15)$$

В задачах оптики взволнованной водной поверхности часто применяется эффективное граничное условие для яркости на плоскости $z = 0$, в котором игнорируется влияние возвышений поверхности на структуру светового поля под ней. При этом граница раздела вода—воздух уподобляется плоскому преломляющему свет экрану и расчёты световых полей существенно упрощаются. Этим приближением мы пользовались ранее в работах [1, 2] для упрощения вычисления случайной реализации и статистических моментов изображения круга Снеллиуса. В данной работе мы впервые будем использовать точное выражение (14), осознавая, что рельеф поверхности напрямую связан с затенением одних её участков другими.

2. МОДЕЛЬ СТАТИСТИЧЕСКИ СРЕДНЕГО ИЗОБРАЖЕНИЯ КРУГА СНЕЛЛИУСА С УЧЁТОМ ЗАТЕНЕНИЯ

Выражение для накопленного изображения круга Снеллиуса запишем в виде

$$\langle I(\mathbf{r}, Z) \rangle = \iint_{\infty} I(\mathbf{r}, Z, \boldsymbol{\eta}) P(\boldsymbol{\eta}, \mathbf{r}) d\boldsymbol{\eta}, \quad (16)$$

где $I(\mathbf{r}, Z, \boldsymbol{\eta})$ — яркость изображения поверхности, определяемая по формуле (14), в которой явно выделен аргумент $\boldsymbol{\eta}$, угловые скобки обозначают статистическое усреднение, $P(\boldsymbol{\eta}, \mathbf{r})$ — функция распределения освещённых уклонов поверхности, представляющая собой произведение двух функций:

$$P(\boldsymbol{\eta}, \mathbf{r}) = P_2(\boldsymbol{\eta}) S_{\text{Sm}}(\boldsymbol{\eta}, \mathbf{r}). \quad (17)$$

Первая из этих функций $P_2(\boldsymbol{\eta})$ — двумерная одноточечная функция распределения уклонов поверхности:

$$P_2(\boldsymbol{\eta}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} \exp\left(-\frac{\eta_x^2}{2\sigma_x^2}\right) \delta(\eta_y), \quad (18)$$

параметром которой служит дисперсия уклонов поверхности σ_x^2 , а вторая функция $S_{\text{Sm}}(\boldsymbol{\eta}, \mathbf{r}) = S_{\text{Sm}}[\nu(\boldsymbol{\eta}, \mathbf{r})]$ — теневая функция Смита (3), аргумент которой переписан следующим образом:

$$\nu(\boldsymbol{\eta}, \mathbf{r}) = [\text{ctg}(\vartheta_i, \boldsymbol{\eta}, \mathbf{r}) - \eta(\mathbf{r})] / \sqrt{2(\sigma_x^2)}. \quad (19)$$

Если положить $S_{\text{Sm}}(\boldsymbol{\eta}, \mathbf{r}) = 1$, то формула (16) позволит рассчитать яркость накопленного изображения круга Снеллиуса в пренебрежении затенением.

3. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КРУГА СНЕЛЛИУСА

Исследование влияния затенения на формирование структуры изображения круга Снеллиуса было выполнено с помощью численного моделирования для одномерной задачи. Для этого согласно распространённой методике, изложенной, например, в работе [21], рельеф взволнованной морской поверхности представлялся суперпозицией плоских волн

$$\zeta(x) = \sum_{n=1}^N A_n \cos(k_{xn}x + \psi_n), \quad (20)$$

где ψ_n — случайная фаза гармоники, равномерно распределённая в интервале $[0, 2\pi]$, $A_n = \sqrt{2kG_{\zeta}(k_{xn})\Delta k}$ — амплитуда n -й гармоники, $G_{\zeta}(k)$ — пространственный спектр возвышений волнения, k_{xn} — волновое число n -й гармоники. Поле уклонов вычислялось через поле возвышений $\zeta(x)$, а дисперсия уклонов поверхности смоделированного волнения оценивалась по формуле

$$\tilde{\sigma}_x^2 = \frac{1}{E} \sum_{i=1}^E \lim_{\Delta x \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta x} \int_0^{\Delta x} \eta_i^2(x) dx, \quad (21)$$

где E — число случайных реализаций рельефа поверхности.

Очевидно, что наибольший вклад в затенение будут оказывать энергонесущие волны, хорошо описываемые, например, спектром Пирсона–Московитца. При этом, как было показано в [22], на

границе круга Снеллиуса отчётливо проявляются волны гравитационно-капиллярных масштабов. В связи с этим для исследования влияния затенения волнением, сформированным волнами в широком диапазоне пространственных частот, на структуру границы круга Снеллиуса был использован спектр, предложенный Naval Research Laboratory (NRL Model) [23, 24]:

$$G_{\zeta}(k_x) = \frac{V_0 \pi}{2} \begin{cases} \frac{5,02 \cdot 10^{-3}}{1,21} k_x^{-3,5}, & \frac{g}{V^2} < k_x < 16; \\ \frac{2,01 \cdot 10^{-2}}{1,19} k_x^{-4}, & 16 < k_x < 100; \\ \frac{1,97 \cdot 10^{-3}}{1,19} \frac{1}{g + \tau k_x^2} k_x^{-3}, & 100 < k_x < 900; \\ \frac{2,57 \cdot 10^4}{1,1} k_x^{-6}, & 900 < k_x < 1600, \end{cases} \quad (22)$$

где k_x [рад/м] — волновое число, τ [м³/с²] — отношение коэффициента поверхностного натяжения воды к её плотности, g [м/с²] — ускорение свободного падения, V_0 [м/с] — скорость ветра у поверхности, пересчитываемая в скорость ветра V [м/с] на высоте 10 м посредством формулы

$$V = \frac{V_0}{0,4} \ln \left(\frac{10}{6,84 \cdot 10^{-5} V_0^{-1} + 4,28 \cdot 10^{-3} V_0^2 - 4,43 \cdot 10^{-4}} \right). \quad (23)$$

В случае расчёта рельефа поверхности по формуле (22) с использованием первых двух спектральных интервалов, он оказывается близким к результатам расчёта с применением спектра Пирсона—Московитца, в то время как учёт волн, задаваемых с помощью (22) на двух оставшихся спектральных интервалах, придаёт водной поверхности «шероховатость» и реалистичность [25]. В данной работе вычисления выполнялись при следующих значениях параметров: количество гармоник N равнялось 1000 для каждого спектрального интервала, а количество случайных реализаций рельефа (и, как результат, изображений круга Снеллиуса) составляло 1000. В этом случае достигалось соответствие в пределах 10% между дисперсией уклонов поверхности, рассчитанной по случайным реализациям рельефа и по статистически среднему изображению круга Снеллиуса. Детали методики расчёта случайной реализации изображения круга Снеллиуса и его статистических моментов как функций ряда наиболее важных параметров читатель может найти в работе [1].

На основе смоделированного массива полей возвышений и уклонов поверхности рассчитывались случайные реализации круга Снеллиуса по формуле (14), домноженной на функцию $\exp\left\{c \sqrt{R^2 + [Z + \zeta(\mathbf{r})]^2}\right\}$. Это позволило устранить искажения изображения круга Снеллиуса, обусловленные ослаблением света в воде. Расчёты накопленного изображения круга Снеллиуса выполнялись как по формуле (16), так и путём усреднения случайных реализаций. При этом если в предыдущих работах автора предполагалось, что в каждой точке поверхности есть упавший на неё луч света, который при выполнении определённых условий может попасть в объектив приёмника и тем самым участвовать в формировании изображения круга Снеллиуса, то в данной работе в алгоритм расчёта изображения была введена проверка условий, при которых имеет место затенение, а именно:

- 1) уклон поверхности в каждой её точке больше локального угла падения света;
- 2) разница высот между двумя разнесёнными точками поверхности, отнесённая к расстоянию между ними, больше угла падения света.

Изменение структуры случайных изображений круга Снеллиуса и формы его накопленных изображений в результате затенения одних участков волнения другими демонстрирует рис. 4.

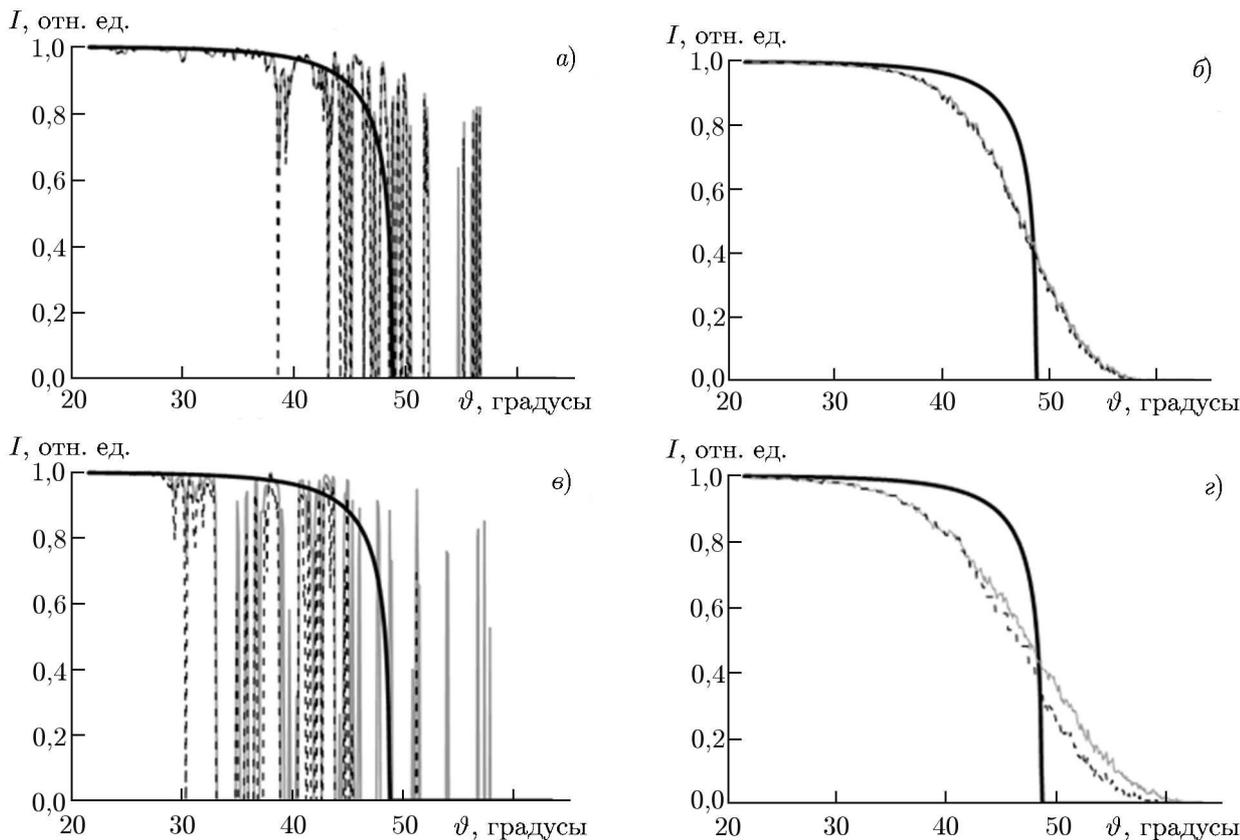


Рис. 4. Примеры расчёта мгновенных (а, в) и накопленных (б, г) изображений круга Снеллиуса для дисперсий уклонов $\sigma_x^2 = 0,021$ (а, б) и $\sigma_x^2 = 0,044$ (в, г). Чёрная кривая соответствует границе круга Снеллиуса в отсутствие волнения, серая — искажённому волнением кругу Снеллиуса без учёта затенений, штриховая — с учётом затенений

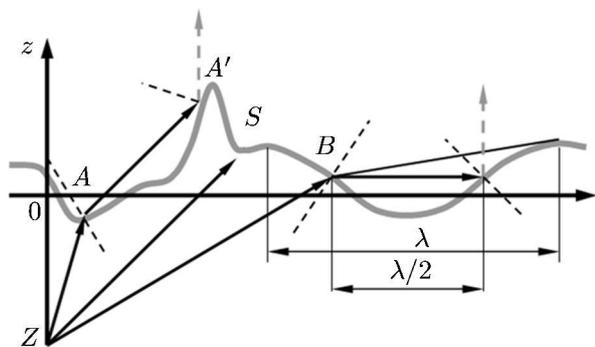


Рис. 5. Схематичное пояснение проявления затенения в изображении круга Снеллиуса

Из случайной реализации на рис. 4а видно, что при слабых ветрах затенение не оказывает заметного влияния на «пятнистость» изображения круга Снеллиуса. Увеличение скорости ветра приводит к росту высоты волнения и максимальных значений уклонов поверхности, что вызывает исчезновение светлых пятен за пределами круга Снеллиуса и тёмных пятен внутри него (рис. 4в). Механизм этого исчезновения схематично поясняет рис. 5.

Рассмотрим ход луча ZB , запущенного в обратную сторону от приёмника с глубины Z во внешнюю область круга Снеллиуса (ZS — направление на границу круга Снеллиуса). Согласно рис. 5 локальный угол преломления для такого луча будет меньше 90° и, следовательно, яркость

Изображения смоделированы для глубины 3 м и двух дисперсий уклонов $\sigma_x^2 = 0,021$ ($V \approx 7$ м/с) и $\sigma_x^2 = 0,044$ ($V \approx 14$ м/с). Сплошная чёрная кривая соответствует границе круга Снеллиуса в отсутствие волнения, серая кривая — искажённому волнением изображению круга Снеллиуса без учёта затенений, штриховая кривая — с учётом затенений.

Из случайной реализации на рис. 4а видно, что при слабых ветрах затенение не оказывает заметного влияния на «пятнистость» изображения круга Снеллиуса. Увеличение скорости ветра приводит к росту высоты волнения и максимальных значений уклонов поверхности, что вызывает исчезновение светлых пятен за пределами круга Снеллиуса и тёмных пятен внутри него (рис. 4в). Механизм этого исчезновения схематично поясняет рис. 5.

изображения в этом направлении будет отлична от нуля при условии отсутствия затенения. В действительности преломленный луч BB' «упрётся» в гребень и при учёте многократного рассеяния переотразится вверх, сохранив положительную яркость изображения в этом направлении. Если же отражение однократно и имеет место затенение, как это предполагалось при постановке рассматриваемой задачи, то очевидно, что яркость поверхности в направлении ZB будет близка к 0. Аналогичная ситуация будет иметь место и для некоторых других точек поверхности, расположенных на участке $B'C$, а значит светлое пятно в этой области, присутствующее в отсутствие затенения, пропадает из изображения круга Снеллиуса, оставляя тёмный фон. Это, в свою очередь, приводит к уменьшению яркости накопленного изображения в данном направлении, что соответствует расчётам, приведённым на рис. 4б, з. Аналогичная ситуация с затенением имеет место и внутри круга Снеллиуса, поскольку все сделанные рассуждения для луча ZB справедливы и для луча ZA (см. рис. 5).

Оценить угловой размер области затенения можно на основе следующих рассуждений. Допустим, что волнение синусоидально, длина его волны λ , амплитуда ζ . В этом случае затенение будут испытывать точки поверхности, лежащие ниже точки перегиба профиля волны, т. е. на интервале BB' . Тогда из простых геометрических соотношений можно получить оценку угла затенения $\varepsilon(\angle CBB')$ как функции параметра волнения σ_x :

$$\operatorname{tg} \varepsilon \approx \frac{2}{3} \sigma_x. \quad (24)$$

В частности, если среднеквадратичный уклон $\sigma_x = 0,21$, что соответствует скорости ветра 14 м/с, то $\varepsilon \approx 8^\circ$, если $\sigma_x = 0,15$, т. е. $V \approx 6$ м/с, то $\varepsilon \approx 5^\circ$.

Таким образом, результаты моделирования (рис. 4б, з) показали, что затенение влияет на форму накопленного изображения круга Снеллиуса начиная со скоростей ветра порядка $5 \div 7$ м/с, когда на практике уже начинает формироваться укрупнение переднего фронта отдельных волн, сопровождающееся обрушением их гребней. В этом случае использованная модель перестаёт корректно описывать волнение и приводит к заниженным значениям дисперсии уклонов поверхности. Это означает, что для расчёта накопленного изображения круга Снеллиуса нужно использовать другой подход — прямой расчёт по формуле (16). Результаты таких вычислений представлены на рис. 6 для трёх среднеквадратичных уклонов поверхности $\sigma_x = 0,16$, $V \approx 8$ м/с (а); $\sigma_x = 0,18$, $V \approx 10$ м/с (б) и $\sigma_x = 0,21$, $V \approx 14$ м/с (в). Как и ранее, чёрная кривая соответствует кругу Снеллиуса в отсутствие волнения, серая — искажённому волнением кругу Снеллиуса без учёта затенений, штриховая — с учётом затенений.

Изменение структуры случайных изображений круга Снеллиуса за счёт вариации числа пятен разной яркости приводит к уменьшению средней яркости изображения и, как результат, к его обужению, причём тем большему, чем сильнее волнение. Одновременно с этим из рис. 6 видно, что величина обужения, соответствующая внутренней и внешней областям круга Снеллиуса, различна. Вероятно, это связано с тем, что затенение проявляется в области визирования под большими углами (за пределами границы круга Снеллиуса), когда преломлённые водой лучи в воздухе распространяются под скользящими к горизонту углами. Внутри границы круга Снеллиуса при малых углах визирования вышедший из воды луч стремится пойти в направлениях, близких к вертикали. Но некоторые лучи при наличии достаточного уклона могут испытать полное внутреннее отражение на участках поверхности с отрицательным уклоном (лучи, близкие к AA' , см. рис. 5). Яркость изображения в этом направлении будет равна нулю. Одновременно с этим эти же участки поверхности могут находиться в затенении. Следовательно, затенение внутри границы круга Снеллиуса не так эффективно, что подтверждают результаты расчёта, представленные на рис. 6.

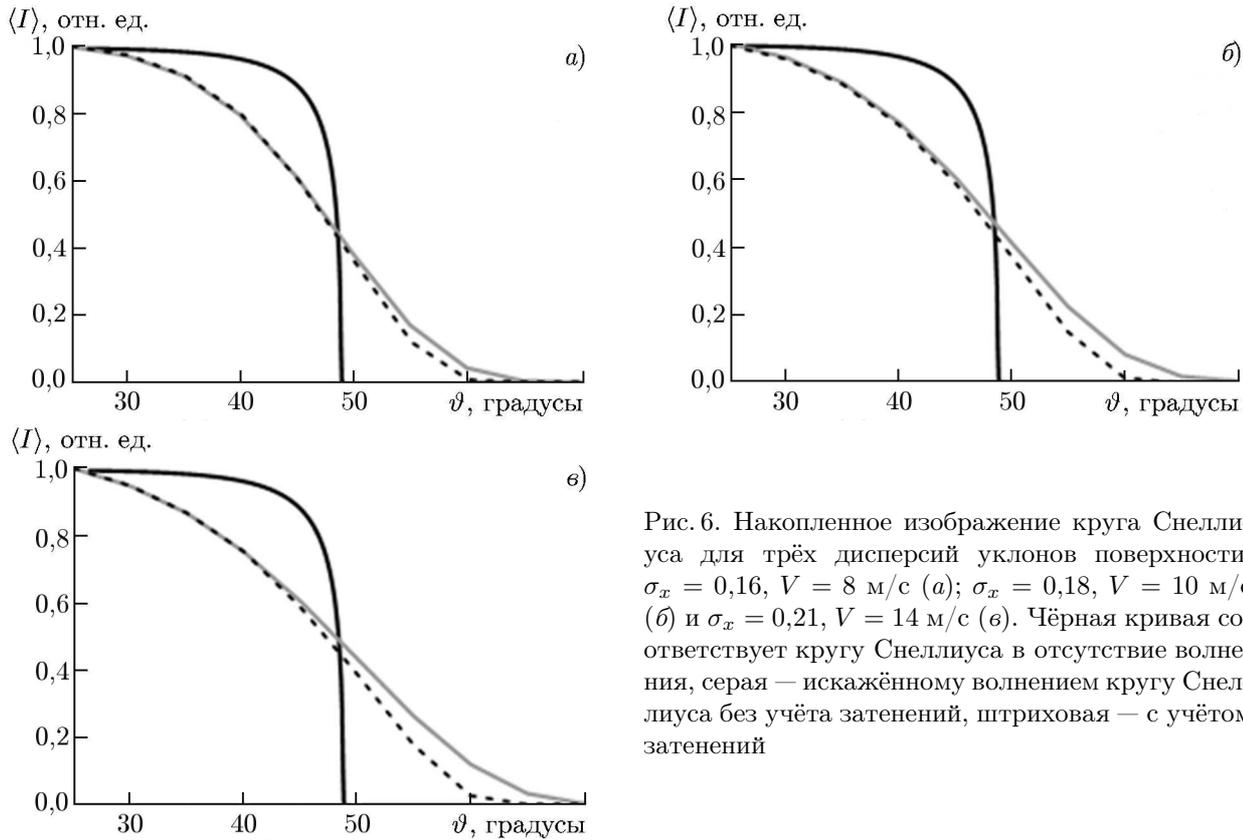


Рис. 6. Накопленное изображение круга Снеллиуса для трёх дисперсий уклонов поверхности: $\sigma_x = 0,16, V = 8$ м/с (а); $\sigma_x = 0,18, V = 10$ м/с (б) и $\sigma_x = 0,21, V = 14$ м/с (в). Чёрная кривая соответствует кругу Снеллиуса в отсутствие волнения, серая — искажённому волнением кругу Снеллиуса без учёта затенений, штриховая — с учётом затенений

Изменение формы накопленного изображения под влиянием затенения требует, в свою очередь, корректировки предложенного ранее в работе [1] алгоритма восстановления дисперсии уклонов поверхности по размытию границы круга Снеллиуса.

4. УТОЧНЁННЫЙ АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДИСПЕРСИИ УКЛОНОВ ПОВЕРХНОСТИ ПО РАЗМЫТИЮ ГРАНИЦЫ КРУГА СНЕЛЛИУСА

В качестве интегрального параметра функции $\langle I(\vartheta, \sigma_x) \rangle$, как и в работе [1], будем рассматривать пространственный момент вида

$$\bar{\vartheta}_x(\sigma_x) = \int_{\vartheta_{Sn}}^{\pi/2} (\vartheta - \vartheta_{Sn}) \langle I(\vartheta, \sigma_x) \rangle \exp(cZ/\cos \vartheta) d\vartheta / \int_{\vartheta_{Sn}}^{\pi/2} \langle I(\vartheta, \sigma_x) \rangle \exp(cZ/\cos \vartheta) d\vartheta, \quad (25)$$

представляющий собой средний угол размытия границы круга Снеллиуса. Результаты его расчёта как функции параметра волнения σ_x , выполненные без учёта затенения (сплошная кривая) и с его учётом (штриховая кривая), приведены на рис. 7.

Видно, что построенные кривые имеют значительные различия при скоростях ветра более 3 м/с ($\sigma_x < 0,1$). Вероятно, это связано с тем, что при слабых ветрах на поверхности появляются капиллярные волны, которые обладают достаточно большими уклонами, что, в свою очередь, может обеспечивать «мелкомасштабное» затенение. С усилением ветра разница между расчётными кривыми становится более значительной, а, значит, для корректного решения обратной задачи нужно пользоваться кривой, соответствующей расчёту с учётом затенения. Аналитическая

зависимость для неё имеет вид

$$\bar{\vartheta}_x = -65\sigma_x^2 + 31,8\sigma_x, \quad (26)$$

из которой следует уравнение для оценки дисперсии уклона поверхности по величине размытия границы круга Снеллиуса:

$$\sigma_x = 0,124 \left(1,972 - \sqrt{3,899 - \bar{\vartheta}_x} \right). \quad (27)$$

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Затенение одних участков волнения другими значительно влияет на структуру случайных реализаций круга Снеллиуса и форму их накопленных изображений. На основании результатов численного моделирования этот эффект был обнаружен даже для слабых ветров со скоростями от 5 м/с. Увеличение вклада затенения с ростом скорости ветра проявляется в обужении накопленного изображения круга Снеллиуса, т. е. в уменьшении размытия его границы под действием волнения. Обновленный алгоритм оценки дисперсии уклонов поверхности по величине этого размытия призван решать обратную задачу точнее. Однако необходимо отметить, что в случае использования других спектров волнения, коэффициенты уравнения для решения обратной задачи могут быть также другими. Одновременно с этим и учёт реальных условий освещения может тоже изменить эти коэффициенты. Наконец, в случае двумерного волнения важным окажется взаимное расположение Солнца на небосводе, наблюдателя под водой и направления распространения волнения. Учёт этих факторов с целью количественной оценки их значимости является трудоёмкой вычислительной задачей, результат решения которой, тем не менее, необходим для корректной интерпретации оценок дисперсии уклонов поверхности по размытию круга Снеллиуса на основе данных натуральных экспериментов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 16-05-01092).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мольков А. А., Долин Л. С. // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2013. Т. 49, № 5. С. 615.
2. Molkov A. A., Dolin L. S., Kapustin I. A., et al. // Proc. SPIE. 2016. V. 9999. Art. no. 99991D.
3. Долин Л. С., Мольков А. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 2017. Т. 60, № 1. С. 1.
4. Antoine D., Morel A., Leymarie E., et al. // J. Atmosph. Oceanic Technol. 2013. V. 30, No. 1. P. 74.
5. Sabbah S., Barta A., G'al J, et al. // J. Opt. Soc. Am. A. 2006. V. 23, No. 8. P. 1978.
6. Beckmann P. // IEEE Trans. Anten. Propag. 1965. V. 13. No. 3. P. 384.
7. Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М: Наука, 1972. 424 с.
8. Shaw L. // IEEE Trans. Anten. Propag. 1966. V. 14. P. 253.
9. Brockelman R. A., Hagfors T. // IEEE Trans. Anten. Propag. 1966. V. 14, No. 5. P. 621.
10. Wagner R. J. // J. Acoust. Soc. Am. 1967. V. 41, No. 1. P. 138.

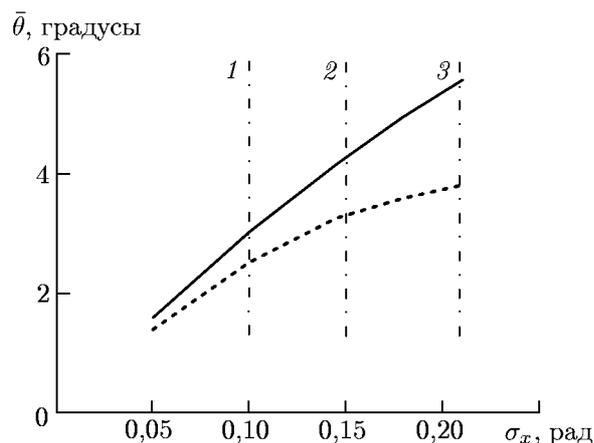


Рис. 7. Результаты расчёта зависимости $\bar{\vartheta}(\sigma_x)$ без учёта затенения (сплошная кривая) и с его учётом (штриховая кривая). Вертикальные пунктирные линии 1, 2, 3 отвечают $V \approx 3; 6$ и 14 м/с соответственно

11. Smith B. G. // IEEE Trans. Anten. Propag. 1967. V. 15. P. 668.
12. Cox C., Munk W. // J. Opt. Soc. Am. 1954. No. 44. P. 838.
13. Welton P. J., Hawker K. E., Frey H. G. // J. Acoust. Soc. Am. 1973. V. 54, No. 2. P. 446.
14. Ricciardi L. M., Sato S. // Signal Proc. 1986. V. 11, No. 4. P. 339.
15. Bourlier C., Saillard J., Bergine G. // IEEE Trans. Anten. Propag. 2000. V. 48, No. 3. P. 437.
16. Bourlier C., Bergine G., Saillard J. // IEEE Trans. Anten. Propag. 2002 V. 50, No. 3. P. 312.
17. Bourlier C., Bergine G., Saillard J. // Waves Random Media. 2002. V. 12, No. 2. P. 175.
18. Bourlier C., Bergine G., Saillard J. // IEEE Geosci. Remote Sensing Soc. 2001. V. 39, No. 2. P. 379.
19. Долин Л. С., Левин И. М. Справочник по теории подводного видения. Л.: Гидрометеиздат, 1991. 230 с.
20. Dolin L., Gilbert G., Levin I., Luchinin A. Theory of imaging through wavy sea surface. Nizhniy Novgorod: IAP RAS, 2006. 172 p.
21. Вебер В. Л. О моделировании одномерной случайной поверхности: Препринт ИПФ РАН № 603. Нижний Новгород, 2002.
22. Мольков А. А., Долин Л. С. // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2012. Т. 48, № 5. С. 617.
23. Hwang P. A. // J. Atmos. Oceanic Tech. 1997. V. 14, No. 5. P. 1174.
24. Hwang P. A. // J. Phys. Oceanography. 2000. V. 30, No. 11. P. 2753.
25. Мольков А. А. Подводное изображение морской поверхности как источник информации о ветровом волнении и оптических свойствах воды // Дисс. ... канд. физ.-мат. наук. 25.00.29. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2014. 127 с.

Поступила в редакцию 27 февраля 2018 г.; принята в печать 8 июля 2018 г.

ON THE ROLE OF THE EFFECT OF SHADOWING OF SOME WAVE REGIONS BY OTHER WAVE REGIONS IN THE SNELL'S-WINDOW IMAGE FORMATION

A. A. Molkov

The shadowing of some regions of a perturbed water surface by other regions can significantly influence the backscattered signal not only in the problem of remote monitoring of a water reservoir at the sliding angles (e.g., in radar), but also in the problems of underwater vision. In this work, we show the results of theoretical study of this phenomenon with respect to the model of underwater imaging of the sky (the Snell window) near its boundary. The numerical-simulation method is used to develop the statistically mean image of the Snell window, which allows for the shadowing effects, and the corrected formula of the estimate of a wave parameter, namely, the water-surface slope variance is obtained using the value of the Snell window boundary blurring.