УДК 621.396.67

ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗЛУЧЕНИЯ МИКРОПОЛОСКОВОЙ АНТЕННЫ С ПОДЛОЖКОЙ ИЗ КИРАЛЬНОГО МЕТАМАТЕРИАЛА

Д. С. Клюев [1 *], *М. А. Минкин* [2], *Д. В. Мишин* [1], *А. М. Нещерет* [2], *Д. П. Табаков* [1]

[1] Поволжский госуниверситет телекоммуникаций и информатики, г. Самара;
[2] Концерн «Автоматика», г. Москва, Россия

В статье представлена методика электродинамического анализа микрополосковой антенны с подложкой из кирального метаматериала. Приведены сингулярные интегральные представления составляющих напряжённости электрического поля, излучаемого такой антенной. Получено сингулярное интегральное уравнение с особенностью Коши, позволяющее определить функцию распределения плотности тока по поверхности излучателя. Рассчитаны зависимости модуля и фазы составляющих напряжённости электрического поля от координаты, а также диаграммы направленности антенны. Показано, что излучаемые такой антенной электромагнитные волны обладают эллиптической поляризацией.

ВВЕДЕНИЕ

Задачи совершенствования характеристик антенн и их миниатюризации были важны всегда. Особенно они актуальны сейчас, т. к. в современной радиотехнике зачастую самым габаритным элементом является именно антенна. В то же время, помимо требований к массо-габаритным характеристикам, есть достаточно жёсткие требования по назначению, характеризующие излучающую (принимающую) способность антенны. Перспективным направлением в антенной технике являются антенны в микрополосковом исполнении, которые в некоторой степени способны удовлетворять современным требованиям.

Вместе с тем традиционные подходы к созданию микрополосковых антенн уже практически достигли своего предела с точки зрения дальнейшего улучшения их электрических и массо-габаритных характеристик, поэтому поиск новых технических решений для подобных антенн в последнее время существенно активизировался. Весьма перспективным подходом к дальнейшему улучшению электрических и массо-габаритных характеристик микрополосковых антенн является применение в их конструкции искусственных композитных материалов, обладающих, как правило, дисперсией и получивших в литературе название метаматериалов. Как свидетельствуют теоретические и экспериментальные исследования, применение метаматериалов позволяет существенно улучшить характеристики антенн, а также уменьшить их размеры. В частности, в работах [1–4] показано, что имеют место увеличение коэффициента усиления, повышение развязок между излучателями антенной решётки, а также уменьшение габаритов за счёт компенсации реактивной составляющей входного сопротивления.

Среди метаматериалов следует особо выделить киральные среды [5–8], представляющие собой диэлектрические контейнеры с периодически расположенными проводящими элементами зеркально-ассиметричной формы. Примерами таких проводящих включений могут служить спирали, S-элементы, Ω-элементы, разомкнутые кольца и прочее. Особенностью данных сред являются их электродинамические свойства, благодаря которым использование кирального метаматериала позволяет изменять вид поляризации взаимодействующих с ним электромагнитных волн.

* klyuev@yandex.ru

В настоящее время большинство исследований киральных метаматериалов проводятся, как правило, с использованием программных комплексов электродинамического моделирования, таких как Feko, HFSS, CST Studio и т. д., в том числе в зарубежных научных школах (см., например, [2, 3]). Однако численные алгоритмы, причём в большинстве случаев «закрытые», предполагающие дискретизацию исследуемой структуры на элементарные ячейки (базисы), могут существенно исказить её свойства. Особенно это касается резонансных структур, к которым относятся и киральные метаматериалы. Подход, предполагающий уменьшение шага дискретизации, в целом может быть использован для решения ряда задач, но при этом существенно увеличиваются требования к вычислительным ресурсам. Кроме того, в силу «закрытости» данных комплексов вопросы сходимости также являются весьма актуальными. В связи с вышеизложенным вопрос доверия к результатам, полученным с помощью указанных программных комплексов, остаётся открытым.

Другой подход к исследованию киральных метаматериалов основан на использовании интегральных уравнений Фредгольма. Например, в статье [9] получено интегральное уравнение Фредгольма первого рода для микрополосковой спиральной антенны, расположенной на подложке из метаматериала, а в статье [10] — для микрополосковой антенны с плоским излучателем. Однако ввиду того, что численное решение таких уравнений является некорректной математической задачей по Адамару, возникает ряд сложностей, связанных со сходимостью. Среди зарубежных публикаций следует также отметить работу [11], где рассмотрено решение методом моментов интегрального уравнения для трёхслойной микрополосковой цилиндрической антенны (металл—киральный слой—диэлектрик). При этом существенным недостатком такого подхода является выбор разного базиса для каждого набора параметров.

В связи с вышеизложенным предлагается провести электродинамический анализ структуры микрополосковой антенны (в которой подложка выполнена из кирального метаматериала, а на ней располагается плоский симметричный прямоугольный излучатель) методом сингулярных интегральных представлений [12–14]. При этом задача определения функции распределения тока по микрополосковой антенне сводится к сингулярному интегральному уравнению с особенностью Коши, численное решение которого, в свою очередь, является корректной математической задачей по Адамару [15].

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАТРИЦЫ ПОВЕРХНОСТНЫХ ИМПЕДАНСОВ

В большинстве работ в основе исследований киральных сред лежит феноменологическая теория, которая предполагает использование специальных материальных уравнений [5–8] для векторов напряжённости электрического ($\mathbf{E}$) и магнитного ($\mathbf{H}$) полей и соответствующих векторов индукции ($\mathbf{D}$ и $\mathbf{B}$):

$$\begin{aligned}\mathbf{D} &= \varepsilon_0\varepsilon_1\mathbf{E} \mp i\chi\,\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\,\mathbf{H},\\ \mathbf{B} &= \mu_0\mu_1\mathbf{H} \pm i\chi\,\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\,\mathbf{E},\end{aligned} \qquad (1)$$

где ε_0 и μ_0 — электрическая и магнитная постоянные, ε_1 и μ_1 — диэлектрическая и магнитная проницаемости соответственно, χ — параметр киральности, характеризующий степень взаимосвязи процессов электрической и магнитной поляризаций в среде. Верхние знаки в (1) соответствуют киральной среде на основе «правосторонних» элементов (например, правозакрученных спиралей), а нижние знаки — киральной среде на основе «левосторонних» элементов (например, левозакрученных спиралей).

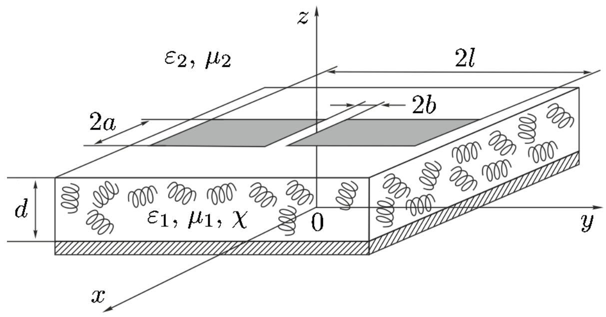

Рис. 1. Геометрия микрополосковой антенны с киральной подложкой

Рассмотрим вариант структуры микрополосковой антенны (МПА), у которой подложка выполнена из кирального метаматериала с толщиной d и металлизирована с нижней стороны (см. рис. 1). Киральный метаматериал представляет собой диэлектрик, в котором хаотически расположены киральные элементы. Макроскопические параметры диэлектрика при этом равны ε_1 и μ_1. На такой подложке расположен бесконечно тонкий и идеально проводящий прямоугольный симметричный излучатель с длиной $2l$ и шириной $2a$. Ширина зазора в излучателе, в который включён гармонический источник электродвижущей силы, составляет $2b$. Над излучателем находится диэлектрическое полупространство с макроскопическими параметрами ε_2 и μ_2.

Следует отметить, что излучатель предполагается достаточно узким, вследствие чего поперечной составляющей поверхностной плотности тока $\boldsymbol{\eta}$ можно пренебречь: $\boldsymbol{\eta} = (0, \eta_y)$, а тангенциальная составляющая $\mathbf{E}_\tau^{\rm ext}$ стороннего поля имеет лишь одну компоненту: $\mathbf{E}_\tau^{\rm ext} = (0, E_y^{\rm ext}, 0)$. На поверхности микрополоскового излучателя должны выполняться следующие граничные условия:

$$\begin{gathered}\eta_y(x,-l) = \eta_y(x,+l) = 0,\\ \mathbf{E}_\tau(x,y) = 0 \quad \text{при} \quad x \in [-a,a], \qquad y \in [-l,-b] \cup [b,l],\\ \mathbf{E}_\tau(x,y) = -\mathbf{E}_\tau^{\rm ext} \quad \text{при} \quad x \in [-a,a], \qquad y \in [-b,b].\end{gathered} \tag{2}$$

Разложим векторы напряжённостей электрического ($\mathbf{E}$) и магнитного ($\mathbf{H}$) полей и поверхностной плотности тока $\boldsymbol{\eta}$ на МПА по координатам x и y в интегралы Фурье:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(x,y,z) &= \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{M}(z,\beta,h) \exp(-i\beta x - ihy)\,\mathrm{d}\beta\,\mathrm{d}h,\\ \mathbf{H}(x,y,z) &= \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{T}(z,\beta,h) \exp(-i\beta x - ihy)\,\mathrm{d}\beta\,\mathrm{d}h,\\ \boldsymbol{\eta}(x,y) &= \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{F}(\beta,h) \exp(-i\beta x - ihy)\,\mathrm{d}\beta\,\mathrm{d}h,\end{aligned} \tag{3}$$

где

$$\begin{aligned}\mathbf{T}(z,\beta,h) &= \frac{1}{4\pi^2} \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E}(x',y',z) \exp(i\beta x' + ihy')\,\mathrm{d}x'\,\mathrm{d}y',\\ \mathbf{M}(z,\beta,h) &= \frac{1}{4\pi^2} \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{H}(x',y',z) \exp(i\beta x' + ihy')\,\mathrm{d}x'\,\mathrm{d}y',\\ \mathbf{F}(\beta,h) &= \frac{1}{4\pi^2} \int\limits_{-a}^{a}\int\limits_{-l}^{l} \boldsymbol{\eta}(x',y',z) \exp(i\beta x' + ihy')\,\mathrm{d}x'\,\mathrm{d}y',\end{aligned} \tag{3а}$$

$$\mathbf{E}(x',y',z)=\mathbf{x}_0E_x(x',y',z)+\mathbf{y}_0E_y(x',y',z)+\mathbf{z}\mathbf{y}_0E_z(x',y',z),$$
$$\mathbf{H}(x',y',z)=\mathbf{x}_0H_x(x',y',z)+\mathbf{y}_0H_y(x',y',z)+\mathbf{z}\mathbf{y}_0H_z(x',y',z),$$
$$\boldsymbol{\eta}(x',y')=[bfn_0,\mathbf{H}^{(2)}(x,y,z=d)-\mathbf{H}^{(1)}(x,y,z=d)]=\mathbf{x}_0\eta_x(x',y')+\mathbf{y}_0\eta_y(x',y'),$$
$$\mathbf{T}(z,\beta,h)=\mathbf{x}_0T_x(z,\beta,h)+\mathbf{y}_0T_y(z,\beta,h)+\mathbf{z}_0T_z(z,\beta,h),$$
$$\mathbf{M}(z,\beta,h)=\mathbf{x}_0M_x(z,\beta,h)+\mathbf{y}_0M_y(z,\beta,h)+\mathbf{z}_0M_z(z,\beta,h),$$
$$\mathbf{F}(\beta,h)=\mathbf{x}_0F_x(\beta,h)+\mathbf{y}_0FT_y(\beta,h).$$

Здесь $\mathbf{x}_0$, $\mathbf{y}_0$, $\mathbf{z}_0$ — орты координатных осей x, y, z (см. рис. 1) соответственно, квадратные скобки в выражении для $\eta(x',y')$ означают векторное произведение; в соотношениях (3a) учтено, что поверхностная плотность электрического тока η отлична от нуля только на поверхности МПА, т. е. при $z=d$, $x\in[-a,a]$, $y\in[-l,l]$; $\mathbf{n}_0$ — единичный вектор нормали к границе раздела первой и второй сред, направленный из первой среды во вторую; $\mathbf{H}^{(1)}$ и $\mathbf{H}^{(2)}$ — векторы напряжённостей магнитного поля в плоскости $z=d$ в областях 1 ($z<d$) и 2 ($z>d$) соответственно.

На плоскости $z=d$ фурье-образ $\mathbf{T}_\tau=(T_x,T_y)$ тангенциальной составляющей напряжённости электрического поля $\mathbf{E}_\tau$ и фурье-образ $\mathbf{F}=(F_x,F_y)$ поверхностной плотности тока $\boldsymbol{\eta}$ на вибраторе связаны через матрицу поверхностных импедансов $\mathbf{Z}$ плоскости $z=d$ следующим образом [12–14]:

$$\begin{pmatrix}T_y\\T_x\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}Z_{11}&Z_{12}\\Z_{21}&Z_{22}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}F_y\\F_x\end{pmatrix},\tag{4}$$

где $Z_{ij}(\{i,j\}=1,\,2)$ — элементы матрицы поверхностных импедансов $\mathbf{Z}$, являющиеся функциями переменных β и h фурье-пространства: $Z_{ij}=Z_{ij}(\beta,h)$.

Для определения матрицы поверхностных импедансов $\mathbf{Z}$ проще сначала найти матрицу поверхностных адмиттансов $\mathbf{Y}$:

$$\begin{pmatrix}F_y\\F_x\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}Y_{11}&Y_{12}\\Y_{21}&Y_{22}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}T_y\\T_x\end{pmatrix},\tag{5}$$

где $Y_{ij}(\{i,j\}=1,\,2)$ — элементы матрицы поверхностных адмиттансов $\mathbf{Y}$, которые также являются функциями переменных β и h.

Поскольку из матричных соотношений (4) и (5) следует, что матрица $\mathbf{Y}$ есть обратная матрице $\mathbf{Z}$, то связь между элементами этих матриц выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned}Z_{11}(\beta,h)&=Y_{22}(\beta,h)/\Delta(\beta,h),\\Z_{12}(\beta,h)&=-Y_{12}(\beta,h)/\Delta(\beta,h),\\Z_{21}(\beta,h)&=-Y_{21}(\beta,h)/\Delta(\beta,h),\\Z_{22}(\beta,h)&=Y_{11}(\beta,h)/\Delta(\beta,h),\end{aligned}\tag{6}$$

где $\Delta(\beta,h)=Y_{11}(\beta,h)Y_{22}(\beta,h)-Y_{12}(\beta,h)Y_{21}(\beta,h)$.

Элементы матрицы поверхностных адмиттансов плоскости $z=d$ определяются через матрицы входных адмиттансов $\mathbf{Y}^{(2)}$ области $z>d$ (диэлектрический слой) и $\mathbf{Y}^{(1)}$ области $z<d$ (киральный слой) [12–14]:

$$Y_{ij}=Y_{ij}^{(2)}-Y_{ij}^{(1)}.\tag{7}$$

Матрицы входных адмиттансов вводятся следующим образом [12–14]:

$$\begin{pmatrix}M_y^{(l)}\\M_x^{(l)}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}Y_{11}^{(l)}&Y_{12}^{(l)}\\Y_{21}^{(l)}&Y_{22}^{(l)}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}T_y^{(l)}\\T_x^{(l)}\end{pmatrix},\tag{8}$$

где $l = 1,\,2$; $T_x^{(1)}$, $T_y^{(1)}$, $M_x^{(1)}$, $M_y^{(1)}$ — фурье-образы тангенциальных составляющих напряжённостей электрического и магнитного полей в плоскости $z = d$ области $z < d$, а $T_x^{(2)}$, $T_y^{(2)}$, $M_x^{(2)}$, $M_y^{(2)}$ — фурье-образы тангенциальных составляющих напряжённостей электрического и магнитного полей в плоскости $z = d$ области $z > d$.

Сначала определим элементы матрицы входных адмиттансов в области $z < d$ (в киральном слое). Для этого запишем уравнения Максвелла в киральной среде для комплексных амплитуд в декартовой системе координат [5]:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -i\omega\mu_0\mu_1 H_x + k\chi E_x, \qquad && \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -i\omega\mu_0\mu_1 H_y + k\chi E_y,\\
&\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -i\omega\mu_0\mu_1 H_z + k\chi E_z, && \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = i\omega\varepsilon_0\varepsilon_1 E_x + k\chi H_x,\\
&\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = i\omega\varepsilon_0\varepsilon_1 E_y + k\chi H_y, && \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = i\omega\varepsilon_0\varepsilon_1 E_z + k\chi H_z,
\end{aligned} \tag{9}$$

где $k = \omega\,\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ — волновое число для плоской волны в вакууме, ω — циклическая частота. Уравнения (9) справедливы для биизотропных киральных сред на основе правосторонних элементов. Это обусловлено знаками в материальных уравнениях для киральной среды (1).

Для поля в киральной подложке справедлива следующая система уравнений [5]:

$$\nabla^2\mathbf{E} + k^2(\varepsilon_1\mu_1 + \chi^2)\mathbf{E} - 2i\omega\mu_0\mu_1 k\chi\mathbf{H} = 0, \qquad \nabla^2\mathbf{H} + k^2(\varepsilon_1\mu_1 + \chi^2)\mathbf{H} + 2i\omega\varepsilon_0\varepsilon_1 k\chi\mathbf{E} = 0. \tag{10}$$

Подставив (3) в (10) и взяв производные по x и y, получаем систему уравнений относительно фурье-образов T_x, T_y, T_z и M_x, M_y, M_z:

$$\begin{aligned}
&\frac{\mathrm{d}^2\mathbf{T}}{\mathrm{d}z^2} + [k^2(\varepsilon_1\mu_1 + \chi^2) - h^2 - \beta^2]\mathbf{T} - 2i\omega\mu_0\mu_1 k\chi\mathbf{M} = 0,\\
&\frac{\mathrm{d}^2\mathbf{M}}{\mathrm{d}z^2} + [k^2(\varepsilon_1\mu_1 + \chi^2) - h^2 - \beta^2]\mathbf{M} + 2i\omega\varepsilon_0\varepsilon_1 k\chi\mathbf{T} = 0.
\end{aligned} \tag{11}$$

Определим T_y и M_y из решения уравнений (11) с учётом граничного условия $T_y(z = 0) = 0$:

$$T_y = C[\sin(\gamma_{\mathrm{R}} z) + \sin(\gamma_{\mathrm{L}} z)], \qquad N_y = i\,\sqrt{\frac{\varepsilon_0\varepsilon_1}{\mu_0\mu_1}}\;C[\sin(\gamma_{\mathrm{R}} z) - \sin(\gamma_{\mathrm{L}} z)], \tag{12}$$

где

$$\gamma_{\mathrm{R}} = \sqrt{k^2(n+\chi)^2 - \beta^2 - h^2}\,, \qquad \gamma_{\mathrm{L}} = \sqrt{k^2(n-\chi)^2 - \beta^2 - h^2}\,, \qquad n = \sqrt{\varepsilon_1\mu_1}\,, \tag{13}$$

C — некоторая постоянная.

Затем подставим (3) в (9) и выразим составляющие T_x и M_x через T_y и M_y. Используя полученные выражения, формулы (12) и применяя процедуру, описанную в [12–14], получаем элементы матрицы входных адмиттансов плоскости $z = d$ в области $z < d$, т. е. для кирального слоя:

$$\begin{aligned}
Y_{11}^{(1)} = {}&\frac{\zeta(h)\alpha(h)[\gamma_{\mathrm{R}}\cos(\gamma_{\mathrm{R}} z) + \gamma_{\mathrm{L}}\cos(\gamma_{\mathrm{L}} z)] - \psi(h)[\sin(\gamma_{\mathrm{R}} z) + \sin(\gamma_{\mathrm{L}} z)]}{\sin(\gamma_{\mathrm{R}} z) + \sin(\gamma_{\mathrm{L}} z)} + {}\\
&+ \frac{Y_{12}^{(1)}\alpha(h)\{\beta h[\sin(\gamma_{\mathrm{R}} z) + \sin(\gamma_{\mathrm{L}} z)] + \theta(h)[\gamma_{\mathrm{R}}\cos(\gamma_{\mathrm{R}} z) + \gamma_{\mathrm{L}}\cos(\gamma_{\mathrm{L}} z)]\}}{\sin(\gamma_{\mathrm{R}} z) + \sin(\gamma_{\mathrm{L}} z)}\,,
\end{aligned}$$

$$Y_{12}^{(1)} = \frac{\beta h[\sin(\gamma_{\mathrm{R}} z) - \sin(\gamma_{\mathrm{L}} z)] + \theta(h)[\gamma_{\mathrm{R}}\cos(\gamma_{\mathrm{R}} z) - \gamma_{\mathrm{L}}\cos(\gamma_{\mathrm{L}} z)]}{\kappa(h)[\sin(\gamma_{\mathrm{R}} z) - \sin(\gamma_{\mathrm{L}} z)] - \xi(h)[\gamma_{\mathrm{R}}\cos(\gamma_{\mathrm{R}} z) - \gamma_{\mathrm{L}}\cos(\gamma_{\mathrm{L}} z)]}\,,$$

$$Y_{21}^{(1)}=\frac{Y_{22}^{(1)}\alpha(h)\{\beta h[\sin(\gamma_{\rm R}z)+\sin(\gamma_{\rm L}z)]-\theta(h)[\gamma\gamma_{\rm R}\cos(\gamma_{\rm R}z)+\gamma_{\rm L}\cos(\gamma_{\rm L}z)]\}}{\sin(\gamma_{\rm R}z)+\sin(\gamma_{\rm L}z)}\,,$$
$$Y_{22}^{(1)}=-\frac{\sin(\gamma_{\rm R}z)-\sin(\gamma_{\rm L}z)}{\alpha(h)\{\kappa(h)[\sin(\gamma_{\rm R}z)-\sin(\gamma_{\rm L}z)]-\xi(h)[\gamma_{\rm R}\cos(\gamma_{\rm R}z)\gamma_{\rm L}\cos(\gamma_{\rm L}z)]\}}\,,$$

где

$$\alpha(h)=\frac{1}{\zeta_1(h)}\left[1-\frac{4k^4\chi^2\mu_1\varepsilon_1}{\zeta_1^2(h)}\right]^{-1},\qquad \xi(h)=i\omega\mu_0\mu_1-\frac{i2k^2\chi^2\omega\mu_0\mu_1}{\zeta_1(h)}\,,$$
$$\zeta(h)=\frac{i2k^2\chi^2\omega\varepsilon_0\varepsilon_1}{\zeta_1(h)}-i\omega\varepsilon_0\varepsilon_1,\qquad \theta(h)=k\chi-\frac{2k^3\chi\varepsilon_1\mu_1}{\zeta_1(h)}\,,$$
$$\kappa(h)=\frac{2i\beta hk\chi\omega\mu_1\mu_0}{\zeta_1(h)}\,,\qquad \psi(h)=\frac{2i\beta hk\chi\omega\varepsilon_0\varepsilon_1}{\zeta_1(h)}\,,$$
$$\zeta_1(h)=k^2(\mu_1\varepsilon_1+\chi^2)-h^2.$$

Метод определения элементов матрицы входных адмиттансов плоскости $z=d$ в области $z>d$ (диэлектрический слой) подробно описан в [12, 14]. Здесь приведём лишь конечные выражения:

$$Y_{11}^{(2)}=-\frac{k^2\varepsilon_2\mu_2-\beta^2}{\mu_0\mu_2\omega\gamma}\,,\qquad Y_{12}^{(2)}=-\frac{h\beta}{\mu_0\mu_2\omega\gamma}\,,\qquad Y_{21}^{(2)}=\frac{h\beta}{\mu_0\mu_2\omega\gamma}\,,\qquad Y_{22}^{(2)}=\frac{k^2\varepsilon_2\mu_2-h^2}{\mu_0\mu_2\omega\gamma}\,,$$

где $\gamma=\sqrt{k^2\varepsilon_2\mu_2-\beta^2-h^2}$.

Теперь, зная элементы матриц входных адмиттансов, несложно найти элементы матрицы поверхностных адмиттансов и поверхностных импедансов плоскости $z=d$. Используя матричные соотношения (4), (5), (8) и выполняя обратное преобразование Фурье, можно получить выражения, связывающие напряжённости электрического и магнитного поля излучения МПА с плотностью тока на её поверхности. Эти выражения при подстановке их в соответствующие граничные условия переходят в интегральные уравнения относительно плотности тока на поверхности МПА.

Ранее упоминалось, что поперечной составляющей η_x поверхностной плотности тока можно пренебречь, поэтому имеет смысл определять лишь элементы Z_{11} и Z_{21}, поскольку, как следует из (4), данные элементы связывают фурье-образы x- и y-составляющих напряжённости электрического поля на поверхности подложки с фурье-образом продольной составляющей η_y поверхностной плотности тока:

$$T_y=Z_{11}F_y,\qquad T_x=Z_{21}F_y. \tag{14}$$

2. СИНГУЛЯРНОЕ ИНТЕГРАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ПОЛЯ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОКОВОЙ ФУНКЦИИ

Для определения y-составляющей напряжённости электрического поля на поверхности подложки применим обратное преобразование Фурье к выражению (6), учитывая при этом, что плотность тока равна нулю везде, кроме поверхности излучателя:

$$E_y(x,y)=\int\limits_{-a}^{a}\int\limits_{-l}^{l}\eta_y(x',y')Z_{11}^{\Sigma}(x',y',x,y)\,{\rm d}x'\,{\rm d}y', \tag{15}$$

где

$$Z^{\Sigma}(x',y',x,y)=\frac{1}{4\pi^2}\iint\limits_{-\infty}^{+\infty}Z_{11}(\beta,h)\exp[-i\beta(x-x')]\exp[-ih(y-y')]{\rm d}\beta\,{\rm d}h.$$

Поскольку излучатель достаточно узкий, то поперечную вариацию продольной составляющей поверхностной плотности тока можно найти в квазистатическом приближении, в связи с чем функция распределения поверхностной плотности тока принимает следующий вид:

$$\eta_y(x',y') = \frac{f(y')}{\sqrt{1-(x'/a)^2}}\,, \tag{16}$$

где $f(y')$ — функция, описывающая продольное распределение плотности тока.

Интеграл с бесконечными пределами в выражении (15) является расходящимся, поэтому для выделения особенности в явном виде в подынтегральном выражении вычтем и прибавим слагаемое с сомножителем $Z_{11}^{\infty}(h)$, которое является асимптотическим представлением $Z_{11}(\beta,h)$ при $|h|\to\infty$:

$$Z_{11}(\beta,h) \underset{|h|\to\infty}{\longrightarrow} Z_{11}^{\infty}(h) = \frac{i\omega\mu_0(\mu_1+\mu_2)}{k^2(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\,(\mu_1+\mu_2)-(k_\chi)^2}\ |h|. \tag{17}$$

Затем подставим (16) в (15) и перейдём к новой неизвестной функции $f'(y') = \mathrm{d}f(y')/\mathrm{d}y'$ с помощью интегрирования по y' по частям с учётом граничных условий $f(-l)=f(l)$. В результате получим сингулярное интегральное представление y-составляющей напряжённости электрического поля на поверхности подложки $z=d$:

$$E_y(x,y) = -\frac{a}{4\pi}\int\limits_{-l}^{l} f'(y') \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} J_0(\beta a)\,\frac{\Delta Z_{11}(\beta,h)}{ih}\exp(-i\beta x)\exp[-ih(y-y')]\,\mathrm{d}\beta\,\mathrm{d}h\,\mathrm{d}y' -$$
$$-\frac{a}{\pi}\,\zeta(x)C_{\varepsilon,\mu,\chi}\int\limits_{-l}^{l}\frac{f'(y')}{y'-y}\ \mathrm{d}y', \tag{18}$$

где $J_0(\beta a)$ — функция Бесселя I рода 0-го порядка, $\Delta Z_{11}(\beta,h) = Z_{11}(\beta,h) - Z_{11}^{\infty}(h)$,

$$\zeta(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}, & |x|<a; \\ 0, & |x|>a, \end{cases} \qquad C_{\varepsilon,\mu,\chi} = \frac{i\omega\mu_0(\mu_1+\mu_2)}{k^2(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\,(\mu_1+\mu_2)-(k\chi)^2}\,.$$

Аналогичным образом было получено сингулярное интегральное представление для x-составляющей напряжённости электрического поля на поверхности подложки:

$$E_x(x,y) = -\frac{1}{4\pi}\int\limits_{-l}^{l} af'(y') \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} J_0(\beta a)\,\frac{\Delta Z_{21}}{ih}\exp(-i\beta x)\exp[-ih(y-y')]\,\mathrm{d}\beta\,\mathrm{d}h\,\mathrm{d}y' - \frac{1}{2\pi i}\,C_{\varepsilon,\mu,\chi}\times$$
$$\times\int\limits_{-l}^{l} af'(y')\{2\ln(y'-y)\zeta'(x) + \frac{1}{\mu_1+\mu_2}\,[2\theta(y-y')-1]\pi i\mu_2 k\chi\zeta(x)\}\,\mathrm{d}y', \tag{19}$$

где

$$\Delta Z_{21} = Z_{21}(\beta,h) - Z_{21}^{\infty}(\beta,h),$$

$$Z_{21}(\beta,h) \underset{|h|\to\infty}{\longrightarrow} Z_{21}^{\infty}(\beta,h) = -\frac{i\omega\mu_0[-\beta\dfrac{|h|}{h}(\mu_1+\mu_2)-\mu_2 k\chi]}{k^2(\mu_1+\mu_2)\,(\varepsilon_1+\varepsilon_2)-k^2\chi^2}\,,$$

$$\zeta'(x) = \begin{cases} \dfrac{ix}{(a^2 - x^2)^{3/2}}, & |x| < a; \\ 0, & |x| > a, \end{cases}$$

$$\theta(y - y') = \begin{cases} 0, & y < y'; \\ 0{,}5, & y = y'; \\ 1, & y > y'. \end{cases}$$

Подставляя выражение (8) в граничные условия (2), которые, вообще говоря, справедливы в любой точке излучателя, получим сингулярное интегральное уравнение с особенностью Коши относительно неизвестной функции $f'(y')$:

$$\frac{1}{\pi} \int\limits_{-l}^{l} \frac{af'(y')}{y' - y} \, \mathrm{d}y' = F(y), \tag{20}$$

где

$$F(y) = \sigma v(y) - \frac{1}{C_{\varepsilon,\mu,\chi}} \, \frac{a}{4\pi} \int\limits_{-l}^{l} af'(y') K(y, y') \, \mathrm{d}y',$$

$$K(y, y') = \frac{1}{C_{\varepsilon,\mu,\chi}} \, \frac{a}{4\pi} \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} J_0(\beta a) \, \frac{\Delta Z_{11}(\beta, h)}{ih} \exp[-ih(y - y')] \, \mathrm{d}\beta \, \mathrm{d}h,$$

$$\sigma = \frac{\pi l V i}{\lambda Z_{\mathrm{c}} C_{\varepsilon,\mu,\chi}} \, ,$$

$v(y)$ — профиль напряжения $V = 2bE_0$ в зазоре вибратора, $Z_{\mathrm{c}} = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ — характеристическое сопротивление вакуума, λ — длина волны.

Решить уравнение (18) можно, например, с помощью метода частичного обращения оператора [12–14], суть которого состоит в сведении сингулярного интегрального уравнения к интегральному уравнению Фредгольма второго рода путём применения формулы обращения интеграла типа Коши [16]. Далее процедура нахождения функции распределения тока сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов в разложении неизвестной функции по полиномам Чебышёва.

3. РАСЧЁТ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Выражения, связывающие плотность тока на поверхности микрополоскового излучателя с напряжённостью излучаемого электрического поля, имеют вид [12]

$$E_x(x, y, z) = \int\limits_{-a}^{a} \int\limits_{-l}^{l} \eta_y(x', y') Z^x(x', y', x, y) \, \mathrm{d}x' \, \mathrm{d}y',$$

$$E_y(x, y, z) = \int\limits_{-a}^{a} \int\limits_{-l}^{l} \eta_y(x', y') Z^y(x', y', x, y) \, \mathrm{d}x' \, \mathrm{d}y', \tag{21}$$

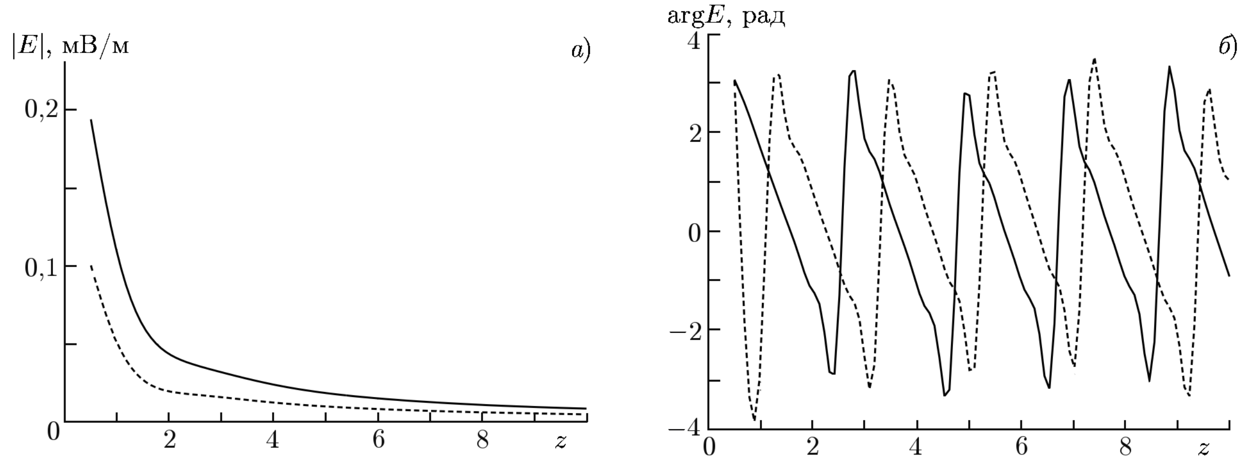

Рис. 2. Графики зависимостей модуля (a) и фазы ($б$) составляющих E_x (сплошная линия) и E_y (штриховая линия) напряжённости электрического поля, излучаемого МПА с подложкой на основе «правосторонних» киральных элементов, от координаты z

где

$$Z^x(x', y', x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} Z_{21}(\beta, h) \times$$
$$\times \exp[-i\,\sqrt{k^2\varepsilon_2\mu_2 - \beta^2 - h^2}\,(z-d)] \exp[-i\beta(x-x')] \exp[-ih(y-y')]\,\mathrm{d}\beta\,\mathrm{d}h,$$

$$Z^y(x', y', x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} Z_{11}(\beta, h) \times$$
$$\times \exp[-i\,\sqrt{k^2\varepsilon_2\mu_2 - \beta^2 - h^2}\,(z-d)] \exp[-i\beta(x-x')] \exp[-ih(y-y')]\,\mathrm{d}\beta\,\mathrm{d}h.$$

На рис. 2 представлены графики зависимостей модуля и фазы x- и y-составляющих напряжённости электрического поля, излучаемого МПА с подложкой на основе «правосторонних» киральных элементов, от координаты z. На рис. 3 приведены аналогичные графики для МПА с подложкой на основе «левосторонних» киральных элементов. Расчёты выполнены при следующих параметрах: $\chi = 0{,}75$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$, $a/\lambda = 0{,}025$, $l/\lambda = 0{,}5$, $b/\lambda = 0{,}01$, $d/\lambda = 0{,}1$.

Из приведённых графиков видно, что y-составляющая напряжённости электрического поля, создаваемого МПА с подложкой из кирального метаматериала, по модулю соизмерима с x-составляющей, а их фазы сдвинуты на некоторую величину, что, в свою очередь, свидетельствует об излучении такой антенной волн с эллиптической поляризацией.

На рис. 4 представлены нормированные диаграммы направленности по модулю напряжённости электрического поля МПА с подложкой, выполненной на основе «правосторонних» и «левосторонних» киральных элементов. Расчёты выполнены при тех же параметрах.

Таким образом, были получены выражения для расчёта напряжённости электрического поля, излучаемого МПА с подложкой из кирального метаматериала, в том числе на поверхности излучателя. Приведены результаты вычисления напряжённости электрического поля, на основании которых был сделан вывод о том, что электромагнитные волны, излучаемые МПА с подложкой из кирального метаматериала, обладают эллиптической поляризацией. Кроме того, было установлено, что МПА подобного рода обладают несимметричными диаграммами направленности.

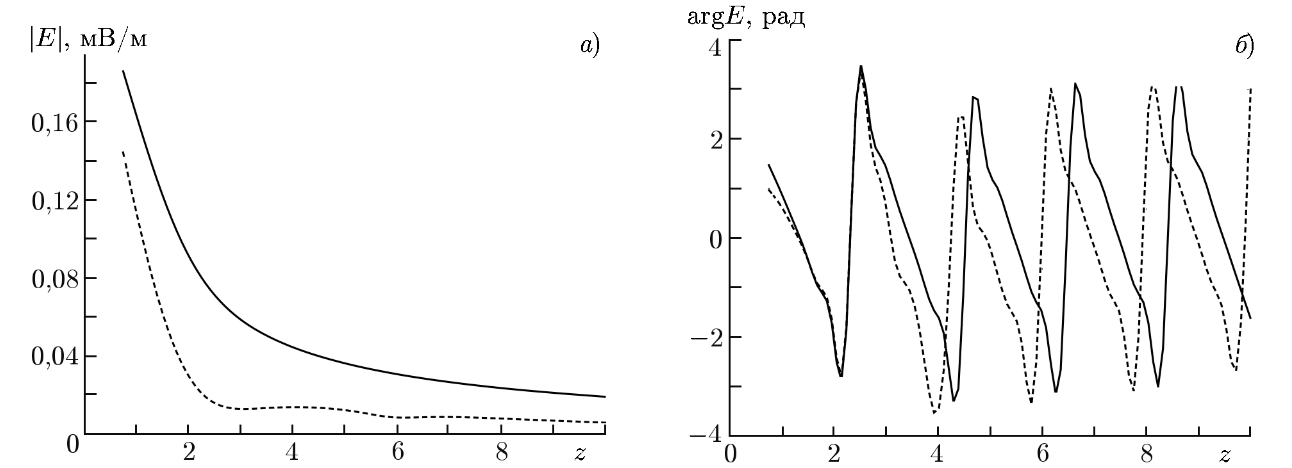

Рис. 3. Графики зависимостей модуля (a) и фазы ($б$) составляющих E_x (сплошная линия) и E_y (штриховая линия) напряжённости электрического поля, излучаемого МПА с подложкой на основе «левосторонних» киральных элементов, от координаты z

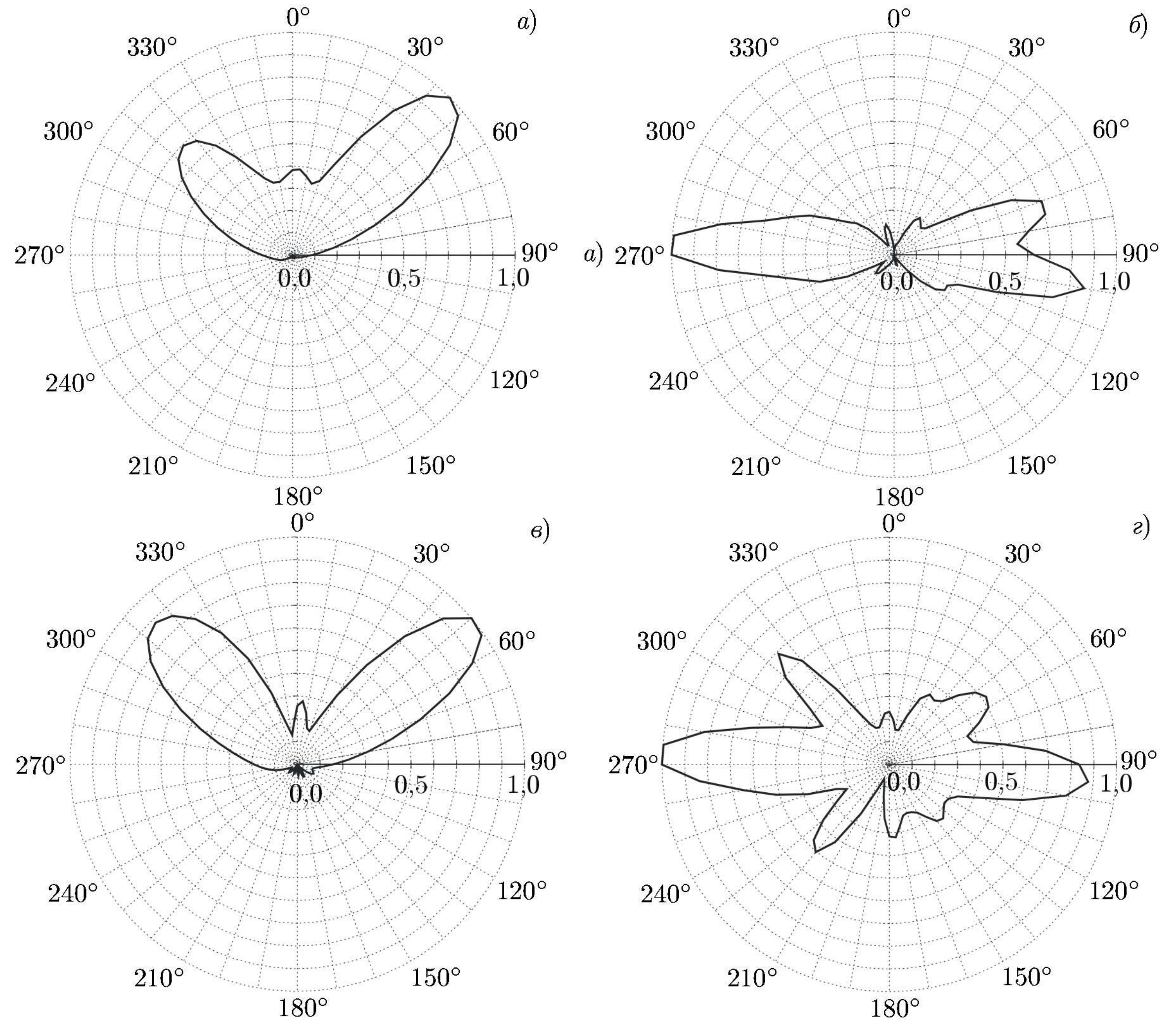

Рис. 4. Нормированные диаграммы направленности в меридиональной (a, $в$) и азимутальной ($б$, $г$) плоскостях МПА с киральной подложкой на основе «правосторонних» (a, $б$) и «левосторонних» ($в$, $г$) элементов

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Слюсар В. // Первая миля. 2010. № 3–4. С. 44.
2. Engheta N., Ziolkowski R. W. // IEEE Trans. Microwave Theory Techn. 2005. V. 53, No. 4. P. 1 535.
3. Yang S., Wang L., Le-Wei Li J. // Proc. 2012 IEEE Int. Workshop on Electromag.: Appl. Student Innovation Competition. 2012. 6–9 Aug. Chengdu. China. P. 1.
4. Zarifi D., Oraizi H., Soleimani M. // Prog. Electromag. Res. 2012. V. 123. P. 337.
5. Неганов В. А., Осипов О. В. Отражающие, волноведущие и излучающие структуры с киральными элементами. М.: Радио и связь, 2006. 280 с.
6. Lindell I. V., Sihvola A. H., Tretyakov S. A., Viitanen A. J. Electromagnetic waves in chiral and bi-isotropic media. London: Artech House, 1994. 291 p.
7. Каценеленбаум Б. З., Коршунова Е. Н., Сивов А. Н., Шатров А. Д. // Успехи физ. наук. 1997. Т. 167, № 11. С. 1 201.
8. Lakhtakia A., Varadan V. K., Varadan V. V. Time-harmonic electromagnetic fields in chiral media. Lecture Notes in Physics. Berlin, Heidelberg, Boston: Springer-Verlag, 1989. 121 p.
9. Будагян И. Ф., Ковальчук А. А., Чебышёв В. А. // I-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2012. № 10. С. 30.
10. Zebiri C., Daoudi S., Benabdelaziz F., et al.// Int. J. Appl. Electromag. Mechanics. 2016. V. 51. P. 249.
11. Li L.-W., Zhao T.-X., Leong M.-S., Yeo T.-S. // Prog. Electromag. Res. 2002. V. 35. P. 165.
12. Дементьев А. Н., Клюев Д. С., Неганов В. А., Соколова Ю. В. Сингулярные и гиперсингулярные интегральные уравнения в теории зеркальных и полосковых антенн. М.: Радиотехника, 2015. 216 с.
13. Неганов В. А., Нефёдов Е. И., Яровой Г. П. Полосково-щелевые структуры сверх- и крайневысоких частот. М: Наука, Физматлит, 1996. 304 с.
14. Неганов В. А., Клюев Д. С., Соколова Ю. В.// Изв. вузов. Радиофизика. 2008. Т. 51, № 12. С. 1 061.
15. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979. 288 с.
16. Манжиров А. В., Полянин А. Д. Справочник по интегральным уравнениям. Методы решения. М.: Факториал Пресс, 2000. 385 с.

Поступила в редакцию 11 января 2018 г.; принята в печать 28 июня 2018 г.

CHARACTERISTICS OF RADATION OF A MICROSTRIP ANTENNA ON A SUBSTRATE MADE OF A CHIRAL METAMATERIAL

D. S. Klyuev, M. A. Minkin, D. V. Mishin, A. M. Neshcheret, and D. P. Tabakov

We present a method for electrodynamic analysis of a microstrip antenna on a substrate made of a chiral metamaterial. Singular integral representations of the components of the electric field emitted by such an antenna, are presented. A singular integral equation with the Cauchy singularity is obtained, which allows determining the function of the current density distribution over the emitter surface. The dependences of the absolute value and phase of the electric-field components on the coordinates are calculated, as well as the radiation patterns of the antenna. It is shown that the electromagnetic waves emitted by such an antenna have the elliptic polarization.