

УДК 550.385.41+533.9

## РЕЗОНАНСНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ С ИОННО-ЦИКЛОТРОННЫМИ ВОЛНАМИ. II. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

*В. С. Грач*<sup>1\*</sup>, *А. Г. Демехов*<sup>2,1</sup>

<sup>1</sup> Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород;

<sup>2</sup> Полярный геофизический институт, г. Апатиты, Россия

На основе численного моделирования расчётов анализируются интегральные характеристики резонансного взаимодействия релятивистских электронов в радиационных поясах Земли с ионно-циклотронными волнами. Рассматриваются волновые пакеты конечной длины с переменной частотой и различными профилями амплитуды, распространяющиеся от экватора. Сопоставлено влияние нелинейных режимов взаимодействия, рассмотренных в первой части работы для траекторий отдельных частиц [1]. Установлено, что зависимость характеристик взаимодействия от энергии электронов и положения пакета более существенно выражена для пакета с гауссовым профилем амплитуды, чем для пакета с прямоугольным профилем. Получено, что для пакета с гауссовым профилем амплитуды направленный и диффузионный перенос частиц в фазовом пространстве сравнимы, в то время как для пакета с прямоугольным профилем амплитуды величина направленного изменения экваториального питч-угла может заметно (в 3÷5 раз) превосходить среднеквадратичное изменение. Наибольшее уменьшение экваториального питч-угла и наибольшая доля соответствующих частиц наблюдаются при энергиях около 1 МэВ для пакета вблизи экватора. Доля частиц, которые могут попасть в конус потерь после однократного пролёта волнового пакета, составляет 1,0÷1,7%.

### ВВЕДЕНИЕ

Данная работа является непосредственным продолжением работы [1] и посвящена анализу резонансного взаимодействия релятивистских электронов с пакетом ионно-циклотронных волн конечной длины на основе численного моделирования.

Электромагнитные ионно-циклотронные (ЭМИЦ) волны (один из основных видов плазменных колебаний в магнитосфере Земли) наблюдаются в широком диапазоне геоцентрических расстояний и долгот [2–6]. Наряду с шумовыми всплесками ионно-циклотронных волн часто регистрируются квазимонохроматические волновые пакеты типа «жемчужин» или гидромагнитных хоров с частотами порядка 1÷2 Гц [7–10]. Наблюдения показывают, что ионно-циклотронные волны распространяются преимущественно вдоль магнитного поля и их амплитуды могут достигать 1÷7 нТл [8, 9, 11, 12]. Рассеяние в конус потерь, вызванное резонансным взаимодействием с ионно-циклотронными волнами, считается одним из основных механизмов высыпаний релятивистских электронов радиационных поясов в атмосферу Земли [13].

В работе [1] анализировались условия реализации и особенности режимов движения отдельных частиц в зависимости от формы и начального положения волнового пакета, энергии электронов и их начального питч-угла. Данная статья посвящена изучению интегральных характеристик динамики режимов взаимодействия и эффективности рассеяния электронов в конус потерь в зависимости от их энергии, положения пакета в пространстве и профиля его амплитуды.

---

\* vsgrach@appl.sci-nnov.ru

## 1. ОСОБЕННОСТИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ИОННО-ЦИКЛОТРОННЫХ ВОЛН С ОТДЕЛЬНЫМИ ЧАСТИЦАМИ

Система уравнений, описывающая резонансное взаимодействие электронов и пакета ионно-циклотронных волн, представлена в работе [1] (см. уравнения (2)–(5)). Для удобства читателя кратко приведём закономерности движения отдельных частиц, установленные в [1] и предшествующих работах [14–17].

Рассмотрим взаимодействие электрона с импульсом  $\mathbf{p}$  и массой  $m$  и ионно-циклотронной волны с частотой  $\omega$  и волновым вектором  $\mathbf{k}$ , распространяющейся вдоль магнитного поля Земли  $\mathbf{B}_0$  ( $\mathbf{k} \parallel \mathbf{B}_0$ ). Резонансное взаимодействие возможно на аномальном эффекте Доплера и, поскольку частота ЭМИЦ волн  $\omega$  много меньше нерелятивистской гирочастоты электронов  $\Omega_c$ , только для релятивистских частиц ( $\gamma = \sqrt{1 + [p/(mc)]^2} > 2$ , где  $c$  — скорость света):

$$\omega - kv_{\parallel} = -\Omega_c/\gamma. \quad (1)$$

Здесь  $v_{\parallel}$  — продольная (по отношению к полю  $\mathbf{B}_0$ ) скорость электрона. Поскольку  $\omega \ll \Omega_c$ , в результате резонансного взаимодействия энергия электронов практически не меняется, но возможно значительное изменение экваториального питч-угла  $\Theta_L$ .

Основным параметром, характеризующим взаимодействие, является параметр эффективной неоднородности  $\mathcal{R} = \sigma_R R$ , где величина  $\sigma_R = \pm 1$  определяет знак неоднородности, а

$$R = \frac{|d\Delta/dt|}{\Omega_{tr}^2}. \quad (2)$$

Здесь  $\Omega_{tr}^2$  — квадрат частоты осцилляций электрона в поле волны вблизи минимума её эффективного потенциала [1, 18],  $\Delta = \omega - kv_{\parallel} + \Omega_c/\gamma$  — отстройка от резонанса. В реальных условиях параметр  $R$  изменяется как во времени, так и в пространстве, причём эти изменения связаны как с неоднородностью среды (с вариациями частоты и амплитуды волнового пакета в том числе), так и с нелинейной модуляцией параметров частиц под действием волны. Однако основные особенности движения можно классифицировать исходя из величины  $R$ , вычисленной в области резонанса в линейном приближении. При  $R > 1$  траектории всех частиц инфинитны (все частицы являются пролётными), при  $R < 1$  существует минимум эффективного потенциала волны, т. е. возможен захват частицы полем волны. Траектории захваченных частиц являются финитными. Примеры фазовых плоскостей для различных значений  $R$  приведены в статье [1] на рис. 1.

В случае, когда  $R \gg 1$ , движение частицы можно считать линейным: она является пролётной, общее изменение её питч-угла (и энергии) определяется начальной фазой, что для ансамбля частиц может приводить к их диффузии по питч-углам (соответствующие аналитические оценки приведены в статье [1], формула (11)). При  $R \ll 1$  взаимодействие является нелинейным и характеризуется группировкой частиц по фазе и дрейфом значений  $\Theta_L$  как для пролётных частиц, так и для частиц, захваченных полем волны. При этом знак направленного изменения питч-угла  $\Theta_L$  определяется режимом нелинейного взаимодействия и знаком эффективной неоднородности. При взаимодействии электронов с ионно-циклотронными волнами, распространяющимися от экватора, знак эффективной неоднородности соответствует  $\sigma_R < 0$ .

В первой части работы [1] подробно анализировались три основных режима нелинейного резонансного взаимодействия: «бунчировка» и направленное рассеяние незахваченных (пролётных) частиц, а также захват частиц полем волны. Бунчировкой пролётных частиц принято называть их группировку по фазе, в результате которой частицы на фазовой плоскости пересекают сепаратрису, отделяющую пролётные частицы от захваченных, в окрестности седла. Это приводит

к небольшому изменению питч-угла примерно на одну и ту же величину для большой доли пролётных частиц [15–17]. При  $\sigma_R < 0$  в режиме бунчировки питч-угол увеличивается (см. формулу (12) в статье [1]). В режиме захвата частиц полем волны при  $\sigma_R < 0$  питч-угол электронов уменьшается [15–17]. Направленное рассеяние представляет собой сильное изменение питч-угла небольшой доли пролётных частиц (при  $\sigma_R < 0$  — уменьшение питч-угла). По виду фазовых траекторий этот режим является переходным от режима пролётных частиц к режиму захвата [1]. В работе [19] предполагалось, что он связан с влиянием центробежной компоненты силы Лоренца (т. е. её проекции на направление вдоль радиуса ларморовской окружности) в отсутствие захвата частиц. Однако, как было показано в первой части статьи [1], сильное уменьшение питч-угла незахваченных частиц вызвано их длительным пребыванием на фазовой плоскости в области сепаратрисы вдали от седла.

Система уравнений, описывающая резонансное взаимодействие тестового электрона с пакетом ионно-циклотронных волн (см. (2)–(5) в [1]), решалась численно методом Рунге–Кутты третьего порядка. Рассчитывался однократный пролёт электрона через пакет с учётом «аномального» циклотронного резонанса. Рассматривались волновые пакеты с повышающейся во времени частотой (типа гидромагнитных хоров) в частотном диапазоне ниже гирочастоты протонов  $\Omega_H$ , но выше гирочастоты ионов гелия  $\text{He}^+$ , на  $L$ -оболочке  $L = 5,5$  при концентрации электронов  $N_e = 178 \text{ см}^{-3}$ . Ионный состав был следующий: ионы водорода ( $N_{\text{H}^+} = 0,81N_e$ ), гелия ( $N_{\text{He}^+} = 0,095N_e$ ) и кислорода ( $N_{\text{O}^+} = 0,095N_e$ ). Геомагнитное поле  $\mathbf{B}_0$  рассчитывалось в дипольном приближении.

Рассматривался волновой пакет с длиной  $L_{\text{pt}} = 7000$  км и линейным дрейфом частоты (частота пакета линейно убывала от заднего фронта  $z = z_1$  к переднему  $z = z_2$  в диапазоне от  $\omega = 0,76\Omega_H = 2,3$  Гц до  $\omega = 0,46\Omega_H = 1,4$  Гц).

Расчёты проводились для двух вариантов формы пакета — постоянной амплитуды электрического поля  $E_w$  (прямоугольный пакет) и амплитуды, распределённой по закону Гаусса (гауссов пакет) — и трёх вариантов положения его заднего фронта:  $z_1^{(1)} = -10c/\Omega_H = -90$  км (практически экватор, пакет 1),  $z_1^{(2)} = z_1^{(1)} + L_{\text{pt}}/4$ , (пакет 2),  $z_1^{(3)} = z_1^{(1)} + L_{\text{pt}}/2$  (пакет 3). Положительное направление оси  $z$  соответствовало направлению распространения волны и движения резонансных электронов. Для третьего пакета передний фронт граничил с зоной циклотронного резонанса (и, соответственно, поглощения) ионов  $\text{He}^+$ . Максимальное значение индукции магнитного поля волны было равно  $B_w = 2,2$  нТл (значения максимума напряжённости электрического поля  $E_w$  для разных положений пакета неодинаковы). Данные параметры плазмы и волн соответствуют случаю, зарегистрированному на одной из орбит спутника Van Allen Probe B [12].

Электроны рассматривались в следующем диапазоне начальных параметров: энергия  $W_0 = 0,98 \div 2,20$  МэВ, экваториальный питч-угол  $\Theta_{L0} = 30^\circ \div 70^\circ$ . Этот диапазон соответствует частицам, наиболее эффективно взаимодействующим с описанными выше волновыми пакетами. Широкий диапазон начальных питч-углов для резонансных частиц связан с неоднородностью внешнего магнитного поля  $\mathbf{B}_0$  и наличием дрейфа частоты пакета, т. е. изменением резонансной скорости в области взаимодействия (зависимости положения резонанса и величины  $R$  от  $W_0$  и  $\Theta_{L0}$  приведены в [1] на рис. 2).

Вычисления проводились для 8 значений начальной энергии в указанном диапазоне, 41 значения начального питч-угла (с шагом в  $1^\circ$ ) и 360 значений начальной фазы, равномерно распределённых в интервале  $[0, 2\pi]$ . Таким образом, для каждого значения энергии рассчитывался однократный пролёт через пакет для 14 760 частиц.

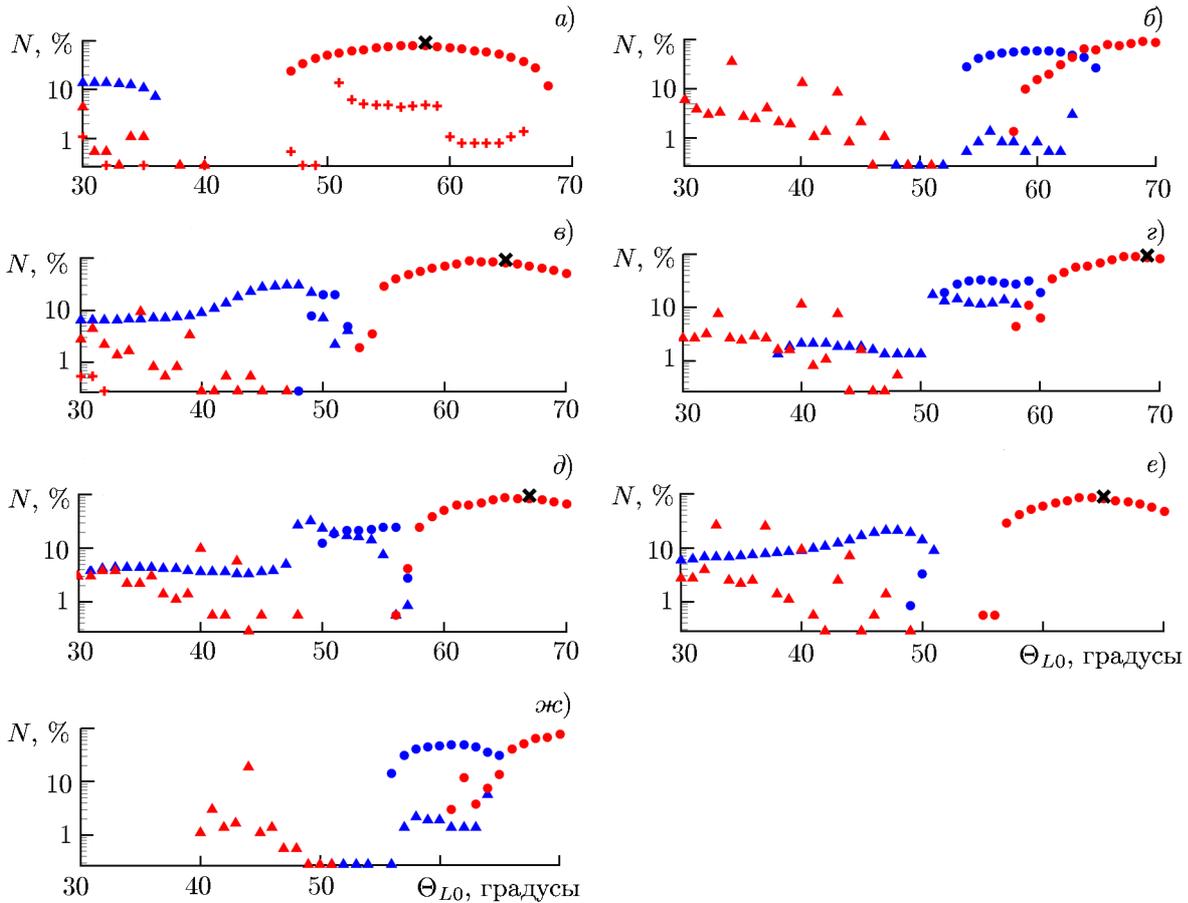


Рис. 1. Доля захваченных частиц (символы  $\circ$ ), пролётных частиц с сильным уменьшением питч-угла  $\Delta\Theta_L < -15^\circ$  (символы  $\Delta$ ) и частиц, попавших в конус потерь (символы  $+$ ), в зависимости от начального питч-угла  $\Theta_{L0}$ . Синий цвет соответствует гауссову пакету, красный — прямоугольному. Чёрным символом  $\times$  отмечен угол  $\Theta_{L*}$ , при котором появляются нерезонансные частицы (см. текст). Панели *а, в, д, ж* соответствуют пакету 2 и энергиям 0,98; 1,30; 1,50 и 2,20 МэВ, панели *б, г, е* — энергии 1,7 МэВ и пакетам 1, 2, 3 соответственно

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЁТОВ

### 2.1. Режимы взаимодействия в зависимости от начальных параметров частиц

Как отмечено выше, возможны три режима нелинейного взаимодействия электрона с пакетом ионно-циклотронных волн: бунчировка и направленное рассеяние пролётных частиц, а также захват частиц полем волны. На рис. 1 для различных значений начальной энергии электронов, профилей пакета и положений пакета в пространстве представлена (в логарифмическом масштабе) зависимость от начального питч-угла доли захваченных частиц, пролётных частиц с сильным уменьшением питч-угла  $\Delta\Theta_L < -15^\circ$ , т. е. частиц, для которых имело место направленное рассеяние, и частиц, попавших в конус потерь. При анализе результатов расчётов электрон формально считался захваченным, если для его траектории  $N_T > 1$ , где  $N_T$  — число точек, в которых точно выполнено условие резонанса  $\Delta = 0$ . Результаты представлены для пакета 2 для четырёх из рассмотренных энергий (левый столбец) и для всех положений пакета для энергии  $W_0 = 1,7$  МэВ (правый столбец).

Очевидно, что критерий  $\Delta\Theta_L < -15^\circ$  не позволяет полностью оценить долю частиц, для которых имело место направленное рассеяние, т. к. режим нелинейного взаимодействия определяется видом траектории, а не величиной  $\Delta\Theta_L$ . Однако более подробный анализ расчётов для конкретных параметров  $W_0$  и  $\Theta_{L0}$  (см. рис. 3–9 в статье [1]) показывает, что среди всех частиц, испытавших направленное рассеяние, доля частиц с  $\Delta\Theta_L > -15^\circ$  не превышает 2%.

Для прямоугольного пакета (красные маркеры на рис. 1) при изменении энергии частиц и начального положения волнового пакета интегральные характеристики взаимодействия изменяются только количественно. Направленное рассеяние имеет место при не слишком больших начальных питч-углах, при этом в большинстве случаев доля частиц, испытавших направленное рассеяние, не превышает 10%. В среднем доля таких частиц убывает с ростом угла  $\Theta_{L0}$ , однако существуют выбросы в область более высоких значений  $\Delta\Theta_L$ . Особенности направленного рассеяния для прямоугольного пакета более подробно обсуждались в работе [1].

При «промежуточных» начальных экваториальных питч-углах отсутствуют как направленное рассеяние, так и захваченные частицы. Начиная с некоторого  $\Theta_{L0}$  появляются захваченные частицы (направленное рассеяние при этом отсутствует), их доля в зависимости от  $\Theta_{L0}$  имеет максимум при некотором  $\Theta_{LM} \approx \Theta_{L*}$ . Питч-угол  $\Theta_{L*}$  соответствует появлению (при дальнейшем увеличении  $\Theta_{L0}$ ) нерезонансных частиц, т. е. частиц, пролетающих пакет без точного выполнения условия  $\Delta = 0$ . Как показано в [1], при увеличении начального питч-угла  $\Theta_{L0}$  (при постоянной энергии) точка резонанса (рассчитанная для невозмущённой траектории) смещается к заднему фронту пакета, и при  $\Theta_{L0} > \Theta_{L*}$  точное условие резонанса в пределах пакета не выполняется. Некоторые частицы с  $\Theta_{L0} > \Theta_{L*}$  всё же попадают в резонанс из-за нелинейного сдвига точки резонанса. В [1] также установлено, что при  $\Theta_{L0} > \Theta_{L*}$  все частицы, для которых точное условие резонанса выполнено внутри пакета, оказываются захваченными.

Таким образом, при малых начальных питч-углах имеют место два нелинейных эффекта — бунчировка и направленное рассеяние, затем есть интервал начальных питч-углов, при котором преобладает бунчировка, при дальнейшем увеличении питч-угла имеют место бунчировка и захват частиц при отсутствии направленного рассеяния. Доля захваченных частиц близка к 100% в окрестности питч-угла  $\Theta_{L*}$ . Это согласуется с тем, что невозмущённое (без учёта волны) отношение  $R^0$  для прямоугольного пакета убывает с приближением точки резонанса к заднему фронту пакета, т. е. с увеличением начального питч-угла  $\Theta_{L0}$  (верхним индексом 0 обозначены величины, относящиеся к невозмущённой траектории).

Увеличение начальной энергии электрона при фиксированном положении пакета приводит к тому, что зависимости доли каждого типа частиц от начального питч-угла сдвигаются в сторону больших  $\Theta_{L0}$ . Сдвиг пакета от экватора (см. правый столбец на рис. 1) приводит к смещению соответствующих зависимостей в сторону меньших  $\Theta_{L0}$ , при постоянном  $\Theta_{L0}$  — в сторону меньших энергий. Как отмечалось в [1], подобных результатов следовало ожидать исходя из зависимостей  $z_{\text{res}}^0(W_0, \Theta_{L0})$  и  $R^0(W_0, \Theta_{L0})$  (см. рис. 2 в [1]).

Для гауссова пакета возможны три качественно различные зависимости доли захваченных частиц и частиц, испытавших направленное рассеяние, от начального питч-угла.

1) При малых энергиях (для представленного на рис. 1 пакета 2 — меньше 1,1 МэВ) нелинейное взаимодействие возможно только при малых начальных питч-углах. В этом случае имеет место направленное рассеяние, а захваченные частицы отсутствуют, при этом доля пролётных частиц с  $\Delta\Theta_L < -15^\circ$  плавно убывает до нуля с ростом угла  $\Theta_{L0}$  (см. рис. 1а).

2) В середине рассмотренного диапазона энергий (1,15 ÷ 1,70 МэВ для пакета 2) направленное рассеяние имеет место в широком интервале начальных питч-углов, при этом доля пролётных частиц с  $\Delta\Theta_L < -15^\circ$  при малых питч-углах практически постоянна, затем плавно возрастает, достигает максимума и убывает. В небольшом интервале промежуточных значений начального

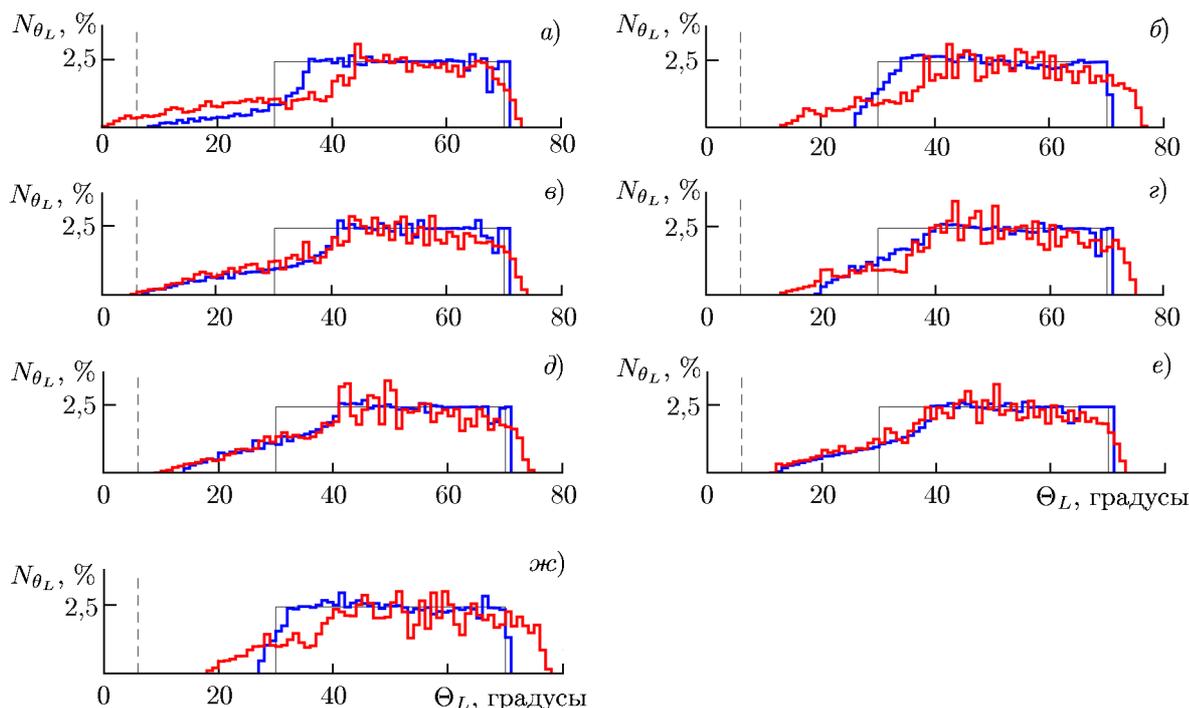


Рис. 2. Распределение тестовых электронов по экваториальному питч-углу после однократного пролёта пакета для тех же условий, что и на рис. 1 (шаг по  $\Theta_L$  составляет  $1^\circ$ ). Красный цвет соответствует прямоугольному пакету, синий — гауссову. Чёрными сплошными линиями показано распределение по начальным питч-углам, чёрной штриховой линией отмечен питч-угол, соответствующий конусу потерь

питч-угла имеет место захват частиц, при этом доля захваченных частиц от  $\Theta_{L0}$  зависит слабо и по величине близка к доле частиц, испытавших направленное рассеяние (рис. 1*в, г, д* и *е*).

3) При больших энергиях (для пакета 2 — больше 1,7 МэВ) направленное рассеяние и захват частиц имеют место в широком диапазоне не очень малых начальных питч-углов, при этом доля захваченных частиц в зависимости от  $\Theta_{L0}$  имеет плавный максимум, а доля частиц, испытавших направленное рассеяние, невелика (менее 5%) и примерно постоянна (см. рис. 1*б* и *ж*).

Наличие различных типов зависимости для гауссова пакета связано с тем, что для него эффективный параметр неоднородности  $R^0$  зависит от энергии  $W_0$  (в рассматриваемом диапазоне значений) существенно сильнее, чем для прямоугольного пакета. Как показывает рис. 2 в [1], при постоянной энергии зависимость  $R^0(\Theta_{L0})$  имеет минимум; величина и положение этого минимума при конкретной энергии определяют, какая из приведённых зависимостей будет иметь место. С увеличением энергии значение минимума  $R^0(\Theta_{L0})$  уменьшается, а положение (и, соответственно, область  $\Theta_{L0}$ , для которых  $R^0 < 1$ ) сдвигается в область больших начальных питч-углов, что приводит к увеличению доли захваченных частиц. Также из рис. 2 в [1] следует, что для пакетов, более удалённых от экватора, зависимости  $R^0(\Theta_{L0})$  сдвигаются в сторону больших энергий; зависимости доли захваченных частиц и частиц, испытавших направленное рассеяние, имеют аналогичный характер.

Качественно к результатам для прямоугольного пакета наиболее близок тип 3 (т. к. при увеличении энергии область резонанса в целом ближе к середине пакета), однако область захваченных частиц для гауссова пакета сдвинута в область меньших начальных питч-углов. Наличие максимума в зависимости доли захваченных частиц от начального экваториального питч-угла для

гауссова пакета связано с наличием минимума в зависимости  $R^0(\Theta_{L0})$  (максимума резонансной амплитуды), а для прямоугольного пакета — с появлением нерезонансных частиц.

Как видно из рис. 1, направленное рассеяние в среднем эффективнее для гауссова пакета, захват — для прямоугольного. Также стоит отметить, что даже при близких значениях  $R^0$  результаты для гауссова и прямоугольного пакета будут заметно отличаться (см. также [1]). Это может быть связано с эффективной длиной пакета, поскольку, как было показано в [1], последняя в рассматриваемых случаях определяет зону резонансного взаимодействия.

Попадание частиц в конус потерь при однократном пролёте через прямоугольный волновой пакет возможно для всех трёх рассмотренных положений пакета для энергий  $W_0 = 0,98 \div 1,30$  МэВ. Для гауссова пакета попадание частиц в конус потерь после однократного пролёта возможно для первого пакета при энергии  $W_0 = 0,98$  МэВ и для второго при энергии  $W_0 = 1,15$  МэВ. Наибольшая доля таких частиц (пакет 1,  $W_0 = 0,98$  МэВ) составляет 1,0 и 1,7% для гауссова и прямоугольного пакетов соответственно.

## 2.2. Интегральные характеристики взаимодействия

Распределение по результирующему экваториальному питч-углу всех тестовых электронов после однократного пролёта через пакет представлено на рис. 2 (для тех же значений энергии и положений пакета, что на рис. 1). Для гауссова пакета при промежуточных значениях энергии доля частиц  $N_{\Theta_L}$  с заданным  $\Theta_L$  плавно возрастает от нуля при  $\Theta_L = \Theta_{L\min} < 30^\circ$  примерно до 2,5% при  $\Theta_L = \Theta_{Lint} > 30^\circ$ , затем остаётся примерно постоянной до  $\Theta_L = \Theta_{L\max} \approx 70^\circ$  и при  $\Theta_L > \Theta_{L\max}$  резко падает до нуля. Величина 2,5% соответствует распределению по начальным питч-углам, т. е. распределение частиц с экваториальными питч-углами в интервале  $\Theta_{Lint} \div \Theta_{L\max}$  в результате взаимодействия практически не меняется. Если энергия слишком мала ( $W_0 < 1$  МэВ для пакета 3) или слишком велика ( $W_0 > 1,5$  МэВ для пакета 1,  $W_0 > 2$  МэВ для пакета 2), то  $\Theta_{L\min} = \Theta_{Lint} \approx 30^\circ$ , и плавный участок возрастания  $N_{\Theta_L}$  отсутствует (см. рис. 2б и жс). Если  $\Theta_{L\min} < 20^\circ$ , то  $\Theta_{Lint} \approx 40^\circ$ . Для прямоугольного пакета  $N_{\Theta_L}$  при рассматриваемых параметрах плавно растёт от нуля при  $\Theta_L = \Theta_{L\min} < 20^\circ$  до 2,5% при  $\Theta_L = \Theta_{Lint1} \leq 40^\circ$ , остаётся примерно постоянным до  $\Theta_L = \Theta_{Lint2} < 70^\circ$ , затем более плавно убывает до нуля при  $\Theta_L = \Theta_{L\max} > 70^\circ$ . Распределения для прямоугольного пакета, представленные на рис. 2а и в, качественно согласуются с аналогичными распределениями для пакета с дрейфом частоты, представленными в работе [20].

На рис. 3 показаны распределения электронов по величине изменения  $\Delta\Theta_L$  экваториального питч-угла для тех же условий, что на рис. 1 и 2. Интервал возможных отрицательных значений  $\Delta\Theta_L$  для всех тестовых частиц существенно шире, чем положительных, хотя пик распределения приходится на  $\Delta\Theta_L \approx 0$  для гауссова пакета и на  $\Delta\Theta_L > 0$  для прямоугольного. Частицы с  $\Delta\Theta_L \approx 0$  для гауссова пакета соответствуют начальным питч-углам, для которых точка резонанса расположена вблизи фронтов пакета, т. е. малой локальной амплитуде волны и, соответственно, линейному режиму взаимодействия. Большое число частиц с  $\Delta\Theta_L > 0$  для прямоугольного пакета отвечает бунчировке частиц [1].

Распределения частиц по изменению экваториального питч-угла для пролётных и захваченных частиц по отдельности приведены на рис. 4 и 5 соответственно. На рис. 4 также цифрами показана доля частиц с  $\Delta\Theta_L > 0$ .

Для большей части пролётных частиц питч-угол увеличивается в режиме бунчировки, при этом  $\Delta\Theta_L < 20^\circ$ , что во всех рассмотренных случаях заметно меньше, чем абсолютное значение максимального уменьшения величины  $\Theta_L$ . Уменьшение питч-угла для пролётных частиц является либо следствием направленного рассеяния, либо линейного взаимодействия (для тех началь-

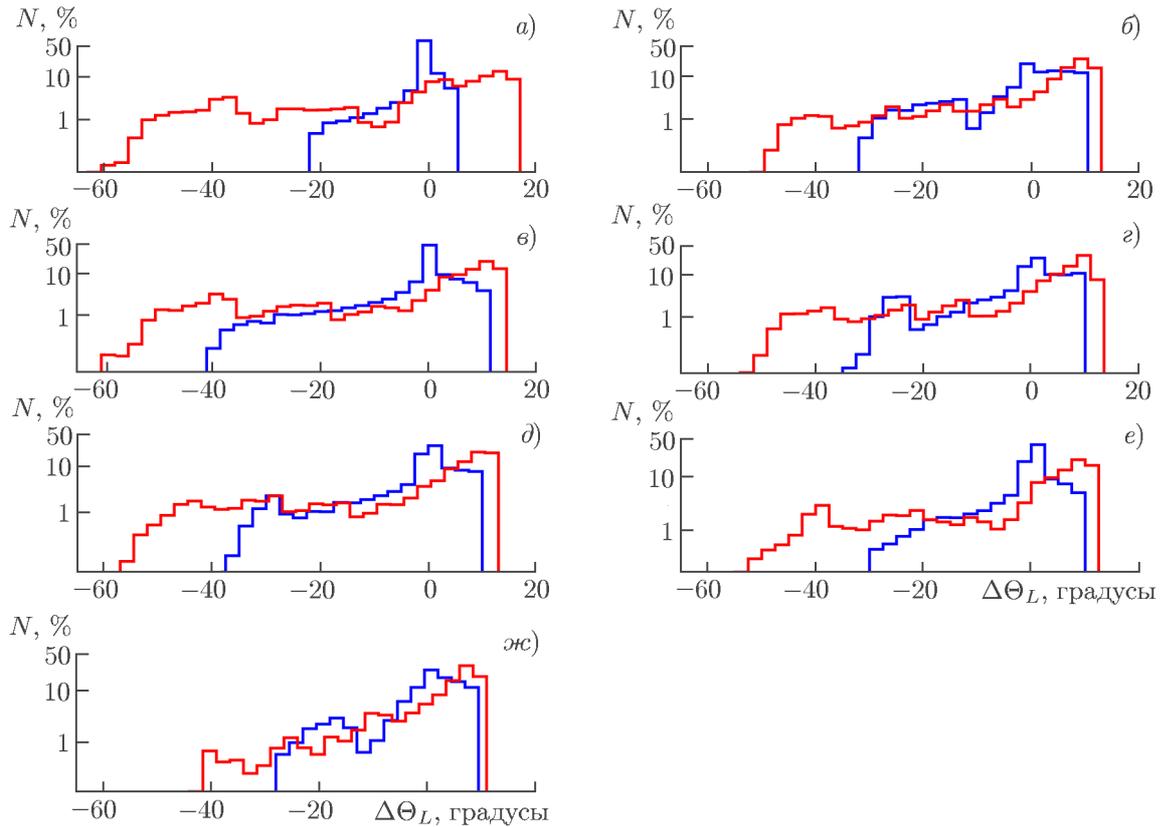


Рис. 3. Распределение тестовых электронов по изменению экваториального питч-угла после однократного пролёта пакета для тех же условий, что на рис. 1 и 2 (шаг по  $\Delta\Theta_L$  составляет  $2,5^\circ$ ). Красный цвет соответствует прямоугольному пакету, синий — гауссову

ных питч-углов, для которых  $R^0 > 1$ ). Рисунок 4 также показывает, что при рассматриваемых параметрах доля пролётных частиц с  $\Delta\Theta_L < 0$  существенно больше в случае взаимодействия с гауссовым пакетом, чем с прямоугольным. Это связано, во-первых, с отмеченным в разделе 2.1 фактом, что для гауссова пакета направленное рассеяние может быть эффективнее (см. рис. 1), а во-вторых, с тем, что для прямоугольного пакета эффективнее бунчировка частиц (при которой  $\Delta\Theta_L > 0$ ) и шире диапазон начальных питч-углов, для которых возможно нелинейное взаимодействие.

Захват частиц значительно эффективнее для прямоугольного пакета (см. рис. 5), при этом распределения захваченных частиц по  $\Delta\Theta_L$  значительно шире, чем для гауссова пакета. Наличие в случае прямоугольного пакета небольшого количества захваченных частиц, для которых  $\Delta\Theta_L > 0$ , объясняется тем, что амплитуда пакета и, как следствие, зона резонансного взаимодействия достаточно велики. Поэтому некоторые частицы переходят в режим захвата и, соответственно, уменьшения питч-угла на том участке траектории, когда их питч-угол уже заметно превышает своё начальное значение. Если говорить о заметном итоговом уменьшении питч-угла и рассеянии в конус потерь, то для прямоугольного пакета эффективным механизмом является захват частиц, для гауссового пакета направленное рассеяние в среднем так же или более эффективно.

Зависимость результирующих распределений от энергии электрона и положения пакета сильнее выражена для гауссова пакета. Для прямоугольного пакета распределения по  $\Theta_L$  и  $\Delta\Theta_L$  сужаются с ростом энергии и от положения пакета зависят слабо. Для гауссова пакета при фиксированном его положении, соответствующем пакету 2 (см. левые столбцы на рис. 2–5), с ростом

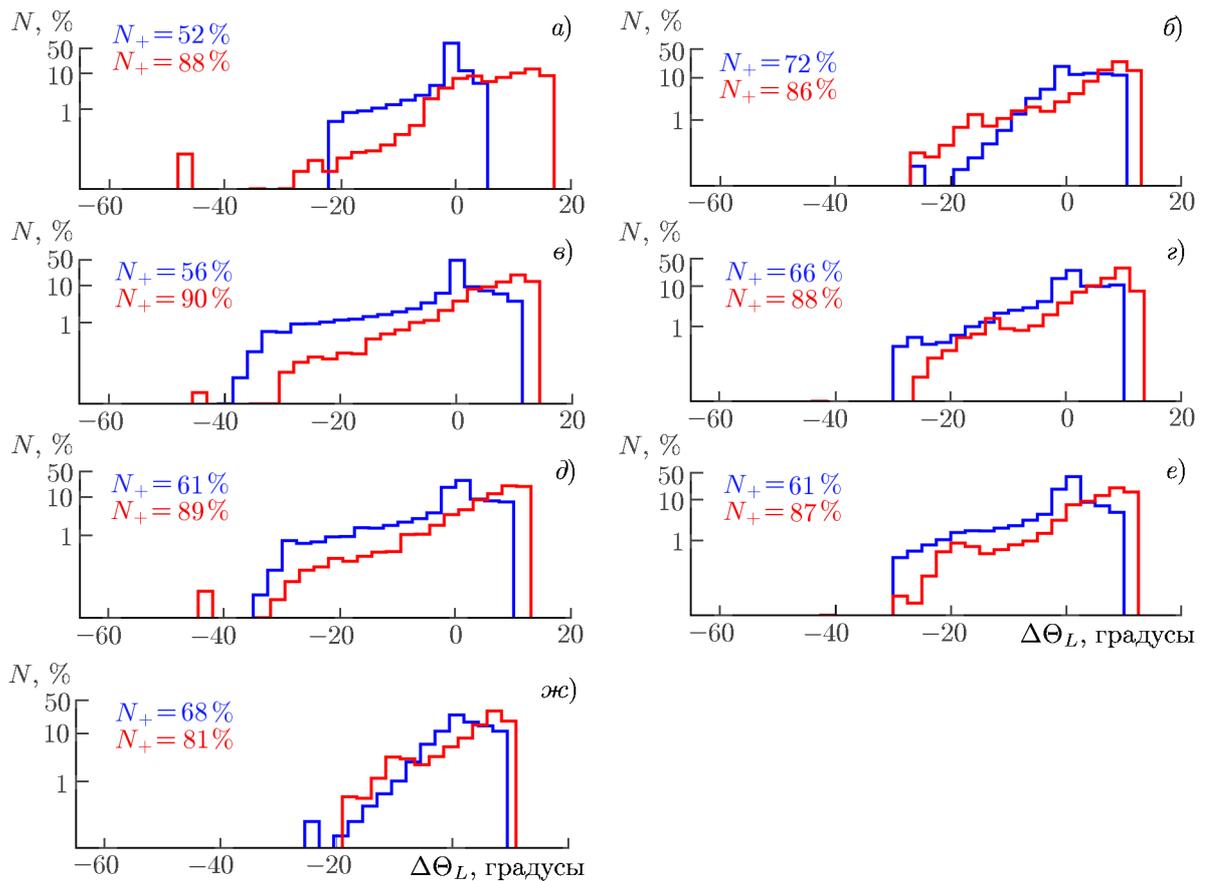


Рис. 4. То же, что на рис. 3, для пролётных электронов. Надписи на графиках показывают долю частиц с  $\Delta\Theta_L > 0$

энергии распределения по  $\Theta_L$  и  $\Delta\Theta_L$  сначала расширяются, а потом сужаются. При перемещении пакета от экватора распределения сдвигаются в сторону больших энергий (см. правые столбцы на рис. 2–5). Соответственно, для третьего пакета распределения по  $\Theta_L$  и  $\Delta\Theta_L$  только расширяются с ростом энергии, а для первого пакета — только сужаются (результаты этих расчётов не приведены для краткости).

На рис. 6 представлены зависимости усреднённого по фазе изменения  $\langle\Delta\Theta_L\rangle$  экваториального питч-угла от начального питч-угла и энергии для всех рассмотренных пакетов. На рис. 7 показаны аналогичные распределения для среднеквадратичного отклонения  $\sigma = \sqrt{\langle(\Delta\Theta_L - \langle\Delta\Theta_L\rangle)^2\rangle}$ . Эти величины качественно характеризуют перенос и диффузию частиц в двумерном фазовом пространстве соответственно.

Как следует из рис. 6, область недиффузионного уменьшения питч-угла (за счёт захвата и направленного рассеяния) занимает широкую полосу при достаточно больших питч-углах, и эта полоса сдвигается в сторону больших  $\Theta_L$  при увеличении энергии. При малых питч-углах преобладает дрейф электронов в сторону увеличения питч-угла (это свидетельствует о преобладании бунчировки частиц). Между этими областями есть узкая переходная область, в которой  $\langle\Delta\Theta_L\rangle \approx 0$ ; на этом участке одновременно имеют место и бунчировка частиц, приводящая к увеличению питч-угла, и захват/направленное рассеяние, приводящие к его уменьшению.

Количественно заметное уменьшение экваториального питч-угла электронов для гауссова пакета наблюдается в диапазоне начальных питч-углов  $\Theta_{L0} = 45^\circ \div 65^\circ$ , для прямоугольного  $\Theta_{L0} =$

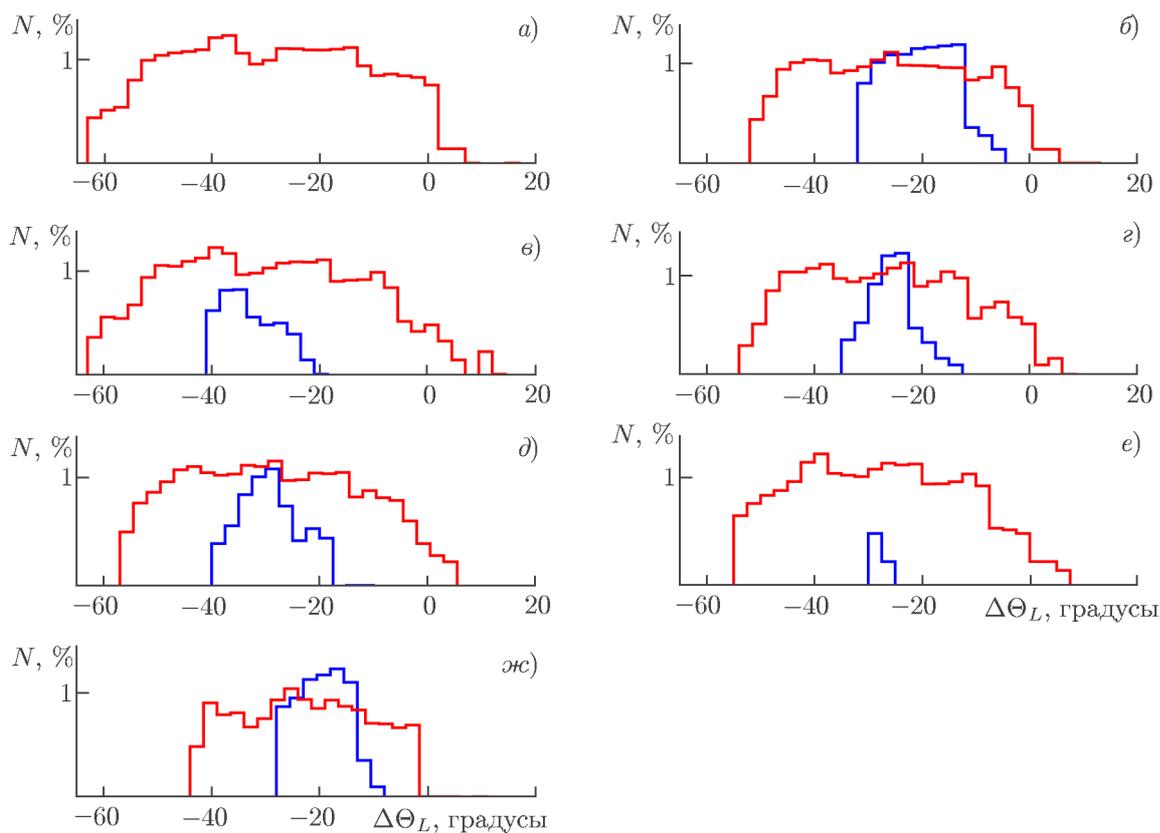


Рис. 5. То же, что на рис. 3, для захваченных электронов

$= 55^\circ \div 70^\circ$ . Для гауссова пакета интервал начальных питч-углов, соответствующих отрицательному  $\langle \Delta\Theta_L \rangle$ , целиком укладывается в рассматриваемый диапазон  $\Theta_{L0}$ , для прямоугольного — частично. Максимальное по начальному питч-углу значение  $|\langle \Delta\Theta_L \rangle|$  в общем случае в зависимости от энергии имеет максимум (это наиболее заметно для пакета 3). Сдвиг пакета от экватора приводит к тому, что зависимость  $\langle \Delta\Theta_L \rangle(W_0, \Theta_{L0})$  перемещается в сторону больших энергий (аналогично распределениям, представленным на рис. 1–5). При этом абсолютные значения  $\langle \Delta\Theta_L \rangle$  уменьшаются с удалением пакета от экватора. Таким образом, наиболее существенное уменьшение экваториального питч-угла наблюдается при нахождении волнового пакета вблизи экватора (пакет 1) для начальных энергий  $W_0 = 0,98 \div 1,50$  МэВ.

Зависимость среднеквадратичного отклонения от начальной энергии и питч-угла (см. рис. 7) по форме качественно близка к зависимости среднего отклонения  $\langle \Delta\Theta_L \rangle$ . Наибольший разброс  $\Delta\Theta_L$  имеет место в областях с наибольшим уменьшением питч-угла, т. е. на участках, где преобладают режимы захвата и направленного рассеяния. Наименьшие значения  $\sigma$  для гауссова пакета соответствуют участкам с квазилинейным режимом взаимодействия (в области  $\Delta\Theta_L = 0$ ), для прямоугольного — участкам, где преобладает бунчировка частиц.

На рис. 8 представлено отношение  $|\Delta\Theta_L|/\sigma$  (для гауссова пакета не построены участки, соответствующие очень малой амплитуде волны в точке резонанса, т. е. практически отсутствию резонансного взаимодействия). Из этого рисунка следует, что для гауссова пакета направленный перенос практически всегда близок по величине к диффузионному, в то время как для прямоугольного пакета величина направленного изменения  $\Theta_L$  может заметно (в 3–5 раз) превосходить разброс.

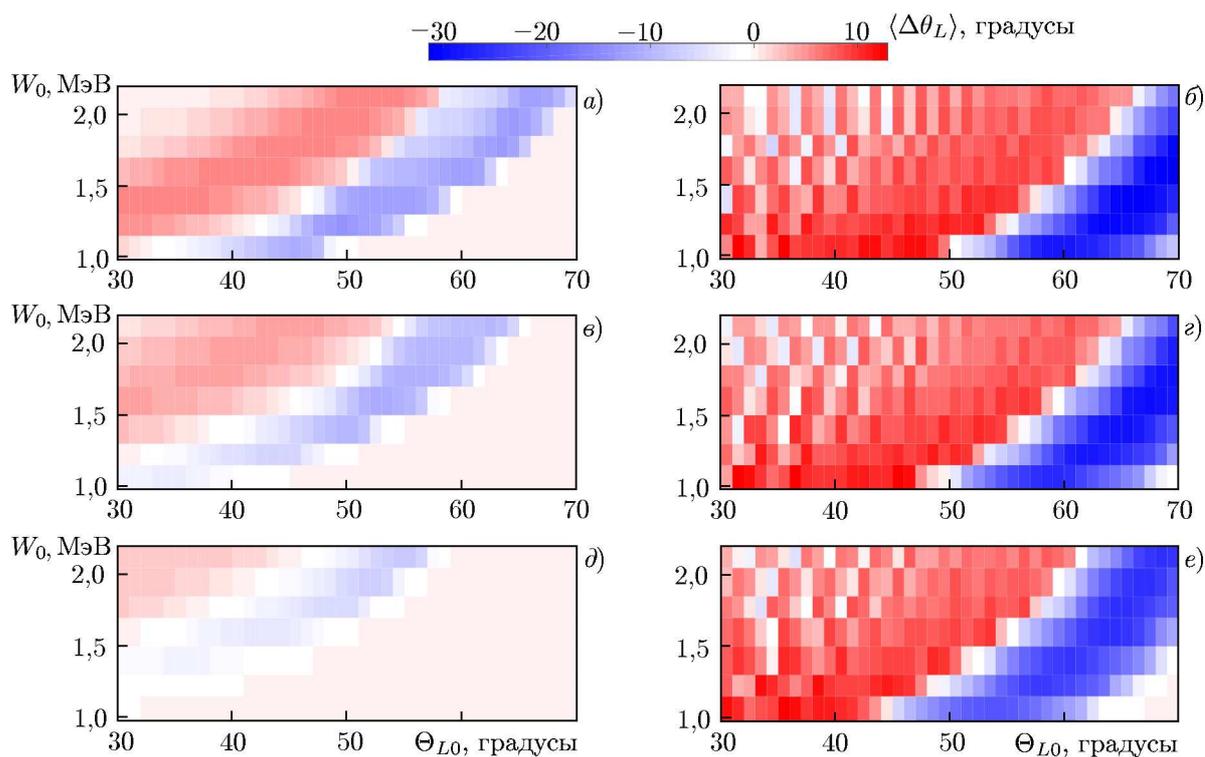


Рис. 6. Двумерные распределения по начальному питч-углу и энергии усреднённого по фазе изменения  $\langle \Delta \theta_L \rangle$  экваториального питч-угла для всех рассмотренных пакетов. Панели слева соответствуют гауссову пакету, панели справа — прямоугольному. Панели *а* и *б* отвечают пакету 1, панели *в* и *г* — пакету 2, панели *д* и *е* — пакету 3

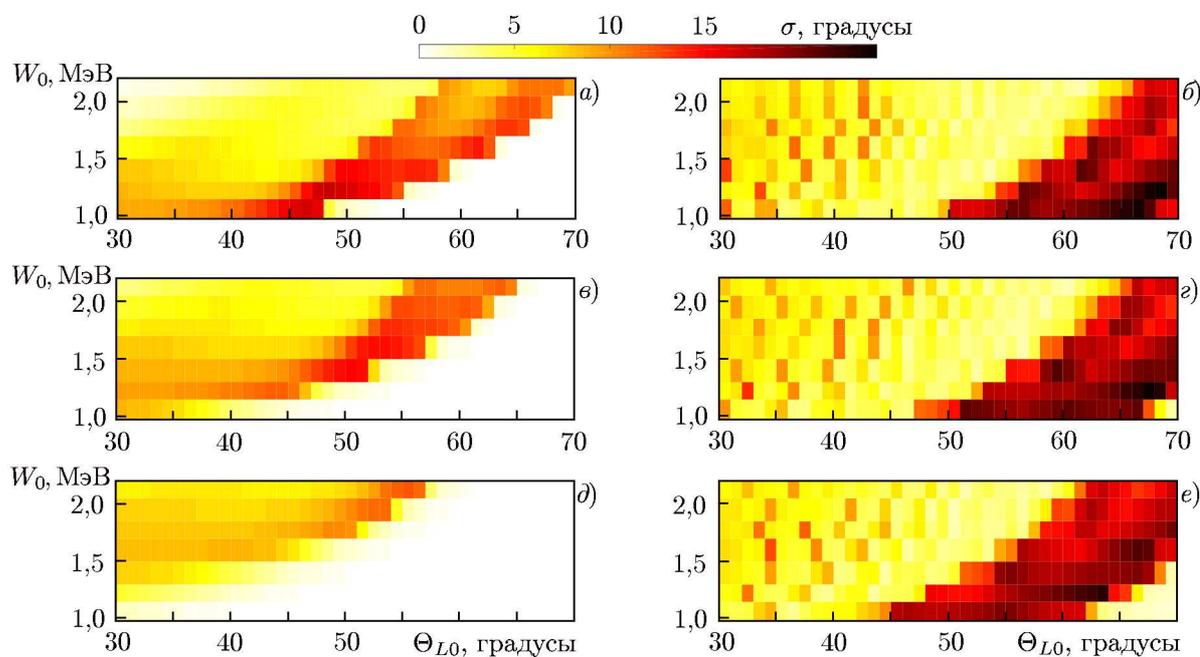


Рис. 7. То же, что на рис. 6, но для среднеквадратичного отклонения  $\sigma$

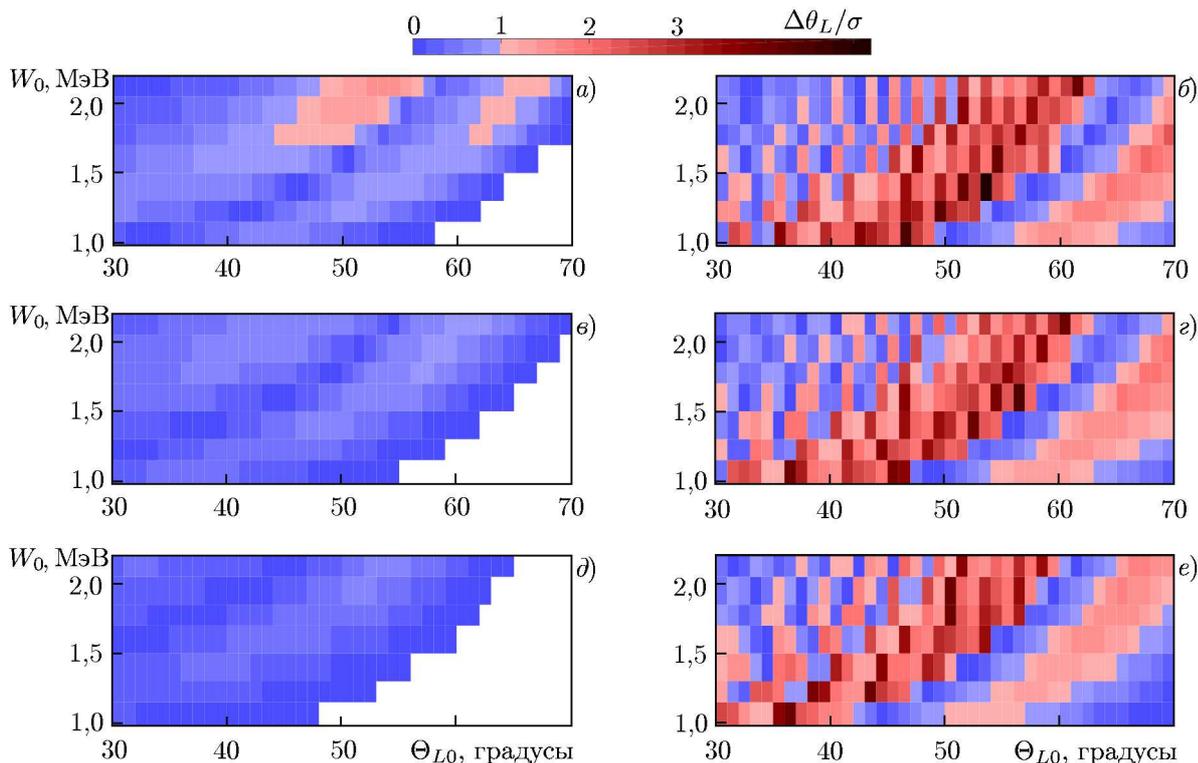


Рис. 8. То же, что на рис. 6, но для отношения  $|\Delta\theta_L|/\sigma$

По мере распространения пакета от экватора область эффективного (с точки зрения уменьшения питч-угла) взаимодействия смещается в сторону больших энергий, но при этом, из-за поглощения ионно-циклотронных волн на гирочастоте ионов  $He^+$ , в рассматриваемых условиях распространение дальше, чем начальное положение пакета 3, имеет смысл анализировать только для более коротких пакетов. Поскольку при выбранной амплитуде волны область резонансного взаимодействия определяется именно длиной пакета, уменьшение последней может привести и к снижению эффективности взаимодействия для всего ансамбля частиц. Результаты расчётов для прямоугольного пакета с длиной  $L_{pt1} = L_{pt}/\exp(1)$ , которые не приведены здесь для краткости, демонстрируют заметное уменьшение эффективности взаимодействия (с точки зрения уменьшения питч-угла и доли захваченных частиц). При этом эффективность взаимодействия для такого «короткого» прямоугольного пакета сравнима с эффективностью взаимодействия для гауссового пакетам с длиной  $L_{pt} = 7000$  км.

Как следует из рис. 1 и 2, в большинстве случаев после однократного пролёта через волновой пакет доля частиц с оптимальными для большого изменения питч-угла начальными условиями ( $\Theta_{L0} = 45^\circ \div 65^\circ$  для гауссова пакета,  $\Theta_{L0} = 55^\circ \div 70^\circ$  для прямоугольного) практически не меняется. Таким образом, можно предположить, что и при следующем пролёте через пакет в резонансном направлении (перемещение самого пакета за это время будет незначительным) часть электронов соответствующих энергий также попадёт в конус потерь за счёт большого изменения экваториального питч-угла (вследствие направленного рассеяния или захвата). Также часть частиц, для которых при первом пролёте через пакет питч-угол сильно уменьшился за счёт нелинейного взаимодействия, может при следующем пролёте попасть в конус потерь за счёт квазилинейного взаимодействия.

При анализе более длительного взаимодействия популяции частиц с волновым пакетом необходимо учитывать возможность их притока в силовую трубку за счёт дрейфа поперек магнитного

поля. При поперечном размере пакета порядка  $1^\circ \div 2^\circ$  время дрейфа через пакет для рассматриваемых частиц с энергиями  $1 \div 2$  МэВ составляет порядка  $25 \div 55$  с, при этом период баунс-осцилляций (для рассматриваемых питч-углов) лежит в пределах  $0,35 \div 0,50$  с. Таким образом, если рассматривать  $30 \div 40$  баунс-осцилляций, то влияние поперечного дрейфа электронов можно не учитывать.

## ВЫВОДЫ

В завершение кратко сформулируем основные полученные результаты.

Определены интегральные характеристики взаимодействия релятивистских электронов с пакетом ионно-циклотронных волн конечной длины с дрейфом частоты (частота увеличивается от переднего фронта пакета к заднему, при этом находится в интервале между гирочастотами ионов  $\text{He}^+$  и протонов). Сопоставлено влияние трёх нелинейных режимов взаимодействия: бунчировки и направленного рассеяния пролётных частиц, а также захвата частиц полем волны. В рассматриваемом случае (пакет ионно-циклотронных волн распространяется от экватора и, соответственно, эффективная неоднородность отрицательна) бунчировка частиц (т. е. группировка частиц по фазе, в результате которой частицы на фазовой плоскости пересекают сепаратрису, отделяющую пролётные частицы от захваченных, в окрестности седла) приводит к незначительному увеличению экваториального питч-угла, а направленное рассеяние (длительное пребывание частицы на фазовой плоскости в области сепаратрисы вдали от седла) и захват частиц полем волны — к значительному уменьшению экваториального питч-угла и, возможно, к рассеянию электронов в конус потерь.

Бунчировка наблюдается для большей доли пролётных частиц (более 50%) при всех начальных параметрах, для которых имеет место нелинейное взаимодействие  $R^0 \lesssim 1$  (за исключением случая прямоугольного пакета при больших питч-углах  $\Theta_{L0} > \Theta_{L*}$ , когда для пролётных частиц внутри пакета не выполнено точное условие резонанса).

Направленное рассеяние наблюдается при не очень больших начальных питч-углах для небольшой доли пролётных частиц. Захват частиц происходит в широком диапазоне не очень малых начальных питч-углов. Для гауссова пакета при меньших начальных энергиях электрона ( $0,98 \div 1,30$  МэВ для пакета 1,  $1,15 \div 1,70$  МэВ для пакета 2,  $1,7 \div 2,2$  МэВ для пакета 3) наибольшая доля частиц с  $\Delta\Theta_L < -15^\circ$  испытывает направленное рассеяние, при больших — захватывается полем волны. При некоторых значениях энергии направленное рассеяние и захват частиц наблюдаются одновременно и доли частиц, для которых имеет место тот или иной режим, сравнимы. Для прямоугольного пакета при всех рассмотренных энергиях захват частиц полем волны происходит для существенно большей доли частиц, чем направленное рассеяние. Также в зависимости от энергии доля частиц, испытавших направленное рассеяние, и среднее абсолютное значение уменьшения экваториального питч-угла таких частиц может быть выше либо для гауссова пакета, либо для прямоугольного.

Зависимость характеристик взаимодействия от энергии и положения пакета более ярко выражена для гауссова пакета. В согласии с предположением, сделанным в статье [1] на основании анализа траекторий отдельных частиц, сдвиг пакета от экватора приводит к смещению данных зависимостей в сторону больших энергий (при постоянном начальном питч-угле) и меньших питч-углов (при постоянной энергии).

Как следует из полученных результатов, учёт реальной формы пакета имеет большое значение при оценке характеристик взаимодействия. Однако стоит отметить, что отличие данных характеристик для разных профилей амплитуды пакета может быть вызвано не только различием значений  $R^0$  (т. е. локальной амплитуды пакета в точке резонанса), но и различием значений

эффективной длины пакета, т. к. размеры области резонансного взаимодействия с ней сравнимы.

Проведённые расчёты позволяют сделать оценки характерного времени высыпания релятивистских электронов в конус потерь. Поскольку частицы могут попасть в конус потерь за время одного пролёта через волновой пакет ( $0,02 \div 0,05$  с), то характерное время высыпания для таких частиц определяется гораздо бóльшим временем пролёта электронов от области их взаимодействия с ЭМИЦ волнами, расположенной вблизи экватора, до ионосферы, которое составляет  $0,09 \div 0,13$  с. Более детально этот вопрос планируется исследовать в дальнейшем на основании расчётов, учитывающих многократные пролёты частиц через область взаимодействия.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 15–12–20005).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Грач В. С., Демехов А. Г. // Изв. вузов. Радиофизика. 2017. Т. 60, № 12. С. 1052.
2. Anderson B. J., Hamilton D. C. // J. Geophys. Res. 1993. V. 98, No. A7. P. 11369.
3. Fraser B. J., Nguyen T. S. // J. Atmosph. Solar-Terr. Phys. 2001. V. 63. P. 1225.
4. Loto'aniu T. M., Fraser B. J., Waters C. L. // J. Geophys. Res. 2005. V. 110. Art. no. A07214.
5. Usanova M. E., Mann I. R., Bortnik J., et al. // J. Geophys. Res. 2012. V. 117, No. A10. Art. no. A10218.
6. Keika K., Takahashi K., Ukhorskiy A. Y., Miyoshi Y. // J. Geophys. Res. 2013. V. 118, No. 7. P. 4135.
7. Kangas J., Guglielmi A., Pokhotelov O. // Space Sci. Rev. 1998. V. 83. P. 435.
8. Engebretson M. J., Keiling A., Fornacon K.-H., et al. // Planetary Space Sci. 2007. V. 55. P. 829.
9. Engebretson M. J., Posch J. L., Westerman A. M., et al. // J. Geophys. Res. 2008. V. 113, No. A7. Art. no. A07206.
10. Pickett J. S., Grison B., Omura Y., et al. // Geophys. Res. Lett. 2010. V. 37. Art. no. L09104.
11. Mursula K. // J. Atmosph. Solar-Terr. Phys. 2007. V. 69. P. 1623.
12. Engebretson M. J., Posch J. L., Wygant J. R., et al. // J. Geophys. Res. 2015. V. 120. P. 5465.
13. Thorne R. M., Kennel C. F. // J. Geophys. Res. 1971. V. 76, No. 19. P. 4446.
14. Karpman V. I., Istomin Y. N., Shklyar D. R. // Plasma Phys. 1974. V. 16, No. 8. P. 685.
15. Albert J. M. // Phys. Fluids B. 1993. V. 5. P. 2744.
16. Albert J. M. // J. Geophys. Res. 2000. V. 105. P. 21.
17. Albert J. M., Bortnik J. // Geophys. Res. Lett. 2009. V. 36, No. 12. Art. no. L12110.
18. Демехов А. Г., Трахтенгерц В. Ю., Райкрофт М., Нанн Д. // Геомагнетизм и аэрономия. 2006. Т. 46, № 6. С. 751.
19. Kubota Y., Omura Y. // J. Geophys. Res. 2017. V. 122, No. 1. P. 293.
20. Omura Y., Zhao Q. // J. Geophys. Res. 2012. V. 117, No. A8. Art. no. A08227.

Поступила в редакцию 4 мая 2018 г.; принята в печать 29 июня 2018 г.

**RESONANT INTERACTION OF RELATIVISTIC ELECTRONS  
WITH ELECTROMAGNETIC ION-CYCLOTRON WAVES.  
II. INTEGRAL PARAMETERS OF INTERACTION REGIMES**

*V. S. Grach and A. G. Demekhov*

We analyze the integral parameters of resonant interaction of relativistic electrons in the Earth's radiation belts with electromagnetic ion-cyclotron waves. The analysis is based on numerical calculations. Wave packets of finite length with varying frequency and various amplitude profiles propagating from the equator are considered. The roles of three nonlinear interaction regimes, analyzed in the first part of our paper [1] for single particle trajectories, are compared. It is shown that interaction characteristics depend stronger on the electron energy and wave packet position for the wave packet with Gaussian amplitude profile than for the wave packet with constant amplitude. For the wave packet with Gaussian amplitude profile, the directed and diffusive transfer of particles in the phase space are comparable, while for the wave packet with constant amplitude the mean change in the equatorial pitch angle can be considerably (a factor of 3 to 5) greater than the standard deviation. The most significant decrease in the equatorial pitch angle and the largest fraction of the corresponding particles are obtained for particles with energies of about 1 MeV for a wave packet close to the equator. The fraction of particles which can be scattered into the loss cone after a single pass through the wave packet is 1.0–1.7%.