

УДК 537.87+535.012+533.9

МАКСИМАЛЬНЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ ПЕРЕДАЧИ ЧЕРЕЗ ПЛАВНО-НЕОДНОРОДНУЮ СРЕДУ

С. Н. Власов*, Е. В. Копосова

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

Рассматривается задача о передаче волновыми полями энергии с одной апертуры на другую в плавно-неоднородных средах. Исследование ведётся в квазиоптическом и скалярном приближении, когда размеры апертур существенно превышают длину волны и существует луч, соединяющий середины апертур. Для определения коэффициента передачи используется известное параболическое уравнение, описывающее распространение волновых пучков в плавно-неоднородных средах. Показано, что максимальный коэффициент передачи достигается, так же, как и в однородных средах, при задании на апертуре структур полей в виде специальных функций — угловых функций вытянутого сфероида. Определён максимальный достижимый коэффициент передачи.

ВВЕДЕНИЕ

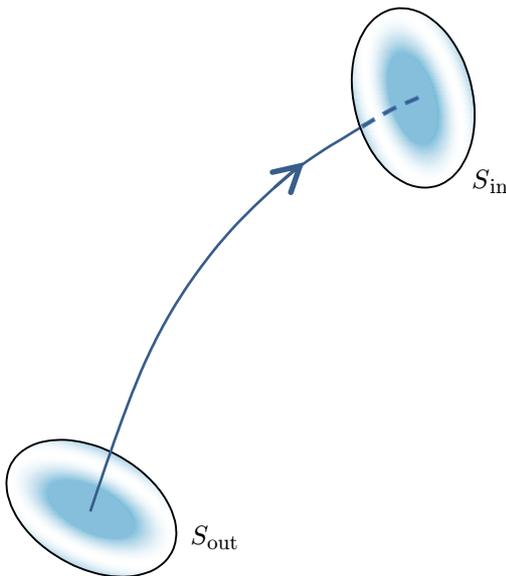


Рис. 1. Передающая и приёмная апертуры, соединённые центральным лучом

Определение эффективности передачи энергии с одной апертуры на другую является одной из важных задач при рассмотрении распространения волн в неоднородных средах [1–7]. Она представляет интерес для акустики (передачи энергии звука в акустических неоднородных волноводах), оптики (передачи энергии через неоднородную среду) и физики плазмы (в системах нагрева термоядерной плазмы мощными волновыми пучками миллиметрового диапазона длин волн). Рассмотрим эту задачу для электромагнитных монохроматических волн. Вследствие конечных размеров апертуры передача энергии сопровождается дифракционными потерями, которые могут быть небольшими в квазиоптическом приближении при малом волновом параметре

$$\sqrt{\lambda L}/a_\ell \ll 1, \quad (1)$$

где λ — длина волны передаваемого излучения, L — расстояние, на которое осуществляется передача,

$2a_\ell$ — размеры передающих ($\ell = \text{out}$) и приёмных ($\ell = \text{in}$) апертур. В этом случае передача осуществляется волновыми пучками. Потери будут минимальны, если волновой пучок обеспечивает максимальную концентрацию поля на апертуре приёмника. Найдём оптимальные конфигурации волнового пучка, обеспечивающие максимальный коэффициент передачи.

Обратимся к скалярной формулировке задачи. На передающей апертуре S_{out} конечных размеров, которая расположена перпендикулярно направлению луча, соединяющего её середину с серединой другой (приёмной) апертуры S_{in} (см. рис. 1), задано распределение поперечной компоненты электрического поля в волновом пучке $E_0^{(\text{out})}(x, y)$, так что поток мощности через апертуру

* vlasov@appl.sci-nnov.ru

составляет

$$P = \frac{c\sqrt{\varepsilon_{\text{out}}}}{8\pi} \int_{S_{\text{out}}} |E_0^{(\text{out})}(x, y)|^2 dS, \quad (2)$$

где ε_{out} — диэлектрическая проницаемость среды в области передающей апертуры, c — скорость света в вакууме, (x, y) — декартовы координаты в плоскости апертуры. Нам требуется найти такую функцию $E_0^{(\text{out})}(x, y)$, при которой поток энергии через апертуру S_{in} , удалённую от первой апертуры на расстояние L , был бы максимальным. В квазиоптическом приближении мы должны максимизировать отношение

$$T = \frac{\int_{S_{\text{in}}} \sqrt{\varepsilon_{\text{in}}} |E_0^{(\text{in})}(x, y)|^2 dx dy}{\int_{S_{\text{out}}} \sqrt{\varepsilon_{\text{out}}} |E_0^{(\text{out})}(x, y)|^2 dx dy} = \frac{\int_{S_{\text{in}}} \sqrt{\varepsilon_{\text{in}}} K(\mathbf{S}, \mathbf{S}') K^*(\mathbf{S}, \mathbf{S}'') dS}{\int_{S_{\text{out}}} \sqrt{\varepsilon_{\text{out}}} |E_0^{(\text{out})}(\mathbf{S}')|^2 dS'}, \quad (3)$$

где $E_0^{(\text{in})}(x, y)$ — структура поля на приёмной апертуре, ε_{in} — диэлектрическая проницаемость среды в области приёмной апертуры, индекс * означает комплексное сопряжение, $K(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\sigma}'')$ — оператор, описывающий распространение пучка от первой апертуры ко второй. Заметим, что $K(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\sigma}'')$ несамосопряжённый оператор и максимально достижимый коэффициент передачи является собственным значением самосопряжённого оператора [8, 9]

$$Q = K^*(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\sigma}') K(\boldsymbol{\sigma}', \boldsymbol{\sigma}''), \quad (4)$$

где $K^*(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\sigma}')$ — оператор, сопряжённый оператору $K(\boldsymbol{\sigma}', \boldsymbol{\sigma}'')$. Это собственное значение есть квадрат сингулярного числа (s -числа) оператора K [8, 10].

Будем рассматривать распространение волнового пучка в системе координат, связанной с траекторией центрального луча. Эта траектория $\mathbf{r}_0(s)$ проходит через центры передающей и приёмной апертур и удовлетворяет уравнению геометрической оптики

$$\frac{d}{ds} \left(n \frac{d\mathbf{r}_0}{ds} \right) = \nabla n, \quad (5)$$

где s — длина дуги луча, $n(r) = \sqrt{\varepsilon}$ — показатель преломления. Предположим, что в начале этого луча на передающей апертуре волновое число равно k_b , а показатель преломления n_b .

Введём связанную с кривой $\mathbf{r}_0(s)$ локальную систему координат [11–13], состоящую из s , ξ (длины по нормали \mathbf{n}_0 к кривой $\mathbf{r}_0(s)$) и η (длины по бинормали \mathbf{b}_0 к кривой $\mathbf{r}_0(s)$). Используя связь между декартовыми и новыми координатами, а также формулы Френе—Серре, вычислим метрический тензор g_{ik} , необходимый для записи уравнений поля:

$$g_{ss} = \left(1 - \frac{\xi}{R_{\text{curv}}} \right)^2 + \frac{\xi^2}{R_T^2} + \frac{\eta^2}{R_T^2} = H^2, \quad g_{\xi\xi} = g_{\eta\eta} = 1, \quad g_{\eta\xi} = g_{\xi\eta} = 0, \\ g_{\eta s} = \xi/R_T, \quad g_{\xi s} = -\eta/R_T, \quad (6)$$

где $R_{\text{curv}} = (\mathbf{n}_0 \nabla \varepsilon)/(2n^2)$ — радиус кривизны траектории, R_T — радиус кручения траектории $\mathbf{r}_0(s)$. В дальнейшем пренебрежём кручением траектории и вращением плоскости поляризации. Вследствие этого предположения в дифференциальные операторы войдут только коэффициенты g_{ii} .

Предположим, что в данном сечении поляризация совпадает с поляризацией на траектории луча $\mathbf{r}_0(s)$ и определяется из уравнения геометрической оптики. Будем искать стационарное электрическое поле \mathbf{E} в виде [14]:

$$\mathbf{E} = \mathbf{u}(\tau) \frac{E_0(\xi, \eta, \tau)}{[\varepsilon(\tau)/\varepsilon(0)]^{1/4}} \exp \left\{ -ik_b \int_0^\tau \left[\frac{\varepsilon(\tau)}{\varepsilon(0)} \right]^{1/2} d\tau \right\}, \quad (7)$$

где $d\tau = ds/n$, $\mathbf{u}(\tau)$ — единичный вектор поляризации, $E_0(\xi, \eta, \tau)$ — медленно меняющаяся амплитуда поля. Подставляя (7) в уравнения электромагнитного поля, предполагая малость изменения показателя преломления на длине волны:

$$k_b^{-1} \varepsilon^{1/2} \frac{d(\varepsilon^{1/2})}{ds} \ll 1, \quad (8)$$

пренебрегая членами порядка $(k_b \Lambda_{\parallel})^{-2}$, где Λ_{\parallel} — характерный масштаб продольного изменения размера пучка, получим уравнение для медленно меняющейся амплитуды поля:

$$2ik_b \frac{\partial E_0}{\partial \tau} = H^2 \Delta_{\perp} E_0 + \frac{1}{2} \frac{\partial H^2}{\partial \xi} \frac{\partial E_0}{\partial \xi} + k_b^2 [H^2 \varepsilon(\tau) - \varepsilon(\tau)] E_0, \quad (9)$$

где Δ_{\perp} — оператор Лапласа по координатам ξ и η .

Для пучков, поперечный масштаб Λ_{\perp} которых вдоль всей траектории много меньше радиуса кривизны ($\Lambda_{\perp} \ll R_{\text{curv}}$), в уравнении (9) можно провести разложение коэффициентов по отношению ξ/R_{curv} и сохранить члены порядка $(\xi/R_{\text{curv}})^2$:

$$2ik_b \frac{\partial E_0}{\partial \tau} = \Delta_{\perp} E_0 + k_b^2 \left[\left(\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \xi^2} - \frac{3\varepsilon}{R_{\text{curv}}^2} \right) \xi^2 + \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \xi \partial \eta} \xi \eta + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \eta^2} \eta^2 \right] E_0. \quad (10)$$

Рассмотрим наиболее простой одномерный случай, когда коэффициенты в уравнении (10) не зависят от координаты η . При этом определяется погонный коэффициент передачи между двумя ленточными апертурами с ширинами $2a_{\text{out}}$ и $2a_{\text{in}}$. Уравнение (10) принимает вид

$$2ik_b \frac{\partial E_0}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 E_0}{\partial \xi^2} + k_b^2 \left(\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \xi^2} - \frac{3\varepsilon}{R_{\text{curv}}^2} \right) \xi^2 E_0. \quad (11)$$

Используем линзоподобное преобразование координат согласно формулам из работ [13–16]:

$$\frac{d\tau}{d\tau_n} = 1/\sigma^2, \quad \xi = \xi_n/\sigma, \quad (12)$$

и функции

$$E_{0n} = \frac{E_0}{\sqrt{\sigma}} \exp \left[-\frac{ik_b^2 \xi_n^2}{2} \frac{\partial \ln \sigma}{\partial \tau_n} \right], \quad (13)$$

где величина σ зависит только от τ_n , и преобразуем уравнение (11) к виду

$$2ik_b \frac{\partial E_{0n}}{\partial \tau_n} - E_{0n} k_b^2 \xi_n^2 \frac{1}{\sigma} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial \tau_n^2} = \frac{\partial^2 E_{0n}}{\partial \xi_n^2} + k_b^2 \left(\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \xi^2} - \frac{3\varepsilon}{R_{\text{curv}}^2} \right) \frac{\xi_n^2}{\sigma^2} E_{0n}. \quad (14)$$

Выберем функцию $\sigma(\tau_n)$ удовлетворяющей уравнению

$$\sigma^3 \frac{\partial^2 \sigma}{\partial \tau_n^2} = - \left(\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \xi^2} - \frac{3\varepsilon}{R_{\text{curv}}^2} \right) \quad (15)$$

и начальным условиям

$$\sigma(0) = 1, \quad d\sigma(0)/d\tau_n = 0, \quad (16)$$

так что функция E_{0n} будет удовлетворять параболическому уравнению в однородной среде [11]

$$2ik_b \frac{\partial E_{0n}}{\partial \tau_n} = \frac{\partial^2 E_{0n}}{\partial \xi_n^2}. \quad (17)$$

Выбор начальных условий (16) не меняет структуры функций в начале луча (при $\tau = 0$) в силу условий преобразования функций $E_{0n} = E_0$. Это физически очевидное дополнительное условие. Выразим функцию $E_{0n}(\xi_n, \tau_n)$ на некотором расстоянии τ_n через ту же функцию $E_{0n}(\xi_n, 0)$ на апертуре $a_{out} > \xi_n > -a_{out}$ при $\tau_n = 0$ [9]:

$$E_{0n}(\xi_n, \tau_n) = \sqrt{\frac{ik_b}{2\pi\tau_n}} \int_{-a_{out}}^{a_{out}} E(\xi'_n, 0) \exp\left[-\frac{ik_b}{2\tau_n}(\xi_n - \xi'_n)^2\right] d\xi'_n. \quad (18)$$

Коэффициент передачи с одной апертуры на другую в однородной среде между апертурами с ширинами $2a_{out,n} = 2a_{out}\sigma(0)$ и $2a_{in,n} = 2a_{in}\sigma(\tau_{nc})$, расположенными на расстоянии $L_n \equiv \sigma L = \tau_{nc}$, или квадрат s -числа оператора (18), был найден в статье [9]. Там же определены структуры полей, обеспечивающих максимальный коэффициент передачи. Последний в этом случае определяется одним числом C , близким к обратному значению волнового параметра:

$$C = \frac{k_b a_{out,n} a_{in,n}}{\tau_{nc}} \quad (19)$$

и равен

$$p_n = \frac{2CR_{0n}^{(1)2}(C, 1)}{\pi}, \quad (20)$$

где $R_{0n}^{(1)2}(C, 1)$ — радиальная функция вытянутого сфероида в нормировке [17]. Эта зависимость величины p_n исследована в работах [9, 18, 19].

В статье [9] найдена функция

$$E_{0n}(\xi_n) = S_{00}(C, \xi/a_{out}) \exp\left(i \frac{ik_b \xi^2}{2\tau_n}\right), \quad (21)$$

где $S_{00}(C, \xi/a_{out})$ — угловая функция в вытянутой сфероидальной системе координат, которая и обеспечивает максимум коэффициента передачи.

Выразим параметр C через исходные параметры и функцию $\sigma(\tau_n)$:

$$C = \frac{k_b a_{out,n} a_{in,n}}{\tau_{nc}} = \frac{k_b \sigma(0) \sigma(\tau_{nc}) a_{out} a_{in}}{\int_0^{\tau_{nc}} \sigma^2 d\tau} = \frac{k_b \sigma(\tau_{nc}) a_{out} a_{in}}{\int_0^{\tau_{nc}} \sigma^2 d\tau}. \quad (22)$$

Решения $\sigma(\tau_n)$ уравнения (15) удобнее исследовать, вернувшись к переменной τ согласно формуле (12). Тогда оно примет вид

$$\frac{1}{\sigma} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial \tau^2} - \frac{2}{\sigma^2} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \tau}\right)^2 = -\left(\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \xi^2} - \frac{3\varepsilon}{R_{curv}^2}\right). \quad (23)$$

Осуществив замену функции σ на $\bar{\sigma} = 1/\sigma$, для $\bar{\sigma}(\tau)$ получим линейное уравнение

$$\frac{1}{\bar{\sigma}} \frac{\partial^2 \bar{\sigma}}{\partial \tau^2} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \xi^2} - \frac{3\varepsilon}{R_{\text{curv}}^2}. \tag{24}$$

Подставляя решение последнего в (22), найдём для заданных апертур параметр C , который и определяет максимум коэффициента передачи в неоднородной среде в квазиоптическом приближении. Выражение (21) позволяет рассчитать оптимальную структуру поля.

Рассмотрим два примера.

1) Для линзоподобной среды уравнение (11) имеет вид

$$2ik_b \frac{\partial E_0}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 E_0}{\partial \xi^2} + k_b^2 \mu^2 \xi^2 E_0, \tag{25}$$

где

$$\mu = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \xi^2} - \frac{3\varepsilon}{R_{\text{curv}}^2} = \text{const}. \tag{26}$$

В случае фокусирующей среды ($\mu^2 = -\bar{\mu}^2 < 0$) имеем

$$\bar{\sigma} = \cos(\bar{\mu}\tau), \quad \tau_n = \text{tg}(\bar{\mu}\tau)/\bar{\mu}. \tag{27}$$

На расстоянии L эффективный параметр

$$C = \frac{k_b a_{\text{out},n} a_{\text{in},n}}{\tau_n} = \frac{\bar{\mu} k_b a_{\text{out}} a_{\text{in}}}{\sin(\bar{\mu}L)}, \tag{28}$$

причём он достигает минимума $C_{\text{min}} = \bar{\mu} k_b a_{\text{out}} a_{\text{in}}$ при $L = \pi/(2\bar{\mu})$ и бесконечности при $L = \pi/\bar{\mu}$, т. к. структура поля в этом случае при $L = \pi/\bar{\mu}$ совпадает с перевёрнутой относительно оси τ структурой поля при $L = 0$. Оптимальную передачу обеспечивает функция

$$S_{00}(C, \xi/a_{\text{out}}) \exp\left(i \frac{k_b \xi^2}{2 \int_0^{\tau_{\text{nc}}} \sigma^2 d\tau}\right). \tag{29}$$

Для расфокусирующей среды ($\mu^2 > 0$) имеем

$$\bar{\sigma} = \text{ch}(\mu\tau), \quad \tau_n = \text{th}(\mu\tau)/\mu, \tag{30}$$

и параметр

$$C = \frac{\mu k_b a_{\text{in}} a_{\text{out}}}{\text{sh}(\mu L)} \tag{31}$$

монотонно убывает при $L \rightarrow \infty$.

2) Для плоскостойкой среды с линейно изменяющейся диэлектрической проницаемостью

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - z/h, \quad \varepsilon_0 > 0, \tag{32}$$

удобно перейти к безразмерным переменным

$$\bar{x} = \frac{x}{\varepsilon_0 h}, \quad \bar{z} = \frac{z}{\varepsilon_0 h}, \tag{33}$$

где x — координата вдоль слоёв. Рассмотрим случай распространения двумерного пучка, зависящего только от координат x и z с точкой поворота луча при $\bar{z} = \bar{z}_p$ и $\bar{x} = \bar{x}_p$. Траектория луча в этом случае описывается выражением [1]

$$4(1 - \bar{z}_0) \sin^2(\theta_0)(\bar{z}_p - \bar{z}) = (\bar{x} - \bar{x}_p)^2, \quad (34)$$

где θ_0 — угол между осью z и направлением луча в начальной точке $z_0 \equiv \varepsilon_0 h z_0$.

Перейдём к исследованию уравнения (24), описывающего ширину пучка — параметр $\bar{\sigma}$, перейдя к переменной \bar{x} согласно выражению

$$\frac{d\tau}{dx} = \frac{\sqrt{1 + (d\bar{z}/d\bar{x})^2}}{n} = \frac{\sqrt{1 + (d\bar{z}/d\bar{x})^2}}{\sqrt{1 - \bar{z}}}, \quad (35)$$

где $n = \sqrt{1 - \bar{z}}$ — показатель преломления. При использовании переменной \bar{x} оно примет вид

$$\frac{d^2\bar{\sigma}}{d\bar{x}^2} = -\bar{\sigma} \left\{ \frac{1}{d\bar{x}/d\tau} \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{x}} \left[\frac{d}{d\bar{x}} \left(\frac{d\bar{x}}{d\tau} \right) \right] + \frac{3\varepsilon}{R_{\text{curv}}^2} \frac{1}{(d\bar{x}/d\tau)^2} \right\}. \quad (36)$$

В соответствии с формулой траектории луча (34) определяем

$$\frac{d\bar{z}}{d\bar{x}} = -\frac{\bar{x} - \bar{x}_p}{2(1 - \bar{z}_0) \sin^2 \theta_0}, \quad (37)$$

кривизну траектории

$$\tilde{K} = \frac{1}{R_{\text{curv}}} = \frac{1}{n} \left| \frac{dn}{dz} \right| = \frac{n_0 \sin \theta_0}{n^2(z)} \left| \frac{dn}{dz} \right| = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{1 - \bar{z}_0} \sin \theta_0}{(1 - \bar{z})^{3/2}}, \quad (38)$$

где $n_0 = n(z = 0)$, и диэлектрическую проницаемость

$$\varepsilon = 1 - \bar{z} = 1 - \left[\bar{z}_p - \frac{(\bar{x} - \bar{x}_p)^2}{4(1 - \bar{z}_0) \sin^2 \theta_0} \right] \quad (39)$$

на луче. В результате решения уравнение (36) были получены значения параметра

$$C_f = \frac{C}{a_{\text{out}} a_{\text{in}}} = \left[\bar{\sigma} \int_0^{\bar{x}} \frac{d\bar{x} (d\bar{\tau}/d\bar{x})}{\sigma^2} \right]^{-1} \quad (40)$$

как функции координаты \bar{x} при различных углах наклона θ_0 . Расчёты проводились до значения \bar{x}_c , при котором синус угла наклона $\sin \theta$ достигал значения $-\sin \theta_0$. Их результаты показаны на рис. 2.

Появление участка увеличения параметра C_f в зависимости $C_f(\bar{x})$ показывает степень фокусировки излучения вследствие кривизны траектории луча. Она проявляется при сравнительно пологих траекториях.

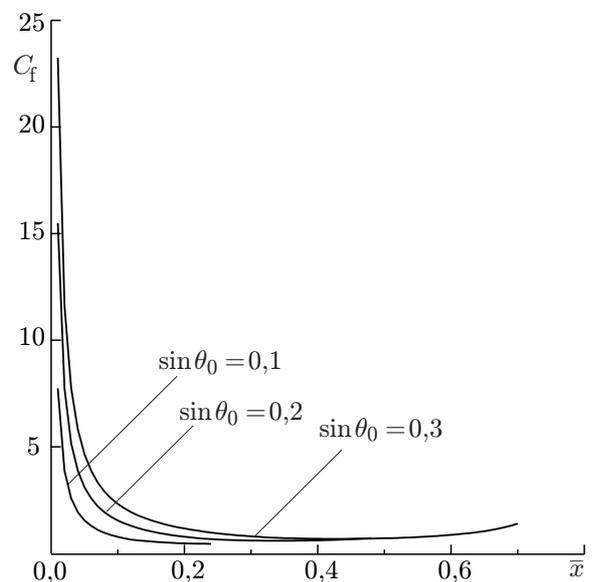


Рис. 2. Зависимость параметра C_f от координаты \bar{x} для $\bar{z}_0 = 0,4$. Передающая и приёмная апертура, соединённые центральным лучом

В заключение укажем, что решение задачи о максимуме коэффициента передачи с одной апертуры на другую в плавно-неоднородной среде путём использования линзоподобного преобразования сводится к решению аналогичной задачи для однородной среды, которое было исследовано ранее. В однородных средах максимальный коэффициент передачи обеспечивается заданием на передающей апертуре структуры поля в виде специальных функций, причём он определяется одним параметром — величиной C (см. выражение (19)). Аналогично в плавно-неоднородных средах в случае центрального луча с бесконечно большим радиусом кручения луча функции, обеспечивающие максимум коэффициента передачи, имеют ту же амплитудную зависимость от поперечных координат и также может быть введена величина C (см. (22)), выражающаяся через параметры центрального луча, соединяющего середины апертур. Влияние кручения траектории на свойства волновых пучков в неоднородных средах, в частности на вращение плоскости поляризации, подробно рассмотрено в [12, 13], там же найдены поправочные члены к волновым пучкам, описываемым уравнением (9).

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 18-02-00832-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980. 304 с.
2. Таланов В. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28, № 7. С. 872.
3. Манишин В. Г., Пасманик Г. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1980. Т. 24, № 8. С. 986.
4. Балакин А. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 2012. Т. 55, № 7. С. 521.
5. Балакин А. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 2012. Т. 55, № 8. С. 555.
6. Балакин А. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 2012. Т. 55, № 9. С. 617.
7. Балакин А. А., Господчиков Е. Д., Шалашов А. Г. // Письма в ЖЭТФ. 2016. Т. 104, № 10. С. 701.
8. Гохберг И. Ц., Крейн М. Г. Введение в теорию линейных несамосопряжённых операторов в гильбертовом пространстве. М.: Наука, 1965. 448 с.
9. Бондаренко Н. Г., Таланов В. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1964. Т. 7, № 2. С. 313.
10. Розанов Н. Н., Смирнов В. А., // Письма в ЖТФ. 1979. Т. 5, № 9. С. 544.
11. Пермитин Г. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1973. Т. 16, № 2. С. 254.
12. Кондратьев И. Г., Пермитин Г. В., Смирнов А. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1980. Т. 23, № 10. С. 1195.
13. Пермитин Г. В., Смирнов А. И. // Журн. эксперим. и теор. физики. 1996. Т. 109, № 3. С. 736.
14. Власов С. Н., Гурбатов С. Н. // Изв. вузов. Радиофизика. 1976. Т. 19, № 8. С. 1145.
15. Власов С. Н., Таланов В. И. Самофокусировка волн. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 1997. 218 с.
16. Таланов В. И. // Письма в ЖЭТФ. 1970. Т. 11, № 6. С. 303.
17. Stratton J. A., Morse P. M., Chu L. J., et al. Spheroidal wave functions. New York: Technology Press of M.I.T. and John Wiley and Sons, Inc, 1956. 613 p.
18. Вайнштейн Л. А., Открытые резонаторы и открытые волноводы. М.: Сов. радио, 1966. 476 с.
19. Комаров И. В., Пономарев Л. И., Славянов С. Ю. Сфероидальные и кулоновские сфероидальные функции. М.: Наука, 1976. 320 с.

Поступила в редакцию 8 июня 2018 г.; принята в печать 25 декабря 2018 г.

**MAXIMUM TRANSMISSION COEFFICIENT THROUGH A SMOOTHLY
INHOMOGENEOUS MEDIUM***S. N. Vlasov and E. V. Kuposova*

We consider the problem of energy transmission from one aperture to another by the wave fields in smoothly inhomogeneous media. The study is performed in the quasioptical and scalar approximations when the aperture sizes significantly exceed the wavelength and there exists a beam connecting the aperture midpoints. The transmission coefficient is determined by the well-known parabolic equation describing the wave-beam propagation in smoothly inhomogeneous media. As in the homogeneous media, the maximum transmission coefficient is reached when the field structures are assigned at the aperture in the form of special functions, namely, the angular functions of the prolate spheroid. The maximum achievable transmission coefficient is determined.