

УДК 621.321

ОБНАРУЖЕНИЕ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНОГО КВАЗИРАДИОСИГНАЛА С НЕИЗВЕСТНОЙ ДЛИТЕЛЬНОСТЬЮ НА ФОНЕ БЕЛОГО ШУМА

Ю. Э. Корчагин*, К. Д. Титов

Воронежский госуниверситет, г. Воронеж, Россия

Построен максимально правдоподобный алгоритм обнаружения сверхширокополосного квазирадиосигнала с произвольной формой и с неизвестными амплитудой, начальной фазой и длительностью, наблюдаемого на фоне аддитивного гауссовского белого шума. Найдены структура и статистические характеристики этого алгоритма. Исследовано влияние априорного незнания длительности квазирадиосигнала на эффективность его обнаружения. Выполнено сравнение эффективности функционирования максимально правдоподобного и квазиоптимального обнаружителей сверхширокополосного квазирадиосигнала. Посредством компьютерного моделирования проверена работоспособность синтезированного алгоритма, а также определены границы применимости найденных асимптотических выражений для его характеристик.

ВВЕДЕНИЕ

В практических приложениях радио- и гидролокации, навигации, сейсмологии, радиоастрономических наблюдениях и др. актуальна задача обнаружения радиосигнала, которая неоднократно рассматривалась в литературе в предположении, что радиосигнал является узкополосным [1–3]. В исследованиях последних лет большой интерес и применение в радиофизике находят сверхширокополосные сигналы [4–6]. Одним из видов таких сигналов являются сверхширокополосные квазирадиосигналы [4, 7]. Их математическая запись (модель) совпадает с моделью радиосигнала, но условие относительной узкополосности не выполняется. В работе [7] рассмотрен алгоритм обнаружения сверхширокополосного квазирадиосигнала с неизвестными амплитудой и начальной фазой. Однако, помимо амплитуды и начальной фазы, часто оказывается неизвестной и длительность сигнала [3]. Кроме того, выбор модулирующей функции может существенно повлиять на эффективность обнаружения. Поэтому целесообразно исследовать алгоритмы обнаружения сверхширокополосного квазирадиосигнала с неизвестной длительностью и произвольной формой модулирующей функции. В данной работе рассмотрен максимально правдоподобный алгоритм обнаружения сверхширокополосного квазирадиосигнала с произвольной формой и с неизвестными амплитудой, начальной фазой и длительностью.

Сверхширокополосный квазирадиосигнал с произвольной формой, аналогично работам [3, 7], запишем в виде

$$s(t, a, \varphi, \tau) = \begin{cases} af(t) \cos(\omega t - \varphi), & 0 \leq t \leq \tau, \\ 0, & t < 0, \quad t > \tau. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь a , φ , ω , τ — амплитуда, начальная фаза, частота и длительность сверхширокополосного квазирадиосигнала соответственно, а $f(t)$ — модулирующая функция. Если полоса частот $\Delta\omega$ и частота ω сигнала (1) удовлетворяют условию

$$\Delta\omega \ll \omega, \quad (2)$$

* korchagin@phys.vsu.ru

то сигнал (1) является узкополосным, а $f(t)$ — его огибающей функцией [1, 2]. Если условие (2) не выполняется, а на интервале, равном длительности сигнала, размещается лишь несколько периодов или даже доли периода гармонического колебания $a \cos(\omega t - \varphi)$, то формула (1) описывает сверхширокополосный квазирадиосигнал [7]. Величины a , φ и ω в строгом смысле не являются амплитудой, начальной фазой и частотой квазирадиосигнала, а представляют собой параметры гармонического колебания, используемого для его формирования. Тем не менее, аналогично работе [7], для краткости далее будем называть a , φ и ω амплитудой, начальной фазой и частотой сверхширокополосного квазирадиосигнала (1) соответственно.

Рассмотрим задачу обнаружения сигнала (1) с неизвестными амплитудой a , начальной фазой φ и длительностью τ на фоне белого гауссовского шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0 . Наблюдаемую в течение интервала времени $[0, T]$ аддитивную смесь сигнала (1) и шума $n(t)$ запишем в виде

$$\xi(t) = \gamma_0 s(t, a_0, \varphi_0, \tau_0) + n(t), \quad (3)$$

где a_0 , φ_0 , τ_0 — истинные значения неизвестных параметров, γ_0 — дискретный параметр, равный нулю при отсутствии сигнала, $\gamma_0 = 0$, и единице при наличии сигнала, $\gamma_0 = 1$. Будем считать, что длительность сигнала τ может принимать значения из априорного интервала $[T_1, T_2]$. Располагая реализацией (3), приёмное устройство должно выносить решение о наличии или отсутствии сигнала. Тогда задача обнаружения сводится к оценке дискретного параметра γ_0 на основе наблюдаемых данных (3).

1. МАКСИМАЛЬНО ПРАВДОПОДОБНЫЙ ОБНАРУЖИТЕЛЬ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНОГО КВАЗИРАДИОСИГНАЛА С НЕИЗВЕСТНОЙ ДЛИТЕЛЬНОСТЬЮ

Для синтеза алгоритма обнаружения сигнала (оценки параметра γ) воспользуемся методом максимального правдоподобия [1, 2]. При неизвестных параметрах сигнала имеет место априорная параметрическая неопределённость относительно его амплитуды, начальной фазы и длительности. Будем считать величины a , φ , τ неслучайными [8, с. 378], а преодоление априорной параметрической неопределённости выполним на основе обобщённого критерия отношения правдоподобия [8, с. 102]. В этом случае логарифм функционала отношения правдоподобия зависит от четырёх неизвестных параметров [2],

$$L(\gamma, a, \varphi, \tau) = \frac{2\gamma}{N_0} \int_0^\tau \xi(t) s(t, a, \varphi) dt - \frac{\gamma}{N_0} \int_0^\tau s^2(t, a, \varphi) dt, \quad (4)$$

и оценка дискретного параметра γ определяется выражением

$$\gamma_m : L(\gamma_m) = \sup_{\gamma} \left[\sup_{a, \varphi, \tau} L(\gamma, a, \varphi, \tau) \right].$$

Первое слагаемое в выражении (4) и далее представляет собой стохастический интеграл в смысле Ито. Учитывая, что $L(\gamma = 0, a, \varphi, \tau) = 0$, получаем, что максимально правдоподобный алгоритм обнаружения заключается в сравнении абсолютного (наибольшего) максимума логарифма функционала отношения правдоподобия (4) с нулевым порогом, т. е.

$$\gamma_m = \begin{cases} 1, & L > 0, \\ 0, & L \leq 0, \end{cases} \quad (5)$$

$$L = \sup_{\tau} L(\tau), \quad L(\tau) = \sup_{a, \varphi} L(a, \varphi, \tau) = L(a_m, \varphi_m, \tau),$$

$$a_m, \varphi_m : L(a_m, \varphi_m, \tau) = \sup_{a, \varphi} L(a, \varphi, \tau), \quad L(a, \varphi, \tau) = L(\gamma = 1, a, \varphi, \tau). \quad (6)$$

Аналогично работам [1–3, 7], вместо алгоритма (5) можно использовать обобщённый алгоритм обнаружения, основанный на сравнении абсолютного (наибольшего) максимума L логарифма функционала отношения правдоподобия с некоторым порогом h , не обязательно равным нулю. Если выполнено соотношение $L > h$, то выносится решение о наличии сигнала ($\gamma_m = 1$), если $L < h$ — о его отсутствии ($\gamma_m = 0$).

Функция $L(\tau)$ представляет собой логарифм функционала отношения правдоподобия, в котором вместо неизвестных амплитуды и начальной фазы используются их оценки максимального правдоподобия a_m и φ_m . Это равносильно максимизации логарифма функционала отношения правдоподобия $L(a, \varphi, \tau)$ (6) по неизвестным параметрам a и φ . Выполняя аналитически эту максимизацию, получаем

$$L(\tau) = \frac{[Q(\tau) - P_c(\tau)]X^2(\tau) + [Q(\tau) + P_c(\tau)]Y^2(\tau) - 2X(\tau)Y(\tau)P_s(\tau)}{2[Q^2(\tau) - P_c^2(\tau) - P_s^2(\tau)]}, \quad (7)$$

где

$$X(\tau) = \frac{2}{N_0} \int_0^{\tau} \xi(t)f(t) \cos(\omega t) dt, \quad Y(\tau) = \frac{2}{N_0} \int_0^{\tau} \xi(t)f(t) \sin(\omega t) dt,$$

$$P_c(\tau) = \frac{1}{N_0} \int_0^{\tau} f^2(t) \cos(2\omega t) dt, \quad P_s(\tau) = \frac{1}{N_0} \int_0^{\tau} f^2(t) \sin(2\omega t) dt,$$

$$Q(\tau) = \frac{1}{N_0} \int_0^{\tau} f^2(t) dt. \quad (8)$$

Выражения (5)–(7) определяют структуру приёмного устройства. Оно должно формировать случайный процесс (7) для всех возможных значений длительности, находить величину его наибольшего максимума и сравнивать её с порогом. На рис. 1 изображена блок-схема максимально правдоподобного алгоритма обнаружения, где введены следующие обозначения: И — интеграторы на интервале времени $[0, t]$, $t \in [0, T_2]$, ПД — пиковый детектор, РУ — решающее устройство, осуществляющее сравнение выходного сигнала пикового детектора в момент времени $t = T_2$ с порогом и выносящее решение о наличии или отсутствии сигнала в наблюдаемой реализации.

Для узкополосного радиосигнала в формуле (7) можно пренебречь интегралами от функций, осциллирующих с удвоенной частотой, т. е. вследствие $P_s(\tau) \ll Q(\tau)$ и $P_c(\tau) \ll Q(\tau)$ положить $P_s(\tau) \approx 0$ и $P_c(\tau) \approx 0$. Тогда выражение для логарифма функционала отношения правдоподобия (7) существенно упрощается и принимает вид

$$L(\tau) = [X^2(\tau) + Y^2(\tau)]/[2Q(\tau)],$$

что согласуется с результатами работы [9].

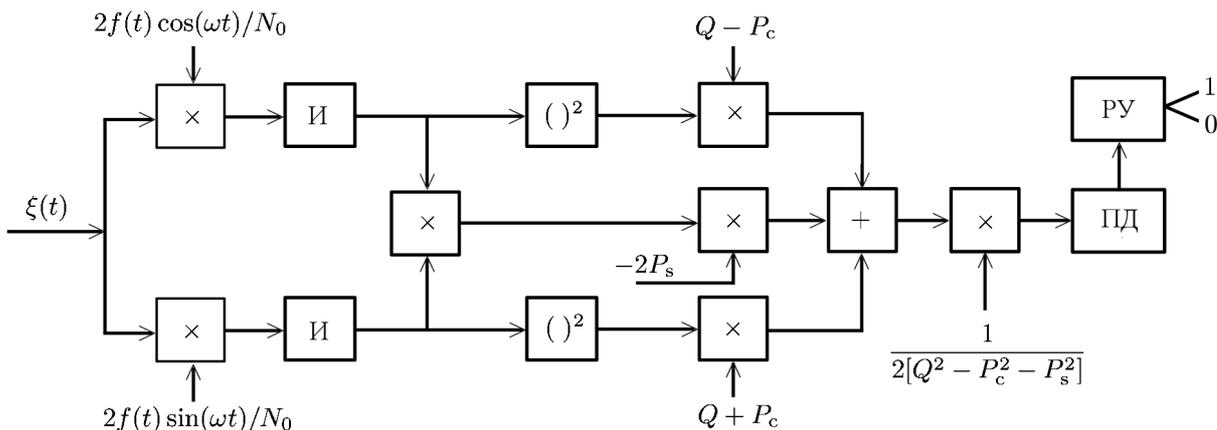


Рис. 1. Блок-схема максимально правдоподобного алгоритма обнаружения

2. ХАРАКТЕРИСТИКИ МАКСИМАЛЬНО ПРАВДОПОДОБНОГО ОБНАРУЖИТЕЛЯ

Выполним анализ максимально правдоподобного алгоритма обнаружения (5) и (7), т. е. найдём вероятности ложной тревоги и пропуска сигнала [1, 2, 10]. Обозначим $L_1(\tau) = \{L(\tau)|\gamma_0 = 1\}$ -логарифм функционала отношения правдоподобия (7) при наличии сигнала в принятой реализации, а $L_0(\tau) = \{L(\tau)|\gamma_0 = 0\}$ — при его отсутствии.

Подставим наблюдаемую реализацию (3) в выражения (8) для $X(\tau)$ и $Y(\tau)$ и выделим детерминированные и случайные составляющие

$$X(\tau) = \gamma_0 S_x(\tau) + N_x(\tau), \quad Y(\tau) = \gamma_0 S_y(\tau) + N_y(\tau), \tag{9}$$

где

$$\begin{aligned} S_x(\tau) &= a_0 \cos \varphi_0 \{Q(\min[\tau, \tau_0]) + P_c(\min[\tau, \tau_0])\} + a_0 P_s(\min[\tau, \tau_0]) \sin \varphi_0, \\ S_y(\tau) &= a_0 \sin \varphi_0 \{Q(\min[\tau, \tau_0]) - P_c(\min[\tau, \tau_0])\} + a_0 P_s(\min[\tau, \tau_0]) \cos \varphi_0, \\ N_x(\tau) &= \frac{2}{N_0} \int_0^\tau n(t) f(t) \cos(\omega t) dt, \quad N_y(\tau) = \frac{2}{N_0} \int_0^\tau n(t) f(t) \sin(\omega t) dt. \end{aligned} \tag{10}$$

Случайные процессы $N_x(\tau)$ и $N_y(\tau)$ представляют собой линейные преобразования гауссовского белого шума $n(t)$ и поэтому тоже являются гауссовскими [11, с. 97, 8, с. 219]. Они обладают нулевыми математическими ожиданиями и следующими корреляционными функциями (здесь и далее угловые скобки обозначают усреднение по реализациям):

$$\begin{aligned} K_x(\tau_1, \tau_2) &= \langle N_x(\tau_1) N_x(\tau_2) \rangle = Q(\min[\tau_1, \tau_2]) + P_c(\min[\tau_1, \tau_2]), \\ K_y(\tau_1, \tau_2) &= \langle N_y(\tau_1) N_y(\tau_2) \rangle = Q(\min[\tau_1, \tau_2]) - P_c(\min[\tau_1, \tau_2]), \\ K_{xy}(\tau_1, \tau_2) &= \langle N_x(\tau_1) N_y(\tau_2) \rangle = \langle N_y(\tau_1) N_x(\tau_2) \rangle = P_s(\min[\tau_1, \tau_2]). \end{aligned}$$

Для нахождения вероятности ложной тревоги исследуем решающую статистику

$$L_0(\tau) = \frac{[Q(\tau) - P_c(\tau)]N_x^2(\tau) + [Q(\tau) + P_c(\tau)]N_y^2(\tau) - 2N_x(\tau)N_y(\tau)P_s(\tau)}{2[Q^2(\tau) - P_c^2(\tau) - P_s^2(\tau)]}. \tag{11}$$

Она представляет собой случайный процесс с математическим ожиданием

$$S_0(\tau) = \langle L_0(\tau) \rangle = 1 \tag{12}$$

и корреляционной функцией

$$K_0(\tau_1, \tau_2) = \langle [L_0(\tau_1) - \langle L_0(\tau_1) \rangle][L_0(\tau_2) - \langle L_0(\tau_2) \rangle] \rangle = \frac{\Psi(\tau_1, \tau_2)}{\Psi(\max[\tau_1, \tau_2], \max[\tau_1, \tau_2])}, \tag{13}$$

где обозначено

$$\Psi(\tau_1, \tau_2) = Q(\tau_1)Q(\tau_2) - P_c(\tau_1)P_c(\tau_2) - P_s(\tau_1)P_s(\tau_2).$$

Исследуем локальные свойства случайного процесса (11). Для этого рассмотрим поведение корреляционной функции (13) в малой окрестности произвольной точки $\tau \in [T_1, T_2]$. Подставим в (12) $\tau_1 = \tau$, $\tau_2 = \tau + \Delta$ и разложим (13) в ряд Тейлора по Δ в окрестности τ , отбросив все слагаемые выше первой степени Δ . В результате получим

$$K_0(\tau, \tau + \Delta) \approx 1 - \delta(\tau) |\Delta| + o(\Delta), \tag{14}$$

где

$$\delta(\tau) = \frac{1}{\Psi(\tau, \tau)} \left. \frac{\partial \Psi(\tau, x)}{\partial x} \right|_{x=\tau} = \frac{Q(\tau)Q'(\tau) - P_c(\tau)P'_c(\tau) - P_s(\tau)P'_s(\tau)}{Q^2(\tau) - P_c^2(\tau) - P_s^2(\tau)}, \tag{15}$$

а штрихом обозначена производная по τ . Согласно (12) и (14) решающая статистика $L_0(\tau)$ является локально-стационарным и локально-марковским случайным процессом. Вероятность недостижения границы h для такого процесса в ε -окрестности точки τ найдена в работе [1]

$$F_\varepsilon(h, \tau) \approx P \left\{ L_0(x) < h, x \in \left[\tau - \frac{\varepsilon}{2}, \tau + \frac{\varepsilon}{2} \right] \right\} = \begin{cases} \exp[-\delta(\tau)\varepsilon h \exp(-h)], & h \geq 1, \\ 0, & h < 1. \end{cases} \tag{16}$$

Точность аппроксимации (16) увеличивается с уменьшением ε и ростом порога h . Разобьём априорный интервал возможных значений длительности $[T_1, T_2]$ на N равных отрезков с величиной $\varepsilon = (T_2 - T_1)/N$. Середину каждого интервала обозначим $t_i = T_1 + (i - 1)\varepsilon/2$, $i = 1, 2, \dots, N$. Тогда вероятность недостижения границы h решающей статистикой $L_0(\tau)$ на i -ом интервале приближённо равна

$$F_{0i}(h) = P\{L_0(\tau) < h, \tau \in [t_i - \varepsilon/2, t_i + \varepsilon/2]\} = F_\varepsilon(h, t_i). \tag{17}$$

При этом величина ε должна быть настолько мала, чтобы была справедлива аппроксимация (14). При достаточно высоких порогах h выбросы реализации $L_0(\tau)$ за уровень h на различных элементарных интервалах $[t_i - \varepsilon/2, t_i + \varepsilon/2]$ можно приближённо считать статистически независимыми [11]. Тогда вероятность ложной тревоги можно выразить через вероятность недостижения порога случайным процессом $L_0(\tau)$ на отрезке $[T_1, T_2]$:

$$\alpha \approx 1 - F_0(h) = 1 - P\{L_0(\tau) < h, \tau \in [T_1, T_2]\} = 1 - \prod_{i=1}^N F_{0i}(h, t_i). \tag{18}$$

Подставляя выражение (16) в формулу (17), а затем (17) в (18) и переходя к пределу при $\varepsilon \rightarrow 0$, $N \rightarrow \infty$, получаем

$$\alpha \approx \begin{cases} 1 - \exp \left[-h \exp(-h) \int_{T_1}^{T_2} \delta(\tau) d\tau \right], & h \geq 1, \\ 1, & h < 1. \end{cases} \tag{19}$$

После интегрирования функции (15) в формуле (19) находим асимптотическое выражение для вероятности ложной тревоги

$$\alpha = \begin{cases} 1 - \left[\frac{Q^2(T_1) - P_c^2(T_1) - P_s^2(T_1)}{Q^2(T_2) - P_c^2(T_2) - P_s^2(T_2)} \right]^{h \exp(-h)/2}, & h \geq 1, \\ 1, & h < 1. \end{cases} \quad (20)$$

Для определения вероятности пропуска сигнала исследуем случайный процесс $L(\tau)$ (7) при наличии сигнала. Введём в рассмотрение нормированные (не зависящие от отношения сигнал/шум (ОСШ)) функции (8) и (10):

$$\begin{aligned} q(\tau) &= Q(\tau)/z^2; \\ p_c(\tau) &= P_c(\tau)/z^2, & p_s(\tau) &= P_s(\tau)/z^2, \\ s_x(\tau) &= S_x(\tau)/z^2, & s_y(\tau) &= S_y(\tau)/z^2, \\ \eta_x(\tau) &= N_x(\tau)/z, & \eta_y(\tau) &= N_y(\tau)/z, \end{aligned} \quad (21)$$

где

$$z^2 = 2a_0^2 T_2 / N_0 \quad (22)$$

— ОСШ на выходе приёмника максимального правдоподобия для прямоугольного импульса с амплитудой a_0 и длительностью T_2 без гармонического заполнения. Среди величин (21) функции $p_c(\tau)$, $p_s(\tau)$, $s_x(\tau)$ и $s_y(\tau)$ являются детерминированными, а $\eta_x(\tau)$, $\eta_y(\tau)$ — случайными процессами. Подставляя выражения (9) и (10) в формулу (7) при $\gamma_0 = 1$, получаем, с учётом обозначений (21), выражение для решающей статистики при наличии сигнала в виде

$$L_1(\tau) = z^2 A(\tau) + z B_x(\tau) \eta_x(\tau) + z B_y(\tau) \eta_y(\tau) + C_x(\tau) \eta_x^2(\tau) + C_y(\tau) \eta_y^2(\tau) + C_{xy}(\tau) \eta_x(\tau) \eta_y(\tau), \quad (23)$$

где

$$\begin{aligned} A(\tau) &= \frac{[q(\tau) - p_c(\tau)]s_x^2(\tau) + [q(\tau) + p_c(\tau)]s_y^2(\tau) - 2p_s(\tau)s_x(\tau)s_y(\tau)}{2[q^2(\tau) - p_c^2(\tau) - p_s^2(\tau)]}, \\ B_x(\tau) &= \frac{[q(\tau) - p_c(\tau)]s_x(\tau) - p_s(\tau)s_y(\tau)}{q^2(\tau) - p_c^2(\tau) - p_s^2(\tau)}, \\ B_y(\tau) &= \frac{[q(\tau) + p_c(\tau)]s_y(\tau) - p_s(\tau)s_x(\tau)}{q^2(\tau) - p_c^2(\tau) - p_s^2(\tau)}, \\ C_x(\tau) &= \frac{q(\tau) - p_c(\tau)}{2[q^2(\tau) - p_c^2(\tau) - p_s^2(\tau)]}, & C_y(\tau) &= \frac{q(\tau) + p_c(\tau)}{2[q^2(\tau) - p_c^2(\tau) - p_s^2(\tau)]}, \\ C_{xy}(\tau) &= -\frac{p_s(\tau)}{q^2(\tau) - p_c^2(\tau) - p_s^2(\tau)}. \end{aligned}$$

Случайные процессы $\eta_x(\tau)$ и $\eta_y(\tau)$ являются гауссовскими с нулевыми математическими ожиданиями и корреляционными функциями

$$\begin{aligned} K_{\eta_x}(\tau_1, \tau_2) &= K_x(\tau_1, \tau_2)/z^2 = \langle \eta_x(\tau_1) \eta_x(\tau_2) \rangle = q(\min[\tau_1, \tau_2]) + p_c(\min[\tau_1, \tau_2]), \\ K_{\eta_y}(\tau_1, \tau_2) &= K_y(\tau_1, \tau_2)/z^2 = \langle \eta_y(\tau_1) \eta_y(\tau_2) \rangle = q(\min[\tau_1, \tau_2]) - p_c(\min[\tau_1, \tau_2]), \\ K_{\eta_{xy}}(\tau_1, \tau_2) &= K_{xy}(\tau_1, \tau_2)/z^2 = \langle \eta_x(\tau_1) \eta_y(\tau_2) \rangle = \langle \eta_y(\tau_1) \eta_x(\tau_2) \rangle = p_s(\min[\tau_1, \tau_2]). \end{aligned}$$

Решающая статистика $L_1(\tau)$ (23) не является гауссовской, поскольку содержит операции перемножения и возведения в квадрат случайных процессов $\eta_x(\tau)$ и $\eta_y(\tau)$. Однако, при достаточно больших ОСШ ($z \gg 1$), последними тремя слагаемыми в (23) можно пренебречь по сравнению с предыдущими и записать приближённо

$$L_1(\tau) \approx z^2 A(\tau) + z B_x(\tau) \eta_x(\tau) + z B_y(\tau) \eta_y(\tau). \tag{24}$$

В выражение (24) случайные функции $\eta_x(\tau)$ и $\eta_y(\tau)$ входят линейно, поэтому процесс $L_1(\tau)$ является гауссовским. Для его полного статистического описания достаточно найти математическое ожидание и корреляционную функцию. Выполняя усреднение, получаем математическое ожидание при наличии сигнала

$$S_1(\tau) = \langle L_1(\tau) \rangle = z^2 A(\tau) \tag{25}$$

и корреляционную функцию

$$K(\tau_1, \tau_2) = \langle [L_1(\tau_1) - S_1(\tau_1)][L_1(\tau_2) - S_1(\tau_2)] \rangle = A_1(\tau_1)A_1(\tau_2)\{q(\min[\tau_1, \tau_2]) + p_c(\min[\tau_1, \tau_2])\} + p_s(\min[\tau_1, \tau_2])[A_1(\tau_1)A_2(\tau_2) + A_1(\tau_2)A_2(\tau_1)] + A_2(\tau_1)A_2(\tau_2)\{q(\min[\tau_1, \tau_2]) - p_c(\min[\tau_1, \tau_2])\}, \tag{26}$$

где

$$A_1(\tau) = z \frac{[q(\tau) - p_c(\tau)]s_x(\tau) - s_y(\tau)p_s(\tau)}{q^2(\tau) - p_c^2(\tau) - p_s^2(\tau)}, \quad A_2(\tau) = z \frac{[q(\tau) + p_c(\tau)]s_y(\tau) - s_x(\tau)p_s(\tau)}{q^2(\tau) - p_c^2(\tau) - p_s^2(\tau)}.$$

Как известно, с увеличением ОСШ положение максимума решающей статистики сходится среднеквадратически к истинному значению длительности τ_0 [1, 10]. Поэтому исследуем логарифм функционала отношения правдоподобия (24) в окрестности точки τ_0 . Разложив выражения (25) и (26) в ряды Тейлора по переменной τ в окрестности τ_0 , получим асимптотические выражения для математического ожидания

$$S_1(\tau) \approx \frac{\lambda_0}{2} + \frac{\tau - \tau_0}{2T_2} \begin{cases} \psi_1, & \tau \leq \tau_0, \\ -\psi_1, & \tau > \tau_0 \end{cases} \tag{27}$$

и корреляционной функции

$$K_1(\tau_1, \tau_2) \approx \lambda_0 + \psi_1 \min(\tau_1 - \tau_0, \tau_2 - \tau_0)/T_2, \tag{28}$$

где $\lambda_0 = z^2 [Q(\tau_0) + P_c(\tau_0) \cos(2\varphi_0) + P_s(\tau_0) \sin(2\varphi_0)]/2$, $\psi_1 = z^2 f^2(\tau_0) \cos^2(\omega\tau_0 - \varphi_0)$.

Будем аппроксимировать логарифм функционала отношения правдоподобия (24) гауссовским случайным процессом $\mu_1(\tau)$ с математическим ожиданием (27) и корреляционной функцией (28). Такая аппроксимация имеет смысл для всех $\tau > \tau_d = \tau_0 - T_2 \lambda_0 / \psi_1$, при которых дисперсия случайного процесса $\mu_1(\tau)$ неотрицательна, т. е. $K_1(\tau, \tau) \approx \lambda_0 + \psi_1 (\tau - \tau_0) / T_2 \geq 0$. При использовании аппроксимации $\mu_1(\tau)$ будем считать, что длительность принимает значения из априорного интервала $[T_d, T_2]$, где $T_d = \max(\tau_d, T_1)$. Используя выражения (27), (28) и теорему Дуба [12], можно показать, что решающая статистика $\mu_1(\tau)$ является гауссовским марковским процессом с коэффициентом сноса k_{11} и коэффициентом диффузии k_{21} [12],

$$k_{11} = \frac{1}{2T_2} \begin{cases} \psi_1, & T_d \leq \tau \leq \tau_0, \\ -\psi_1, & \tau_0 < \tau \leq T_2; \end{cases} \quad k_{21} = \frac{\psi_1}{T_2}. \tag{29}$$

Вероятность пропуска сигнала по определению равна вероятности β недостижения границ $y = -\infty$ и $y = h$ марковским случайным процессом $\mu_1(\tau)$ на интервале $\tau \in [T_d, T_2]$,

$$\beta = F_1(h) = P\{\mu_1(\tau) < h, \tau \in [T_d, T_2]\}. \quad (30)$$

Искомую вероятность (30) можно выразить через плотность вероятности $W(y, \tau)$ реализаций случайного процесса $\mu_1(\tau)$, ни разу не достигших границ $y = -\infty$ и $y = h$ [12]:

$$F_1(h) = \int_{-\infty}^h W(y, T_2) dy. \quad (31)$$

Функция $W(y, \tau)$ является решением уравнения Фоккера—Планка—Колмогорова [12]

$$\frac{\partial W(y, \tau)}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial y} [k_{11}(y, \tau)W(y, \tau)] - \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} [k_{21}(y, \tau)W(y, \tau)] = 0 \quad (32)$$

с коэффициентами (29) при начальном условии

$$W(y, T_d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{(y-m)^2}{2\sigma^2}\right]$$

и граничных условиях

$$W(-\infty, \tau) = W(h, \tau) = 0,$$

где $\sigma^2 = \lambda_0 + \psi_1(T_d - \tau_0)/T_2$, $m = \lambda_0/2 + \psi_1(T_d - \tau_0)/2T_2$.

Решая (32) методом отражения с переменной знака [12], подставляя найденное решение в формулу (31), а затем (31) в (30), получаем выражение для вероятности пропуска сигнала

$$\begin{aligned} \beta = & \frac{1}{\sqrt{2\pi\lambda_0}} \int_0^\infty \exp\left[-\frac{(\xi + \lambda_0/2)^2 + h^2 - h\lambda_0}{2\lambda_0}\right] \left[\Phi\left(\frac{\sqrt{r}}{2} + \frac{\xi}{\sqrt{r}}\right) - \right. \\ & - \exp(-\xi) \Phi\left(\frac{\sqrt{r}}{2} - \frac{\xi}{\sqrt{r}}\right) \left\{ \Phi\left[h\sqrt{\frac{l}{\lambda_0(\lambda_0-l)}} + \xi\sqrt{\frac{\lambda_0-l}{\lambda_0 l}}\right] \exp\left(\frac{h\xi}{\lambda_0}\right) - \right. \\ & \left. \left. - \Phi\left[h\sqrt{\frac{l}{\lambda_0(\lambda_0-l)}} - \xi\sqrt{\frac{\lambda_0-l}{\lambda_0 l}}\right] \exp\left(-\frac{h\xi}{\lambda_0}\right) \right\} \right] d\xi, \quad (33) \end{aligned}$$

где $l = \psi_1(\tau_0 - T_d)/T_2$, $r = \psi_1(T_2 - \tau_0)/T_2$.

Вероятности ложной тревоги (20) и пропуска сигнала (33) являются обобщениями аналогичных выражений, полученных в работе [3] для узкополосного радиосигнала. Действительно, если для принимаемого сигнала выполняется условие (2), что соответствует обнаружению узкополосного радиосигнала, то $|P_c(\tau)| \ll Q(\tau)$, $|P_s(\tau)| \ll Q(\tau)$ и вероятности ложной тревоги (20) и пропуска сигнала (33) с учётом обозначений совпадают с аналогичными вероятностями, найденными в работе [3]. Выражение (33) получено методом локально-марковской аппроксимации, что определяет форму его представления, схожую с приведённой в [1, с. 73]. К сожалению, вычисление по формуле (33) возможно только с применением численных методов.

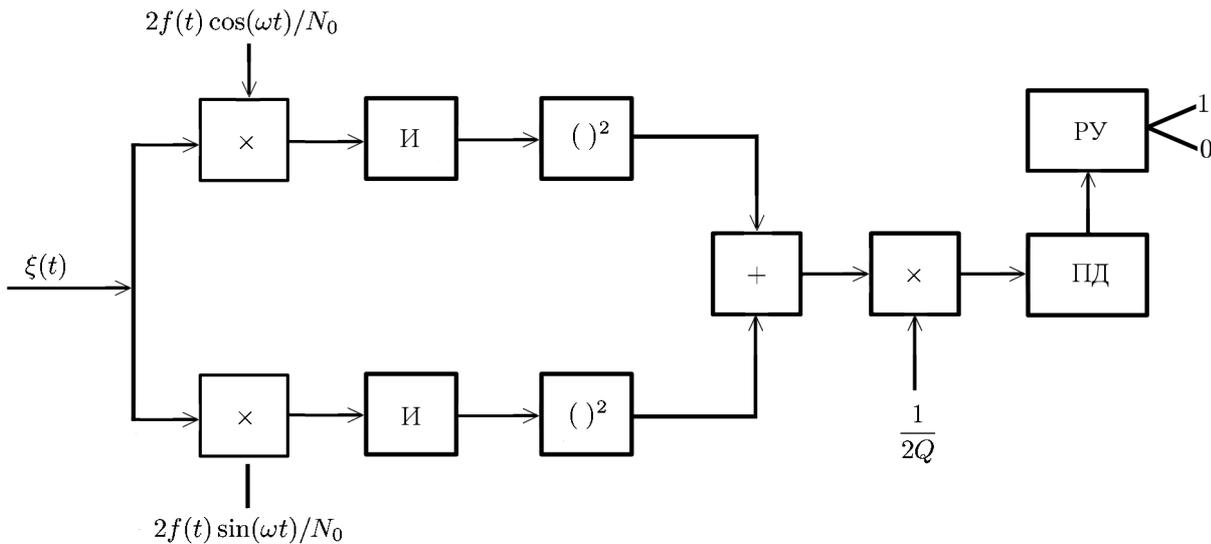


Рис. 2. Блок-схема квазиоптимального алгоритма обнаружения

3. КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ОБНАРУЖЕНИЯ

Максимально правдоподобный алгоритм обнаружения сверхширокополосного квазирадиосигнала, показанный на рис. 1, имеет более сложную структуру, чем алгоритм обнаружения узкополосного радиосигнала с неизвестными амплитудой, начальной фазой и длительностью, синтезированный в работе [3] и построенный по классической квадратурной схеме. В зависимости от предъявляемых требований к эффективности и ограничений по сложности проектируемого обнаружителя, может оказаться целесообразным использование более простого квадратурного алгоритма для обнаружения сверхширокополосного квазирадиосигнала. Этот алгоритм заключается в сравнении с порогом абсолютного максимума решающей статистики [3]

$$L_q(\tau) = \frac{X^2(\tau) + Y^2(\tau)}{2Q(\tau)}, \quad \tau \in [T_1, T_2], \tag{34}$$

$$\gamma_q = \begin{cases} 1, & L_q > 0, \\ 0, & L_q \leq 0, \end{cases} \quad L_q = \sup_{\tau} L_q(\tau). \tag{35}$$

Будем называть такой обнаружитель квазиоптимальным. Исследование квазиоптимального алгоритма обнаружения сверхширокополосного квазирадиосигнала позволит оценить эффективность использования существующих детекторов узкополосных радиосигналов при поступлении на вход приёмника аддитивной смеси сверхширокополосного квазирадиосигнала с произвольной формой и гауссовского белого шума. Полезный сигнал при этом обладает неизвестными амплитудой, начальной фазой и длительностью. Квазиоптимальный обнаружитель можно реализовать на основе блок-схемы, приведённой на рис. 2, где интеграторы (И) работают на интервале времени $t \in [0, T_2]$.

Найдём статистические характеристики квазиоптимального обнаружителя (35). Подставляя выражения (9) при $\gamma_0 = 0$ в формулу (34), получаем решающую статистику квазиоптимального обнаружителя при отсутствии сигнала

$$L_{0q}(\tau) = \frac{N_x^2(\tau) + N_y^2(\tau)}{2Q(\tau)},$$

что совпадает с выражением (11) при $P_c(\tau) = P_s(\tau) = 0$. Тогда вероятность ложной тревоги квазиоптимального алгоритма обнаружения может быть получена из формулы (20) в виде

$$\alpha_q = \begin{cases} 1 - \left[\frac{Q(T_1)}{Q(T_2)} \right]^{h \exp(-h)}, & h \geq 1, \\ 1, & h < 1. \end{cases} \quad (36)$$

Для нахождения вероятности пропуска сигнала квазиоптимальным обнаружителем подставим (9) в формулу (34) при $\gamma_0 = 1$ и получим выражение для решающей статистики квазиоптимального обнаружителя при наличии сигнала:

$$L_{1q}(\tau) = z^2 \frac{s_x^2(\tau) + s_y^2(\tau)}{2q(\tau)} + z \frac{s_x(\tau)\eta_x(\tau) + s_y(\tau)\eta_y(\tau)}{q(\tau)} + \frac{\eta_x^2(\tau) + \eta_y^2(\tau)}{2q(\tau)}. \quad (37)$$

При достаточно больших ОСШ ($z \gg 1$) последним слагаемым в (37) можно пренебречь и записать приближённо

$$L_{1q}(\tau) \approx z^2 \frac{s_x^2(\tau) + s_y^2(\tau)}{2q(\tau)} + z \frac{s_x(\tau)\eta_x(\tau) + s_y(\tau)\eta_y(\tau)}{q(\tau)}. \quad (38)$$

Согласно (38) решающая статистика $L_{1q}(\tau)$ представляет собой линейное преобразование случайных процессов $\eta_x(\tau)$ и $\eta_y(\tau)$. Нелинейные операции возведения в квадрат в выражении (38) применяются лишь к детерминированным величинам. Это позволяет считать случайный процесс $L_{1q}(\tau)$ гауссовским. Он обладает математическим ожиданием

$$S_{1q}(\tau) = \langle L_{1q}(\tau) \rangle = z^2 \frac{s_x^2(\tau) + s_y^2(\tau)}{2q(\tau)} \quad (39)$$

и корреляционной функцией

$$K_q(\tau_1, \tau_2) = \langle [L_{1q}(\tau_1) - S_{1q}(\tau_1)][L_{1q}(\tau_2) - S_{1q}(\tau_2)] \rangle = A_{1q}(\tau_1)A_{1q}(\tau_2)\{q(\min[\tau_1, \tau_2]) + p_c(\min[\tau_1, \tau_2])\} + p_s(\min[\tau_1, \tau_2]) [A_{1q}(\tau_1)A_{2q}(\tau_2) + A_{1q}(\tau_2)A_{2q}(\tau_1)] + A_{2q}(\tau_1)A_{2q}(\tau_2)\{q(\min[\tau_1, \tau_2]) - p_c(\min[\tau_1, \tau_2])\}, \quad (40)$$

где $A_{1q}(\tau) = z s_x(\tau)/q(\tau)$, $A_{2q}(\tau) = z s_y(\tau)/q(\tau)$. Разложив выражения (39) и (40) в ряды Тейлора по τ в окрестности τ_0 , получим асимптотические выражения для математического ожидания

$$S_{1q}(\tau) \approx \frac{a_0}{2} + \frac{\tau - \tau_0}{2T_2} \begin{cases} a_1, & \tau \leq \tau_0, \\ -a_2, & \tau > \tau_0 \end{cases} \quad (41)$$

и корреляционной функции

$$K_q(\tau_1, \tau_2) \approx b_0 + b \min(\tau_1 - \tau_0, \tau_2 - \tau_0)/T_2. \quad (42)$$

Здесь

$$a_0 = \frac{z^2}{2Q(\tau_0)} [Q^2(\tau_0) + P_c^2(\tau_0) + P_s^2(\tau_0) + 2P_c(\tau_0)Q(\tau_0) \cos(2\varphi_0) + 2P_s(\tau_0)Q(\tau_0) \sin(2\varphi_0)]; \quad (43)$$

$$a_1 = \frac{z^2 f^2(\tau_0)}{Q^2(\tau_0)} \{Q^2(\tau_0) - P_c^2(\tau_0) - P_s^2(\tau_0) + 2Q(\tau_0)[P_c(\tau_0) \cos(2\pi\kappa) + Q(\tau_0) \cos(2\varphi_0 - 2\pi\kappa) + P_s(\tau_0) \sin(2\pi\kappa)]\}; \quad (44)$$

$$a_2 = \frac{z^2 f(\tau_0)}{Q^2(\tau_0)} [P_c^2(\tau_0) + P_s^2(\tau_0) - Q^2(\tau_0) + 2P_c(\tau_0)Q(\tau_0) \cos(2\varphi_0) + 2P_s(\tau_0)Q(\tau_0) \sin(2\varphi_0)]; \quad (45)$$

$$b_0 = \frac{z^4 f(\tau_0)}{2Q^2(\tau_0)} \{3Q(\tau_0)[P_c^2(\tau_0) + P_s^2(\tau_0)] + Q^3(\tau_0) + [3Q(\tau_0) + P_c^2(\tau_0) + P_s^2(\tau_0)][2P_c(\tau_0) \cos(2\varphi_0) + 2P_s(\tau_0) \sin(2\varphi_0)]\}; \quad (46)$$

$$b = \frac{z^2 f^2(\tau_0)}{Q^3(\tau_0)} \{Q(\tau_0)[Q(\tau_0) \cos(\varphi_0 - \pi\kappa) + P_c(\tau_0) \cos(\varphi_0 + \pi\kappa) + P_s(\tau_0) \sin(\varphi_0 + \pi\kappa)]^2\} - \\ - ([P_c^2(\tau_0) + P_s^2(\tau_0) + Q^2(\tau_0)] \cos(2\varphi_0)[Q(\tau_0) \cos(2\pi\kappa) - P_c(\tau_0)] - \\ - [P_c^2(\tau_0) + P_s^2(\tau_0) + Q^2(\tau_0)] \sin(2\varphi_0)[P_s(\tau_0) - Q(\tau_0) \sin(2\pi\kappa)] - \\ - 2Q(\tau_0) \{P_c^2(\tau_0) + P_s^2(\tau_0) - Q(\tau_0)[P_c(\tau_0) \cos(2\pi\kappa) + P_s(\tau_0) \sin(2\pi\kappa)]\}). \quad (47)$$

Здесь введена в рассмотрение величина $\kappa = \omega\tau_0/(2\pi)$, численно равная количеству периодов гармонического несущего колебания, укладывающихся на длительности сигнала τ_0 . Аналогично работам [7, 15], будем называть κ параметром узкополосности. При $\kappa \rightarrow \infty$ сигнал (1) становится узкополосным.

Будем аппроксимировать логарифм функционала отношения правдоподобия (38) гауссовским случайным процессом $\mu_q(\tau)$ с математическим ожиданием (41) и корреляционной функцией (42). Такая аппроксимация имеет смысл для всех $\tau > \tau_q = \tau_0 - T_2 b_0/b$, при которых дисперсия случайного процесса $\mu_q(\tau)$ неотрицательна, т. е. $K_q(\tau, \tau) \approx b_0 + b(\tau - \tau_0)/T_2 \geq 0$. При использовании аппроксимации $\mu_q(\tau)$ будем считать, что длительность принимает значения из априорного интервала $[T_q, T_2]$, где $T_q = \max[\tau_q, T_1]$. Используя выражения (41), (42) и теорему Дуба [12], можно показать, что решающая статистика $\mu_q(\tau)$ является гауссовским марковским процессом с коэффициентом сноса k_{1q} и коэффициентом диффузии k_{2q} [12]:

$$k_{1q} = \frac{1}{2T_2} \begin{cases} a_1, & T_q \leq \tau \leq \tau_0, \\ -a_2, & \tau_0 < \tau \leq T_2; \end{cases} \quad k_{2q} = \frac{b}{T_2}.$$

Аналогично вероятности (30), вероятность пропуска сигнала равна вероятности недостижения границ $y = -\infty$ и $y = h$ марковским случайным процессом $\mu_q(\tau)$ при $\tau \in [T_q, T_2]$. Используя марковские свойства процесса $\mu_q(\tau)$, находим выражение для вероятности пропуска сигнала квазиоптимальным обнаружителем в виде

$$\beta_q = \frac{1}{\sqrt{2\pi b_0}} \int_0^\infty \left[\Phi \left(\frac{1}{2} \sqrt{d_2 r} + \xi \sqrt{\frac{d_2}{r}} \right) - \exp(-d_2 \xi) \Phi \left(\frac{1}{2} \sqrt{d_2 r} - \xi \sqrt{\frac{d_2}{r}} \right) \right] \times \\ \times \exp \left[-\frac{d_1 \xi b_0 - l(h - m) + d_1^2 l^2 / 4}{2b_0} \right] \left\{ \exp \left[-\frac{(h - m_q - \xi)^2 - \sigma_q^2 d_1 \xi}{2b_0} \right] \times \right. \\ \left. \times \Phi \left[\frac{(h - m) d_1 l + \sigma_q^2 \xi + \sigma_q^2 l / 2}{\sigma_q \sqrt{b_0 d_1 l}} \right] - \Phi \left[\frac{(h - m) d_1 l - \sigma_q^2 \xi + \sigma_q^2 l / 2}{\sigma_q \sqrt{b_0 d_1 l}} \right] \right\} \times$$

$$\times \exp \left[- \frac{(h - m_q + \xi)^2 + \sigma_q^2 d_1 \xi}{2b_0} \right] \Bigg\} d\xi, \quad (48)$$

где $l_q = a_1(\tau_0 - T_q)/T_2$, $r_q = a_2(T_2 - \tau_0)/T_2$, $m_q = a_0/2 - l_q/2$, $\sigma_q^2 = b_0 - d_1 l_q$, $d_1 = a_1/b$, $d_2 = a_2/b$, а величины a_0 , a_1 , a_2 , b_0 , b определены в выражениях (43)–(47) соответственно. Вероятность пропуска сигнала (48) по форме совпадает с выражением (33) и отличается от него лишь параметрами, что является следствием применения метода локально-марковской аппроксимации [1] при получении обоих выражений.

4. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК ОБНАРУЖИТЕЛЕЙ КВАЗИРАДИОСИГНАЛА С НЕИЗВЕСТНОЙ ДЛИТЕЛЬНОСТЬЮ

В работе [7] был синтезирован максимально правдоподобный обнаружитель сверхширокополосного квазирадиосигнала с неизвестными амплитудой, начальной фазой и известной длительностью. Его блок-схема внешне похожа на блок-схему максимально правдоподобного обнаружителя, представленную на рис. 1, однако интеграторы работают на интервале наблюдения $[0, \tau_0]$ и отсутствует пиковый детектор. С учётом обозначений (8) и (9) вероятности ложной тревоги и пропуска сигнала для такого обнаружителя имеют вид

$$\alpha_1 = \exp(-h), \quad (49)$$

$$\beta_1 = \exp\left(-\frac{z^2 V}{4}\right) \int_0^h \exp(-L) I_0(z\sqrt{LV}) dL, \quad (50)$$

где $V = Q(\tau_0) + P_c(\tau_0) \cos(2\varphi_0) + P_s(\tau_0) \sin(2\varphi_0)$, $I_0(x)$ — функция Бесселя нулевого порядка от мнимого аргумента.

Таким образом, получены характеристики обнаружения (вероятности ложной тревоги и пропуска сигнала) для трёх алгоритмов обнаружения: максимально правдоподобного алгоритма обнаружения сверхширокополосного квазирадиосигнала с неизвестной длительностью (выражения (20) и (33)); максимально правдоподобного алгоритма обнаружения сверхширокополосного квазирадиосигнала с известной длительностью (выражения (49) и (50)); квазиоптимального алгоритма обнаружения сверхширокополосного квазирадиосигнала с неизвестной длительностью (выражения (36) и (48)). Это позволяет выполнить сравнительный анализ эффективности обнаружителей сверхширокополосного квазирадиосигнала с неизвестной длительностью с учётом сложности их аппаратной или программной реализации.

В качестве примера рассмотрим обнаружение сверхширокополосного квазирадиосигнала с модулирующей функцией

$$f(t) = \exp(-\nu t/T_2), \quad (51)$$

где ν характеризует скорость её убывания.

На рис. 3 показаны зависимости вероятности пропуска сигнала для трёх различных алгоритмов обнаружения от ОСШ (22) при фиксированном уровне вероятностей ложной тревоги $\alpha = \alpha_q = \alpha_1 = 0,1$. Сплошная кривая характеризует эффективность максимально правдоподобного обнаружителя сигнала с неизвестной длительностью (33), штриховая — максимально правдоподобного обнаружителя сигнала с известной длительностью (50), штрихпунктирная — квазиоптимального обнаружителя сигнала с неизвестной длительностью (48). При расчёте кривых на рис. 3 предполагалось, что начальная фаза принятого сигнала $\varphi_0 = 0$, динамический диапазон возможных значений длительности $k = T_2/T_1 = 10$, $\nu = 2$, $\kappa = 0,5$, а истинное значение

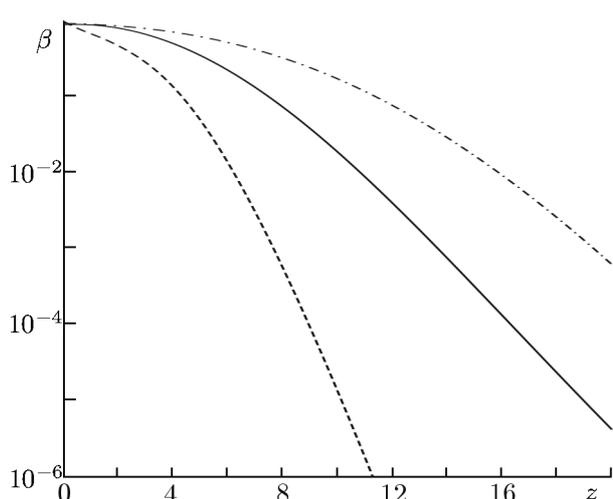


Рис. 3. Зависимости вероятностей пропуска сигнала от ОСШ при фиксированных вероятностях ложной тревоги

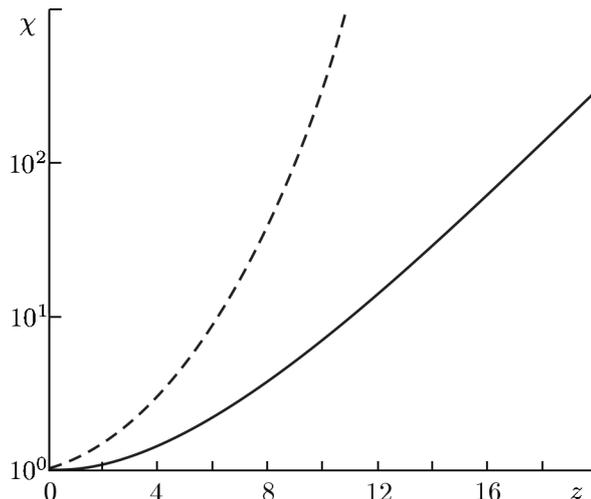


Рис. 4. Зависимости проигрышей в эффективности обнаружения от ОСШ

длительности было выбрано посередине априорного интервала $\tau_0 = (T_1 + T_2)/2$. Зависимости, показанные на рис. 3, характеризуют эффективность обнаружения для детекторов различной сложности при различных априорных сведениях о длительности сигнала. Из рис. 3 видно, что худшей эффективностью обнаружения обладает квазиоптимальный обнаружитель. Максимально правдоподобный обнаружитель сигнала с неизвестной длительностью при малых ОСШ (22) имеет низкую эффективность из-за одновременного априорного незнания трёх параметров сигнала. Это подтверждается на несколько порядков лучшими характеристиками обнаружения сверхширокополосного квазирадиосигнала максимально правдоподобным обнаружителем с неизвестными амплитудой и начальной фазой, но известной длительностью.

Влияние априорного незнания длительности на эффективность обнаружения будем количественно характеризовать величиной проигрыша

$$\chi_1(p) = \frac{\beta | \alpha = p}{\beta_1 | \alpha_1 = p}, \tag{52}$$

которая представляет собой отношение вероятности пропуска сигнала с неизвестной длительностью (33) к вероятности пропуска сигнала с известной длительностью (50) при фиксированных вероятностях ложных тревог.

Проигрыш квазиоптимального алгоритма обнаружения вследствие поступления на вход сверхширокополосного квазирадиосигнала вместо узкополосного радиосигнала будем количественно характеризовать величиной

$$\chi_2(p) = \frac{\beta_q | \alpha_q = p}{\beta | \alpha = p}, \tag{53}$$

которая представляет собой отношение вероятностей пропуска сверхширокополосного квазирадиосигнала квазиоптимальным и максимально правдоподобным обнаружителями при фиксированных вероятностях ложных тревог.

На рис. 4 представлены зависимости проигрышей (52) и (53) от ОСШ (22), при $\alpha = 0,1, \varphi_0 = 0, \nu = 2, k = 10, \kappa = 0,5$. Сплошная кривая характеризует проигрыш (53) при выборе неоптимального обнаружителя сверхширокополосного квазирадиосигнала, а штриховая — проигрыш (52) при априорном незнании длительности сверхширокополосного квазирадиосигнала.

Как видно из рис. 4, априорное незнание длительности сверхширокополосного квазирадиосигнала приводит к росту вероятностей ошибок на несколько порядков. Выбор неоптимального обнаружителя также приводит к увеличению проигрыша, но в меньшей степени из-за большого числа неизвестных параметров и в целом неэффективном обнаружении при низких ОСШ. С увеличением ОСШ величина проигрыша возрастает, как и эффективность максимально правдоподобного обнаружителя с неизвестной длительностью. Следует заметить, что на эффективность обнаружения существенное влияние оказывает параметр узкополосности κ . Это связано с тем, что асимптотически при больших ОСШ вероятности ошибок не зависят от формы сигнала, а определяются лишь величиной скачка его заднего фронта $f(\tau_0)$, который, в свою очередь, задаётся величиной κ .

5. РЕЗУЛЬТАТЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Полученные выше выражения для характеристик максимально правдоподобного обнаружителя сверхширокополосного квазирадиосигнала с неизвестными амплитудой, фазой и длительностью (20) и (33) являются асимптотически точными. Их точность растёт с увеличением априорного интервала возможных значений длительности, порога и ОСШ (22). С целью проверки работоспособности синтезированного максимально правдоподобного алгоритма обнаружения сверхширокополосного квазирадиосигнала, а также установления границ применимости асимптотических выражений для вероятности ложной тревоги (20) и вероятности пропуска сигнала (33), было выполнено статистическое моделирование максимально правдоподобного обнаружителя сверхширокополосного квазирадиосигнала с модулирующей функцией (51).

При моделировании формировались дискретные отсчёты решающей статистики на выходе приёмника (7), на основе которых логарифм функционала отношения правдоподобия аппроксимировался ступенчатой функцией с максимальной относительной среднеквадратической погрешностью $\varepsilon = 0,1$. Для моделирования алгоритма обнаружения определялся и сравнивался с порогом максимальный отсчёт среди отсчётов решающей статистики при наличии и отсутствии сигнала. Если при отсутствии сигнала порог был превышен, фиксировалась ложная тревога. Аналогично, если порог не был превышен при наличии сигнала, фиксировался пропуск сигнала. В качестве оценок вероятностей ложной тревоги и пропуска сигнала использовались относительные частоты появления соответствующих ошибок. В процессе моделирования было реализовано 10^6 испытаний для каждого значения ОСШ.

Результаты моделирования показаны на рис. 5 в виде зависимости вероятности пропуска сигнала (33) от ОСШ (22) при различных уровнях вероятности ложной тревоги (20). Линиями обозначены зависимости, рассчитанные аналитически, а маркерами — зависимости, полученные при моделировании. Сплошная кривая и квадратные маркеры соответствует уровню ложной тревоги $\alpha = 10^{-1}$, штриховая кривая и треугольные маркеры — $\alpha = 10^{-2}$, штрихпунктирная кривая и круглые маркеры — $\alpha = 10^{-3}$. При расчёте кривых на рис. 5 предполагалось, что $\varphi_0 = 0$, $\nu = 2$, $k = 4$ и $\kappa = 0,3$.

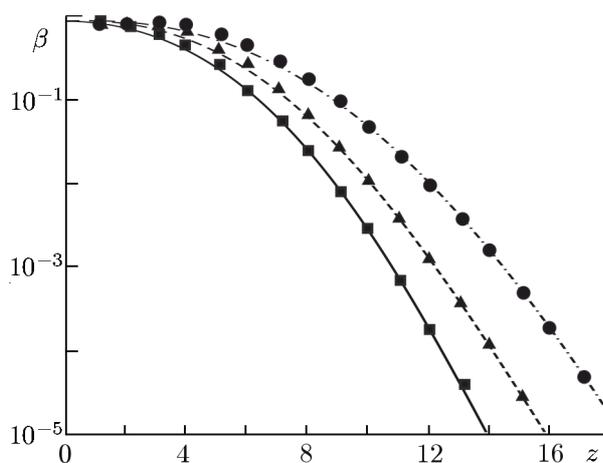


Рис. 5. Результаты статистического моделирования

Из рис. 5 видно, что асимптотическое выражение для вероятности пропуска сигнала (33) удовлетворительно описывает экспериментальные зависимости. Приемлемая сходимость экспериментальных и теоретических зависимостей наблюдается уже при $z > 4$.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Невыполнение условия относительной узкополосности радиосигнала приводит к необходимости применения максимально правдоподобного обнаружителя, структура которого существенно отличается от максимально правдоподобного обнаружителя узкополосного радиосигнала с неизвестной длительностью. Априорное незнание длительности сигнала может приводить к существенному ухудшению качества обнаружения, особенно при малых отношениях сигнал/шум. Синтезированный квазиоптимальный детектор из-за неоптимальности приёмного устройства обладает довольно низкой эффективностью функционирования, однако при относительно невысоких требованиях к качеству обнаружения его использование может быть оправдано простотой конструкции. Проведённое статистическое моделирование подтвердило работоспособность синтезированного алгоритма обнаружения, а также помогло определить границы применимости асимптотических выражений для вероятностей ошибок. Приведённые результаты позволяют количественно охарактеризовать влияние априорного незнания длительности и выбора структуры обнаружителя сверхширокополосного квазирадиосигнала на эффективность его обнаружения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Акимов П. С., Бакут П. А., Богданович В. А. и др. Теория обнаружения сигналов. М.: Радио и связь, 1984. 440 с.
2. Тихонов В. И. Оптимальный приём сигналов. М.: Радио и связь, 1983. 320 с.
3. Трифонов А. П., Корчагин Ю. Э., Трифонов М. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2015. Т. 58, № 5. С. 401.
4. Радзиевский В. Г., Трифонов П. А. Обработка сверхширокополосных сигналов на фоне помех. М.: Радиотехника, 2009. 288 с.
5. Arslan H., Chen Z. N., Benedetto M. G. Ultra Wideband Wireless Communication. New Jersey: John Wiley & Sons, 2006. 520 p.
6. Nekoogar F., Dowla F. Ultra-Wideband Radio Frequency Identification Systems. New York: Springer, 2011. 160 p.
7. Трифонов А. П., Руднев П. Е. // Изв. вузов. Радиофизика. 2009. Т. 52, № 9. С. 749.
8. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Т. 1. Пер. с англ. / Под ред. проф. В. И. Тихонова. М.: Сов. Радио, 1972. 744 с.
9. Корчагин Ю. Э. // Радиотехника. 2013. № 9. С. 11.
10. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982. 624 с.
11. Тихонов В. И., Харисов В. Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. М.: Радио и связь, 1991. 608 с.
12. Тихонов В. И., Миронов М. А. Марковские процессы. М.: Радио и связь, 1977. 488 с.
13. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979. 832 с.
14. Trifonov A. P., Korchagin Yu. E., Titov K. D. // 2017 IEEE Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines (Dynamics), Omsk, Russia, 14 Nov–6 Nov 2017. Art. no. 17467664.
15. Трифонов А. П., Корчагин Ю. Э., Титов К. Д. // Радиотехника. 2016. № 6. С. 99.

Поступила в редакцию 10 сентября 2018 г.; принята в печать 30 ноября 2018 г.

DETECTION OF ULTRA-WIDEBAND QUASI-RADIOSIGNAL WITH UNKNOWN DURATION AGAINST A BACKGROUND OF WHITE NOISE*Yu. E. Korchagin and K. D. Titov*

We develop the maximum likelihood algorithm for detecting the ultra-wideband quasi-radiosignal with an arbitrary shape and unknown amplitude, initial phase, and duration, which is observed against a background of additive Gaussian white noise. The structure and statistical characteristics of this algorithm are found. The influence of *a priori* ignorance of duration of the quasi-radiosignal on its detection efficiency is studied. The operation efficiencies of the maximum-likelihood and quasioptimal detectors of the ultra-wideband quasi-radiosignal are compared. The efficiency of the synthesized algorithm is examined by computer simulation and the applicability range of the obtained asymptotic expressions for its characteristics are determined.