УДК 537.531.2.098+537.531.2:524.31.084-337

ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ НИЗКОЭНЕРГИЧНЫХ ЭЛЕКТРОН-ЯДЕРНЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ В КВАНТУЮЩЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ. I. ДАЛЬНИЕ СТОЛКНОВЕНИЯ

С. А. Корягин [1,2 *]

[1] Институт прикладной физики РАН;
[2] Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, Россия

Аналитически рассчитана спектральная мощность тормозного излучения медленного электрона при соударениях с неподвижными ядрами в сильном квантующем магнитном поле, в котором энергия кулоновского взаимодействия частиц на расстоянии порядка ларморовского радиуса превышает по модулю механическую энергию системы. В этом случае движение электрона становится квазисвязанным в достаточно близких столкновениях. В данной части работы рассмотрено излучение на низких частотах, которое обусловлено дальними пролётами без квазисвязанного движения: электрон может распределиться по многим уровням Ландау в результате столкновения, но сохраняет направление перемещения вдоль магнитного поля. Показано, что переход от классического к квантованному циклотронному вращению электрона никак не сказывается на спектральной мощности излучения волн с произвольной поляризацией в рассматриваемом диапазоне частот. Данный эффект связан с тем, что низкочастотное излучение обусловлено продольным перемещением и электрическим дрейфом частицы в скрещённых кулоновском и магнитном полях, которые по сути остаются квазиклассическими. Таким образом, подтверждено, что обнаруженное при классическом рассмотрении просветление фотосферы магнитного белого карлика по столкновительному поглощению для необыкновенной волны (поляризованной поперёк внешней магнитной индукции) сохраняется и в квантовом пределе — для звёзд данного класса с наиболее сильным магнитным полем.

1. ОСОБЕННОСТИ СТОЛКНОВИТЕЛЬНОГО ПОГЛОЩЕНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ В ФОТОСФЕРЕ МАГНИТНОГО БЕЛОГО КАРЛИКА

Фотосфера вырожденной звезды — белого карлика — уникальна высокой ионизацией её верхних слоёв при тепловой энергии частиц $E_T \sim 1$ эВ, которая существенно ниже энергии связи электрона в атоме водорода. Почти полная ионизация плазменной фотосферы обусловлена её высокой разреженностью.

Настолько низкая температура позволяет сжать ларморовский радиус электрона

$$r_{B\infty} = \frac{\sqrt{2Em_\mathrm{e}c^2}}{eB} = r_\mathrm{a}\left(\frac{E}{E_\mathrm{a}}\right)^{1/2}\left(\frac{B}{B_\mathrm{c}}\right)^{-1} \qquad (1)$$

до размера меньше расстояния

$$r_\mathrm{s} = Ze^2/(2E) = r_\mathrm{a}\,(E/E_\mathrm{a})^{-1}\,, \qquad (2)$$

на котором абсолютное значение энергии кулоновского взаимодействия с ядром с зарядовым числом Z становится порядка механической энергии E. Здесь расстояния выражены через радиус Бора $r_\mathrm{a} = \hbar^2/(Ze^2m_\mathrm{e}) = 0{,}53Z^{-1}$ Å, энергия нормирована к энергии связи $E_\mathrm{a} = Z^2e^4m_\mathrm{e}/(2\hbar^2) = 13{,}6Z^2$ эВ, а магнитная индукция B — к значению $B_\mathrm{c} = Z^2e^3m_\mathrm{e}^2c/\hbar^3 = 2{,}35Z^2\cdot 10^9$ Гс, при котором энергия основного уровня Ландау $\hbar\omega_B/2$ равна величине E_a; $e > 0$ — элементарный

* koryagin@appl.sci-nnov.ru

заряд, m_e — масса электрона, c — скорость света, $\hbar$ — постоянная Планка, $\omega_B = eB/(m_\mathrm{e}c)$ — электронная циклотронная частота. Действительно, магнитное поле на некоторых белых карликах достигает максимального значения порядка 10^9 Гс [1] и удовлетворяет необходимому условию

$$E/E_\mathrm{a} \ll (B/B_\mathrm{c})^{2/3} \ll 1 \tag{3}$$

для формирования малого ларморовского радиуса

$$r_{B\infty} \ll r_\mathrm{s}. \tag{4}$$

Неравенство (4) реализовано также в экспериментах по созданию антиводорода [2–4].

В противоположном случае высокотемпературной плазмы ($E > E_\mathrm{a}$) расстояние (2) оказывается меньше длины волны де Бройля

$$\lambda_\mathrm{B} = \hbar/\sqrt{2m_\mathrm{e}E} = r_\mathrm{a}\,(E/E_\mathrm{a})^{-1/2}.$$

Поэтому при увеличении магнитного поля ларморовский радиус (1) уменьшается до длины волны де Бройля раньше, чем до расстояния r_s. Равенство $r_{B\infty} = \lambda_\mathrm{B}$ одновременно означает, что энергия основного уровня Ландау поднялась до значения E. Соответственно, при дальнейшем росте магнитной индукции электрон может занимать только основной уровень Ландау, энергия которого $\hbar\omega_B/2$ увеличивается и тем самым уменьшает расстояние $r_\mathrm{s}|_{E=\hbar\omega_B/2} = r_\mathrm{a}\,(B/B_\mathrm{c})^{-1}$ по степенно́му закону B^{-1}. В свою очередь, ларморовский радиус принимает минимальное возможное значение

$$\rho_0 = \sqrt{\hbar c/(eB)} = r_\mathrm{a}\,(B/B_\mathrm{c})^{-1/2}$$

и следует более медленной зависимости $B^{-1/2}$. Указанное обстоятельство не позволяет достичь условия (4) в области $E > E_\mathrm{a}$, характерной, например, для высокотемпературной плазмы нейтронных звёзд.

Вместе с тем квантовое ограничение на минимальную возможную энергию свободного электрона $E \geq \hbar\omega_B/2 = E_\mathrm{a}\,B/B_\mathrm{c}$ (а следовательно, минимальное и максимальное возможные значения соответственно ларморовского радиуса и расстояния (2)) не даёт возможности реализоваться неравенству (4) в интервале сильной магнитной индукции $B > B_\mathrm{c}$, что отражено в условии (3). Рассматриваемый сектор параметров (3) наглядно изображён на плоскости энергия электрона — магнитное поле в публикации [5] вместе с другими характерными областями для кулоновских столкновений в нерелятивистской плазме.

Необходимое требование низкой энергии электрона $E \ll E_\mathrm{a}$ затрудняет выполнение соотношения (4) в плотной среде, например в полупроводнике. В последнем роль рассеивающего центра играет ионизованный атом примеси (в случае донорной добавки), а кристаллическая решётка представляет собой непрерывную среду на пространственном масштабе столкновения. С учётом отличной от единицы диэлектрической проницаемости материала $\varkappa$ и соответствующей эффективной массы электрона m_e^* в полупроводнике, роль верхней границы E_a переходит к энергии ионизации донора $E_\mathrm{a}^* = E_\mathrm{a} m_\mathrm{e}^*/(\varkappa^2 m_\mathrm{e})$. При тепловой энергии электронов $E_T < E_\mathrm{a}^*$ резко увеличивается доля нейтральных атомов примеси и частота столкновений частиц с ними может относительно легко превысить частоту соударений с ионизованными центрами [6, §§ 6.2а, 10.3, 10.5, 20.1], [7, § 9.2], [8]. Высокая степень ионизации доноров может быть сохранена за счёт очень низкой концентрации примесных центров. Однако в этом случае рассеяние носителей заряда определяется их взаимодействием с тепловыми колебаниями ионной решётки — акустическими фононами [6, ф. (11.44)], [7, § 5.1], [8].

Свойства кулоновских столкновений «горячего» электрона с энергией $E \gg E_\mathrm{a}$ (или $E \gg E_\mathrm{a}^*$) в квантующем магнитном поле рассмотрены в публикациях [9–11] в приложении к нейтронным звёздам и подробно отражены в монографиях [6, гл. 6], [7, гл. 14] по физике твёрдого тела (включая подробный исторический экскурс). Рассеивающий центр вносит весьма слабое возмущение в начальное движение такой энергичной частицы, в том числе при лобовом столкновении. Поэтому для расчёта вероятности столкновительного перехода подходит борновское приближение. В результате транспортная частота столкновений пропорциональна квадрату зарядового числа Z ядра (если не учитывать кулоновский логарифм) и, следовательно, одинакова для притягивающего и отталкивающего центров.

Магнитное поле влияет на процессы переноса в плазме за счёт ларморовского вращения электрона как между соударениями (что уменьшает длину свободного пробега по сравнению с прямолинейным движением), так и в процессе столкновения. В частности, диффузия частиц поперёк магнитного поля связана со столкновительным изменением положения оси циклотронного вращения. Движение ведущего центра имеет вид резких скачков в приближении мгновенных соударений [12, §§ 9.3–9.5] и приобретает форму электрического дрейфа в скрещённых кулоновском и магнитном полях в случае, когда длительность столкновения превышает период циклотронного вращения [13, § 60].

Для теплового распределения частиц статическая поперечная проводимость связана с коэффициентом диффузии соотношением Эйнштейна [13, § 59]. При неравновесном распределении электронов (например, поддерживаемым в полупроводнике внешним излучением) статическая поперечная проводимость может стать отрицательной [14]. Данный эффект обусловлен увеличением плотности состояний свободного электрона при уменьшении его энергии, что происходит вследствие одномерного движения частицы при сохранении энергии циклотронного вращения. Вместе с тем одномерное движение между соударениями резко повышает вероятность возвращения электрона к одному и тому же неподвижному рассеивающему центру в твёрдом теле и эффективно повышает коэффициент диффузии [15].

В свою очередь, безграничная полностью ионизованная плазма целиком приходит в дрейфовое движение в скрещённых однородных электрическом и магнитном полях. При такой постановке задачи электрическое поле остаётся равным нулю в собственной системе отсчёта среды и постоянный поперечный ток не возникает [12, § 9.5]. Указанный эффект характерен, например, для высокоионизованной плазмы солнечной короны, где статическая поперечная проводимость определяется столкновениями протонной компоненты с остаточной примесью нейтральных атомов [16, 17].

Совместное дрейфовое движение электронов и ионов разрушается в переменном электрическом поле, частота которого превышает ионную циклотронную частоту. В диапазоне между ионным и электронным циклотронными резонансами

$$Z m_{\mathrm{e}} \omega_B / m_{\mathrm{i}} \ll \omega \ll \omega_B \tag{5}$$

происхождение анизотропной проводимости полностью ионизованной плазмы качественно такое же, как в статическом пределе в среде с неподвижно закреплёнными ядрами. (Здесь m_{i} — масса иона.) Однако высокочастотная проводимость обусловлена лишь столкновениями, длительность которых не превышает период колебаний поля [18, §§ 63, 64].

Так, для белых карликов энергия фотонов наблюдаемого излучения не превышает тепловую энергию частиц $E_T \sim 1$ эВ на частотах ниже частоты максимума чернотельного спектра излучения звезды — в инфракрасном диапазоне, который попадает в интервал (5) для наиболее намагниченных звёзд данного класса. Для электронов с энергией $E \ll E_{\mathrm{a}}$ тормозное излучение на указанных частотах порождается в том числе столкновениями с прицельными параметрами $p_{\mathrm{h}} \ll r_{\mathrm{s}}$, где скорость частицы около рассеивающего центра существенно превышает своё начальное и конечное значения. В результате электрон быстрее проходит область около ядра и дрейфует на меньшее расстояние поперёк магнитного поля (чем если бы его продольная скорость оставалась постоянной). Укорочение дрейфового движения, а также отсутствие смещения электрона к ядру поперёк магнитной силовой линии резко понижают высокочастотную проводимость (как поперечную, так и продольную), а следовательно, коэффициент поглощения излучения и излучательную способность в континууме в диапазоне [19, 20]

$$\omega_{\mathrm{s}} \ll \omega \ll \omega_B, \tag{6}$$

где частота

$$\omega_{\mathrm{s}} = \frac{p_{\|\infty}/m_{\mathrm{e}}}{r_{\mathrm{s}}} = \frac{p_{\|\infty}^3}{Ze^2 m_{\mathrm{e}}^2}\,, \tag{7}$$

$p_{\|\infty}$ — начальный продольный импульс электрона. (В отсутствие магнитного поля более быстрое перемещение электрона вблизи притягивающего центра не даёт существенного уменьшения спектральной мощности излучения и коэффициента поглощения на частотах $\omega \gg \omega_{\mathrm{s}}$, что обусловлено дополнительным приближением частицы к ядру и последующим разворотом в противоположную сторону [21, ф. (70.21) и (70.22)].)

Вышеизложенный механизм уменьшения коэффициента поглощения и излучательной способности в континууме тесно связан с наличием полностью связанных электронных орбит с положительной энергией [22, 23]. Данные траектории резко сужают сектор направлений скорости, доступный свободному электрону с малым ларморовским радиусом (4) в области прицельных параметров

$$L_{\mathrm{u}} \lesssim p_{\mathrm{h}} \ll r_{\mathrm{s}} \tag{8}$$

и продольного расстояния до ядра $|z| \lesssim r_{\mathrm{s}}$, где происходит эффективное взаимодействие частицы с излучением в диапазоне (6). В интервале (8) нижняя граница

$$L_{\mathrm{u}} = \left(\frac{Zm_{\mathrm{e}}c^2}{B^2}\right)^{1/3} = r_{\mathrm{a}}\left(\frac{B}{B_{\mathrm{c}}}\right)^{-2/3} \tag{9}$$

совпадает с радиусом круговой атомной орбиты, по которой незамагниченный электрон обращался бы вокруг ядра с периодом $2\pi/\omega_B$ [22, 24, 25], [26, § 13.1]. Здесь под прицельным параметром p_{h} подразумевается расстояние от оси начального циклотронного вращения до магнитной силовой линии, проходящей через ядро.

Рассматриваемое поляризационно-зависимое просветление плазмы по столкновительному поглощению в диапазоне (6) может быть причиной высокой линейной поляризации наблюдаемого излучения одиночных белых карликов с сильным магнитным полем [27]. Поляризационное просветление должно проявиться с максимальной силой, если циклотронная частота расположена выше частоты максимума теплового излучения фотосферы $\omega_T \sim E_T/\hbar$, как и в случае дихроизма на нейтронной звезде с более сильным магнитным полем [28]. Необходимое соотношение между частотами $\omega_B > \omega_T$ соответствует квантованной плазме, в которой зазор $\hbar\omega_B$ между уровнями Ландау превышает тепловую энергию частиц $E_T \sim 1$ эВ (но остаётся ниже значения E_{a}).

Цель данной части работы — вычислить спектральную мощность тормозного излучения в континууме на частотах (5) для частицы с энергией (3) при столкновениях с прицельными параметрами

$$p_{\mathrm{h}} \gg L_{\mathrm{u}}, \tag{10}$$

в которых электрон сохраняет направление движения вдоль магнитного поля. Предлагаемый в работе квантово-механический расчёт охватывает как случай классического движения электрона ($\hbar\omega_B \ll E$), так и предел настолько низкой энергии частицы ($E < 3\hbar\omega_B/2$), что она может занимать лишь основной уровень Ландау до и после столкновения. Последний вариант соответствует белым карликам с наиболее сильным магнитным полем.

Во второй части работы будет рассмотрен вклад в тормозное излучение в континууме от столкновений с квазисвязанным движением, которое возникает в области прицельных параметров $p_{\rm h} \lesssim L_{\rm u}$.

Дальнейший план статьи следующий. Во втором разделе воспроизведены базовые квантово-механические выражения [29] для расчёта спектральной мощности тормозного излучения в условиях многоканального рассеяния, когда электрон может занимать не обязательно один уровень Ландау до и после столкновения. В третьем разделе обсуждён квантовый механизм возбуждения так называемых автоионизационных состояний и уточнено условие (10) однонаправленного движения электрона.

В разделе 4 обосновано приближение квазиоптического уравнения для описания квантово-волновой динамики электрона с энергией (3), когда однонаправленное движение частицы вдоль магнитного поля классическое. При этом циклотронное вращение может быть как классическим, так и квантованным. В таком приближении существует аналитическое решение для эволюции поперечной структуры волновой функции электрона при его перемещении вдоль магнитного поля. В свою очередь, в используемом подходе сохранение электронного потока требует во всех поперечных плоскостях $z = \mathrm{const}$ приближённой ортогональности радиальных структур волновых функций с одинаковой механической энергией, равными азимутальными числами, но различными начальными уровнями Ландау.

Ортогональность радиальных структур сохраняется с необходимой точностью и для состояний, энергии которых отличаются на квант света $\hbar\omega$ с частотой (5), а азимутальные числа — на величины 0 и ± 1, определяемые правилами отбора при дипольном излучении. Это обстоятельство доказано в разделе 5 и в итоге приводит к тому, что квантование циклотронного вращения не сказывается на спектральной мощности тормозного излучения электрона с энергией (3) на частотах (5): указанная величина не зависит от начального уровня Ландау и обусловлена лишь начальным продольным импульсом.

В разделе 6 приведены выражения для спектральной мощности излучения волн с различной поляризацией, которые совпадают с результатами для классической динамики электрона [19, 20]. Таким образом, вывод о поляризационном просветлении фотосферы магнитного белого карлика по столкновительному поглощению для необыкновенной волны распространяется на случай звёзд с наиболее сильным квантующим магнитным полем. В заключении сформулированы основные результаты работы.

2. КВАНТОВЫЙ ПОДХОД К РАСЧЁТУ СПЕКТРАЛЬНОЙ МОЩНОСТИ ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В классическом и квантовом подходах излучение нерелятивистского электрона от столкновений с ансамблем рассеивающих центров в однородном магнитном поле $\mathbf{B}$ представляет собой суперпозицию излучения трёх некогерентных диполей, векторные амплитуды которых пропорциональны единичным векторам

$$\mathbf{e}_z = \mathbf{z}^0, \qquad \mathbf{e}_{\rm L} = (\mathbf{x}^0 - i\mathbf{y}^0)/\sqrt{2}\,, \qquad \mathbf{e}_{\rm R} = (\mathbf{x}^0 + i\mathbf{y}^0)/\sqrt{2}\,,$$

где декартовые орты $\mathbf{x}^0$ и $\mathbf{y}^0$ перпендикулярны индукции $\mathbf{B}$. Комплексные амплитуды $\mathbf{e}_{\rm L}$ и $\mathbf{e}_{\rm R}$ соответствуют диполям, вращающимся в плоскости (x, y) соответственно против и по направлению движения электрона по ларморовской окружности. Мощность излучения $I_{\mathbf{e}_{\rm ph}}$ в единичный телесный угол и единичный интервал частот ω для нормальной волны с вектором поляризации $\mathbf{e}_{\rm ph}$ определяется взвешенной суммой мощностей излучения указанных источников:

$$I_{\mathbf{e}_{\rm ph}}(\omega; E, n) = \sum_{\sigma=z,{\rm L},{\rm R}} |\mathbf{e}_{\rm ph}^* \mathbf{e}_\sigma|^2 \, I_{\sigma 0}. \tag{11}$$

Далее механическая энергия E и уровень Ландау n характеризуют начальное состояние частицы. Для определённости полагаем, что до столкновения электрон движется в положительном направлении декартовой оси z. Индекс $\sigma = z$, L и R маркирует дипольные источники; символ $*$ обозначает комплексное сопряжение; скалярное произведение векторов $\mathbf{c}_1^*$ и $\mathbf{c}_2$ определено как $c_{1x}^* c_{2x} + c_{1y}^* c_{2y} + c_{1z}^* c_{2z}$. Спектральные мощности излучения дипольных источников во все направления равны $8\pi I_{\sigma 0}/3$.

В квантовом подходе мощность $I_{\sigma 0}$ определяется квадратом модуля матричного элемента соответствующей компоненты скорости для состояний электрона до и после испускания фотона с суммированием по всем возможным парциальным конечным состояниям. Мощность $I_{\sigma 0}$ инвариантна по отношению к различным системам ортогональных конечных состояний за счёт суммирования по этим состояниям [29]. Используем парциальные состояния после испускания фотона в виде решений $\Psi_{E-\hbar\omega\, m' n'}^{(\varsigma')}$ «безызлучательной» задачи кулоновского рассеяния в магнитном поле, где сохраняются механическая энергия $E' = E - \hbar\omega$ и азимутальное число m'. В состоянии $\Psi_{E-\hbar\omega\, m' n'}^{(\varsigma')}$ набегающий на ядро электронный поток локализован на одном уровне Ландау n', тогда как равный исходному уходящий поток распределён по нескольким уровням. Индекс $\varsigma' = {\rm f}$ и b обозначает движение частицы до столкновения соответственно вдоль и против оси z. Далее будет доказано, что при таком выборе в сумме вероятностей радиационного перехода по конечным состояниям ненулевыми оказываются лишь слагаемые с параметрами n' и ς', совпадающими с параметрами n и ς начального состояния (в отсутствие квазисвязанного движения).

Классическое рассмотрение [19, 20] показало, что расчёт спектральной мощности излучения при столкновениях с однонаправленным движением упрощается, если использовать временну́ю фурье-амплитуду кулоновской силы, а не скорости. Связь указанных амплитуд устанавливается фурье-преобразованием уравнения Ньютона. В квантовом подходе аналогичный переход достигается с помощью выражения для коммутатора компонент скорости с гамильтонианом «безызлучательной» задачи [29].

В итоге согласно работе [29] мощность $I_{\sigma 0}$ в формуле (11) записывается как

$$I_{\sigma 0}(\omega; E, n) = \frac{n_{\rm i} p_{\|\infty} e^2 \omega^2 \rho_0^2}{2\pi c^3 m_{\rm e}^3 \left(\omega + \Delta m_\sigma\, \omega_B\right)^2} \times \\ \times \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{\varsigma'={\rm f},{\rm b}} \sum_{n'=\max(0, n-l+\Delta m_\sigma)}^{n_{\rm f}(E-\hbar\omega)} \left| \left\langle \Psi_{E-\hbar\omega\, n-l+\Delta m_\sigma\, n'}^{(\varsigma')} \right| F_\sigma \left| \Psi_{E\, n-l\, n}^{({\rm f})} \right\rangle \right|^2, \tag{12}$$

где $n_{\rm i}$ — концентрация ядер. Состояния $\Psi_{Emn}^{(\varsigma)}$ нормированы условием единичного набегающего на ядро потока. Индекс суммирования l нумерует квантованные значения прицельного параметра

$$p_{{\rm h}l} = \rho_0 \sqrt{2l+1} \tag{13}$$

и одновременно определяет начальное азимутальное число

$$m = n - l. \tag{14}$$

Величины $\Delta m_z = 0$, $\Delta m_{\rm R} = -1$ и $\Delta m_{\rm L} = 1$ описывают изменение азимутального числа электрона при испускании фотона с соответствующей поляризацией согласно правилам отбора при дипольном излучении.

Суммирование по уровням Ландау n' ограничено сверху наивысшим уровнем $n_{\rm f}(E') = \operatorname{int}[E'/(\hbar\omega_B) - 1/2]$, на котором может находиться электрон вдали от ядра; $\operatorname{int}(\eta)$ — целая часть числа η. В свою очередь, нижний предел $\max(0, n - l + \Delta m_\sigma)$ соответствует наинизшему уровню, который существует для азимутального числа $m' = n - l + \Delta m_\sigma$.

Волновая функция $\Psi^{(\varsigma)}_{Emn}$ электрона с энергией (3) и прицельным параметром из интервала (10) локализована поперёк магнитного поля в цилиндрическом слое с характерным радиусом $\rho \approx p_{{\rm h}l}$. Толщина этого слоя не превышает максимальный возможный диаметр ларморовской окружности $2r_{B\max}$ автоионизационного состояния в плоскости $z = 0$,

$$2r_{B\max} = 2\,\frac{\sqrt{2\,(E + Ze^2/p_{{\rm h}l})/m_{\rm e}}}{\omega_B} = 2L_{\rm u}\sqrt{\frac{E}{E_{\rm u}} + \frac{2L_{\rm u}}{p_{{\rm h}l}}} \ll L_{\rm u}. \tag{15}$$

Здесь энергия E нормирована на величину

$$E_{\rm u} = E_{\rm a}\left(\frac{B}{B_{\rm c}}\right)^{2/3} = \frac{1}{2}\left(\frac{Ze^3B}{m_{\rm e}^{1/2}c}\right)^{2/3},$$

которая определяет верхнюю границу рассматриваемого энергетического интервала (3) в магнитном поле $B \ll B_{\rm c}$. Толщина (15) существенно меньше радиуса слоя $p_{{\rm h}l} \gg L_{\rm u}$. Поэтому пренебрежём зависимостью компонент кулоновской силы $F_\sigma = -\mathbf{e}^*_\sigma \mathbf{r} Ze^2/r^3$ от цилиндрической координаты ρ при вычислении матричных элементов $\langle \Psi^{(\varsigma')}_{E-\hbar\omega\, m+\Delta m_\sigma\, n'} |\, F_\sigma\, | \Psi^{(\rm f)}_{Emn}\rangle$ в формуле (12), полагая $\rho = p_{{\rm h}l}$:

$$F_z = \frac{-Ze^2 z}{(p_{{\rm h}l}^2 + z^2)^{3/2}}\,, \qquad F_{\rm R} = \frac{-Ze^2 p_{{\rm h}l}\exp(-i\phi)}{\sqrt{2}\,(p_{{\rm h}l}^2 + z^2)^{3/2}}\,, \qquad F_{\rm L} = \frac{-Ze^2 p_{{\rm h}l}\exp(i\phi)}{\sqrt{2}\,(p_{{\rm h}l}^2 + z^2)^{3/2}}\,,$$

ϕ — азимутальный угол, ядро находится в плоскости $z = 0$; радиус-вектор $\mathbf{r} = (x, y, z)$.

3. КЛАССИЧЕСКОЕ И КВАНТОВО-РЕЗОНАНСНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ СВЯЗАННОГО ДВИЖЕНИЯ

При классическом описании [30] максимальное возможное изменение $\Delta v_{\perp\max}$ скорости циклотронного вращения электрона при одном пролёте около ядра экспоненциально уменьшается с увеличением прицельного параметра в интервале (8):

$$\Delta v_{\perp\max} = \frac{2^{8/5}\pi\omega_B L_{\rm u}}{5^{1/5}\Gamma(1/5)\,(p_{\rm h}/L_{\rm u})^{1/5}}\exp\left[-\frac{\Gamma^2(1/4)}{12\sqrt{\pi}}\left(\frac{p_{\rm h}}{L_{\rm u}}\right)^{3/2}\right], \tag{16}$$

где показатель экспоненты порядка времени пролёта частицы области около ядра $|z| \lesssim p_{\rm h}$ в единицах ω_B^{-1}; $\Gamma(\eta)$ — гамма-функция. Поэтому для электрона с начальной энергией поперечного движения $K_\perp$ существует такой прицельный параметр

$$p_{\rm h\,res} \approx \left[\frac{12\sqrt{\pi}}{\Gamma^2(1/4)}\right]^{2/3} L_{\rm u}\ln\left(\frac{\sqrt{E_{\rm u}}}{\sqrt{E} - \sqrt{K_\perp}}\right) \sim L_{\rm u}, \tag{17}$$

при превышении которого энергия циклотронного вращения остаётся меньше механической энергии E на всей столкновительной трассе, так что частица сохраняет направление продольного движения. В соответствии с изложенным рассматриваемый интервал прицельных параметров (10) однонаправленного движения, строго говоря, должен быть уточнён в виде

$$p_{\rm h} > p_{\rm h\,res}. \tag{18}$$

Квантовое рассмотрение [5] сохраняет вывод классического подхода о том, что в столкновениях с прицельными параметрами (18) волновая функция электрона «обычно» сосредоточена во всём пространстве на уровнях Ландау n', определяемых по сути классическим неравенством

$$\left|\sqrt{2K_{\perp n'}/m_{\rm e}} - \sqrt{2K_{\perp n}/m_{\rm e}}\right| \le \Delta v_{\perp\max} \tag{19}$$

для кинетической энергии циклотронного вращения $K_{\perp n'} = \hbar\omega_B\,(n'+1/2)$. Неравенство (19) следует, в частности, из приводимого далее выражения (25) для квантовых амплитуд перехода между уровнями Ландау при однонаправленном движении, где параметр $\beta_n(z=\infty) = \Delta v_{\perp\max}/(\sqrt{2}\,\omega_B\rho_0)$. Экспоненциально малые амплитуды (25) для чисел n' вне интервала (19) приводят к специфическому квантовому возбуждению связанного движения в узких резонансных интервалах энергии E — за счёт синфазного сложения малых амплитуд перехода на уровни Ландау $n' > n_{\rm f}(E)$ вблизи ядра от различных частей бесконечно длинного падающего на ядро электронного потока. Такие резонансы есть не что иное, как резонансы Брейта — Вигнера — Фано [31, § 147].

В квантовом подходе нижняя граница (17) для прицельных параметров преимущественно однонаправленного движения сохраняет свой классический вид с заменой энергии E на энергию $\hbar\omega_B\,(n_{\rm f}+3/2)$ наинизшего «связанного» уровня Ландау.

4. КВАЗИКЛАССИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ ДЛЯ ПРОДОЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

4.1. Квазиоптическое уравнение

При однонаправленном полёте электрона в интервале прицельных параметров (18) кулоновский потенциал относительно слабо влияет на кинетическую энергию поперечного движения (см. неравенство (19) с экспоненциально уменьшающейся величиной (16)). Тогда около ядра характерная длина волны де Бройля в продольном направлении не превышает величину $\lambda_{\rm Bmax} = \hbar/\sqrt{2m_{\rm e}Ze^2/p_{\rm h}} = r_{\rm a}\,[p_{\rm h}/(2r_{\rm a})]^{1/2}$, соответствующую частице с нулевым продольным импульсом до столкновения. Отношение $\lambda_{\rm Bmax}/p_{\rm h} = [r_{\rm a}/(2p_{\rm h})]^{1/2}$ оказывается много меньше единицы, т. к. в магнитном поле $B \ll B_{\rm c}$ характерная нижняя граница (9) рассматриваемых прицельных параметров (18) превышает боровский радиус $r_{\rm a}$. Данное обстоятельство позволяет использовать квазиклассическое приближение для описания амплитуд нахождения электрона на разных уровнях Ландау в зависимости от координаты z.

Вместе с тем вблизи ядра амплитуды нахождения электрона на разных уровнях Ландау расходятся между собой по фазе на малую величину $\Delta\Phi \ll 1$ на расстоянии в длину волны де Бройля $\hbar/p_{\|n}$. Для оценки примем, что темп набега фазы пропорционален квазиклассическому продольному импульсу $p_{\|n}$ для соответствующего уровня. В свою очередь, разброс продольных импульсов оцениваем как $\Delta p_\| = m_{\rm e}\,\Delta K_\perp/p_{\|n}$ по квантовому разбросу кинетической энергии поперечного движения $\Delta K_\perp = \sqrt{2m_{\rm e}K_{\perp n}}\,\Delta v_{\perp\max} \le \sqrt{2m_{\rm e}E}\,\Delta v_{\perp\max}$, определяемому неравенством (19). Тогда для указанного расхождения фаз $\Delta\Phi = (\Delta p_\|/\hbar)\,(\hbar/p_{\|n}) = \Delta p_\|/p_{\|n}$ получаем требуемую оценку

$$\Delta\Phi \le \frac{\sqrt{2m_\mathrm{e}E}\,\Delta v_{\perp\max}}{p_{\|n}^2/m_\mathrm{e}} \le \frac{2^{3/5}\,(E/E_\mathrm{u})^{1/2}\,(p_\mathrm{h}/L_\mathrm{u})^{4/5}}{5^{1/5}\Gamma(1/5)/\pi}\exp\left[-\frac{\Gamma^2(1/4)}{12\sqrt{\pi}}\left(\frac{p_\mathrm{h}}{L_\mathrm{u}}\right)^{3/2}\right] \ll 1.$$

Здесь использовано выражение (16) для величины $\Delta v_{\perp\max}$ и учтено, что в плоскости $z=0$ продольный импульс $p_{\|n}$ превышает минимальное значение $\sqrt{2m_\mathrm{e}Ze^2/p_\mathrm{h}}$.

В таком случае представляем волновую функцию электрона $\Psi_{Emn}^{(\mathrm{f})}$ в виде произведения, содержащего только одну «квазиклассическую» экспоненту:

$$\Psi_{Emn}^{(\mathrm{f})} = \frac{\exp[iS_n(z)/\hbar]}{\sqrt{m_\mathrm{e}^{-1}\,\partial S_n/\partial z}}\,\chi_{\perp Emn}(\mathbf{r}) \tag{20}$$

(здесь i — мнимая единица). «Медленная» амплитуда $\chi_{\perp Emn}$ существенно изменяется по координате z лишь на бо́льших расстояниях по сравнению с длиной волны де Бройля $\hbar/p_{\|n}$. В области $z\to-\infty$ амплитуда $\chi_{\perp Emn}$ определяет начальное состояние частицы и поэтому равна волновой функции электрона [31, § 112, з. 1], [32], [33, §§ 19, 20б]

$$\psi_{\perp nl} = \frac{\exp[i\,(n-l)\,\phi]}{\sqrt{2\pi}\,\rho_0}\,\frac{\sqrt{\min(n!,l!)}}{\sqrt{\max(n!,l!)}}\left(\frac{\rho^2}{2\rho_0^2}\right)^{|n-l|/2}\exp\left(-\frac{\rho^2}{4\rho_0^2}\right)L_{\min(n,l)}^{|n-l|}\left(\frac{\rho^2}{2\rho_0^2}\right)$$

в однородном магнитном поле с прицельным параметром (13) и азимутальным числом (14). (Здесь $L_N^{|m|}(\eta)$ — обобщённый полином Лагерра [34, § 22.11].) Амплитуды $\psi_{\perp nl}$ нормированы условием единичной вероятности $\iint_{-\infty}^{+\infty}|\psi_{\perp nl}|^2\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y=1$, что соответствует единичному набегающему на ядро потоку электронов в состоянии $\Psi_{Emn}^{(\mathrm{f})}$. Эйконал $S_n(z)/\hbar$ пропорционален классическому укороченному действию

$$S_n(z;m,E) = \int\limits_0^z p_{\|n}(z';m,E)\,\mathrm{d}z'$$

с квазиклассическим продольным импульсом

$$p_{\|n}(z;m,E) = \sqrt{2m_\mathrm{e}\,[E-K_{\perp n}-V_{nn}(z;m)]} > 0, \tag{21}$$

где $V_{nn}(z;m)=\iint_{-\infty}^{+\infty}V(\rho,z)\,|\psi_{\perp n\,n-m}|^2\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ — диагональный матричный элемент для распределения кулоновского потенциала $V=-Ze^2/\sqrt{\rho^2+z^2}$ в плоскости $z=\mathrm{const}$.

В соответствии с квазиклассическим подходом [31, § 46], [35, гл. 6, § 4], [36, § 99], в стационарном «безызлучательном» уравнении Шрёдингера

$$E\Psi_{Emn}^{(\mathrm{f})} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m_\mathrm{e}}\,\frac{\partial^2}{\partial z^2}+\hat{K}_\perp+V(\rho,z)\right]\Psi_{Emn}^{(\mathrm{f})} \tag{22}$$

при воздействии оператора кинетической энергии продольного движения $-\hbar^2\,(2m_\mathrm{e})^{-1}\,\partial^2/\partial z^2$ на функцию (20) сохраняем только слагаемые, пропорциональные нулевой и первой степени постоянной Планка $\hbar$:

$$\frac{i\hbar p_{\|n}}{m_\mathrm{e}}\,\frac{\partial\chi_{\perp Emn}}{\partial z} = \left(\hat{K}_\perp-K_{\perp n}\right)\chi_{\perp Emn}+\left[V(\rho,z)-V_{nn}(z;m)\right]\chi_{\perp Emn}, \tag{23}$$

где $\hat{K}_\perp=(\hat{\mathbf{p}}_\perp+e\mathbf{A}/c)^2/(2m_\mathrm{e})$ — оператор кинетической энергии поперечного движения в магнитном поле; $\hat{\mathbf{p}}_\perp=-i\hbar\left(\mathbf{x}^0\,\partial/\partial x+\mathbf{y}^0\,\partial/\partial y\right)$ — оператор поперечного обобщённого импульса; $\mathbf{A} = B\left(x\mathbf{y}^0-y\mathbf{x}^0\right)/2$ — векторный потенциал магнитного поля.

4.2. Ортогональность поперечных структур состояний с одинаковой энергией и равными азимутальными числами

Квазиоптическое уравнение (23) подобно нестационарному уравнению Шрёдингера, где роль временно́й переменной играет классическое время движения электрона

$$t_n(z; m, E) = m_{\mathrm{e}} \int\limits_0^z \frac{\mathrm{d}z'}{p_{\|n}(z'; m, E)}\,, \qquad (24)$$

отсчитываемое от момента прохождения плоскости $z = 0$. Соответственно, в пренебрежении отличием времён $t_n(z)$ для разных начальных уровней Ландау n, амплитуды $\chi_{\perp Emn}$ оказываются ортонормированными во всех плоскостях $z = \mathrm{const}$.

Покажем, что поперечные структуры функций $\chi_{\perp Emn_1}$ и $\chi_{\perp Emn_2}$ остаются ортогональными в достаточной степени (для расчёта спектральной мощности излучения) не только в пределе одинаковых времён $t_n(z)$. Это свойство по сути отражает постоянство электронного потока через плоскости $z = \mathrm{const}$: в частности, поток должен быть равен единичному значению для суперпозиции состояний $[\Psi_{Emn_1} + \Psi_{Emn_2} \exp(i\,\Delta\phi_{21})]/\sqrt{2}$ с любым фазовым сдвигом $\Delta\phi_{21}$, если начальные уровни n_1 и n_2 отличны.

Согласно неравенству (15), ρ-компонента кулоновского поля пространственно однородна (по модулю) в плоскости $z = \mathrm{const}$ в кольцевой области $|\rho - p_{\mathrm{hl}}| \le r_{B\max}$, где локализован электрон. В таком случае решение уравнения (23) совпадает с аналитическим решением [37, 38], [39, § 12.1] для задачи об одномерном гармоническом осцилляторе в поле нестационарной пространственно однородной внешней силы, роль которой играет ρ-компонента силы Кулона $F_\rho(z; p_{\mathrm{h}F}) = -Ze^2 p_{\mathrm{h}F}/(p_{\mathrm{h}F}^2 + z^2)^{3/2}$. Согласно этому решению, амплитуды разложения функции $\chi_{\perp Emn}$ по состояниям $\psi_{\perp n'\,n'-m}$ в плоскости $z = \mathrm{const}$

$$\begin{aligned} U_{n'n}(\beta_n; \Phi_n) &= \exp(i\Phi_n + |\beta_n|^2/2)\, \frac{i^{n+n'}}{\sqrt{n!\,n'!}}\, \frac{\partial^{n+n'} \exp(-u_1 u_2)}{\partial^n u_1\, \partial^{n'} u_2}\bigg|_{u_1=\beta_n, u_2=\beta_n^*} = \\ &= \frac{\sqrt{\min(n'!, n!)}}{\sqrt{\max(n'!, n!)}}\, (-i)^{|n'-n|} \exp(i\Phi_n - |\beta_n|^2/2) L_{\min(n',n)}^{|n'-n|}(|\beta_n|^2) \times \begin{cases} \beta_n^{|n'-n|}, & n' \ge n; \\ (\beta_n^*)^{|n'-n|}, & n' < n \end{cases} \end{aligned} \qquad (25)$$

определены нормированной фурье-амплитудой кулоновской силы

$$\beta_n(z; m, E) = \frac{\exp[-i\omega_B t_n(z)]}{\sqrt{2}\, m_{\mathrm{e}} \rho_0 \omega_B} \int\limits_{-\infty}^{z} F_\rho(z') \exp[i\omega_B t_n(z')]\, \mathrm{d}t_n(z'). \qquad (26)$$

Общая фаза

$$\Phi_n = \frac{1}{4\,(m_{\mathrm{e}} \rho_0 \omega_B)^2} \int\limits_{-\infty}^{z} \int\limits_{-\infty}^{z} F_\rho(z') F_\rho(z'') \sin(|t_n(z') - t_n(z'')|)\, \mathrm{d}t_n(z')\, \mathrm{d}t_n(z'')$$

в амплитудах (25) несущественна для дальнейшего обсуждения ортогональности.

Строго говоря, выбор квадрата расстояния $p_{\mathrm{h}F}$ для задания кулоновской силы допускает относительную неопределённость порядка $n/|m| \ll 1$ — отношения квадратов ларморовского радиуса и прицельного параметра (13). Именно с такой относительной точностью матричные элементы

$$V_{n-1\,n}(z;m)=\iint\limits_{-\infty}^{+\infty}\psi^*_{\perp n-1\,n-1-m}V(\rho,z)\psi_{\perp n\,n-m}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$$

следуют зависимости $\sqrt{n}$, на которой основано решение (25). В связи с указанной свободой выберем компоненту $F_\rho(z;p_{\mathrm{h}F})$ силы Кулона одинаковой для всех состояний с одинаковым азимутальным числом m, определив параметр $p_{\mathrm{h}F}=\rho_0\sqrt{2\,(|m|+1)}$.

Скалярное произведение в плоскости $z=\mathrm{const}$ поперечных структур решений $\chi_{\perp Emn}$ с различными начальными уровнями Ландау n_1 и n_2 вычисляется с помощью дифференциального представления матричных элементов (25):

$$\iint\limits_{-\infty}^{+\infty}\chi^*_{\perp Emn_2}\chi_{\perp Emn_1}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y=\sum_{n'=0}^{\infty}U^*_{n'n_2}(\beta_{n_2};\Phi_{n_2})U_{n'n_1}(\beta_{n_1};\Phi_{n_1})=\exp(i\Phi_{n_1}-i\Phi_{n_2})\times$$
$$\times\exp\left(\frac{|\beta_{n_1}|^2+|\beta_{n_2}|^2}{2}\right)\frac{i^{n_1-n_2}}{\sqrt{n_1!\,n_2!}}\,\frac{\partial^{n_1+n_2}\exp(-u_1\beta^*_{n_1}-\beta_{n_2}u_2+u_1u_2)}{\partial^{n_1}u_1\,\partial^{n_2}u_2}\Bigg|_{u_1=\beta_{n_1},\,u_2=\beta^*_{n_2}}=$$
$$=U_{n_2n_1}[\beta_{n_1}-\beta_{n_2};\Phi_{n_1}-\Phi_{n_2}+\mathrm{Im}(\beta_{n_1}\beta^*_{n_2})].$$

По техническим причинам (использование одинаковых по форме операторов рождения в разных задачах) модуль скалярного произведения $\iint_{-\infty}^{+\infty}\chi^*_{\perp Emn_2}\chi_{\perp Emn_1}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ зависит от параметра-аргумента $|\beta_{n_1}-\beta_{n_2}|$ так же, как функция $|\sqrt{2\pi}\,\rho_0\psi_{\perp n\,n-m}|$ зависит от нормированного расстояния $\rho/(\sqrt{2}\,\rho_0)$. При этом роли номера уровня Ландау n и квантового числа $l=n-m$ переходят к числам n_1 и n_2. Экстраполируем степенну́ю асимптотику скалярного произведения для малой разности $|\beta_{n_1}-\beta_{n_2}|\ll 1$ на произвольное значение аргумента $|\beta_{n_1}-\beta_{n_2}|$, что определяет верхнюю границу рассматриваемого произведения:

$$\left|\iint\limits_{-\infty}^{+\infty}\chi^*_{\perp Emn_2}\chi_{\perp Emn_1}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\right|\le\sqrt{\frac{\min(n_1!,n_2!)}{\max(n_1!,n_2!)}}\,|\beta_{n_1}-\beta_{n_2}|^{|n_1-n_2|}\,L^{|n_1-n_2|}_{\min(n_1,n_2)}(0)=$$
$$=\sqrt{\frac{\max(n_1!,n_2!)}{\min(n_1!,n_2!)}}\,\frac{|\beta_{n_1}-\beta_{n_2}|^{|n_1-n_2|}}{|n_1-n_2|!}\underset{n_1\neq n_2}{\le}\frac{1}{\sqrt{2\pi\,|n_1-n_2|}}\left[\frac{\sqrt{n_{\mathrm{f}}}\,|\beta_{n_1}-\beta_{n_2}|}{\exp(-1)\,|n_1-n_2|}\right]^{|n_1-n_2|}. \quad (27)$$

Здесь применена формула Стирлинга $\sqrt{2\pi k}\,k^k\exp(-k)\le k!$ для факториала $|n_1-n_2|!$, а отношение $\max(n_1!,n_2!)/\min(n_1!,n_2!)$ заменено его оценкой сверху $n_{\mathrm{f}}^{|n_1-n_2|}$.

Оценим фурье-амплитуду (26) в области около ядра $|z|\lesssim p_{\mathrm{h}F}$ как интеграл от произведения «быстрой» экспоненты $\exp[i\omega_B t_n(z)]$ и «медленной» силы $F_\rho(z)$:

$$\beta_n(z)\approx\frac{1}{\sqrt{2}\,m_{\mathrm{e}}\rho_0\omega_B}\left(\frac{F_\rho}{i\omega_B}+\frac{p_{\parallel n}\,\partial F_\rho/\partial z}{m_{\mathrm{e}}\omega_B^2}\right). \quad (28)$$

Разность $|\beta_{n_1}-\beta_{n_2}|$ обусловлена вторым слагаемым в выражении (28), даже если задать силу F_ρ разной в пределах допустимой относительной «погрешности» $n/|m|$ для состояний с отличными начальными уровнями n при фиксированном азимутальном числе m. Используя неравенство

$|p_{\|n_1} - p_{\|n_2}| = |p^2_{\|n_1} - p^2_{\|n_2}|/(p_{\|n_1} + p_{\|n_2}) \le \hbar\omega_B\, |n_1 - n_2|/\sqrt{2\,|V_{00}|/m_{\rm e}}$, получаем оценку сверху для разности

$$|\beta_{n_1} - \beta_{n_2}| \le \frac{\rho_0\, |n_1 - n_2|\, |\partial F_\rho/\partial z|}{2\omega_B \sqrt{m_{\rm e}\, |V_{00}|}} \le \frac{\rho_0\, |n_1 - n_2|}{(9/7)^{7/4} \sqrt{2}\, L_{\rm u}} \left(\frac{L_{\rm u}}{p_{{\rm h}F}}\right)^{5/2}. \tag{29}$$

Здесь подставлено максимальное значение функции $|\partial F_\rho/\partial z|/\sqrt{|V_{00}|}$ на цилиндре $\rho = p_{{\rm h}F}$ во всём интервале изменения продольной координаты $-\infty < z < +\infty$.

Подстановка выражения (29) в формулу (27) даёт искомую оценку степени неортогональности поперечных структур состояний $\Psi^{(\rm f)}_{Emn}$:

$$\left|\iint\limits_{-\infty}^{+\infty} \chi^*_{\perp Emn_2} \chi_{\perp Emn_1}\, {\rm d}x\, {\rm d}y\right| \underset{n_1 \ne n_2}{\le} \frac{1}{\sqrt{2\pi\, |n_1 - n_2|}} \left[\frac{\exp(1)/2}{(9/7)^{7/4}} \left(\frac{E}{E_{\rm u}}\right)^{1/2} \left(\frac{L_{\rm u}}{p_{{\rm h}F}}\right)^{5/2}\right]^{|n_1 - n_2|} \le$$

$$\le 0{,}40 \left[0{,}77\, \frac{E}{E_{\rm u}} \left(\frac{L_{\rm u}}{p_{{\rm h}F}}\right)^5\right]^{|n_1 - n_2|/2}, \tag{30}$$

которая указывает на экспоненциальное уменьшение модулей скалярных произведений $\iint_{-\infty}^{+\infty} \chi^*_{\perp Emn_2} \chi_{\perp Emn_1}\, {\rm d}x\, {\rm d}y$ вида $\varepsilon^{|n_1 - n_2|}$ с параметром $\varepsilon \ll 1$.

5. СОХРАНЕНИЕ РАДИАЛЬНОГО ПРОФИЛЯ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ ПРИ РАДИАЦИОННОМ ПЕРЕХОДЕ

5.1. Низкая энергия фотона

Основной вклад в излучение на частоте ω дают столкновения, в которых на трассе около ядра ($|z| \lesssim p_{\rm h}$) волновые функции $\Psi^{(\rm f)}_{Emn}$ и $\Psi^{(\varsigma')}_{E-\hbar\omega\, m+\Delta m_\sigma\, n'}$ расходятся по квазиклассическому эйконалу $S_n/\hbar$ на величину порядка или меньше единицы. В противном случае «интеграл перекрытия» $\iint_{-\infty}^{+\infty} \Psi^{(\varsigma')*}_{E-\hbar\omega\, m+\Delta m_\sigma\, n'} \exp(i\, \Delta m_\sigma\, \phi) \Psi^{(\rm f)}_{Emn}\, {\rm d}x\, {\rm d}y$ поперечных структур указанных функций представляет собой быстроосциллирующую по координате z величину (по сравнению с кулоновским полем), так что матричный элемент радиационного перехода экспоненциально мал.

Данное обстоятельство исключает радиационные переходы между состояниями со встречным продольным движением. В свою очередь, пространственный шаг $h_{\rm int}$ биений между состояниями $\Psi^{(\rm f)}_{E-\hbar\omega\, m+\Delta m_\sigma\, n'}$ и $\Psi^{(\rm f)}_{Emn}$ с сонаправленным движением обратно пропорционален разности продольных импульсов (21):

$$h_{\rm int} = \frac{2\pi\hbar}{|p_{\|n}(0; m, E) - p_{\|n'}(0; m + \Delta m_\sigma, E - \hbar\omega)|} \approx \frac{2\pi p_{\|n}(0; m, E)}{m_{\rm e}\, |\omega + (n' - n)\, \omega_B|}, \tag{31}$$

где для оценок пренебрежено отличием матричных элементов $|V_{nn}(0; m) - V_{n'n'}(0; m + \Delta m_\sigma)|$ по сравнению с разностью энергий $|K_{\perp n} - K_{\perp n'}|$. Тогда для частот (5) шаг (31) достигает максимального значения для парциальных состояний с одинаковыми уровнями $n' = n$, и требование длинного шага интерференционных биений $h_{\rm int}/(2\pi) \gtrsim p_{\rm h}$ ограничивает сверху энергию эффективно излучаемых фотонов при данном прицельном параметре величиной

$$\hbar\omega_{\max}(p_{\rm h}) = \frac{\hbar p_{\|n}(z = 0)}{m_{\rm e} p_{\rm h}} = \frac{2\lambda_{{\rm B}\|}}{p_{\rm h}}\, \frac{p^2_{\|n}}{2m_{\rm e}}.$$

Последняя существенно ниже кинетической энергии продольного движения электрона около ядра $p_{\|n}^2/(2m_{\rm e})$ в силу выполненного условия квазиклассического приближения $\lambda_{{\rm B}\|} = \hbar/p_{\|n} \ll p_{\rm h}$, обсуждённого в разделе 4.1.

В случае не совпадающих начальных уровней Ландау пространственный период (31) биений не превышает шага $\Delta h = 2\pi p_{\|n}/(m_{\rm e}\omega_B)$ классической винтовой траектории частицы около ядра. Максимальный период Δh биений оказывается коротким по сравнению с минимальным расстоянием до ядра в столкновении с прицельным параметром (10). Коротковолновое биение в целом способствует тому, что радиационный переход между состояниями $\Psi^{(\rm f)}_{Emn_1}$ и $\Psi^{(\rm f)}_{E-\hbar\omega\, m+\Delta m_\sigma\, n_2}$ с отличными начальными уровнями n_1 и n_2 не сопровождается заметным излучением на частотах (5).

В разделе 4.3, по сути, рассмотрено отклонение от так называемого адиабатического приближения, когда по выходе из области взаимодействия с ядром «центр тяжести» радиального профиля $\chi_{\perp Emn}$ периодически осциллирует при перемещении вдоль оси z относительно своего начального положения с периодом, равным шагу классической винтовой траектории частицы. В этом случае состояния $\Psi^{(\rm f)}_{Emn_1}$ и $\Psi^{(\rm f)}_{E-\hbar\omega\, m+\Delta m_\sigma\, n_2}$ характеризуются весьма больши́м числом существенно отличных от нуля амплитуд (25) на общих для двух состояний уровнях n''. Данные амплитуды содержат компоненты, биения между которыми не являются коротковолновыми по сравнению с расстоянием до ядра. Близкая к нулю вероятность радиационного перехода между состояниями $\Psi^{(\rm f)}_{Emn_1}$ и $\Psi^{(\rm f)}_{E-\hbar\omega\, m+\Delta m_\sigma\, n_2}$ в случае $n_1 \neq n_2$ обеспечивается именно высокой ортогональностью радиальных профилей этих состояний во всех плоскостях $z = {\rm const}$, что исходно выражено формулой (30) и будет окончательно показано в следующих разделах. Ортогональность наглядно выражается в том, что для всех начальных уровней n радиальные профили $\chi_{\perp Emn}$ стягиваются к оси симметрии задачи почти на одну и ту же квазиосциллирующую по координате z величину даже по выходе из области взаимодействия.

5.2. Связь парциальных состояний при отличии их энергии на квант $\hbar\omega$

В силу малости кванта $\hbar\omega$ отличие энергии парциальных состояний (20) до и после излучения фотона достаточно учесть только в эйконале $S_n/\hbar$ в виде

$$\hbar^{-1} S_n(z; E - \hbar\omega) \approx \hbar^{-1} S_n(z; E) - \omega\, \partial S_n(z; E)/\partial E = \hbar^{-1} S_n(z; E) - \omega t_n(z; E). \qquad (32)$$

Учёт изменения энергии на квант $\hbar\omega$ в «медленной» амплитуде $\chi_{\perp Emn}$ был бы превышением точности. Действительно, квазиоптическое уравнение (23) для амплитуды $\chi_{\perp Emn}$ получено сохранением слагаемых в операторе $-\,[\hbar^2/(2m_{\rm e})]\, \partial^2/\partial z^2$, содержащих постоянную Планка в степени не выше первой. Учёт изменения импульса $p_{\|n}(E)$ в левой части уравнения (23) привёл бы к дополнительному слагаемому в нём, которое пропорционально $\hbar^2$. Таким образом, парциальные состояния до и после излучения фотона совпадают по поперечной структуре в каждой плоскости $z = {\rm const}$ и отличаются только фазовым набегом на трассе (при одинаковых индексах n и m):

$$\Psi^{(\rm f)}_{E-\hbar\omega\, mn} = \Psi^{(\rm f)}_{Emn} \exp[-i\omega t_n(z; m, E)]. \qquad (33)$$

5.3. Связь парциальных состояний с различными азимутальными числами при одинаковой энергии

В отсутствие рассеивающего центра состояния с азимутальными числами m и $m+\Delta m_\sigma$ связаны операторами рождения $\hat l_\uparrow$ и уничтожения $\hat l_\downarrow$ для собственных функций квадрата прицельного параметра [29, 32]:

$$\psi_{\perp n\, l+1} = \hat l_\uparrow \psi_{\perp nl}/\sqrt{l+1}\,, \qquad \psi_{\perp n\, l-1} = \hat l_\downarrow \psi_{\perp nl}/\sqrt{l}\,,$$

где

$$\hat{l}_\kappa = \frac{\exp(\mp i\phi)}{\sqrt{2}} \left(\frac{\rho}{2\rho_0} \mp \rho_0 \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{i\rho_0}{\rho} \frac{\partial}{\partial \phi} \right) =$$

$$= \frac{\exp(\mp i\phi)}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{2\,|m|} + \frac{(\rho - \sqrt{2\,|m|}\,\rho_0)^2}{2\rho\rho_0} \mp \rho_0 \frac{\partial}{\partial \rho} \right] \Bigg|_{m<0}, \qquad (34)$$

знак минус в обозначениях $\mp$ соответствует индексу $\kappa = \uparrow$, а плюс — $\kappa = \downarrow$.

В рассматриваемом случае малого ларморовского радиуса, $n \ll |m|$, в операторах (34) доминируют первое и последнее слагаемые, равные по порядку величины соответственно $\sqrt{|m|}$ и $\rho_0/\lambda_{\mathrm{B}\perp} \sim \sqrt{n}$. Среднее слагаемое имеет меньший порядок величины $n/\sqrt{|m|} \ll \sqrt{n} \ll \sqrt{|m|}$, поэтому им можно пренебречь. Тогда операторы $\hat{l}_\kappa/\sqrt{|m|}$ приобретают смысл операторов смещения по радиусу на расстояние $\Delta\rho = \pm\rho_0/\sqrt{2\,|m|}$, которое много меньше длины волны де Бройля для поперечного движения $\lambda_{\mathrm{B}\perp} = \hbar/\sqrt{2m_{\mathrm{e}}K_{\perp n}} = \rho_0/\sqrt{2n+1}$. Указанное действие операторов $\hat{l}_\kappa/\sqrt{|m|}$ сопровождается умножением на соответствующий фактор $\exp(\mp i\phi)$.

Приме́ним какой-либо из операторов $\hat{l}_\kappa/\sqrt{|m|}$ к уравнению Шрёдингера (22), учитывая коммутативность $\hat{l}_\kappa$ с операторами кинетической энергии как продольного, так и поперечного движения. Тогда функция $\hat{l}_\kappa \Psi^{(\mathrm{f})}_{Emn}/\sqrt{|m|}$ удовлетворяет уравнению (22) с поправкой в правой части в виде коммутатора $\{\hat{l}_\kappa, V\}/\sqrt{|m|} = \mp\rho_0 \exp(\mp i\phi)\,(\partial V/\partial\rho)/\sqrt{2\,|m|}$:

$$\frac{E\hat{l}_\kappa \Psi^{(\mathrm{f})}_{Emn}}{\sqrt{|m|}} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m_{\mathrm{e}}} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \hat{K}_\perp + V(\rho, z) \right] \frac{\hat{l}_\kappa \Psi^{(\mathrm{f})}_{Emn}}{\sqrt{|m|}} \mp \frac{\Psi^{(\mathrm{f})}_{Emn} \rho_0 \exp(\mp i\phi)}{\sqrt{2\,|m|}} \frac{\partial V}{\partial \rho}. \qquad (35)$$

В слагаемом с производной $\partial V/\partial\rho$ пренебрежём отличием функции $\Psi^{(\mathrm{f})}_{Emn} \exp(\mp i\phi)$ от $\hat{l}_\kappa \Psi^{(\mathrm{f})}_{Emn}/\sqrt{|m|}$. Кулоновскую силу $-\partial V/\partial\rho$ считаем однородной и равной $F_\rho(z; p_{\mathrm{h}F})$ на ширине кольца $|\rho - p_{\mathrm{hl}}| \le r_{B\max}$, в котором локализован электрон в плоскости $z = \mathrm{const}$. Тогда указанная поправка описывает разность потенциальной энергии для состояний $\Psi^{(\mathrm{f})}_{Emn}$ и $\hat{l}_\kappa \Psi^{(\mathrm{f})}_{Emn}/\sqrt{|m|}$ за счёт смещения центра циклотронного вращения на расстояние $\Delta\rho = \pm\rho_0/\sqrt{2\,|m|} \approx \pm\hbar c/(eBp_{\mathrm{h}F})$.

В квазиклассическом приближении для продольного движения последнее слагаемое в уравнении (35) «убирается» заменой $\hat{l}_\kappa \Psi^{(\mathrm{f})}_{Emn}/\sqrt{|m|} = \Psi_{l\kappa} \exp(\pm i\Phi_{\mathrm{d}})$, где угол

$$\Phi_{\mathrm{d}}(z; E, m, n) = -\frac{c}{eBp_{\mathrm{hF}}} \int\limits_0^z F_\rho(z'; p_{\mathrm{h}F})\, \mathrm{d}t_n(z') \qquad (36)$$

равен по модулю азимутальному перемещению электрона за счёт электрического дрейфа в скрещённых кулоновском и магнитном полях. Таким образом, функции $\Psi_{l\uparrow}$ и $\Psi_{l\downarrow}$ удовлетворяют уравнению Шрёдингера (22) без какой-либо поправки, а при $z = -\infty$ их поперечные структуры совпадают с амплитудами $\psi_{\perp n\,n-m+1}$ и $\psi_{\perp n\,n-m-1}$. Следовательно, функции $\Psi_{l\kappa}$ представляют собой состояния

$$\Psi^{(\mathrm{f})}_{E\,m+\Delta m_{\mathrm{R}}\,n} = \exp[-i\Phi_{\mathrm{d}}(z)]\, \frac{\hat{l}_\uparrow \Psi^{(\mathrm{f})}_{Emn}}{\sqrt{|m|}} \approx \exp[-i\Phi_{\mathrm{d}}(z) - i\phi]\Psi^{(\mathrm{f})}_{Emn},$$

$$\Psi^{(\mathrm{f})}_{E\,m+\Delta m_{\mathrm{L}}\,n} = \exp[i\Phi_{\mathrm{d}}(z)]\, \frac{\hat{l}_\downarrow \Psi^{(\mathrm{f})}_{Emn}}{\sqrt{|m|}} \approx \exp[i\Phi_{\mathrm{d}}(z) + i\phi]\Psi^{(\mathrm{f})}_{Emn}. \qquad (37)$$

Дополнительный набег фазы $\Phi_{\rm d}(z)$ в формуле (37) по сути отражает изменение эйконала $S_n/\hbar$ из-за прохождения волнового пучка цилиндрического типа чуть ближе (или дальше) от оси z при изменении квантованного значения прицельного параметра (13): $\Phi_{\rm d}(z) = [S_n(z; m+1) - - S_n(z; m)]/\hbar$.

6. ОТСУТСТВИЕ ВЛИЯНИЯ КВАНТОВАНИЯ ЦИКЛОТРОННОГО ВРАЩЕНИЯ НА СПЕКТРАЛЬНУЮ МОЩНОСТЬ ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Последовательное применение преобразований (37) и (33) связывает парциальные состояния в матричных элементах радиационного перехода в формуле (12):

$$\Psi^{(\rm f)}_{E-\hbar\omega\, m+\Delta m_\sigma\, n} = \exp[-i\omega t_n + i\,\Delta m_\sigma\,(\Phi_{\rm d} + \phi)]\Psi^{(\rm f)}_{Emn}. \tag{38}$$

Согласно равенству (38), парциальные состояния отличаются лишь фазовым множителем, который отражает вариацию эйконала $S_n/\hbar$ при изменении азимутального числа на величину $\Delta m_\sigma = = 0$ или ± 1 и уменьшении энергии на квант $\hbar\omega \ll \hbar\omega_B$. Радиальные профили парциальных состояний совпадают с достаточной точностью для вычисления матричных элементов радиационного перехода.

В таком случае высокая степень ортогональности радиальных профилей состояний с одинаковой энергией (см. неравенство (30)) приводит к тому, что сумма по конечным состояниям в выражении (12) обусловлена матричными элементами с одинаковыми уровнями Ландау $n' = n$. Данные элементы с точностью до постоянного коэффициента представляют собой временны́е фурье-амплитуды соответствующих компонент кулоновского поля, будто ведущий центр циклотронного вращения электрона движется по классической траектории (о связи фурье-амплитуд и матричных элементов см. [31, § 48] и [40, § 45]).

Прицельные параметры (10) однонаправленного движения отвечают бо́льшим числам $l \gg \gg 1$ для магнитного поля $B \ll B_{\rm c}$. Поэтому в формуле (12) суммирование по числу l заменяем интегрированием по прицельному параметру. В результате приходим к следующим выражениям для спектральной мощности излучения:

$$I_{z0} = \frac{2n_{\rm i}\,(p_{\|\infty}/m_{\rm e})\,Z^2e^6}{\pi c^3 m_{\rm e}^2} \int\limits_0^\infty \left\{ \int\limits_0^\infty \frac{z\sin[\omega t_n(z)]\,{\rm d}t_n(z)}{(p_{\rm h}^2 + z^2)^{3/2}} \right\}^2 p_{\rm h}\,{\rm d}p_{\rm h}, \tag{39}$$

$$I_{\rm R0} \approx I_{\rm L0} \approx \frac{2n_{\rm i}\,(p_{\|\infty}/m_{\rm e})\,Z^2e^6\omega^2}{\pi c^3 m_{\rm e}^2\omega_B^2} \int\limits_0^\infty \left\{ \int\limits_0^\infty \frac{p_{\rm h}\cos[\omega t_n(z)]\,{\rm d}t_n(z)}{(p_{\rm h}^2 + z^2)^{3/2}} \right\}^2 p_{\rm h}\,{\rm d}p_{\rm h}, \tag{40}$$

которые зависят от продольного импульса частицы до столкновения $p_{\|\infty}$, но не от энергии циклотронного вращения (а следовательно, и «степени» квантования поперечного движения). Здесь нижний предел интегрирования по прицельному параметру полагаем равным нулю вместо величины (17), поскольку такая экстраполяция не влияет на вычисляемое значение спектральной мощности излучения для однонаправленного движения на частотах (5). Время $t_n(z)$ задано выражением (24) с квазиклассическим продольным импульсом (21), при вычислении которого матричный элемент V_{nn} заменяем значением $-Ze^2/(p_{\rm h}^2 + z^2)^{1/2}$. В аргументе косинуса в формуле (40) пренебрежено смещением ведущего центра циклотронного вращения на угол $|\Phi_{\rm d}| \ll 1$ в области прицельных параметров (10).

Выражения (39) и (40) совпадают с точностью до обозначений с соответствующими формулами в работах [19, 20], где движение электрона рассматривалось в классическом приближении.

Поэтому воспользуемся результатами [19, 20] вычисления интегралов (39) и (40). Спектральная мощность излучения волн с вектором линейной поляризации $\mathbf{e}_z$ принимает постоянное значение

$$I_{z0} = \frac{n_{\rm i} Z^2 e^6}{\pi m_{\rm e} c^3 p_{\|\infty}}$$

на низких частотах

$$\omega \ll \omega_{\rm s} \tag{41}$$

(см. определение (7)) и по порядку величины совпадает с аналогичной величиной в отсутствие магнитного поля.

На более высоких частотах (6) спектральная мощность (39) уменьшается как $\omega^{-2/3}$:

$$I_{z0} = \frac{0{,}41 n_{\rm i} Z^2 e^6 p_{\|\infty}}{\pi m_{\rm e}^3 c^3 \left(\omega Z e^2/m_{\rm e}\right)^{2/3}}\,.$$

В случае максвелловского распределения частиц по продольному импульсу такая частотная зависимость обеспечивает уменьшение столкновительного поглощения в диапазоне (5) по сравнению с вариантом отсутствия магнитного поля. Однако в пределе классического поперечного движения частиц столкновительное поглощение от траекторий с квазисвязанным движением в интервале прицельных параметров $p_{\rm h} \lesssim p_{\rm h\,res}$ не позволяет достичь просветления плазмы для волн данной поляризации: коэффициент столкновительного поглощения в сильноразреженной плазме монотонно возрастает с увеличением длины волны в диапазоне (5), как и в случае отсутствия магнитного поля.

В свою очередь, спектральная мощность излучения волн с векторами циркулярной поляризации $\mathbf{e}_{\rm R}$ и $\mathbf{e}_{\rm L}$ существенно меньше, чем величина I_{z0}, — по порядку величины в ω_B^2/ω^2 раз. На низких частотах (41) мощности $I_{\rm R0}$ и $I_{\rm L0}$ возрастают примерно как ω^2/ω_B^2 (без учёта фактора в виде кулоновского логарифма):

$$I_{\rm R0} = I_{\rm L0} = \left(\frac{\omega}{\omega_B}\right)^2 \frac{n_{\rm i} Z^2 e^6}{\pi m_{\rm e} c^3 p_{\|\infty}} \ln\!\left(\frac{p_{\|\infty}^3}{\omega Z e^2 m_{\rm e}^2}\right). \tag{42}$$

Согласно соотношению Кирхгофа, такая зависимость обеспечивает примерно постоянный по частоте коэффициент столкновительного поглощения $\mu_\perp$, равный по порядку величины своему значению в отсутствие магнитного поля на частоте $\omega \sim \omega_B$.

В рассматриваемом случае близкого к единице показателя преломления среды указанный коэффициент поглощения $\mu_\perp$ связан с высокочастотной поперечной проводимостью $\sigma_\perp$ приближённым равенством $\mu_\perp \approx 4\pi\sigma_\perp/c$. Вместе с тем в предположении неподвижных ионов высокочастотная проводимость на частоте около электронной плазменной частоты $\omega_{\rm p} \ll \omega_B$ совпадает по порядку величины со статической проводимостью. Тогда с помощью соотношения Эйнштейна [13, § 59] может быть получен коэффициент поперечной электронной диффузии в среде с хаотически закреплёнными заряженными центрами, который совпадает с выражением [13, § 60, з. 1, ф. (2)]. В результате данной цепочки преобразований необходимо учесть, что на плазменной частоте $\omega_{\rm p}$ аргумент логарифмического фактора в формуле (42) приобретает вид отношения дебаевского радиуса и расстояния (2) для тепловых электронов. В выражении [13, § 60, з. 1, ф. (2)] минимальный прицельный параметр столкновений с дрейфовым движением ведущего центра принят равным не расстоянию (2), а ларморовскому радиусу (1), т. к. предполагается выполненным противоположное соотношение между величинами $r_{\rm s}$ и $r_{B\infty}$, чем неравенство (4).

На более высоких частотах (6) мощности I_{R0} и I_{L0} возрастают медленнее, как $\omega^{4/3}$:

$$I_{\mathrm{R0}} = I_{\mathrm{L0}} = 0{,}64\,\frac{n_{\mathrm{i}}Z^2e^6p_{\|\infty}}{\pi m_{\mathrm{e}}^3c^3\omega_B^2}\left(\frac{m_{\mathrm{e}}\omega^2}{Ze^2}\right)^{2/3}.$$

В результате коэффициент поглощения становится меньше своего значения на частотах $\omega \sim \omega_B$. Это обстоятельство указывает на просветление плазменной фотосферы магнитного белого карлика: необыкновенные волны, поляризованные поперёк внешнего магнитного поля на частотах (5), могут выходить из более глубоких, а следовательно более горячих, слоёв фотосферы, чем излучение на частотах $\omega \sim \omega_B$ (вне циклотронной линии). Таким образом, поляризационное просветление фотосферы магнитного белого карлика может быть причиной высокой линейной поляризации наблюдаемого излучения звёзд данного класса на частотах (6) — в инфракрасном и оптическом диапазонах [27].

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследовано тормозное излучение медленного электрона в сильном магнитном поле при условии (3), которое характерно для фотосфер некоторых одиночных белых карликов. Рассчитана спектральная мощность тормозного излучения на частотах ниже электронной циклотронной частоты от дальних столкновений с однонаправленным движением частицы. Показано, что при квантовании поперечного движения электрона спектральная мощность излучения оказывается такой же, как и в случае классического движения. Данное обстоятельство допускает следующую интерпретацию: тормозное излучение на частотах (5) обусловлено движением ведущего центра циклотронного вращения, которое остаётся классическим как вдоль магнитного поля, так и поперёк последнего в виде электрического дрейфа. Низкочастотное тормозное излучение не связано с переходами частицы между уровнями Ландау: относительное распределение по энергии циклотронного вращения уходящего от ядра электронного потока одинаково для его компонент с механической энергией E и $E - \hbar\omega$. Условно говоря, рассеяние на кулоновском потенциале безызлучательно перераспределяет электрон по уровням Ландау. В свою очередь, рассмотренная низкочастотная часть тормозного излучения уменьшает лишь продольный импульс частицы на каждом из уровней, в том числе при эмиссии за счёт поперечного дрейфового движения.

Полученный результат позволяет распространить вывод о просветлении фотосферы одиночного магнитного белого карлика для необыкновенной волны (поляризованной поперёк внешней магнитной индукции) на звёзды данного класса с наиболее сильным квантующим магнитным полем. Просветление плазменной фотосферы заключается в монотонном уменьшении коэффициента столкновительного поглощения указанной волны при увеличении её длины в широком диапазоне ниже электронной циклотронной частоты. Данное обстоятельство может быть причиной высокой линейной поляризации наблюдаемого излучения от данных звёзд в континууме.

Исследования по разделу «Квантовый подход к расчёту спектральной мощности тормозного излучения» выполнены при поддержке Минобрнауки РФ (договор 14.Z50.31.0007), «Классическое и квантово-резонансное возбуждение связанного движения» — Российского фонда фундаментальных исследований (проект 17–02–00525-а), «Квазиклассическое приближение для продольного движения» — программы № 28 фундаментальных исследований Президиума РАН (подпрограмма «Астрофизические объекты как космические лаборатории»), «Сохранение радиального профиля волновой функции при радиационном переходе» — Российского научного фонда (проект 16–12–10528), «Отсутствие влияния квантования циклотронного вращения на спектральную мощность тормозного излучения» — бюджетного финансирования по госзаданию для ИПФ РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ferrario L., de Martino D., Gänsicke B. T. // Space Sci. Rev. 2015. V. 191. P. 111.
2. Amoretti M., Amsler C., Bonomi G., et al. // Nature. 2002. V. 419. P. 456.
3. Gabrielse G., Bowden N. S., Oxley P., et al. // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 89, No. 21. Art. no. 213401.
4. Меньшиков Л. И., Ландуа Р. // Успехи физ. наук. 2003. Т. 173, № 3. Р. 233.
5. Корягин С. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 2008. Т. 51, № 6. С. 512.
6. Аскеров Б. М. Электронные явления переноса в полупроводниках. М.: Наука, 1985. 320 с.
7. Гантмахер В. Ф., Левинсон И. Б. Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках. М.: Наука, 1984. 352 с.
8. Даховский И. В. // Физика твёрд. тела. 1963. Т. 5, № 8. С. 2 332.
9. Ventura J. // Phys. Rev. C. 1973. V. 8, No. 6. P. 3 021.
10. Павлов Г. Г., Яковлев Д. Г. // Журн. эксперим. теорет. физики. 1976. Т. 70, № 3. С. 753.
11. Павлов Г. Г., Панов А. Н. // Журн. эксперим. теорет. физики. 1976. Т. 71, № 2. С. 572.
12. Голант В. Е., Жилинский А. П., Сахаров И. Е. Основы физики плазмы. СПб.: Лань, 2011. 448 с.
13. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979. 528 с.
14. Елесин В. Ф. // Успехи физ. наук. 2005. Т. 175, № 2. С. 197.
15. Мурзин С. С. // Успехи физ. наук. 2000. Т. 170, № 4. С. 387.
16. Zaitsev V. V., Stepanov A. V. // Solar Phys. 1992. V. 139, No. 2. P. 343.
17. Круглов А. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 2011. Т. 54, № 1. С. 26.
18. Силин В. П. Введение в кинетическую теорию газов. М.: УРСС, 2013. 344 с.
19. Бубукина И. И., Корягин С. А. // Журн. эксперим. теорет. физики. 2009. Т. 135, № 6. С. 1 056.
20. Корягин С. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 2013. Т. 56, № 10. С. 739.
21. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М.: Физматлит, 2003. 536 с.
22. Delos J. B., Knudson S. K., Noid D. W. // Phys. Rev. C. 1984. V. 30. P. 1 208.
23. Арсеньев С. А., Корягин С. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 2010. Т. 53, № 11. С. 726.
24. Gajewski R. // Physica. 1970. V. 47. P. 575.
25. Железняков В. В., Корягин С. А., Сербер А. В. // Письма Астрон. журн. 1999. Т. 25, № 7. С. 513.
26. Железняков В. В. Излучение в астрофизической плазме. М.: Янус-К, 1997. 528 с.
27. West S. C. // Astrophys. J. 1989. V. 345. P. 511.
28. Павлов Г. Г., Шибанов Ю. А. // Астрон. журн. 1978. Т. 55, № 2. С. 373.
29. Корягин С. А., Баландин И. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 2017. Т. 60, № 3. С. 191.
30. Корягин С. А. // Журн. эксперим. теорет. физики. 2000. Т. 117, № 5. С. 853.
31. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика (нерелятивистская теория). М.: Физматлит, 2004. 800 с.
32. Johnson M. H., Lippmann B. A. // Phys. Rev. 1949. V. 76. P. 828.
33. Соколов А. А., Тернов И. М. Релятивистский электрон. М.: Наука, 1983. 304 с.
34. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами / под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. М.: Наука, 1979. 832 с.
35. Мессиа А. Квантовая механика. Т. 1. М.: Наука, 1979. 480 с.
36. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988. 440 с.
37. Feynman R. P. // Phys. Rev. 1951. V. 84. P. 108.
38. Schwinger J. // Phys. Rev. 1953. V. 91. P. 728.
39. Переломов А. М. Обобщённые когерентные состояния и их применения. М.: Наука, 1987. 270 с.

40. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1989. 728 с.

Поступила в редакцию 20 марта 2018 г.; принята в печать 30 октября 2018 г.

BREMSSTRAHLUNG AT LOW-ENERGY ELECTRON–NUCLEUS COLLISIONS IN THE QUANTIZING MAGNETIC FIELD. I. DISTANT COLLISIONS

S. A. Koryagin

We analytically calculate the spectral power of bremsstrahlung from a slow electron colliding with motionless nuclei in a strong quantizing magnetic field, in which the energy of the Coulomb interaction between particles at a distance of the order of the Larmor radius exceeds the mechanical energy of the system in absolute value. In this case, the electron motion becomes quasibound in sufficiently close collisions. In this part of research, we consider bremsstrahlung at low frequencies, which is stipulated by distant flybys without quasibound motion: an electron can spread over many Landau levels as a result of the collision, but keeps the direction of its motion along the magnetic field. We prove that the transition from the classical to quantum cyclotron gyration of an electron does not manifest itself in the spectral emission power of the waves with arbitrary polarization at the considered frequencies. This property stems from the fact that the low-frequency emission is due to the longitudinal motion and electric drift in the crossed Coulomb and magnetic fields which remain quasiclassical. Thus, we confirm that the photospheric brightening of a magnetic white dwarf, discovered in the classical consideration, by collisional absorption of the extraordinary wave (polarized across the external magnetic field) is preserved in the quantum limit, as well, for stars of this spectral type with the strongest magnetic field.