УДК 538.566.2+621.372.8

РЕЗОНАНСЫ ПОВЕРХНОСТНЫХ ПЛАЗМОНОВ В СТЕКЛЯННОМ ЭЛЛИПТИЧЕСКОМ ЦИЛИНДРЕ, ПОКРЫТОМ СЛОЕМ СЕРЕБРА

А. П. Анютин, И. П. Коршунов, А. Д. Шатров*

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, г. Фрязино Московской обл., Россия

Исследованы плазмонные резонансы, которые возникают в двумерной задаче дифракции плоской волны на стеклянном цилиндре, окружённом слоем серебра, в предположении, что границами раздела сред являются софокусные эллипсы. Численными методами рассчитаны спектры рассеяния и поглощения в оптическом диапазоне длин волн. Получены аналитические выражения, которые позволяют определять резонансные параметры структуры в квазистатическом приближении.

ВВЕДЕНИЕ

Плазмон-поляритоны, обеспечивая высокую локализацию энергии электромагнитного поля, представляют значительный интерес для субволновой и ближнепольной оптики [1]. Например, нанопровода из серебра и золота используются в качестве сенсоров. Резонансы поверхностных плазмонов в проводах круглого сечения наблюдаются в ультрафиолетовой части спектра электромагнитного излучения [2]. Металлические нанотрубки более привлекательны для применений, т. к. частоты плазмонных резонансов в них могут располагаться как в видимой, так и в инфракрасной частях светового диапазона длин волн [3–7]. При этом, в отличие от сплошных проводов, в спектрах рассеяния нанотрубок из серебра наряду с дипольными наблюдаются и квадрупольные резонансы [6, 7]. Заметим, что благодаря круговой симметрии трубок плазмонные колебания в них двукратно вырождены. Угловые зависимости соответствующих резонансных полей описываются функциями $\cos(m\varphi)$ или $\sin(m\varphi)$, где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$. Очевидно, что нарушение круговой симметрии структуры приводит к расщеплению этих вырожденных колебаний.

Цель данной работы состоит в исследовании особенностей плазмонных резонансов в наноструктуре, которая состоит из стеклянного эллиптического цилиндра, окружённого софокусной эллиптической оболочкой из серебра.

1. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается двумерная задача дифракции плоской волны на электродинамической структуре, поперечное сечение которой изображено на рис. 1. Область

$$\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{b_1^2} < 1 \tag{1}$$

заполнена стеклом с вещественной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_{\rm si} = 2{,}25$. Стеклянный эллиптический цилиндр окружён металлической средой с комплексной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$. Внешняя граница металлической оболочки также является эллипсом с уравнением

$$\frac{x^2}{a_2^2} + \frac{y^2}{b_2^2} = 1. \tag{2}$$

* korip@ms.ire.rssi.ru

Будем предполагать, что эллипсы, описывающие границы раздела сред, являются софокусными, т. е.

$$a_1^2 - b_1^2 = a_2^2 - b_2^2 = f^2. \tag{3}$$

Фокусы этих эллипсов расположены на оси x в точках $x = \pm f$.

Пространственное распределение диэлектрической проницаемости в рассматриваемой структуре имеет вид

$$\varepsilon(x,y) = \begin{cases} \varepsilon_{\rm si}, & x^2/a_1^2 + y^2/b_1^2 < 1; \\ \varepsilon, & x^2/a_1^2 + y^2/b_1^2 > 1, \quad x^2/a_2^2 + y^2/b_2^2 < 1; \\ 1, & x^2/a_2^2 + y^2/b_2^2 > 1. \end{cases} \tag{4}$$

Исследуется случай ТМ-поляризации, когда в волне присутствуют только компоненты $H_z(x,y)$, $E_x(x,y)$, $E_y(x,y)$ электрического ($\mathbf{E}$) и магнитного ($\mathbf{H}$) полей. В этом случае задача дифракции сводится к нахождению скалярной функции $U(x,y) = H_z(x,y)$, а волновое поле падающей плоской волны задаётся выражением

$$U^0(x,y) = \exp(-ikx\cos\varphi_0 - iky\sin\varphi_0). \tag{5}$$

Используется гауссова система единиц, зависимость от времени t выбрана в виде $\exp(i\omega t)$, где $\omega = kc$, $k = 2\pi/\lambda$, c — скорость света в вакууме, λ — длина волны.

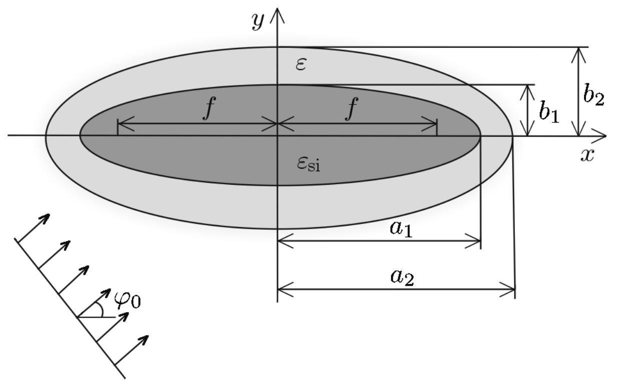

Рис. 1. Геометрия задачи

Полное поле $U(x,y)$ в кусочно-однородной среде (4) удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$\frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial y^2} + k^2\varepsilon(x,y)U(x,y) = 0. \tag{6}$$

Уравнение (6) необходимо дополнить условием непрерывности величин

$$U(x,y), \qquad \frac{1}{\varepsilon(x,y)}\,\frac{\partial U(x,y)}{\partial N} \tag{7}$$

на границах раздела сред. В выражении (7) $\partial U/\partial N$ означает производную по направлению нормали к границам раздела.

Полное поле вне структуры состоит из падающего (U^0) и рассеянного ($U^{\rm s}$) полей:

$$U = U^0 + U^{\rm s}. \tag{8}$$

Рассеянное поле в цилиндрической системе координат ($x = r\cos\varphi$, $y = r\sin\varphi$) должно удовлетворять в дальней зоне ($kr \to \infty$) условию излучения:

$$U^{\rm s} = \Phi(\varphi)\,\sqrt{2/(\pi kr)}\,\exp(-ikr + i\pi/4), \tag{9}$$

где $\Phi(\varphi)$ — диаграмма рассеяния. Полное сечение рассеяния $\sigma_{\rm s}$ и сечение поглощения $\sigma_{\rm a}$ выражаются через решение краевой задачи (5)–(9) по формулам

$$\sigma_{\rm s} = \frac{2}{\pi k}\int\limits_0^{2\pi} |\Phi(\varphi)|^2\,{\rm d}\varphi, \tag{10}$$

$$\sigma_{\rm a} = \frac{1}{k}\,{\rm Im} \oint \frac{\partial U}{\partial N}\, U^{*}\, {\rm d}s. \tag{11}$$

В (11) интегрирование проводится по внешнему контуру границы структуры, звёздочка означает комплексное сопряжение.

2. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

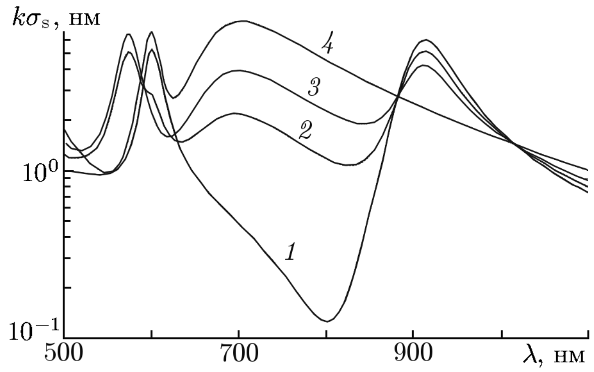

Рис. 2. Зависимость от длины волны полного сечения рассеяния структуры с параметрами $a_1 = 100$ нм, $b_1 = 70$ нм и $b_2 = 85$ нм. Кривые *1–4* соответствуют значениям $\varphi_0 = 0$, $\pi/6$, $\pi/4$ и $\pi/2$

Численное решение краевой задачи (5)–(9) проводилось модифицированным методом дискретных источников [8–10]. При этом диэлектрическая проницаемость серебра находилась с помощью обобщённой модели Друде [1]. В рамках этой модели действительная и мнимая части комплексной диэлектрической проницаемости благородных металлов в оптическом диапазоне частот выражаются формулами

$$\varepsilon' = \varepsilon_\infty - \frac{\omega_{\rm p}^2 \tau^2}{1+\omega^2\tau^2}\,, \tag{12}$$

$$\varepsilon'' = -\,\frac{\omega_{\rm p}^2 \tau}{\omega(1+\omega^2\tau^2)}\,. \tag{13}$$

Параметры $\omega_{\rm p}$, τ, ε_∞ находятся из экспериментальных данных. Для описания оптических свойств серебра в работе использованы следующие значения параметров Друде [1]:

$$\hbar\omega_{\rm p} = 9{,}1 \text{ эВ}, \quad \tau = 3{,}6\cdot 10^{-14} \text{ с}, \quad \varepsilon_\infty = 3{,}7, \tag{14}$$

где $\hbar$ — постоянная Планка. Энергия фотона $\hbar\omega$ и длина волны λ связаны соотношением

$$\lambda[\text{нм}] = \frac{1\,240}{\hbar\omega[\text{эВ}]}\,. \tag{15}$$

Формулы (12) и (13) применимы в области $\lambda > 400$ нм. В этой области серебро проявляет свойства закритической плазмы, причём $\varepsilon' \ll -1$, $\varepsilon''/\varepsilon' \ll 1$.

Для структуры с параметрами $a_1 = 100$ нм, $b_1 = 70$ нм и $b_2 = 85$ нм на рис. 2 представлено семейство кривых, описывающих зависимость полного сечения рассеяния $\sigma_{\rm s}$ от длины волны λ при различных углах падения φ_0. Видно, что в спектрах рассеяния наблюдаются резонансные всплески при $\lambda \approx 906$, 700, 600 и 574 нм. Число резонансов на конкретной кривой зависит от угла падения φ_0. Например, при $\varphi_0 = 0$ падающее поле U^0, являясь чётной функцией координаты y, не возбуждает резонансы при $\lambda \approx 700$ и 574 нм, которым соответствуют нечётные по координате y плазмонные колебания.

На рис. 3–6 представлены диаграммы рассеяния $\Phi(\varphi)$ на резонансных частотах. Из анализа этих рисунков следует, что при $\lambda \approx 906$ и 700 нм в угловых зависимостях дальних полей преобладают гармоники $\cos\varphi$ и $\sin\varphi$, а при $\lambda \approx 600$ и 574 нм — гармоники $\cos(2\varphi)$, $\sin(2\varphi)$. Поэтому рассмотренные резонансы эллиптической оболочки можно рассматривать как результат трансформации дипольных и квадрупольных резонансов осесимметричной оболочки.

На рис. 7 изображено семейство кривых, описывающих зависимость сечения поглощения $\sigma_{\rm a}$ от длины волны λ. Спектры поглощения также характеризуются резонансным поведением. Однако в отличие от рис. 2 резонанс при $\lambda \approx 700$ нм здесь выражен очень слабо.

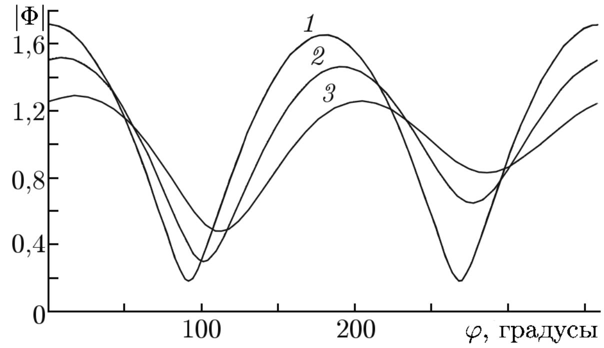

Рис. 3. Диаграммы рассеяния структуры с параметрами $a_1 = 100$ нм, $b_1 = 70$ нм и $b_2 = 85$ нм для дипольного резонанса при $\lambda = 906$ нм. Кривые *1–3* соответствуют значениям $\varphi_0 = 0$, $\pi/6$ и $\pi/4$

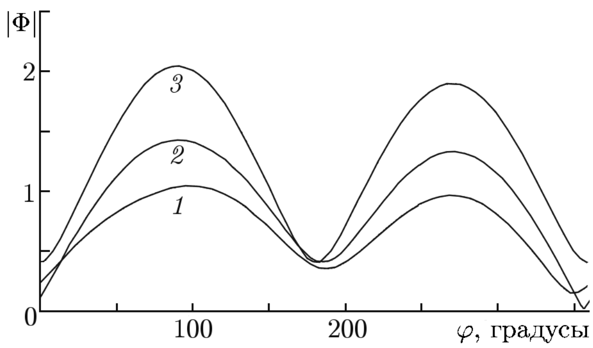

Рис. 4. Диаграммы рассеяния структуры с параметрами $a_1 = 100$ нм, $b_1 = 70$ нм и $b_2 = 85$ нм для дипольного резонанса при $\lambda = 700$ нм. Кривые *1–3* соответствуют значениям $\varphi_0 = \pi/6$, $\pi/4$ и $\pi/2$

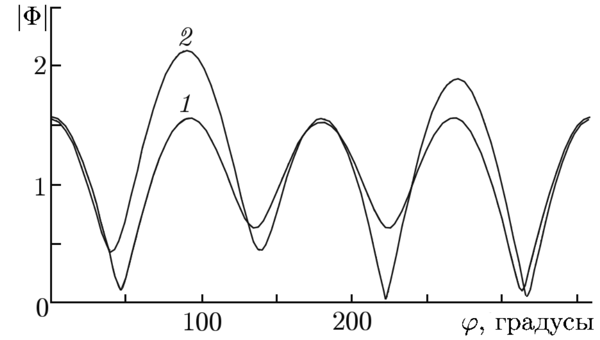

Рис. 5. Диаграммы рассеяния структуры с параметрами $a_1 = 100$ нм, $b_1 = 70$ нм и $b_2 = 85$ нм для квадрупольного резонанса при $\lambda = 600$ нм. Кривые *1* и *2* соответствуют значениям $\varphi_0 = 0$ и $\pi/2$

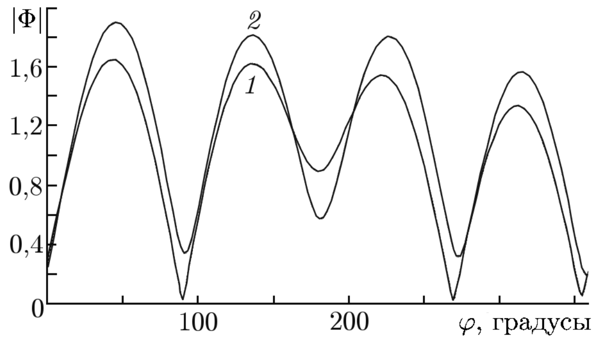

Рис. 6. Диаграммы рассеяния структуры с параметрами $a_1 = 100$ нм, $b_1 = 70$ нм и $b_2 = 85$ нм для квадрупольного резонанса при $\lambda = 574$ нм. Кривые *1* и *2* соответствуют значениям $\varphi_0 = \pi/6$ и $\pi/4$

3. КВАЗИСТАТИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

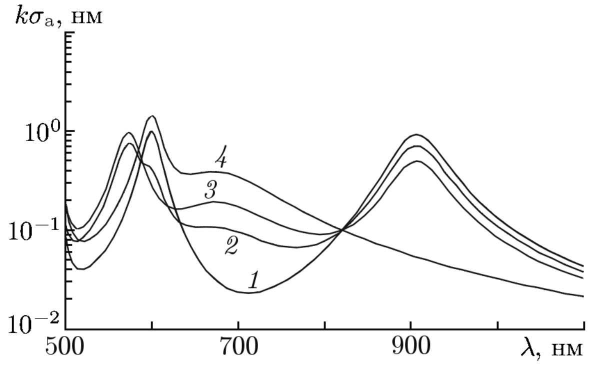

Рис. 7. Зависимость от длины волны сечения поглощения структуры с параметрами $a_1 = 100$ нм, $b_1 = 70$ нм и $b_2 = 85$ нм. Кривые *1–4* соответствуют значениям $\varphi_0 = 0$, $\pi/6$, $\pi/4$ и $\pi/2$

Рассмотрим случай $ka_2 \ll 1$. Тогда внутри структуры и в статической близости от неё (т. е. $kr \ll \ll 1$) волновое поле $U(x, y)$ приближённо удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0. \tag{16}$$

Далее будем использовать координаты эллиптического цилиндра ν, μ [11]. Они связаны с декартовыми координатами x, y формулами

$$x = f \operatorname{ch}(\nu) \cos\mu, \qquad 0 \le \nu < \infty,$$
$$y = f \operatorname{sh}(\nu) \sin\mu, \qquad -\pi < \mu < \pi. \tag{17}$$

При $\nu \gg 1$ связь между координатами ν, μ и цилиндрическими координатами r, φ имеет вид

$$r = \frac{1}{2}\, f \exp \nu, \qquad \varphi = \mu. \tag{18}$$

В координатах эллиптического цилиндра границы раздела сред определяются формулами

$$\nu = \nu_1, \qquad \nu = \nu_2, \tag{19}$$

где

$$a_1 = f \operatorname{ch} \nu_1, \qquad b_1 = f \operatorname{sh} \nu_1, \qquad a_2 = f \operatorname{ch} \nu_2, \qquad b_2 = f \operatorname{sh} \nu_2. \tag{20}$$

В переменных ν, μ уравнение Лапласа (16) сохраняет свою каноническую форму

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \nu^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial \mu^2} = 0. \tag{21}$$

На границах $\nu = \nu_1$ и $\nu = \nu_2$ условия непрерывности величин (7) приобретают вид

$$U(\nu_1 - 0, \mu) = U(\nu_1 + 0, \mu), \qquad \frac{1}{\varepsilon_{\mathrm{si}}}\, \frac{\partial U}{\partial \nu}\, (\nu_1 - 0, \mu) = \frac{1}{\varepsilon}\, \frac{\partial U}{\partial \nu}\, (\nu_1 + 0, \mu), \tag{22}$$

$$U(\nu_2 - 0, \mu) = U(\nu_2 + 0, \mu), \qquad \frac{1}{\varepsilon}\, \frac{\partial U}{\partial \nu}\, (\nu_2 - 0, \mu) = \frac{\partial U}{\partial \nu}\, (\nu_2 + 0, \mu). \tag{23}$$

Покажем, что при некоторых дискретных значениях диэлектрической проницаемости металлической оболочки ε_m (m — натуральное число) существуют убывающие при $\nu \to \infty$ решения однородной краевой задачи (21)–(23).

Исследуемая структура симметрична относительно плоскости $y = 0$. Поэтому искомые собственные колебания можно разделить на два класса, которым будут соответствовать чётные и нечётные по координате y функции $U^+(\nu, \mu)$ и $U^-(\nu, \mu)$. Используя метод разделения переменных, получим следующие выражения для полей собственных колебаний:

$$U_m^+(\nu, \mu) = \begin{cases} A_m^+ \operatorname{ch}(m\nu) \cos(m\mu), & 0 < \nu < \nu_1; \\ [B_m^+ \operatorname{ch}(m\nu) + C_m^+ \operatorname{sh}(m\nu)] \cos(m\mu), & \nu_1 < \nu < \nu_2; \\ D_m^+ \exp(-m\nu) \cos(m\mu), & \nu > \nu_2, \end{cases} \tag{24}$$

$$U_m^-(\nu, \mu) = \begin{cases} A_m^- \operatorname{sh}(m\nu) \sin(m\nu), & 0 < \nu < \nu_1; \\ [B_m^- \operatorname{ch}(m\nu) + C_m^- \operatorname{sh}(m\nu)] \sin(m\mu), & \nu_1 < \nu < \nu_2; \\ D_m^- \exp(-m\nu) \sin(m\mu), & \nu > \nu_2, \end{cases} \tag{25}$$

где $m = 1, 2, 3, \ldots$. Граничные условия (22) и (23), применённые к выражениям (24) и (25), приводят к системам однородных линейных алгебраических уравнений для неизвестных коэффициентов A_m^+, A_m^-, B_m^+, B_m^-, C_m^+, C_m^-, D_m^+ и D_m^-. Приравняв к нулю определители этих систем, получим характеристические уравнения для резонансных значений ε_m^+ и ε_m^-. Используя формулы (20), характеристические уравнения можно представить в виде

$$\varepsilon_m^+ [(a_1 + b_1)^m - (a_1 - b_1)^m]\, [(\varepsilon_m^+ + 1)\,(a_2 + b_2)^{2m} - (\varepsilon_m^+ - 1)\,(a_1 + b_1)^{2m}] + \varepsilon_{\mathrm{si}} \times \\ \times [(a_1 + b_1)^m + (a_1 - b_1)^m]\, [(\varepsilon_m^+ + 1)\,(a_2 + b_2)^{2m} + (\varepsilon_m^+ - 1)\,(a_1 + b_1)^{2m}] = 0,$$

$$\varepsilon_m^- [(a_1 + b_1)^m + (a_1 - b_1)^m]\, [(\varepsilon_m^- + 1)\,(a_2 + b_2)^{2m} - (\varepsilon_m^- - 1)\,(a_1 + b_1)^{2m}] + \varepsilon_{\mathrm{si}} \times$$

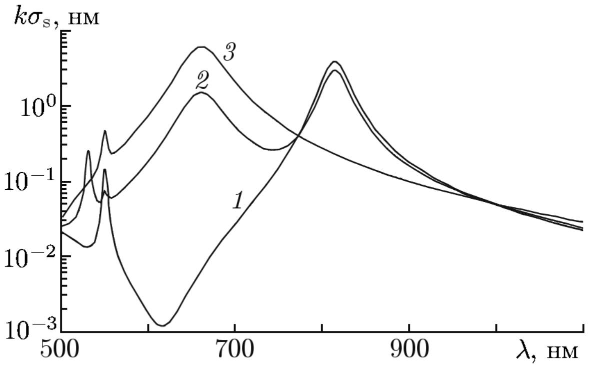

Рис. 8. Зависимость от длины волны полного сечения рассеяния структуры с параметрами $a_1 = 40$ нм, $b_1 = 28$ нм и $b_2 = 34$ нм. Кривые *1–3* соответствуют значениям $\varphi_0 = 0$, $\pi/6$ и $\pi/2$

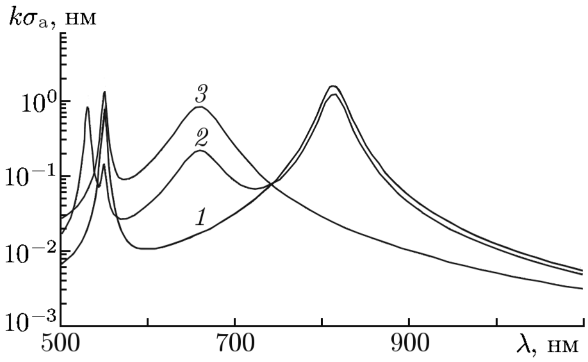

Рис. 9. Зависимость от длины волны сечения поглощения структуры с параметрами $a_1 = 40$ нм, $b_1 = 28$ нм и $b_2 = 34$ нм. Кривые *1–3* соответствуют значениям $\varphi_0 = 0$, $\pi/6$ и $\pi/2$

$$\times \left[(a_1+b_1)^m - (a_1-b_1)^m\right] \left[(\varepsilon_m^- + 1)\,(a_2+b_2)^{2m} + (\varepsilon_m^- - 1)\,(a_1+b_1)^{2m}\right] = 0, \quad (26)$$

где $m = 1, 2, 3\ \ldots$. Если границами оболочки являются концентрические окружности ($a_1 = b_1 = a$, $a_2 = b_2 = b$), то величины ε_m^+ и ε_m^- удовлетворяют одному и тому же уравнению [7]:

$$(\varepsilon^\pm{}_m + \varepsilon_{\rm si})\,(\varepsilon^\pm{}_m + 1) b^{2m} - (\varepsilon^\pm{}_m - \varepsilon_{\rm si})\,(\varepsilon^\pm{}_m - 1) a^{2m} = 0. \quad (27)$$

Таким образом, круговая симметрия приводит к вырождению колебаний U^+ и U^-.

Наличие нетривиальных решений однородного уравнения Лапласа означает, что для структур с малыми электрическими размерами дифракционное поле, найденное из уравнения Гельмгольца, резко возрастает при приближении комплексной диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\lambda)$ к вещественным собственным значениям ε_m^+ и ε_m^-. Величины ε_m^+ и ε_m^- удовлетворяют квадратным уравнениям (26). В случае тонких оболочек ($b_2 - b_1 \ll b_1$) один корень уравнений (26) близок к нулю, второй является большой отрицательной величиной. Следовательно, значение функции $\varepsilon(\lambda)$ в некоторой точке исследуемого диапазона длин волн может приблизиться к этому корню.

В качестве примера рассмотрим структуру с параметрами $a_1 = 40$ нм, $b_1 = 28$ нм и $b_2 = 34$ нм. Резонансные значения диэлектрической проницаемости, рассчитанные по формулам (26), равны

$$\varepsilon_1^+ \approx -32, \qquad \varepsilon_1^- \approx -19, \qquad \varepsilon_2^+ \approx -12, \qquad \varepsilon_2^- \approx -11. \quad (28)$$

Из формулы (12) следует, что этим значениям соответствуют следующие значения резонансных длин волн:

$$\lambda_1^+ \approx 816\ \text{нм}, \qquad \lambda_1^- \approx 655\ \text{нм}, \qquad \lambda_2^+ \approx 541\ \text{нм}, \qquad \lambda_2^- \approx 523\ \text{нм}. \quad (29)$$

На рис. 8 и 9 представлены рассчитанные численными методами спектры рассеяния и поглощения на этой структуре. Видно, что положение резонансов на кривых *1–3* согласуется с квазистатическими значениями (29).

Вне области резонансного рассеяния квазистатический подход позволяет получить простое явное выражение для диаграммы рассеяния $\Phi(\varphi)$. Поле падающей плоской волны (5) при $kx \ll 1$ и $ky \ll 1$ будем аппроксимировать выражением

$$U^0(x,y) \approx 1 - ikx\cos\varphi_0 - iky\sin\varphi_0. \quad (30)$$

Очевидно, что первое слагаемое в (30) можно опустить, т. к. оно не даёт вклад в электрическое поле. Перейдём в (30) к координатам ν, μ:

$$U^0(x,y) \approx -ikf\cos(\varphi_0)\operatorname{ch}(\nu)\cos\mu - ikf\sin(\varphi_0)\operatorname{sh}(\nu)\sin\mu. \quad (31)$$

Решение задачи возбуждения структуры внешним полем (31) можно получить в явном виде методом разделения переменных. При этом требуются лишь дипольные гармоники $\cos\mu$ и $\sin\mu$. В частности, для рассеянного поля получим

$$U^{\mathrm{s}} = -ik[A\cos(\varphi_0)\cos\mu + B\sin(\varphi_0)\sin\mu]\exp(-\nu+\nu_2), \qquad \nu > \nu_2, \tag{32}$$

где

$$A = \frac{\left(b_2a_1 - \dfrac{1}{\varepsilon_{\mathrm{si}}}a_2b_1\right)(a_2a_1 - b_2b_1) + \left(\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{\mathrm{si}}}b_2b_1 - \dfrac{1}{\varepsilon}a_2a_1\right)(b_2a_1 - a_2b_1)}{\left(\dfrac{1}{\varepsilon}a_1 + \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{\mathrm{si}}}b_1\right)(b_2a_1 - a_2b_1) + \left(\dfrac{1}{\varepsilon_{\mathrm{si}}}b_1 + a_1\right)(a_2a_1 - b_2b_1)}, \tag{33}$$

$$B = \frac{\left(a_2b_1 - \dfrac{1}{\varepsilon_{\mathrm{si}}}b_2a_1\right)(a_2a_1 - b_2b_1) + \left(\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{\mathrm{si}}}a_2a_1 - \dfrac{1}{\varepsilon}b_2b_1\right)(b_2a_1 - a_2b_1)}{\left(\dfrac{1}{\varepsilon}b_1 + \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_{\mathrm{si}}}a_1\right)(b_2a_1 - a_2b_1) + \left(\dfrac{1}{\varepsilon_{\mathrm{si}}}a_1 + b_1\right)(a_2a_1 - b_2b_1)}. \tag{34}$$

Выразим в (32) координаты ν и μ через полярные координаты r, φ и положим $r\to\infty$:

$$U^{\mathrm{s}} = \frac{-ik(a_2+b_2)}{2r}\,[A\cos(\varphi_0)\cos\varphi + B\sin(\varphi_0)\sin\varphi]. \tag{35}$$

Продолжив при помощи функции Ханкеля $H_1^{(2)}(kr)$ квазистатическое поле (35) в дальнюю зону, получим следующее выражение для диаграммы рассеяния:

$$\Phi(\varphi) = \frac{-i\pi k^2(a_2+b_2)}{4}\,[A\cos(\varphi_0)\cos\varphi + B\sin(\varphi_0)\sin\varphi]. \tag{36}$$

Подставив (36) в (10), найдём полное сечение рассеяния

$$k\sigma_s = \frac{\pi^2k^4(a_2+b_2)^2}{8}\left(|A|^2\cos^2\varphi_0 + |B|^2\sin^2\varphi_0\right). \tag{37}$$

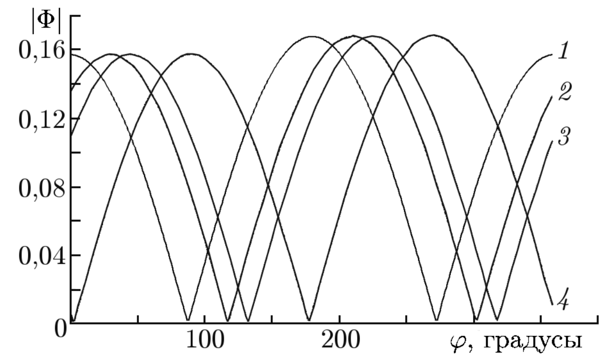

Рис. 10. Диаграммы рассеяния структуры с параметрами $a_1 = 40$ нм, $b_1 = 28$ нм и $b_2 = 34$ нм при $\lambda = 990$ нм. Кривые *1–4* соответствуют значениям $\varphi_0 = 0$, $\pi/6$, $\pi/4$ и $\pi/2$

Из (36) и (37) следует, что если в некоторой частотной точке выполнено условие $A = B$, то диаграмма рассеяния является функцией разности углов φ и φ_0: $\Phi(\varphi) \propto \cos(\varphi-\varphi_0)$, а полное сечение рассеяния не зависит от угла φ_0. Заметим, что такие свойства характерны для осесимметричных структур.

На рис. 8 изображено семейство кривых $\sigma_s(\lambda)$, соответствующих различным углам падения φ_0. Видно, что все кривые пересекаются в точке $\lambda \approx \approx 990$ нм. Для этого значения λ расчёты по формулам (33) и (34) дают $A + B \approx 62{,}3$ нм. При этом из формулы (37) следует примерное равенство $k\sigma_{\mathrm{s}} \approx 0{,}05$, которое согласуется с результатами численных расчётов.

На рис. 10 представлены результаты численных расчётов диаграмм рассеяния при $\lambda \approx 990$ нм и $\varphi_0 = 0$, $\pi/6$, $\pi/4$ и $\pi/2$. Эти результаты согласуются с формулой

$$\Phi(\varphi) \approx -i\,0{,}16\cos(\varphi-\varphi_0), \tag{38}$$

которая получается в дипольном приближении (36).

Заметим, что металл рассматривался в данной работе как однородный электронный газ, который характеризовался локальной диэлектрической проницаемостью ε. Известно, что при рассмотрении сверхтонких металлических плёнок с толщиной порядка 1 нм необходимо учитывать эффекты нелокального отклика [12] и размерного квантования [13, 14]. Однако размеры рассмотренных в работе наноструктур таковы, что уравнения макроскопической электродинамики ещё применимы для их исследования.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для случая ТМ-поляризации исследована задача дифракции плоской электромагнитной волны на эллиптическом стеклянном цилиндре, помещённом в софокусную эллиптическую оболочку из серебра. Численными методами рассчитаны спектры рассеяния и поглощения в оптическом диапазоне, а также диаграммы рассеяния этой структуры на частотах дипольных и квадрупольных резонансов. Развита квазистатическая теория плазмонных резонансов.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект 16–02–00247-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Климов В. В. Наноплазмоника. М: Физматлит, 2009. 480 с.
2. Bohren C. F., Huffman D. R. Absorption and scattering of light by small particles. New York: Wiley—VCH, 1998. 544 p.
3. Schröter U., Dereux A. // Phys. Rev. B. 2001. V. 64, No. 12. Art. no. 12125420.
4. Zhu J. // Materials Sci. Eng. 2007. V. 454–455. P. 685.
5. She H.-Y., Li L.-W. W., Martin O. J. F., Mosig J. R. // Opt. Exp. 2008. V. 16. P. 1 007.
6. Velichko E. A., Nosich A. I. // Opt. Lett. 2013. V. 38, No. 23. P. 4 978.
7. Анютин А. П., Коршунов И. П., Шатров А. Д. // Радиотехника и электроника. 2015. Т. 60, № 9. С. 896.
8. Кюркчан А. Г., Минаев С. А., Соловейчик А. Л. // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46, № 9. С. 666.
9. Anyutin A. P., Stasevich V. I. // J. Quantitative Spectroscopy Radiation Transfer. 2006. V. 100, No. 1–3. P. 16.
10. Кюркчан А. Г., Смирнова Н. И. Математическое моделирование в теории дифракции с использованием априорной информации об аналитических свойствах решения. М.: ИД Медиа Паблишер, 2014. 226 с.
11. Ерофеенко В. Т. Теоремы сложения: Справочник. Минск: Наука и техника, 1989. 255 с.
12. Raza S., Bozhevolnyi S. I., Wubs M., Mortensen N. A. // J. Phys. Condens. Matter. 2015. V. 27, No. 18. Art. no. 183204.
13. Andreev A. V., Kozlov A. B. // Phys. Rev. B. 2003. V. 68, No. 19. Art. no. 195405.
14. Townsend E., Bryant G. W. // Nano Lett. 2012. V. 12. P. 429.

Поступила в редакцию 20 октября 2016 г.; принята в печать 20 февраля 2017 г.

RESONANCES OF SURFACE PLASMONS IN AN ELLIPTICAL GLASS CYLINDER COVERED WITH A LAYER OF SILVER

A. P. Anyutin, I. P. Korshunov, and A. D. Shatrov

We study the plasmon resonances, which occur in the two-dimensional problem of diffraction of a plane wave on a glass cylinder encased in a silver layer, under an assumption that the media interface boundaries are confocal ellipses. Numerical methods are used to calculate the spectra of scattering and absorption in the optical wavelength range. The obtained analytical expressions allow determining the resonance parameters of the structure within the quasistatic approximation.