УДК 534.83

ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ СИСТЕМ АКТИВНОЙ КОМПЕНСАЦИИ ЗВУКОВЫХ МОНОХРОМАТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

И. Ш. Фикс[*], *Г. Е. Фикс*

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

В работе исследуется эффективность систем активной компенсации звуковых монохроматических сигналов с неточно известной частотой. Исследования проводятся в частотной области для систем с разомкнутой обратной связью.

ВВЕДЕНИЕ

Одной из классических задач активного гашения сигналов является снижения уровня звукового поля различных источников в заданной области пространства либо во всём пространстве с использованием совокупности приёмников и управляемых излучателей. Традиционный путь решения задач активного гашения первичного поля (поля первичного источника) был основан на факторизации полей (разделении на компоненты, соответствующие внутренним и внешним источникам) и предполагал создание с помощью специальных излучателей поля, инверсного по отношению к полю первичного источника в заданной области пространства. Наиболее полно такие методы ранее были исследованы в работах [1, 2]. В дальнейшем для решения подобных задач (в более общих постановках — задач управления волновыми полями: их гашения, излучения, рассеяния) предлагалось использовать так называемые интеллектуальные покрытия (см., например, [3–6]), которые позволяют управлять импедансом поверхности, окружающей либо первичные источники, либо область пространства, где необходимо обеспечить снижение интенсивности внешнего излучения. Поскольку реализация классических схем гашения весьма затруднительна, как правило используют схемы, соответствующие специфике решаемой задачи.

Наибольшая трудность при реализации классической системы активного гашения (компенсации)[1] связана с акустической обратной связью между компенсирующими излучателями и приёмниками, что при определённых условиях приводит к самовозбуждению системы. Отметим, что это является следствием наличия замкнутой обратной связи в каналах управления, обеспечивающей широкополосность систем активного гашения. При отказе от требования широкополосности возможно построение систем компенсации, свободных от этого недостатка. Так, например, имеется ряд задач по звукоизоляции установок с вибрирующими двигателями и компрессорами, у которых, как правило, основной вклад в общий уровень их низкочастотного звука дают дискретные спектральные компоненты, на частотах которых требуется осуществить компенсацию уровня поля [7, 8]. Для таких случаев была построена система активного гашения, предназначенная для компенсации монохроматических (или квазимонохроматических) сигналов [9, 10], которая по принципу управления может быть отнесена к системам с разомкнутой обратной связью с управлением по отклонению [11]. В работе [10] для этой системы исследованы некоторые возможности пространственной компенсации уровня звукового поля первичного источника. В то же время определённый интерес представляет исследование частотных свойств подобных систем активного гашения в общем случае.

[*] fiks@hydro.appl.sci-nnov.ru

[1] Под системой компенсации будем понимать совокупность приёмников, управляемых (компенсирующих) излучателей и системы управления.

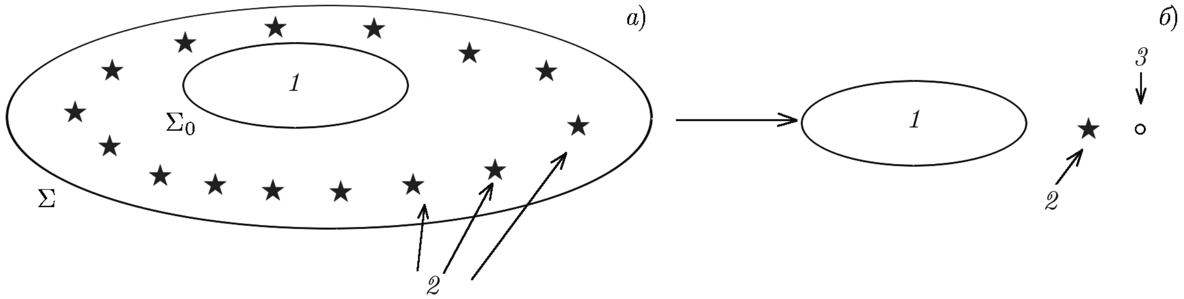

Рис. 1. Схема системы компенсации в исходной (*а*) и упрощённой (*б*) задачах: *1* — первичный источник, *2* — управляемые излучатели, *3* — приёмник

В данной работе рассматриваются предельные возможности систем активного гашения с разомкнутой обратной связью, принцип работы которых основан на формировании по заданному алгоритму монохроматических сигналов, подаваемых на излучатели. Частота этих сигналов, совпадающая или достаточно близкая к частоте компенсируемого сигнала, должна быть известна или измерена заранее (до включения системы компенсации). Целью работы является исследование эффективности систем активной компенсации звуковых монохроматических сигналов с неточно известной частотой в частотной области.

1. ЗАДАЧА КОМПЕНСАЦИИ И ЕЁ АЛГОРИТМ

Рассмотрим задачу о компенсации поля произвольного протяжённого источника первичного излучения. Пусть в свободном пространстве расположен источник первичного излучения, ограниченный некоторой поверхностью Σ_0. Положим, что некоторая гладкая поверхность Σ, на которой располагаются приёмники, т. е. на которой проводятся измерения, охватывает Σ_0. Требуется по значениям давления, измеряемого на поверхности Σ, с помощью системы управляемых излучателей, расположенных между Σ_0 и Σ (см. рис. 1*а*), скомпенсировать поле вне Σ, т. е. определить амплитуды излучателей, поле которых вне Σ было бы инверсным по отношению к полю первичного источника (в случае монохроматических полей — противофазным). Для решения этой задачи — подавления поля излучения внутренних источников во всём пространстве снаружи поверхности измерений — достаточно обеспечить на ней равенство нулю полного поля (суммы полей первичного источника и излучателей) [2]. При такой схеме компенсации отсутствие дипольных приёмных элементов, не позволяющих факторизовать поле источников, несущественно, т. к. компенсируется поле от внутренних источников снаружи поверхности измерений. Отметим, что по отношению к полю внешнего источника, расположенному снаружи этой поверхности, система компенсации, обеспечивающая равенство нулю полного поля на поверхности измерений Σ, эквивалентна абсолютно мягкому рассеивателю. Задача компенсации в такой постановке и будет рассматриваться в данной статье.

Очевидно, что на практике скомпенсировать поле произвольного источника в широкой полосе вряд ли возможно. В то же время можно решить задачу компенсации поля источника на дискретных частотах [7–10].

[2] В общем виде решение подобных задач основывается на известном интегральном преобразовании поля давления, которое задано на замкнутой поверхности, окружающей все источники излучения. При этом поле давления в произвольной точке снаружи поверхности определяется путём интегрального преобразования распределения поля на поверхности Σ с ядром, представляющим собой функцию Грина первой краевой задачи для этой поверхности [12–14].

Упростим задачу. Во-первых, перейдём от непрерывного измерения давления на поверхности к дискретному измерению давления монопольными приёмниками, полагая, что расстояние между соседними приёмниками много меньше длины звуковой волны и характерных масштабов изменения первичного и компенсирующего полей на поверхности Σ. Во-вторых, пренебрежём влиянием излучателей друг на друга: амплитуда излучателя (или его объёмная скорость) прямо пропорциональна подведённому к нему напряжению и не должна зависеть от внешних условий работы излучателя, т. е. от того, работает ли он изолированно или в составе группы [3]. Поэтому далее будем отождествлять амплитуды излучателей с подводимыми к ним напряжениями. В-третьих, будем полагать, что расположение излучателей в пространстве, их тип и ориентация таковы, что на любой частоте компенсации может быть обеспечено равенство нулю полного поля на поверхности измерений. При этом коэффициенты передачи поля A_{mn} от каждого n-го излучателя к каждому m-му приёмнику для выбранных частот компенсации должны быть известны. Вычислить их, учитывая рассеяние поля на элементах конструкции первичного источника, других излучателях и так далее, не представляется возможным. Однако эти коэффициенты могут быть легко измерены. На практике [9, 10] измерение коэффициентов передачи проводится путём поочередного включения излучателей на заданной частоте; при этом комплексные амплитуды принятых приёмниками сигналов после нормировки на подаваемое на излучатели напряжение равны соответствующим коэффициентам.

Эти упрощения позволяют для рассматриваемой постановки задачи, не отвлекаясь на вопросы качества пространственной компенсации (частично они были рассмотрены в работах [9, 10], там же приведены результаты экспериментальных исследований), исследовать предельные возможности системы компенсации в частотной области. Для этого случая трёхмерная система компенсации, очевидно, может быть сведена к простейшему варианту (см. рис. 1*б*): первичное поле, один излучатель сигналов на частоте ω_0 с заданной амплитудой и фазой и один приёмник.

Пусть u — комплексная амплитуда напряжения на излучателе. Примем, что временна́я зависимость поля излучателя на приёмнике равна $Au\exp(i\omega_0 t)$, где A — известный (измеренный) коэффициент передачи поля от излучателя к приёмнику. Пусть в общем случае при некотором напряжении u приёмник регистрирует поле

$$p(t) = \bar{p}(t) + Au\exp(i\omega_0 t), \tag{1}$$

где $\bar{p}(t)$ — поле первичного источника [4].

Сформулируем задачу компенсации как нахождение добавки δu к напряжению u, при которой минимизируется средний за время T квадрат полного поля $p(t)$ на приёмнике:

$$\Phi(\delta u) = \frac{1}{T}\int\limits_T \Big|[p(t) + A\delta u\exp(i\omega_0 t)]\Big|^2\,\mathrm{d}t. \tag{2}$$

Её решение очевидно:

$$\delta u = -\frac{1}{AT}\int\limits_T p(t)\exp(-i\omega_0 t)\,\mathrm{d}t. \tag{3}$$

Исходя из этого можно предложить следующий алгоритм работы системы компенсации [9, 10]. Пусть до момента времени t_j $(j = 0, 1, 2, \ldots)$ на излучатель подавалось напряжение u_j, и при этом измеренная на промежутке времени $t_j - t_{j-1}$ амплитуда поля на приёмнике $p(t)$ на частоте

[3] Это приближение отвечает модели излучателей, у которых внутренний импеданс значительно превосходит внешнее сопротивление (реакцию среды). Таким условиям соответствуют, например, пьезокерамические излучатели вдали от резонансной частоты.

[4] Здесь и далее величины, относящиеся к первичному источнику, отмечаются чертой сверху.

компенсации ω_0 равна[5]:

$$p_j = \frac{1}{t_j - t_{j-1}} \int\limits_{t_{j-1}}^{t_j} p(t) \exp(-i\omega_0 t)\, \mathrm{d}t. \tag{4}$$

В момент времени t_j напряжение изменяется: к имеющемуся напряжение u_j добавляется напряжение $\delta u_{j+1} = -A^{-1} p_j$ и напряжение, подаваемое на излучатель до следующего момента времени t_{j+1}, становится равным

$$u_{j+1} = u_j + \delta u_{j+1}, \tag{5}$$

где $u_0 = 0$, т. е. до начального момента времени — момента начала компенсации ($j = 0$) — измеренное поле совпадает с полем давления от первичного источника: $p_0(t) = \bar{p}(t)$. Циклическая последовательность основных операций управления системой компенсации следующая: коррекция (изменение напряжения на величину δu_j) — измерение поля $p(t)$ и запись его величины — вычисление амплитуды поля p_j и напряжения δu_{j+1} — коррекция (изменение напряжения на величину δu_{j+1}). Промежуток времени между коррекциями $t_j - t_{j-1}$ определяется следующими необходимыми операциями. После очередного изменения напряжения, подаваемого на излучатель, через некоторый промежуток времени, необходимый для релаксации (исключения влияния переходных процессов и времени распространения на точность измерения параметров поля), происходит запись сигнала с приёмника. Далее на частоте компенсации ω_0 вычисляются параметры поля (амплитуды и фазы сигналов) и напряжение, которое подаётся на управляемый генератор. Последний формирует монохроматический сигнал на частоте ω_0 с соответствующими амплитудами и фазами, который через усилители подаётся на излучатели.

Таким образом, время реакции системы определяется двумя основными факторами (как правило, время релаксации и время непосредственного вычисления параметров поля и требуемого напряжения малы). Во-первых, это время распространения, которое определяется расстоянием (максимальным в трёхмерном случае) от излучателя до приёмника. При бóльших размерах системы компенсации это время может значительно ограничить её возможности. Во-вторых, это необходимая для корректного определения параметров поля длительность записи сигнала. Для дальнейшего рассмотрения формально объединим эти временны́е интервалы в один промежуток $T = t_j - t_{j-1}$, который назовём временем измерения. Принципиальным является то, что для системы компенсации любых размеров эта величина ограничена снизу.

Всё вышесказанное в полной мере относится и к трёхмерной системе компенсации. Отметим, что при таком способе формирования сигналов акустическая связь между излучателями и приёмниками не приводит к самовозбуждению системы. Возможность самовозбуждения связана только с ошибками при измерениях. Обозначим z комплексный коэффициент передачи сквозного тракта от процесса измерения параметров поля на частоте компенсации, вычисления требуемого напряжения (с учётом измеренного коэффициента A), формирования сигналов, их усиления и излучения до регистрации поля на приёмнике. Тогда условие, при котором отсутствует самовозбуждение системы компенсации, можно записать в виде $|1 - z| < 1$.

Далее положим для простоты $A = 1$ и обозначим поле первичного источника и измеряемое поле при $t_{j-1} < t \le t_j$ как $\bar{p}_j(t)$ и $p_j(t)$ соответственно. Тогда, учитывая (1), (4) и (5), нетрудно получить выражение, удобное для аналитических исследований:

$$p_{j+1}(t) = \bar{p}_{j+1}(t) - \exp(i\omega_0 t)\, \frac{1}{T} \int\limits_{t_{j-1}}^{t_j} \bar{p}_j(t) \exp(-i\omega_0 t)\, \mathrm{d}t. \tag{6}$$

[5] Строго говоря величина p_j есть комплексная амплитуда спектральной компоненты поля (сигнала) на частоте ω_0, вычисленная с использованием прямоугольного спектрального окна на интервале времени T. Однако для удобства далее величину p_j будем называть (комплексной) амплитудой поля (сигнала) на частоте ω_0.

2. ИССЛЕДОВАНИЕ АППАРАТНОЙ ФУНКЦИИ

Рассмотрение проведём, представив первичный сигнал в комплексной форме: $\bar{p}(t) = \bar{p} \times \times \exp(i\omega t)$, что позволит получить некоторые результаты в явном виде. Разумеется, все численные расчёты проводились с вещественным представлением $|\bar{p}| \cos(\omega t + \varphi)$, где φ — фаза сигнала. Основное отличие этих представлений проявляется только при определении параметров поля (4) при конечном времени T: для вещественного представления сигнала параметры поля вычисляются с некоторой ошибкой. Однако это сказывается только на времени выхода системы компенсации на стационарный режим. Примем, что коэффициент передачи z известен с некоторой ошибкой: пусть $z = 1 + \delta z$, где $|\delta z| < 1$, и частота компенсации совпадает с частотой излучения первичного источника ($\omega_0 = \omega$). Тогда из (1) и (5) легко видеть, что в этом случае уровень скомпенсированного сигнала после j коррекций равен $|\bar{p}|\, |\delta z|^j$. Таким образом, если ошибка $|\delta z|$ относительно невелика (время измерения T составляет несколько периодов сигнала с частотой компенсации), то через несколько коррекций результаты вычислений уровня скомпенсированного сигнала практически не будут отличаться от значений, полученных при $|\delta z| = 0$, т. е. при использовании представления временнóй зависимости исходного сигнала в виде $\exp(i\omega t)$.

Перейдём теперь к построению аппаратной функции системы компенсации. Для этого вычислим уровень скомпенсированного сигнала в случае, когда частота излучения $f = \omega/(2\pi)$ первичного источника отличается от частоты компенсации $f_0 = \omega_0/(2\pi)$. Пусть

$$s_j = \left(\frac{1}{T} \int\limits_{t_{j-1}}^{t_j} |p(t)|^2 \, \mathrm{d}t \right)^{1/2} \tag{7}$$

— уровень сигнала на отрезке времени с длительностью T после j коррекций, $j = 0, 1, 2, \ldots$. Тогда нормированный уровень сигнала после компенсации $K_j = s_j/\bar{s}$ будет характеризовать её эффективность [6]; $\bar{s}$ — уровень первичного сигнала. Используя (1), (3)–(7) и представление $\bar{p}(t) = = \bar{p} \exp(i\omega t)$, легко вычислить $K_0 = 1$ и $K_1 = [1 + \alpha^{-2} \sin^2 \alpha (4 \sin^2 \alpha - 1)]^{1/2}$, где $\alpha = \pi(f_0 - f)T$ — безразмерная расстройка по частоте. Дальнейшие вычисления дают $K_2 = K_1$, $K_3 = K_2$ и так далее. Таким образом, аппаратная функция системы компенсации $K_{j+1}(\alpha)$ для любых j равна

$$K(\alpha) = [1 + \alpha^{-2} \sin^2 \alpha (4 \sin^2 \alpha - 1)]^{1/2}. \tag{8}$$

Её график изображён на рис. 2 (кривая *1*).

Компенсация сигнала с разной степенью эффективности происходит, когда $K < 1$, т. е. для $|\alpha| < \pi/6$, или $|f - f_0| < 1/(6T)$. Полосу частот вблизи f_0, в которой $K < 1$, обозначим Δ_0: $\Delta_0 = = 1/(3T)$. При дальнейшем увеличении значения $|\alpha|$ уровень скомпенсированного сигнала начинает превосходить уровень первичного сигнала, первый и наиболее значимый максимум $K \approx 1{,}58$ достигается при $|\alpha| \approx 1{,}25$ (когда $|f_0 - f| \approx 0{,}4/T$). Затем K убывает, достигая при $|\alpha| = 5\pi/6$ значения $K = 1$, и далее по мере увеличения значения $|\alpha|$ меняется слабо. Область частот, в которой $|\alpha| < 5\pi/6$, будем называть полосой первых боковых лепестков $\Delta_1 = 5/(3T)$. При $|\alpha| \to \infty$ компенсация отсутствует: $K \approx 1$.

Рассмотрим вопрос о компенсации монохроматического сигнала либо с неизвестной частотой, лежащей в некоторой узкой полосе $\Delta_f \ll \Delta_0$, либо с медленно изменяющейся частотой (характерное время изменения много больше $1/\Delta_f$), которая остаётся в пределах этой полосы. В общем

[6] Часто используют обратную величину $1/K$ — коэффициент подавления, показывающий, во сколько раз уровень первичного сигнала превосходит уровень скомпенсированного сигнала.

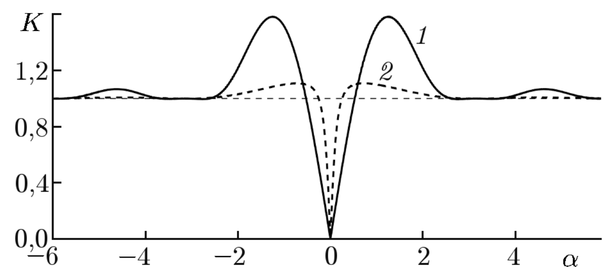

Рис. 2. Аппаратная функция системы компенсации

случае нормированный уровень, до которого в среднем [7] по полосе Δ может быть скомпенсирован монохроматический сигнал с неизвестной частотой, определим как

$$S(\Delta) = \left[\frac{1}{\Delta}\int\limits_{\Delta} K^2(\alpha)\,\mathrm{d}f\right]^{1/2}. \tag{9}$$

Пусть требуемая полоса компенсации сигнала удовлетворяет неравенству $\Delta_f \ll \Delta_0$. Проще всего вычислить $S(\Delta_f)$ можно разложением $K^2(\alpha)$ в ряд по α при $\alpha \ll \pi/6$. Интегрируя, находим $S(\Delta_f) \approx \pi\Delta_f T/\sqrt{3}$.

Отметим, что величина $S(\Delta_f)$ характеризует широкополосность системы компенсации: чем меньше $S(\Delta_f)$ при заданной полосе Δ_f, тем система более широкополосная. Рассмотрим численный пример: пусть время между коррекциями, включающее время релаксации, вычислений, распространения и минимальное необходимое время для корректного определения параметров сигнала, составляет 5 периодов сигнала с частотой компенсации f_0. Тогда относительная ширина полосы, при которой компенсация сигнала в среднем равна 20 дБ (или $S = 0{,}1$), составит $\Delta_f/f_0 \simeq 0{,}01$. Отметим, что даже в таком практически предельном случае полоса компенсации достаточно узкая.

Заканчивая исследование аппаратной функции отметим, что весьма большой максимум первого бокового лепестка (см. рис. 2, кривая *1*) не всегда приемлем. Так, например, в случае компенсации монохроматического сигнала с частотой $f = f_0$ при наличии других первичных сигналов с частотами $f_0 \pm 0{,}4/T$ последние усиливаются при компенсации первого сигнала. С целью уменьшения величины бокового лепестка определение напряжения (5) можно несколько изменить: вычисленное напряжение δu_{j+1} добавлять к имеющейся величине с некоторым весом β ($0 < \beta \le 1$):

$$u_{j+1} = u_j + \beta\,\delta u_{j+1}. \tag{10}$$

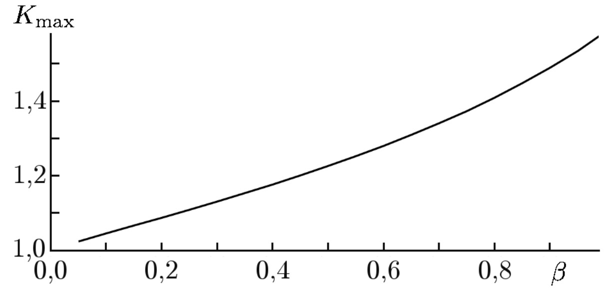

Рис. 3. Зависимость максимального уровня боковых лепестков $K_{\max}$ от β

В этом случае реакция системы замедляется. Так, например, даже при $\alpha = 0$ нормированный уровень сигнала после компенсации составляет $K_{j+1}(\alpha = 0, \beta) = (1-\beta)^{j+1}$. Таким образом, формально аппаратную функцию необходимо вычислять при $j \to \infty$: $K(\alpha, \beta) = K_{j+1}(\alpha, \beta)|_{j\to\infty}$. К сожалению, получить аппаратную функцию $K(\alpha, \beta)$ в аналитическом виде при произвольных α и β не удалось. Однако можно отметить три факта. Во-первых, при $|\alpha| \to 0$ имеют место соотношения $K_{j+1}(\alpha, \beta)|_{j\to\infty} \approx 2\,|\alpha|/\beta$ и, следовательно, $S(\Delta_f, \beta) \approx S(\Delta_f)/\beta$. Таким образом, при фиксированном значении S полоса компенсации Δ_f оказывается пропорциональной β. Во-вторых, уменьшается уровень боковых лепестков (см. рис. 2, кривая *2* при $\beta = 0{,}25$, и рис. 3). В-третьих, как показывают численные расчёты, полоса частот Δ_1 практически не зависит от β (при изменении β от 0,05 до 1,00 относительное изменение Δ_1 менее 0,03).

[7] Далее всегда, если не будет оговорено особо, будем полагать, что полоса частот Δ расположена симметрично относительно частоты f_0.

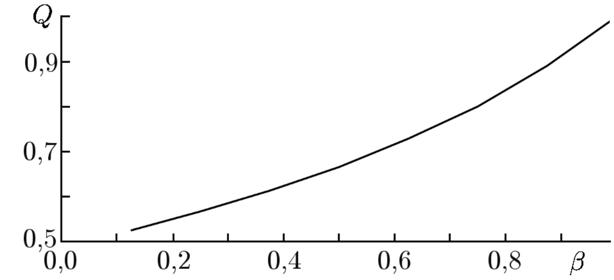

Рис. 4. Зависимость $Q(\beta)$

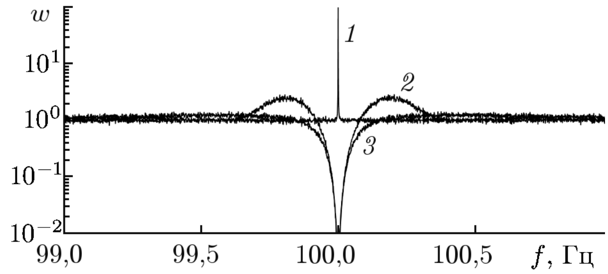

Рис. 5. Спектры сигналов $w(f)$

3. КОМПЕНСАЦИЯ ШУМОВЫХ СИГНАЛОВ

Рассмотрим реакцию системы компенсации в случае, когда первичный сигнал не монохроматический, а шумовой. На практике это соответствует ситуации, когда компенсация происходит в отсутствие монохроматической компоненты первичного сигнала. Здесь рассмотрение проведём в спектральной области. Пусть спектральные компоненты первичного шумового поля (сигнала) $\bar{n}_j$, определённые для разных полос, есть некоррелированные между собой случайные величины с нулевым средним (математическим ожиданием) $\mathrm{E}\{\bar{n}_j\} = 0$. Положим, что спектральная плотность мощности первичного сигнала $\bar{w}(\alpha) = \mathrm{E}\{|\bar{n}_j|^2\}$ не зависит от частоты и равна $\bar{w}(\alpha) = \varepsilon$, $\varepsilon \geq 0$. Тогда мощность первичного сигнала в полосе частот Δ может быть записана в виде $\bar{W}(\Delta) = \int_\Delta \bar{w}(\alpha)\,\mathrm{d}f = \varepsilon\Delta$.

В этих предположениях можно получить определённые соотношения между первичным и скомпенсированным полями за время NT, где N — натуральное число. При этом операции в процедуре компенсации остаются прежними: вычисляются амплитуды сигналов (4) на отрезке времени T и корректируются напряжения (5) через время T. Так, например, при $N \to \infty$ после некоторых вычислений получим, используя (6), что нормированный спектр мощности сигнала после компенсации равен $w(\alpha)/\bar{w}(\alpha) = w(\alpha)/\varepsilon \to K^2(\alpha)$, где выражение для $K(\alpha)$ даётся в (8).

Выясним, что происходит с мощностью шумового сигнала при работе системы компенсации. Заметим, что квадрат введённой в (9) величины $S(\Delta)$ представляет собой относительное изменение мощности $S^2(\Delta) = W(\Delta)/\bar{W}(\Delta)$ в полосе Δ. Учитывая, что интеграл в (9) берётся в явном виде, можно получить, в частности, следующие результаты. Во-первых, в широкой полосе $\Delta \gg \Delta_1$ мощность шумового сигнала возрастает на величину $W(\Delta) - \bar{W}(\Delta) = [S^2(\Delta) - 1]\bar{W}(\Delta) \approx \varepsilon/T$, при этом значительная часть (примерно 0,81) увеличения мощности приходится на полосу, ограниченную первыми боковыми лепестками Δ_1. Во-вторых, относительное изменение мощности в этой полосе составляет $S^2(\Delta_1) \approx 1 + 0{,}81/(\Delta_1 T)$. Таким образом, учитывая, что $\Delta_1 = 5/(3T)$, получим, что после компенсации мощность шумового сигнала в полосе Δ_1 возросла в 1,5 раза, или почти на 2 дБ. Наряду с этим в узкой полосе Δ_f мощность шумового сигнала после компенсации уменьшилась до величины $\varepsilon S^2(\Delta_f) \approx \varepsilon(\pi\Delta_f T)^2/3$.

К сожалению, при наличии процедуры (10) вычислить относительное изменение мощности $S^2(\Delta, \beta)$ и спектр сигнала после компенсации $w(\alpha, \beta)$ можно только численно. Так, например, при больши́х значениях N проведённые расчёты показали, что $w(\alpha, \beta)/\bar{w}(\alpha) \to K^2(\alpha, \beta)$.

4. ЭФФЕКТИВНОСТЬ КОМПЕНСАЦИИ

Используя полученные ранее результаты, исследуем эффективность компенсации в случае, когда первичный сигнал представляет собой аддитивную смесь монохроматического сигнала с амплитудой $|\bar{p}|$ и неизвестной частотой, лежащей в полосе Δ_f, и шумового сигнала со спектральной плотностью мощности ε. При компенсации такого сигнала уменьшается его уровень в полосе Δ_f, но одновременно возрастает мощность шумовой компоненты сигнала в широкой полосе $\Delta > \Delta_1$. В общем случае мощность суммарного сигнала в полосе Δ до компенсации равна $W_{\rm before} = |\bar{p}|^2 + \varepsilon\Delta$, а после компенсации $W_{\rm after} = |\bar{p}|^2 S^2(\Delta_f, \beta) + \varepsilon S^2(\Delta, \beta)\Delta$. Чтобы система компенсировала сигнал, необходимо, чтобы для любой полосы частот Δ выполнялось неравенство $W_{\rm after} \le W_{\rm before}$, или

$$|\bar{p}|^2/\varepsilon \ge \Delta\, \frac{S^2(\Delta, \beta) - 1}{1 - S^2(\Delta_f, \beta)}\,. \tag{11}$$

Отметим, что $|\bar{p}|^2/\varepsilon$ — это отношение сигнал/помеха на входе в полосе 1 Гц.

Вначале рассмотрим частный случай $\beta = 1$, $\Delta_f = 0$. Тогда из (11) получим, что при $|\bar{p}|^2/\varepsilon \ge 1/T$ обеспечивается полная компенсация монохроматического сигнала и при этом суммарная мощность монохроматического и шумового сигналов во всей полосе частот не увеличивается. Однако следует отметить, что в широкой полосе шумовая компонента сигнала, как отмечалось ранее, возрастает. Например, в полосе Δ_1 она увеличивается примерно в 1,5 раза.

Теперь рассмотрим случай компенсации при наличии процедуры (10) и выясним, как наиболее эффективно обеспечить заданную величину компенсации монохроматического сигнала с неизвестной частотой, лежащей в известной полосе $\Delta_f \ll \Delta_0$. Из (11) видно, что минимальное значение $|\bar{p}|^2/\varepsilon$ при заданных $S(\Delta_f, \beta)$ и Δ_f определяется только увеличением шумовой компоненты сигнала, которая пропорциональна $\Delta[S^2(\Delta, \beta) - 1]$. Одновременное задание величин $S(\Delta_f, \beta)$ и Δ_f с учётом соотношения $S(\Delta_f, \beta) \approx (\pi\Delta_f T/\sqrt{3})/\beta$ позволяет фиксировать отношение β/T [8]. Таким образом, необходимо исследовать увеличение шумовой компоненты сигнала $S^2(\Delta, \beta) - 1$ при различных β и условии $\beta/T = \text{const}$.

На рис. 4 приведён график зависимости $Q(\beta) = [S^2(\Delta, \beta) - 1]/[S^2(\Delta) - 1]$, характеризующей увеличение шумовой компоненты сигнала при $\beta/T = 0{,}5$. Из него видно, что уменьшение величины β приводит к тому, что шумовая компонента сигнала (во всей полосе или в полосе Δ_1) также уменьшается. Так, например, в широкой полосе $\Delta \gg \Delta_1$ мощность шумовой компоненты при $\beta = 0{,}25$ увеличивается в 1,76 раз меньше, чем при $\beta = 1$.

В качестве иллюстрации приведём результаты численного моделирования для случая, когда частота монохроматического сигнала 100 Гц совпадает с частотой компенсации. На рис. 5 приведены спектры сигналов по мощности до компенсации (кривая *1*) и после компенсации (кривая *2* при $\beta = 1$ и $T = 2{,}0$ с и кривая *3* при $\beta = 0{,}25$ и $T = 0{,}5$ с). Отчётливо видно, что в малой области около частоты компенсации кривые *2* и *3* совпадают, обеспечивая тем самым равенство величин $S(\Delta_f, \beta)$ при заданной Δ_f. В широкой полосе интегральный уровень шумов после компенсации (кривая *2*) выше, чем для кривой *3*, соответствующей меньшему значению β.

Таким образом, если имеется возможность, то при компенсации выгоднее (с точки зрения уменьшения мощности шумовой компоненты и величины боковых лепестков) выбирать минимальное возможное время T и использовать процедуру (10) с соответствующим значением β, обеспечивающим требуемый уровень скомпенсированного сигнала $S(\Delta_f, \beta)$ в полосе Δ_f.

Возвращаясь к трёхмерной системе компенсации (см. рис. 1*а*), отметим, что при рассмотрении её эффективности в частотной области значимых отличий от рассмотренной схемы нет: всё определяется промежутком времени между коррекциями напряжений на излучателях. Некоторые вопросы эффективности пространственной компенсации уровня звукового поля первичного источника были рассмотрены в работах [9, 10].

[8] Здесь пока полагается, что величина T может быть выбрана так, чтобы имелась возможность изменять β, сохраняя отношение β/T.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены предельные возможности системы активного гашения сигналов с разомкнутой обратной связью, принцип работы которой основан на формировании по заданному алгоритму монохроматических сигналов, подаваемых на излучатели на частоте компенсируемого сигнала, которая должна быть известна или измерена заранее (до включения системы компенсации). В частотной области построена аппаратная функция системы компенсации звуковых монохроматических сигналов с неточно известной частотой и исследована её эффективность.

Работа выполнена в рамках госзадания (проект 0035–2014–0010).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Nelson P. A., Elliot S. J. Active control of sound. London: Academic Press, 1991. 250 p.
2. Elliott S. J. Signal processing for active control. London: Academic Press, 2001. 511 p.
3. Бобровницкий Ю. И. // Акуст. журн. 2006. Т. 52, № 5. С. 601.
4. Бобровницкий Ю. И. // Акуст. журн. 2003. Т. 49, № 6. С. 731.
5. Арабаджи В. В. // Акуст. журн. 2006. Т. 52, № 1. С. 592.
6. Арабаджи В. В. // Акуст. журн. 2009. Т. 55, № 1. С. 104.
7. Семенцов С. Г. // Вопросы электромеханики. Труды НПП ВНИИЭМ. 2008. Т. 106. С. 8.
8. Семенцов С. Г. // Вестник СГАУ. 2009. № 4. С. 237.
9. Коротин П. И., Потапов О. А., Соков А. М. и др. // Сб. трудов 1-ой Всеросс. акустической конф. Москва, 6–10 октября 2014 г. Секция «Шумы и вибрации». 2014. С. 19.
10. Фикс И. Ш., Коротин П. И., Потапов О. А., Фикс Г. Е. // Акуст. журн. 2016. Т. 62, № 2. С. 208.
11. Власов А. И., Володин Е. А., Семенцов С. Г., Шахнов В. А. // Успехи современной радиотехники. 2002. № 4. С. 3.
12. Лепендин Л. Ф. Акустика. М.: Высшая школа, 1978. 448 с.
13. Шендеров Е. Л. Излучение и рассеяние звука. Ленинград: Судостроение, 1989. 304 с.
14. Владимиров В. С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1981. 512 с.

Поступила в редакцию 6 июля 2016 г.; принята в печать 9 ноября 2016 г.

ON EFFICIENCY OF ACTIVE COMPENSATION SYSTEMS FOR ACOUSTIC MONOCHROMATIC SIGNALS

I. Sh. Fiks and G. E. Fiks

We study efficiency of active compensation systems for acoustic monochromatic signals having non-precisely determined frequencies. The studies are performed in the frequency range for open-feedback systems.