

УДК 535.41

ВРЕМЕННАЯ ЗАВИСИМОСТЬ КВАЗИМОНОХРОМАТИЧЕСКОГО СИГНАЛА В ОБЛАСТИ ДЕСТРУКТИВНОЙ ДВУХЛУЧЕВОЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ

*Н. С. Бухман**

Самарский государственный архитектурно-строительный университет, г. Самара, Россия

Рассмотрена временная зависимость суммарного сигнала двух точечных акустических источников, излучающих одинаковые квазимонохроматические сигналы (двухлучевая интерференция квазимонохроматических волн). Показано, что временная зависимость огибающей функции суммарного сигнала близка к временной зависимости огибающей функции сигнала одного излучателя с точностью до времени задержки. Время задержки изменяется в пределах от обычного (геометрического) в светлых полосах интерференционного поля (область конструктивной интерференции) до нулевого (в рамках рассматриваемых приближений) в тёмных полосах (область деструктивной интерференции). В промежуточных точках интерференционного поля время задержки оказывается комплексным, т. е. сигнал не только сдвинут во времени, но и искажён.

ВВЕДЕНИЕ

В работе рассмотрен вопрос о временной зависимости квазимонохроматического сигнала, излучаемого двумя полностью идентичными точечными источниками сферических волн. Ясно, что в этом случае имеет место интерференция и всё пространство распадается на зоны конструктивной и деструктивной интерференции [1–3]. Существенно, что интерферирующие сигналы нестационарны, поэтому имеет смысл вопрос о временной зависимости суммарного сигнала в различных точках интерференционного поля. Естественнo предположить (последующий анализ подтверждает это предположение), что в зонах конструктивной интерференции временная зависимость суммарного сигнала практически совпадает (с точностью до «геометрической» фазы и «геометрического» же времени задержки) с временной зависимостью излучаемого сигнала. В зонах деструктивной интерференции временная зависимость суммарного сигнала может существенно отличаться от исходной. Эта временная зависимость является основным предметом исследования в данной работе.

Поскольку рассмотрение имеет скалярный характер, формально можно считать, что мы решаем конкретную акустическую задачу об излучении точечного источника вблизи идеально жёсткой границы. В этой задаче имеет место интерференция поля точечного источника и его мнимого изображения [2]. К этой же математической задаче сводится также рассмотрение большинства классических схем двухлучевой интерференции как в акустике, так и в оптике или электродинамике (если под сигналом понимать не электрический или магнитный вектор, а соответствующий вектор Герца [3]) — бизеркала и бипризмы Френеля, билинзы Бийе, расположения Юнга и т. д. [1]. Следует также отметить, что в данной простой конкретной задаче проявляются многие общие свойства нестационарной двухлучевой интерференции, поэтому в широком смысле речь идёт об изучении нестационарной двухлучевой деструктивной интерференции. Такая интерференция нередко имеет место, в частности, при замираниях радиосигналов, приёме сверхвысокочастотного радиосигнала на урбанизированных территориях, в подводной акустической связи и т. д.

* nik3141rambler@rambler.ru

В общем случае двух точечных источников с различными мощностями похожая задача уже рассматривалась в работе [4]. Тем не менее, наиболее важный в практическом отношении случай идентичных точечных источников (по терминологии работы [4] — «вырожденный случай») в указанной работе не рассмотрен. Поскольку этот случай обладает значительными особенностями¹ и является не частным, а именно вырожденным случаем, в этой работе представлено его отдельное рассмотрение.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

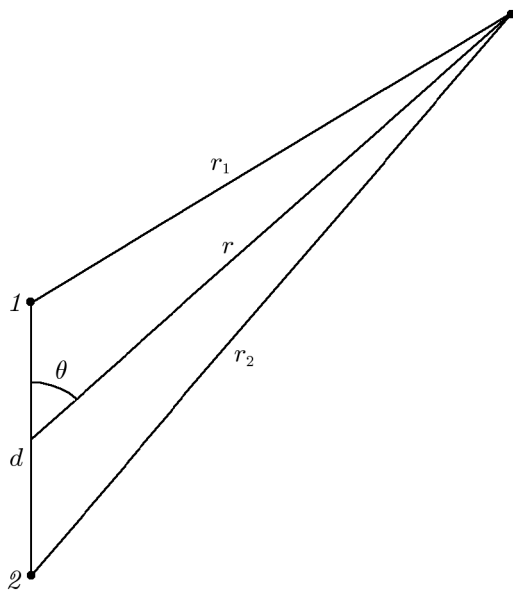


Рис. 1

Рассмотрим суммарное поле, возникающее при интерференции двух идентичных квазимонохроматических сферических волн $\text{Re}[u_0(t) \times \exp(-i\omega t)]$ с несущей частотой ω и стартовой комплексной огибающей функцией $u_0(t)$. Очевидно, что это суммарное поле может быть записано в виде суперпозиции запаздывающих потенциалов [2, 3, 5]:

$$u(r, t) = \frac{\exp(ikr_1)}{r_1} u_0(t - r_1/c) + \frac{\exp(ikr_2)}{r_2} u_0(t - r_2/c), \quad (1)$$

где $r_1 = (r^2 - dr \cos \theta + d^2/4)^{1/2}$, $r_2 = (r^2 + dr \cos \theta + d^2/4)^{1/2}$ — расстояние от точечных источников 1 и 2 до точки наблюдения (см. рис. 1), $k = \omega/c$, c — скорость звука в среде.

В работе [4] показано², что в произвольной точке пространства (r, θ) временная зависимость суммарного поля в первом приближении по «внутрисистемному» времени задержки d/c отличается от исходной временной зависимости отдельных излучателей $u_0(t)$ лишь некоторым амплитудным множителем A и (в общем случае комплексным) временем задержки τ , зависящим от положения точки наблюдения (r, θ) . Таким образом,

$$u(r, \theta, t) \approx A(r, \theta) u_0[t - \tau(r, \theta)], \quad (2)$$

где

$$A = \frac{\exp(ikr_1)}{r_1} + \frac{\exp(ikr_2)}{r_2} = \left[\frac{1}{r_1} + \frac{\exp(i\Phi)}{r_2} \right] \exp(ikr_1), \quad (3)$$

$$\tau = \frac{\exp(ikr_1) + \exp(ikr_2)}{c \left[\frac{\exp(ikr_1)}{r_1} + \frac{\exp(ikr_2)}{r_2} \right]} = \frac{1 + \exp(i\Phi)}{c \left[\frac{1}{r_1} + \frac{\exp(i\Phi)}{r_2} \right]}, \quad (4)$$

¹ В частности, в вырожденном случае отсутствуют существующие в общем случае базовые пространственные области положительного и отрицательного времени задержки, равно как и разделяющая эти области сфера бесконечных времён задержки. С использованием терминологии [4] можно сказать, что всё пространство в вырожденном случае является «областью нулевого времени задержки», поскольку на оси зон деструктивной интерференции время задержки (в рамках рассматриваемых приближений) оказывается равно нулю.

² С помощью известной теоремы сдвига из фурье-анализа (она же — первое приближение теории дисперсии в теории волн [3]). Отличие от стандартного первого приближения теории дисперсии [3] состоит лишь в равноправном учёте не только фазы амплитудно-частотной характеристики соответствующего фильтра, но и её амплитуды.

$\Phi = k(r_2 - r_1)$ — разность фаз интерферирующих волн.

Следует отметить, что реально возникновение «сдвинутого во времени» суммарного сигнала является результатом интерференции парциальных сигналов двух точечных излучателей. Поэтому для количественной применимости приближения времени задержки (2) необходимо выполнение двух условий: характерная разность времён задержки парциальных сигналов d/c и возникающее в этом приближении время дополнительной (по отношению к геометрической) задержки суммарного сигнала должны быть малы по сравнению с общей длительностью сигнала. При нарушении первого из этих условий суммарный сигнал представляет собой два разделённых во времени задержанных парциальных сигнала. При нарушении второго условия суммарный сигнал оказывается, как показано ниже, не копией сигнала парциальных излучателей, сдвинутой во времени, а их производной («область дифференцирования»).

Таким образом, в зависимости от разности фаз Φ суммарная амплитуда изменяется от максимально возможной (на оси зон конструктивной интерференции, при $\Phi = n\pi$, $n = 0, \pm 2, \pm 4, \dots$) $|A_c| = r_1^{-1} + r_2^{-1}$ до минимально возможной (на оси зон деструктивной интерференции, при $\Phi = n\pi$, $n = 0, \pm 1, \pm 3, \dots$) $|A_d| = |r_1^{-1} - r_2^{-1}|$. Следует отметить, что полного исчезновения суммарного сигнала не происходит даже на оси зон деструктивной интерференции: суммарный сигнал существенно ослаблен, но при $r_2 \neq r_1$ никогда не исчезает совершенно.

Для вещественной и мнимой части времени задержки τ из [4] имеем

$$\operatorname{Re} \tau = \frac{1}{c} \frac{r_1^{-1} + r_2^{-1} + (r_1^{-1} + r_2^{-1}) \cos \Phi}{r_1^{-2} + r_2^{-2} + 2(r_1 r_2)^{-1} \cos \Phi}, \quad (5)$$

$$\operatorname{Im} \tau = \frac{1}{c} \frac{(r_1^{-1} - r_2^{-1}) \sin \Phi}{r_1^{-2} + r_2^{-2} + 2(r_1 r_2)^{-1} \cos \Phi}. \quad (6)$$

Нетрудно проверить, что на оси зон конструктивной интерференции (т. е. при $\cos \Phi = 1$) время задержки суммарного сигнала вещественно и оказывается промежуточным между временами задержки сигнала от первого и второго источников $\Delta t_l = r_l/c$, $l = 1, 2$, т. е. практически совпадает с «геометрическим» временем задержки r/c . На оси зон деструктивной интерференции ($\cos \Phi = -1$) время задержки суммарного сигнала также вещественно, но равно нулю, что соответствует бесконечной скорости распространения сигнала.

В остальных точках пространства, где $|\cos(\Phi)| \neq 1$, время задержки суммарного сигнала оказывается комплексным. Рассматривая разность фаз Φ как быстро меняющуюся функцию, что допустимо при $k_0 d \gg 1$, нетрудно проверить, что в любой точке пространства вещественная часть времени задержки суммарного сигнала $\operatorname{Re} \tau$ находится в интервале между временем задержки при конструктивной $\tau^{(c)}$ и деструктивной $\tau^{(d)}$ интерференции, при этом

$$\tau^{(c)} = \frac{2}{c(1/r_1 + 1/r_2)} \approx \frac{r}{c}, \quad \tau^{(d)} = 0. \quad (7)$$

Нетрудно также проверить, что мнимая часть комплексного времени задержки в любой точке пространства находится в интервале $[-\tau_{\max}^{(i)}, +\tau_{\max}^{(i)}]$, где локально максимальное (по абсолютной величине) значение мнимой части комплексного времени задержки достигается в точках пространства, для которых $\cos \Phi = -[2/(r_1 r_2)] / [(1/r_1)^2 + (1/r_2)^2]$ и равно

$$\tau_{\max}^{(i)} = \frac{1}{c(1/r_1 + 1/r_2)} = \frac{1}{2} \tau^{(c)}. \quad (8)$$

Во избежание недоразумений следует сразу же обсудить физический смысл вещественной и мнимой части времени задержки сигнала (см. [6, 17]).

Мнимая часть времени задержки описывает возникающую в первом порядке теории дисперсии [3] деформацию комплексной огибающей функции сигнала в соответствующей точке пространства. Эта деформация сама по себе не имеет отношения ни к дополнительной, ни к недостаточной (по отношению к звуковой) задержке сигнала. Действительно, в работе [10] показано, что сигнал с чисто амплитудной модуляцией, огибающая функция интенсивности которого является чётной функцией, после чисто мнимого сдвига во времени по-прежнему имеет в качестве огибающей функции интенсивности чётную функцию (хотя и другую) с тем же самым (не сдвинутым во времени) центром симметрии. Отсюда ясно, что чисто мнимый сдвиг комплексной огибающей функции сигнала во времени не имеет отношения ни к его задержке, ни к его опережающему появлению и просто описывает искажение сигнала. Следует отметить, что в случае сигнала с амплитудной и одновременно фазовой модуляцией чисто мнимый сдвиг комплексной огибающей функции сигнала во времени может привести к сдвигу огибающей функции его интенсивности как вперёд, так и назад во времени, причём иногда (а именно, в случае сигнала с гауссовой огибающей функцией интенсивности и квадратичной модуляцией фазы) даже без искажения его формы (см. работу [11]).

Вещественная часть времени задержки огибающей функции в зонах деструктивной интерференции оказывается меньше звукового времени задержки; на оси этих зон (при $\cos \Phi = -1$) она обращается в ноль. Это обстоятельство не имеет никакого отношения ни к сверхзвуковым, ни к сверхсветовым (в случае $\tau = 0$) скоростям, ни к нарушению принципа причинности: в случае двухлучевой интерференции в процессе наложения двух парциальных сигналов от двух точечных источников происходит практическая реализация линейной интерполяции (или экстраполяции) неизвестного значения функции времени по двум известным значениям этой функции при двух значениях аргумента (времени).

Качественное отличие интерференции квазимонохроматических источников от интерференции неквазимонохроматических источников, рассмотренной в работе [17], связано с двумя обстоятельствами. Во-первых, для квазимонохроматических волн эффективное время задержки комплексной огибающей функции суммарного сигнала в общем случае оказывается комплексным (см. работы [7–11]), т. е. в общем случае временная зависимость суммарного сигнала двух одинаковых источников не только сдвинута во времени (это описывается вещественной частью комплексного времени задержки), но и искажена (это описывается мнимой частью комплексного времени задержки). Во-вторых, в случае интерференции квазимонохроматических волн эффективное время задержки суммарного сигнала достаточно быстро изменяется с изменением положения точки наблюдения в пространстве, т. е. эффективное время задержки сигнала может существенно варьироваться даже при небольшом перемещении положения точки наблюдения в направлении, перпендикулярном интерференционным полосам.

2. СИГНАЛ ВДАЛИ ОТ ИСТОЧНИКА ИЗЛУЧЕНИЯ

Вдали от источника излучения (при $r \gg d$) соотношения (3)–(6) упрощаются и могут быть переписаны как

$$\tau = \frac{r}{c} \frac{\cos \varphi}{\cos \varphi - \frac{i}{kr} \varphi \sin \varphi}, \quad (9)$$

$$A = \frac{2 \exp(ikr)}{r} [\cos \varphi - (i/kr) \varphi \sin \varphi], \quad (10)$$

где $\varphi = \Phi/2 = (kd \cos \theta)/2$.

Нетрудно заметить, что существенное отклонение времени задержки от «геометрического» имеет место вблизи осей (в пространстве — конусов) зон деструктивной интерференции $\theta = \theta_n$, где $\cos \theta_n = \pi n / (kd)$, $n = \pm 1, \pm 3, \dots$.

В случае $\theta_n \neq 0, \pi$, т. е. для всех конусов деструктивной интерференции, не совпадающих с осью симметрии пары точечных источников, удобно ввести угловую ширину «аномальной зоны», вблизи которой время задержки существенно отличается от геометрического,

$$\Delta\theta_a = \text{ctg } \theta_n / (kr), \quad (11)$$

и угловое отклонение точки наблюдения от соответствующей оси $\Delta\theta = \theta - \theta_n$. С использованием этих обозначений вблизи осей зон деструктивной интерференции имеем

$$\tau = \frac{r}{c} \frac{\Delta\theta / \Delta\theta_a}{\Delta\theta / \Delta\theta_a - i}, \quad (12)$$

$$\text{Re}\tau = \frac{r}{c} \frac{(\Delta\theta / \Delta\theta_a)^2}{1 + (\Delta\theta / \Delta\theta_a)^2}, \quad (13)$$

$$\text{Im}\tau = \frac{r}{c} \frac{\Delta\theta / \Delta\theta_a}{1 + (\Delta\theta / \Delta\theta_a)^2}, \quad (14)$$

$$A = \left(\frac{\pi n}{kr^2} \right) (1 + i\Delta\theta / \Delta\theta_a), \quad (15)$$

$$|A|^2 = \left(\frac{\pi n}{kr^2} \right)^2 [1 + (\Delta\theta / \Delta\theta_a)^2]. \quad (16)$$

Из формул (12)–(16) видно, что при $\Delta\theta = 0$ имеем $\text{Re}\tau = \text{Im}\tau = 0$, $|A|^2 = |A|_{\min}^2 = [\pi n / (kr^2)]^2$; при $\Delta\theta = \pm\Delta\theta_a$ получаем $\text{Re}\tau = (1/2)(r/c)$, $\text{Im}\tau = \pm(1/2)(r/c)$, $|A|^2 = 2|A|_{\min}^2$; при $\Delta\theta \gg \Delta\theta_a$ имеем $\text{Re}\tau \rightarrow (r/c)$, $\text{Im}\tau \rightarrow 0$.

Другими словами, время задержки существенно (в разы) отличается от вещественного геометрического времени задержки r/c в области, где $\Delta\theta$ меньше или порядка $\Delta\theta_a$. Эту область естественно назвать аномальной. На границе аномальной зоны интенсивность поля в 2 раза выше, чем на её оси, и существенно ниже, чем в области конструктивной интерференции, т. е. аномальная зона — это узкая полоска глубокой «тени» в пределах зоны деструктивной интерференции. Интенсивность поля на оси аномальной зоны убывает не по закону $\propto 1/r^2$, а по закону $\propto 1/r^4$, что связано со всё более точной взаимной компенсацией полей точечных излучателей по мере удаления от них. С ростом расстояния от источника излучения до точки наблюдения угловая ширина аномальной зоны стремится к нулю, а линейная стабилизируется и становится равной примерно длине волны (см. (11)).

В случае, когда расстояние между точечными излучателями равно полуцелой длине волны ($d = (m/2)\lambda$, $m = 1, 3, \dots$), их ось симметрии также оказывается осью зоны деструктивной интерференции ($\theta_{+m} = 0$, $\theta_{-m} = \pi$). В этом случае для «осевой» аномальной зоны формулы (11)–(16) следует заменить на

$$\Delta\theta_{a1} = \sqrt{2/(kr)}, \quad (17)$$

$$\tau = \frac{r}{c} \frac{(\Delta\theta / \Delta\theta_{a1})^2}{(\Delta\theta / \Delta\theta_{a1})^2 - i}, \quad (18)$$

$$\text{Re}\tau = \frac{r}{c} \frac{(\Delta\theta / \Delta\theta_{a1})^4}{1 + (\Delta\theta / \Delta\theta_{a1})^4}, \quad (19)$$

$$\text{Im}\tau = \frac{r}{c} \frac{(\Delta\theta / \Delta\theta_{a1})^2}{1 + (\Delta\theta / \Delta\theta_{a1})^4}, \quad (20)$$

$$A = \left(\frac{\pi n}{kr^2} \right) [1 + i(\Delta\theta/\Delta\theta_{a1})^2], \quad (21)$$

$$|A|^2 = \left(\frac{\pi n}{kr^2} \right)^2 [1 + (\Delta\theta/\Delta\theta_{a1})^4]. \quad (22)$$

Видно, что главное качественное отличие осевой аномальной зоны³ (ср. (11) и (17)) заключается в более медленном убывании её угловой ширины с ростом расстояния от источников излучения (пропорционально $1/\sqrt{r}$, а не $1/r$). В результате линейная ширина «осевой» аномальной зоны неограниченно возрастает при удалении от источников излучения (в отличие от обычной зоны, линейные размеры которой стабилизируются на величине порядка длины волны).

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЁТОВ

Приведём некоторые результаты численных расчётов, иллюстрирующие указанные выше закономерности. В качестве примера возьмём два точечных источника, расположенных на расстоянии $d = (21/2)\lambda$ друг от друга. Такое расстояние выбрано для того, чтобы на одном примере продемонстрировать как свойства обычных ($\theta_n \neq 0, \pi$) аномальных зон, так и свойства осевой аномальной зоны. Конкретные величины длины волны λ и несущей частоты ω несущественны, т. к. в расчётах расстояние измеряется в единицах $\lambda = 2\pi c/\omega$, а время — в единицах $T_0 = 2\pi/\omega$.

При выбранном значении расстояния между источниками на интервале $\theta \in [0, \pi]$ есть 20 обычных аномальных зон и 2 осевые. Угловая зависимость интенсивности сигнала $|A|^2$ в логарифмическом масштабе $a = 10 \log_{10}[|A|^2/(2/r)^2]$ (за 0 дБ принята интенсивность в области конструктивной интерференции) показана на рис. 2а. Угловые зависимости вещественной (сплошные линии) и мнимой (штриховые линии) части времени задержки сигнала показаны на рис. 2б. Линии 1 соответствуют расстоянию от середины излучающей системы 50λ , линии 1 — 100λ .

Из рис. 2 видно, что аномально малое время задержки сигнала и его искажение, связанное с мнимой частью времени задержки, действительно локализованы в узких зонах глубоко деструктивной интерференции. Нетрудно также заметить, что с ростом полярного угла θ в пределах $[0, \pi/2]$ угловая ширина аномальных зон уменьшается, а ослабление сигнала в них растёт. Поэтому наиболее подходящими для экспериментального наблюдения аномального времени задержки являются «околополярные» аномальные зоны или (в случае их наличия) «полярные» аномальные зоны. Видно также, что с ростом расстояния от излучающей системы угловая ширина аномальных зон уменьшается, а ослабление сигнала в них нарастает.

На рис. 3 показана временная зависимость «тестового» сигнала

$$u_0(t) = \sin(t/T_{\text{sig}})/(t/T_{\text{sig}}) \quad (23)$$

в различных точках пространства ($T_{\text{sig}} = 100T_0$).

На рис. 3а приведена временная зависимость сигналов в точке A_1 с координатами $r = 100$, $\theta = 25,18^\circ$ ($\tau = 0,007 + 0,864i$, $a = -26,4$ дБ), на рис. 3б — в точке B_1 с координатами $r = 100$, $\theta = 24,98^\circ$ ($\tau = 50,9 - 49,9i$, $a = -25,0$ дБ), на рис. 3в — в точке C_1 с координатами $r = 100$, $\theta = 0^\circ$ ($\tau = 0$, $a = -25,6$ дБ), на рис. 3г — в точке D_1 с координатами $r = 100$, $\theta = 3,25^\circ$ ($\tau = 50,7 + 49,9i$, $a = -22,5$ дБ). Угловые координаты этих точек показаны на рис. 2 вертикальными маркерами A_1 , B_1 , C_1 , D_1 соответственно. На рис. 3 тонкими сплошными линиями приведена временная зависимость сигналов отдельных точечных излучателей в точке наблюдения ($|u_0(t-r_1/c)|$ и $|u_0(t-r_2/c)|$, см. (1)), нормированная на её максимум. «Раздвоение» этих линий связано с отличием времён

³ Ещё раз подчеркнём, что осевая аномальная зона возникает только в тех случаях, когда расстояние между точечными источниками равно полуцелому числу длин волн.

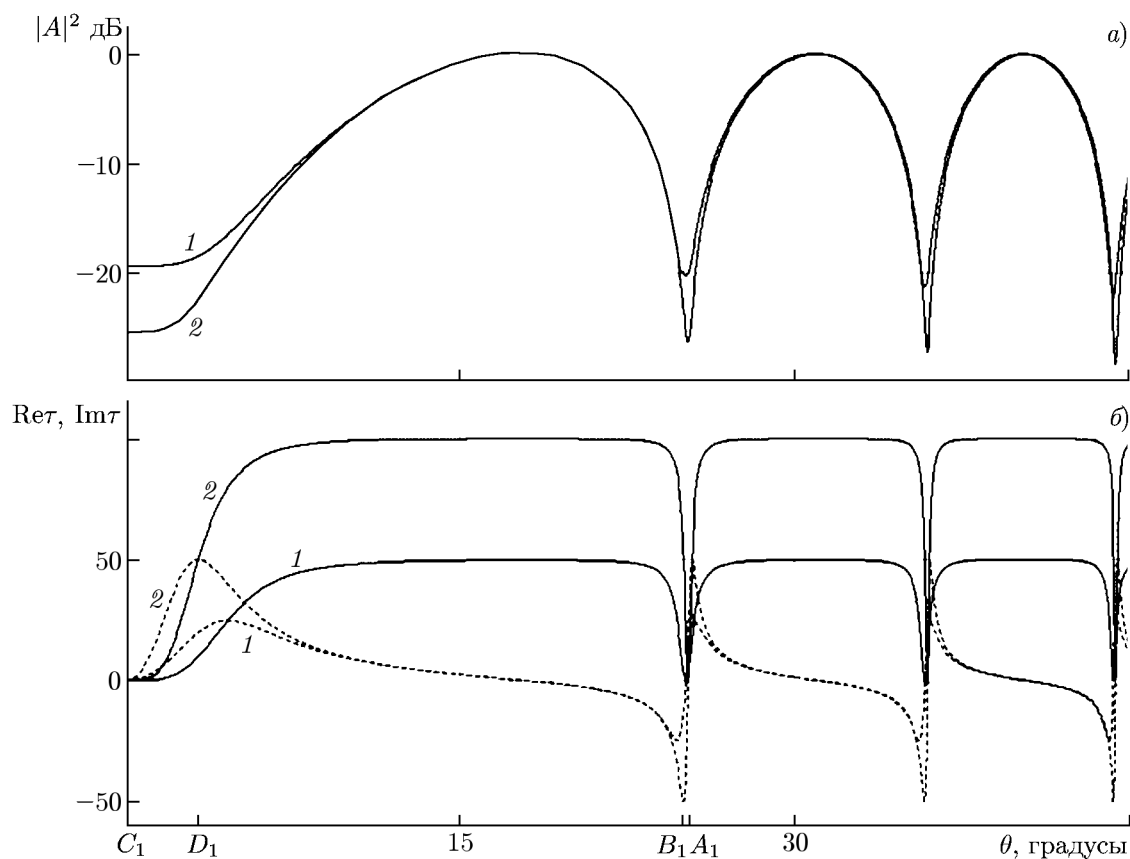


Рис. 2

запаздывания этих сигналов при распространении от точечных источников до точки наблюдения. Толстой штриховой линией показана теоретическая временная зависимость суммарного сигнала в точке наблюдения $|u_0(t - \tau)|$ (см. (2), (4)). Сплошной толстой линией изображена истинная временная зависимость суммарного сигнала в точке наблюдения, нормированная на теоретический максимум, т. е. функция $|u(r, t)/A|$ (см. (1), (3)), рассчитанная численно⁴.

Нетрудно заметить неплохое согласие аналитической теории с данными численных расчётов. При этом в точках A_1 и C_1 временная зависимость суммарного сигнала действительно демонстрирует отсутствие задержки, в отличие от временных зависимостей интерферирующих сигналов отдельных точечных излучателей, а в точках B_1 и D_1 — задержку в половину «звуковой» и соответствующее искажение (за счёт мнимой части времени задержки).

Для того, чтобы убедиться в отсутствии каких-либо сверхзвуковых или сверхсветовых движений, а также нарушений принципа причинности, в данной задаче достаточно провести аналогичные расчёты для того же самого, но «обрезанного» во времени сигнала — например, для сигнала

$$u_0(t) = \begin{cases} \sin(t/T_{\text{sig}})/(t/T_{\text{sig}}), & -300T_0 \leq t \leq 300T_0; \\ 0, & |t| > 300T_0. \end{cases} \quad (24)$$

Результаты соответствующих расчётов для точки наблюдения C_1 приведены на рис. 4 (обозначения кривых совпадают с обозначениями на рис. 3). Из графиков очевидно, что никаких

⁴ Следует отметить, что в данном случае численные расчёты сводятся к четырём действиям арифметики комплексных чисел.

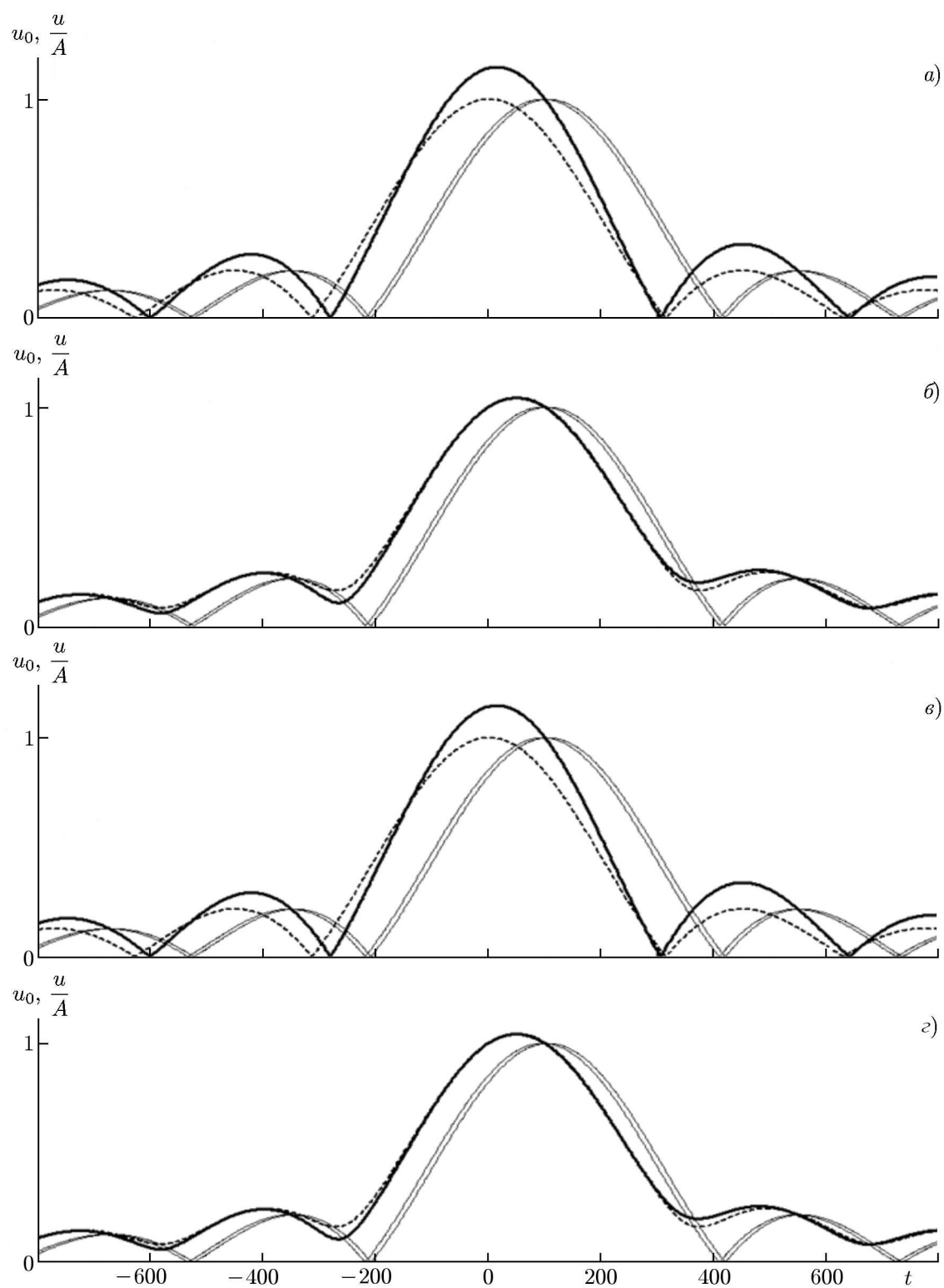


Рис. 3

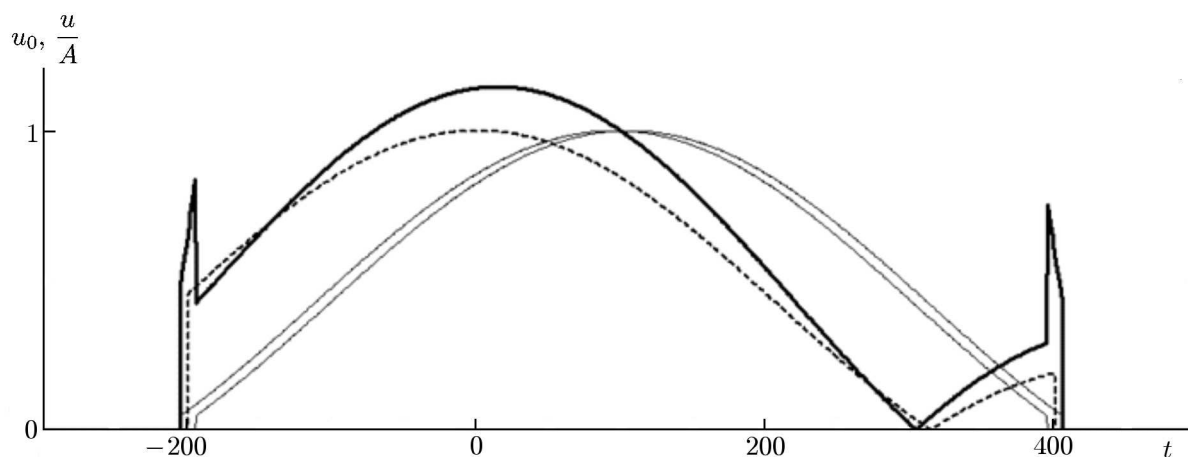


Рис. 4

«сверхзвуковых» или «сверхсветовых» скоростей распространения информации, как и следовало ожидать, не наблюдается: суммарный сигнал возникает и исчезает именно тогда, когда это соответствует «звуковому» времени задержки. При этом плавная временная зависимость этого сигнала будет сдвинута во времени по сравнению со звуковым временем задержки (в данном случае влево, т. е. «в будущее»). В результате происходит подробно описанная в работе [9] «регенерация» переданного «хвоста» сигнала за счёт утраты его передней части. Резкие всплески на переднем и заднем фронте сигнала также вполне традиционны (см. [9]) и в данном случае связаны с тем, что на переднем и заднем фронтах сигнала в течение некоторого короткого времени принимается сигнал только от одного из точечных источников и потому отсутствует деструктивная интерференция, резко снижающая общую интенсивность сигнала.

Рассмотрим теперь вопрос об области применимости приближения комплексного времени задержки сигнала (3) и (4). Механизмом реализации дополнительного (по отношению к звуковому) комплексного времени задержки сигнала $\Delta t(r, \theta) = \tau(r, \theta) - r/c$ в данном случае (двухлучевой интерференции) является примитивная линейная интерполяция. Из этого следует, что условием количественной точности данного приближения является неравенство $|\Delta t| \ll T_{\text{sig}}$. В случае $|\Delta t| \approx T_{\text{sig}}$ его можно применять как полуколичественное (именно этот случай имеет место на рис. 3), а в случае $|\Delta t| \gg T_{\text{sig}}$ применять это приближение нельзя. В последнем случае при этом нетрудно получить другую простую формулу, асимптотически точную именно при выполнении условия $|\Delta t| \gg T_{\text{sig}}$:

$$u(r, t) \approx Au'_0(t - r/c)(\tau - r/c). \quad (25)$$

По существу эта формула основана на том хорошо известном факте, что попытка проинтерполировать функцию на величину сдвига аргумента, большую по сравнению с характерным интервалом изменения функции, приводит не к интерполяции, а к дифференцированию функции: при $\Delta t \gg u(t)/u'(t)$ имеем $u(t) + u'(t)\Delta t \approx u'(t)\Delta t \gg u(t + \Delta t)$.

4. ЭВОЛЮЦИЯ ФОРМЫ СИГНАЛА ПРИ УДАЛЕНИИ ОТ ИСТОЧНИКОВ ИЗЛУЧЕНИЯ

Рассмотрим изменение временной зависимости сигнала с удалением от источников излучения и, в частности, форму сигнала на бесконечном удалении от источников. При этом следует иметь в виду, что с ростом расстояния от излучающей системы угловая ширина аномальных зон стремится к нулю (см. (11) и (17)). Поэтому с ростом расстояния r в любом фиксированном

направлении, кроме $\theta = \theta_n$, сигнал выходит из аномальной зоны в нормальную и продолжает распространяться со скоростью c без новых искажений. Накопленные при распространении в пределах аномальной зоны искажения при этом оказываются «заморожены».

В аномальной зоне для дополнительного по отношению к звуковому времени задержки $\Delta t(r, \theta) = \tau(r, \theta) - r/c$ имеем

$$\Delta t(r, \theta) = -\frac{r}{c} \frac{1}{1 + i(\Delta\theta/\Delta\theta_a)} = -\frac{r}{c} \frac{1}{1 + i(r/r_0)}, \quad (26)$$

где $r_0(\theta) = |\operatorname{ctg} \theta_n / (k \Delta\theta)|$ — расстояние, на котором в заданном направлении $\theta = \theta_n + \Delta\theta$ осуществляется переход от нулевой к комплексной задержке сигнала и одновременно перестаёт изменяться дополнительная (по отношению к геометрической) задержка сигнала. При $r \ll r_0$ имеем $\Delta t(r, \theta) \approx -r/c$ и $\tau(r, \theta) = r/c + \Delta t(r, \theta) \approx 0$, а при $r \gg r_0$ получаем $\Delta t(r, \theta) \approx ir_0/c = \text{const}$ и $\tau(r, \theta) \approx r/c + ir_0/c$.

Таким образом, при распространении сигнала в заданном направлении $\theta = \theta_n + \Delta\theta$ можно выделить область неискажённой передачи сигнала с нулевой задержкой $r \ll r_0(\theta)$, в которой кажущаяся задержка сигнала равна нулю и нет искажений, область стабилизации формы сигнала $r \gg r_0(\theta)$, в которой задержка совпадает с геометрической, а форма сигнала не обязательно совпадает с исходной, но стабильна, и промежуточную между ними зону искажений $r \approx r_0(\theta)$, в которой и происходит перестройка формы сигнала от исходной к стабильно искажённой.

Следует отметить, что разделение пространства на «области нулевой задержки» (узкие полосы в глубине зон деструктивной интерференции) и «области стабилизации» (всё остальное пространство) универсально по отношению к параметрам сигнала и одинаково для всех сигналов. Дополнительное (по отношению к геометрическому) время сдвига также не зависит от параметров сигнала.

Характер проявления одного и того же дополнительного (по отношению к геометрическому) временного сдвига для сигналов с разной длительностью может существенно отличаться. В частности, один и тот же комплексный временной сдвиг для длинного (в сравнении с величиной сдвига) сигнала может проявляться как именно комплексный временной сдвиг, а для короткого — как замена огибающей функции сигнала на её производную (см. выше). Поэтому имеет смысл ещё одно разделение пространства на «область сдвига», в пределах которой дополнительный временной сдвиг сигнала мал по сравнению с его продолжительностью, и «область дифференцирования», в которой дополнительный сдвиг велик по сравнению с длительностью сигнала. Это разделение, в отличие от предыдущего, прямо зависит от длительности сигнала T_{sig} и различно для сигналов с разной длительностью. Нетрудно проверить, что при заданной длительности сигнала в «область дифференцирования» попадают точки, в которых одновременно выполнены условия $\Delta\theta \ll \Delta\theta_{\text{diff}} \equiv |\operatorname{ctg} \theta_n| / (\omega T_{\text{sig}})$ и $r \gg r_1 = cT_{\text{sig}}$. Точки пространства, для которых $\Delta\theta \gg \Delta\theta_{\text{diff}}$ или $r \ll r_1$, относятся к «области сдвига». Промежуточные между «областью сдвига» и «областью дифференцирования» точки относятся к ещё одной «области искажений», в которой форма сигнала изменяется при распространении.

Таким образом, эволюция формы сигнала с ростом расстояния r от излучающей системы в фиксированном направлении $\Delta\theta$ определяется «наложением» двух описанных выше «трафаретов» и может происходить по двум сценариям в зависимости от выбранного направления $\Delta\theta$.

В случае $\Delta\theta < \Delta\theta_{\text{diff}}$ сигнал последовательно проходит стадию нулевого времени задержки (при $r \ll r_1 = cT_{\text{sig}}$), стадию искажения (при $r \approx r_1$) и стадию дифференцирования (при $r \gg r_1$). В этом случае временная зависимость огибающей функции сигнала при неограниченном удалении от излучающей системы стабилизируется и совпадает с временной зависимостью его производной.

В случае $\Delta\theta > \Delta\theta_{\text{diff}}$ сигнал последовательно проходит стадию нулевого времени задержки (при $r \ll r_0(\theta)$), стадию искажения (при $r \approx r_0(\theta)$) и стадию стабилизации искажённой формы сигнала (при $r \gg r_0(\theta)$). В этом случае при неограниченном удалении от излучающей системы временная зависимость огибающей функции сигнала также стабилизируется, но совпадает с искажённой временной зависимостью исходного сигнала, а не с временной зависимостью его производной.

Практически такие же оценки можно получить и в случае «осевой» аномальной зоны. Отличия сводятся к замене формулы (26) на формулу

$$\Delta t(r, \theta) = -\frac{r}{c} \frac{1}{1 + i(\Delta\theta/\Delta\theta_{a1})^2} = -\frac{r}{c} \frac{1}{1 + i(r/r_{01})}, \quad (27)$$

а также параметров $r_0(\theta) = |\text{ctg } \theta_n / (k \Delta\theta)|$ на $r_{01}(\theta) = 2/(k \Delta\theta^2)$ и $\Delta\theta_{\text{diff}} = |\text{ctg } \theta_n|/(\omega T_{\text{sig}})$ на $\Delta\theta_{\text{diff1}} \equiv \sqrt{2/(\omega T_{\text{sig}})}$. Условия реализации описанных выше эффектов оказываются в осевой аномальной зоне гораздо мягче, чем в обычной.

В качестве иллюстрации метаморфоз формы сигнала, происходящих с ростом расстояния от излучающей системы в случае $\Delta\theta < \Delta\theta_{\text{diff1}}$, рассмотрим распространение сигнала (23) в направлении $\theta = 0,017 = 1^\circ$ (см. рис. 5). Обозначения на рис. 5 совпадают с обозначениями рис. 3, пунктирной линией представлена временная зависимость огибающей функции сигнала в приближении дифференцирования.

Для данной длительности сигнала имеем $r_1 = cT_{\text{sig}} = 100$, $\Delta\theta_{\text{diff1}} \approx 3^\circ$, т. е. $\Delta\theta < \Delta\theta_{\text{diff1}}$. В результате при $r = 50$ (рис. 5а) наблюдается практически неискажённый сигнал с нулевым временем задержки, при $r = 200$ (рис. 5б) имеется сильное искажение сигнала, полуколичественно описываемое в приближении комплексного времени задержки, при $r = 500$ (рис. 5в) происходит приближение формы сигнала к ожидаемой в «приближении дифференцирования», при $r = 5000$ (рис. 5г) и при $r = 10000$ (рис. 5д) наблюдается стабилизация формы сигнала в хорошем согласии с приближением дифференцирования.

В качестве иллюстрации преобразований формы сигнала, происходящих с ростом расстояния от излучающей системы в случае $\Delta\theta \approx \Delta\theta_{\text{diff1}}$, рассмотрим распространение сигнала (23) в направлении $\theta = 3^\circ$ (см. рис. 6). Обозначения на рис. 6 совпадают с обозначениями рис. 5.

В данном случае $\theta \approx \theta_{\text{diff1}}$. В результате при $r = 50$ (рис. 6а) имеет место случай малого комплексного сдвига и количественной применимости приближения комплексного времени задержки, при $r = 300$ (рис. 6б) и $r = 500$ (рис. 6в) наблюдается существенное искажение сигнала (полуколичественная применимость приближения комплексного времени задержки) и стабилизация формы сигнала, которая в данном случае «замораживается» на стадии сильного искажения, не доходя до стадии дифференцирования.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В области деструктивной интерференции временная зависимость комплексной огибающей функции суммарного сигнала от двух идентичных точечных квазимонохроматических излучателей не совпадает с исходной временной зависимостью сигнала от одного излучателя. Существенное искажение исходной временной зависимости наблюдается в узких зонах с угловой шириной $\Delta\theta_{\text{diff}} \approx 1/(\omega T_{\text{sig}})$ вблизи направлений деструктивной интерференции. В случае, когда направление деструктивной интерференции совпадает с осью пары источников («полярная аномальная зона»), ширина зоны искажения существенно возрастает, оставаясь, тем не менее, малой (для узкополосных сигналов, $\omega T_{\text{sig}} \gg 1$): $\Delta\theta_{\text{diff}} \approx \sqrt{1/(\omega T_{\text{sig}})}$. Ясно, что чем менее узкополосным (или,

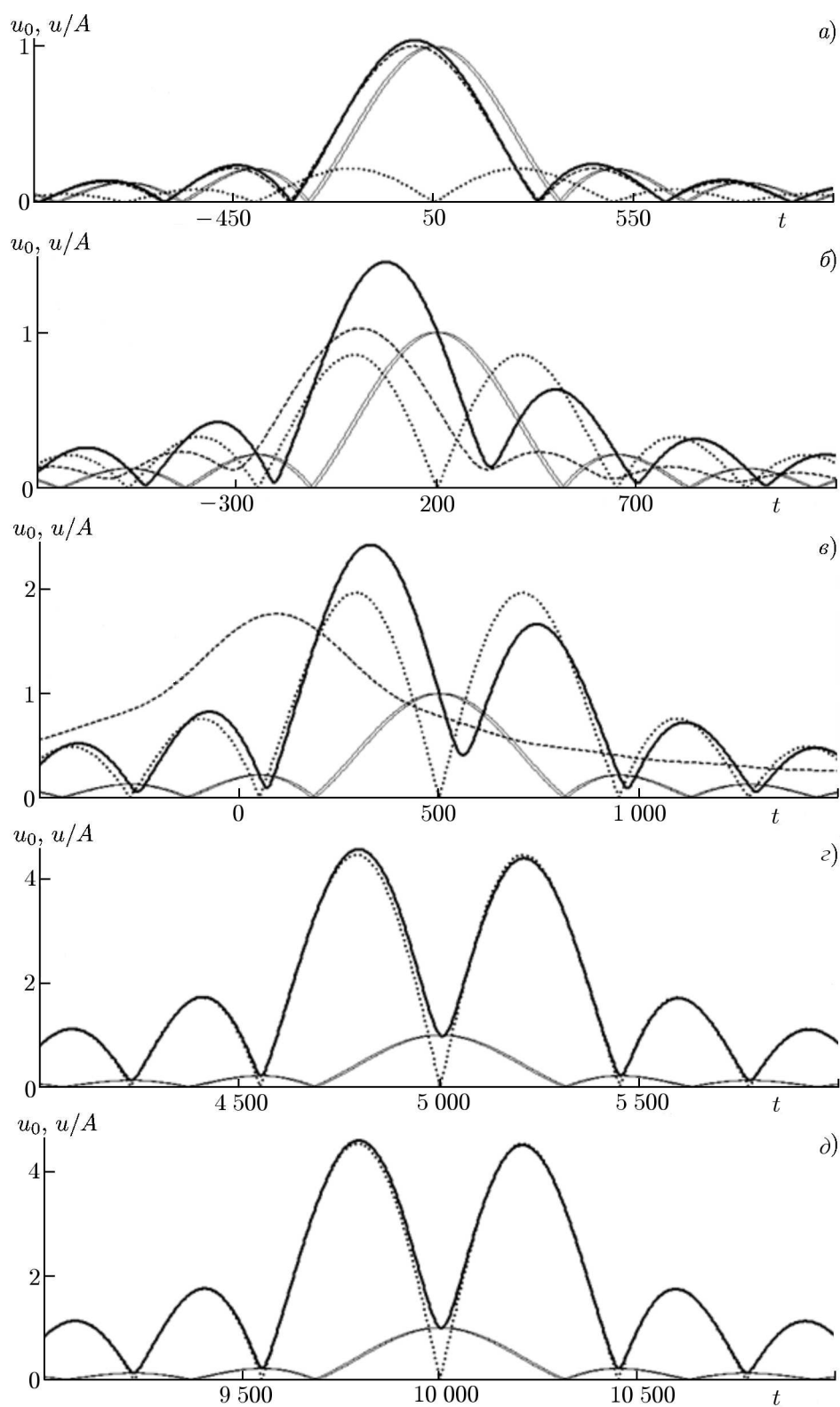


Рис. 5

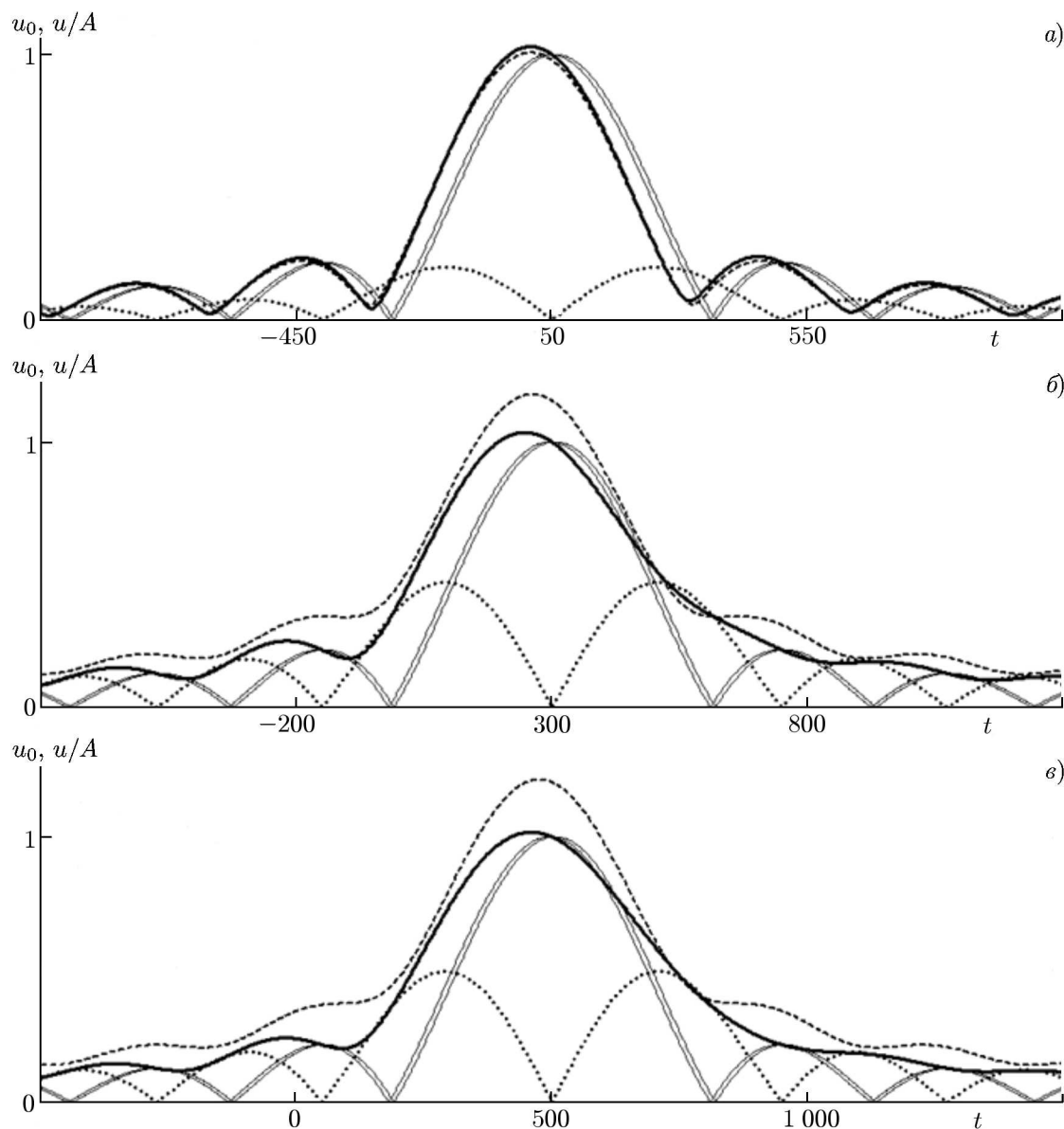


Рис. 6

что то же самое, более коротким) является сигнал, тем шире зона существенного искажения его временной зависимости.

На оси зон деструктивной интерференции искажение сигнала на разных расстояниях от излучающей системы выглядит по-разному. В области $r \ll r_1 = cT_{\text{sig}}$ временная зависимость огибающей функции сигнала (т. е. его форма) не искажена, а кажущееся время задержки равно нулю; в области $r \gg r_1 = cT_{\text{sig}}$ происходит «дифференцирование» сигнала, т. е. временная зависимость его огибающей функции совпадает с производной временной зависимости огибающей функции исходного сигнала; в промежуточной области $r \approx r_1 = cT_{\text{sig}}$ наблюдается переход от одной «стабильной» формы сигнала к другой и форма сигнала изменяется по мере его распространения.

Вне осей деструктивной интерференции, при $\Delta\theta > \Delta\theta_{\text{diff}} \approx 1/(\omega T_{\text{sig}})$ (в случае «полярной» аномальной зоны при $\Delta\theta > \Delta\theta_{\text{diff}1} \approx 1/\sqrt{\omega T_{\text{sig}}}$), ситуация выглядит несколько иначе. Во-первых, в этом случае промежуточная область, при распространении в которой форма сигнала изменя-

ется, определяется равенством $r \approx r_0(\theta)$ (в случае «полярной» аномальной зоны — равенством $r \approx r_{01}(\theta)$) и потому расположена ближе к излучающей системе. Во-вторых, в этой области происходит переход не к «продифференцированной» форме сигнала, а к его искажённой в результате влияния мнимой задержки форме. Это искажение значительно в случае $\Delta\theta \approx \Delta\theta_{\text{diff}}$ (для «полярной» аномальной зоны в случае $\Delta\theta \approx \Delta\theta_{\text{diff1}}$) и незначительно в случае $\Delta\theta \gg \Delta\theta_{\text{diff}}$ (для «полярной» аномальной зоны в случае $\Delta\theta \gg \Delta\theta_{\text{diff1}}$).

Качественно те же особенности должны наблюдаться во всех случаях деструктивной интерференции нескольких по-разному задержанных копий одного и того же узкополосного сигнала (многолучевое распространение, стоячая волна и т. д.).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландсберг Г. С. Оптика. М.: Наука, 1976. 928 с.
2. Исакович М. А. Общая акустика. М.: Наука, 1973. 496 с.
3. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. М.: Наука, 1979. 383 с.
4. Бухман Н. С. // Журн. техн. физ. 2006. Т. 76, № 12. С. 69.
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М.: Наука, 1973. 504 с.
6. Бухман Н. С. // Журн. техн. физ. 2002. Т. 72, № 1. С. 136.
7. Бухман Н. С., Бухман С. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2004. Т. 47, № 1. С. 75.
8. Бухман Н. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 2005. Т. 48, № 8. С. 711.
9. Бухман Н. С. Принцип причинности, неантропогенное прогнозирование и сверхсветовая скорость распространения сигнала. Самара, 2005. 160 с.
10. Бухман Н. С. // Оптика и спектроскопия. 2004. Т. 97, № 1. С. 123.
11. Бухман Н. С. // Оптика и спектроскопия. 2004. Т. 96, № 4. С. 687.
12. Малыкин Г. Б., Романец Е. А. // Оптика и спектроскопия. 2012. Т. 112, № 6. С. 993.
13. Золотовский И. О., Минвалиев Р. Н., Семенцов Д. И. // Успехи физ. наук. 2013. Т. 183, № 12. С. 1353.
14. Nakanishi T., Sugiyama K., Kitano M. // Am. J. Phys. 2002. V. 70. P. 1117.
15. Macke B., Ségard B. // European Phys. J. D. 2003. V. 23, No. 1. P. 125.
16. Akulshin A. M., Cimmino A., Opat G. I. // Quantum Electron. 2002. V. 32, No. 7. P. 567.
17. Бухман Н. С. // Журн. техн. физ. 2005. Т. 75, № 1. С. 3.

Поступила в редакцию 12 января 2016 г.; принята в печать 7 апреля 2017 г.

THE TIME DEPENDENCE OF A QUASI-MONOCHROMATIC SIGNAL IN THE REGION OF DESTRUCTIVE TWO-BEAM INTERFERENCE

N. S. Bukhman

We consider the time dependence of the composite signal of two point acoustic sources emitting similar quasi-monochromatic signals (two-beam interference of quasi-monochromatic waves). It is shown that the time dependence of the envelope function of the composite signal is close to the time dependence of the envelope function of the signal from one radiator with an accuracy of up to the delay time. The delay time varies within the limits from the usual (geometric) time in the light strips of the interference field (the constructive-interference region) to the zero one (within the framework of the considered approximations) in the dark strips (the destructive-interference region). At the intermediate points of the interference field, the delay time appears to be complex, i.e., the signal is not only shifted in time, but is also distorted.