УДК 551.550.536

# ВНУТРЕННИЕ ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ В НИЖНЕЙ ТЕРМОСФЕРЕ С ЛИНЕЙНЫМ ПРОФИЛЕМ ТЕМПЕРАТУРЫ: ТЕОРИЯ И ЭКСПЕРИМЕНТ

Н. В. Бахметьева, Г. И. Григорьев, А. В. Толмачева\*, Е. Е. Калинина, М. Н. Егерев

Научно-исследовательский радиофизический институт ННГУ им. Н. И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, Россия

В применении к экспериментам, связанным с созданием в ионосфере искусственных периодических неоднородностей и диагностикой нейтральной атмосферы на высотах области *E*, рассмотрена задача распространения внутренних гравитационных волн в среде с линейным высотным профилем равновесной температуры. Получено решение исходной линеаризованной системы уравнений для слабых возмущений параметров термосферы: давления, плотности, температуры и скорости среды. Из большого массива экспериментальных данных о профилях температуры нейтральной компоненты отобраны те сеансы, в которых зависимость равновесной температуры от высоты хорошо аппроксимировалась линейной функцией. Полученные для такого профиля температуры характеристики внутренних гравитационных волн сопоставлены с результатами измерений атмосферных параметров. Установлено удовлетворительное соответствие теоретических и экспериментальных значений определяемых величин, что подтверждает правильность выбранной модели.

#### ВВЕДЕНИЕ

В последние десятилетия для исследования регулярной (естественной) ионосферы активно применяется метод, основанный на резонансном рассеянии пробных радиоволн на искусственных периодических неоднородностях, создаваемых в поле стоячей волны при нагреве ионосферы мощными высокочастотными радиоволнами, излучаемыми наземным нагревным стендом [1, 2]. Диагностика этим методом нижней ионосферы, во многом определяющей поглощение и распространение радиоволн в спокойных и возмущённых условиях, включает в себя измерение параметров нейтральной и плазменной составляющих среды на высотах мезосферы и нижней термосферы. При зондировании искусственной периодической плазменной структуры пробными радиоволнами измерения амплитуды и фазы сигнала, рассеянного неоднородностями, позволяют определять большое число параметров ионосферы и нейтральной атмосферы в области высот 50÷150 км с высокой точностью и хорошим пространственно-временным разрешением. Задача определения волновых и турбулентных характеристик среды решается на основе полученных в эксперименте высотно-временны́х вариаций атмосферных параметров, диагностики на этой основе возмущений нейтральной и плазменной составляющих среды, проявляющихся в изменениях электронной концентрации, температуры, плотности и давления нейтральной компоненты, направлений и величин скоростей горизонтальных и вертикальных движений плазмы [1, 2].

В настоящее время методики определения этих параметров нижней термосферы хорошо разработаны и успешно применяются в экспериментальных исследованиях [2–8]. Возмущения указанных характеристик могут нарастать вследствие развития неустойчивостей среды и распространения в ней атмосферных волн. Проявления внутренних гравитационных волн в высотновременны́х вариациях параметров ионосферы и нейтральной атмосферы многократно регистрировались при наблюдениях [4–9]. Найдены условия, налагаемые на высотный градиент температуры нейтральной компоненты, при которых развивается неустойчивость среды, приводящая к

Н.В. Бахметьева, Г.И. Григорьев, А.В. Толмачева и др.

<sup>\*</sup> tolmacheva@nirfi.unn.ru

возникновению внутренних гравитационных волн [6, 10]. Измерения и анализ высотно-временны́х характеристик нейтральной атмосферы показывают, что регулярно наблюдаются случаи, когда при хорошо развитой волновой активности температура атмосферы в некотором высотном интервале квазилинейно изменяется с высотой [6, 7]. В связи с этим представляется важным теоретически рассмотреть распространение атмосферных волн в таких условиях и сопоставить результаты с данными наблюдений.

Простейшая модель изотермической атмосферы позволяет детально исследовать свойства внутренних гравитационных волн и их влияние на распространение электромагнитных волн в широком частотном диапазоне [10, 11]. Для изменяющейся с высотой температуры разработаны и в настоящее время широко используются численные методы анализа дисперсионных характеристик и поляризационных соотношений для внутренних гравитационных волн [12, 13]. Отметим, что в монографии [14] дан приближённый анализ задачи о колебаниях в атмосфере с убывающей с высотой абсолютной температурой. В такой постановке задачи зависимость дивергенции полного вектора скорости **v** от вертикальной координаты даётся уравнением, решение которого выражается через вырожденные гипергеометрические функции. При дополнительных упрощающих предположениях в работе [14] найдена горизонтальная скорость распространения возмущений. В работе [15] дано решение модельной задачи о распространении внутренних гравитационных волн в атмосфере с экспоненциально изменяющейся температурой. В данной работе мы рассмотрим особенности распространения внутренних гравитационных волн в атмосфере с линейным профилем температуры и сравним получающиеся результаты с данными наблюдений. Линейное приближение для зависимости T(z) может быть актуальным в области мезопаузы, где часто регистрируются внутренние гравитационные волны и линейная аппроксимация функции T(z) может быть применена для больши́х высотных интервалов [16].

#### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Предполагаем, что высотный профиль равновесной температуры нейтральной компоненты определяется линейной зависимостью

$$T_0(z) = T_s(1 + \alpha z) \tag{1}$$

с градиентом  $dT_0/dz = \alpha T_s$ . В работах [2, 3, 5, 9, 16], где приведены результаты экспериментальных измерений температуры разными методами, подтверждается такая зависимость температуры от высоты на значительных высотных интервалах в мезосфере. Если записать уравнение состояния идеального газа вместе с условием равновесия, то легко показать, что при высотном профиле  $T_0(z)$ , задаваемом формулой (1), равновесные давление  $p_0$  и плотность  $\rho_0$  даются соотношениями

$$p_0(z) = p_s(1 + \alpha z)^{-\eta}, \qquad \rho_0(z) = \rho_s(1 + \alpha z)^{-(1+\eta)},$$
(2)

где  $\eta = (\alpha H_{\rm s})^{-1}$ . Индексом «s» помечены величины плотности и давления на уровне z = 0. Для линейного профиля температуры шкала высот однородной атмосферы меняется с высотой z как  $H = H_{\rm s}(1 + \alpha z)$ , где  $H_{\rm s} = \kappa T_{\rm s}/(Mg) = {\rm const}$ ,  $\kappa$  — постоянная Больцмана, M — масса молекул, g — ускорение силы тяжести.

В предположении несжимаемости среды, справедливом при анализе внутренних гравитационных волн, когда фазовая и групповая скорости волн малы по сравнению со скоростью звука, исходными являются линеаризованные уравнения гидродинамики [14]:

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla p + \rho \mathbf{g} = 0, \qquad \text{div } \mathbf{v} = 0, \qquad \frac{\partial \rho}{\partial t} + w \frac{\partial \rho_0}{\partial z} = 0.$$
(3)

Н. В. Бахметьева, Г. И. Григорьев, А. В. Толмачева и др.

Здесь **v** — скорость среды с горизонтальной компонентой u и вертикальной компонентой w, p и  $\rho$  — отклонения давления и плотности от равновесных значений  $p_0$  и  $\rho_0$  соответственно. Примем, что все возмущённые под действием распространяющейся волны величины меняются во времени и в горизонтальной плоскости по гармоническому закону  $\exp(-i\omega t + ikx)$ . Тогда из системы уравнений (3) получим следующие поляризационные соотношения, выраженные через вертикальную компоненту скорости w и её производную  $\partial w/\partial z$ :

$$\rho = \frac{w}{i\omega} \frac{\mathrm{d}\rho_0}{\mathrm{d}z}, \qquad u = -\frac{1}{ik} \frac{\partial w}{\partial z}, \qquad p = -\frac{\omega\rho_0}{ik^2} \frac{\partial w}{\partial z}, \qquad \frac{T}{T_0} = \frac{p}{p_0} - \frac{\rho}{\rho_0}.$$
 (4)

Таким образом, зная вертикальную компоненту скорости среды w, частоту волны и температуру нейтральной компоненты  $T_0$ , мы можем определить все характеристики возмущений, вызванных волной: возмущения плотности, давления, температуры и горизонтальной скорости. Отметим, что в случае, когда есть независимые измерения каких-либо из этих параметров в условиях, близких к принятым, то их можно сопоставить с оценками, сделанными на основании соотношений (4).

Изменение вертикальной компоненты скорости с высотой, w(z), определяются уравнением, которое получается из системы (3) после исключения других переменных:

$$\frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}z^2} + f \,\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}z} - k^2 \left(1 + gf/\omega^2\right) w = 0,\tag{5}$$

где

$$f = \frac{1}{\rho_0} \frac{\mathrm{d}\rho_0}{\mathrm{d}z} = -\frac{1 + \alpha H_\mathrm{s}}{H_\mathrm{s} \left(1 + \alpha z\right)}$$

Последнее равенство справедливо для температуры T(z), определяемой формулой (1).

### 2. ВОЗМУЩЕНИЯ АТМОСФЕРНЫХ ПАРАМЕТРОВ В ПРИБЛИЖЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

В приближении Буссинеска, когда градиент плотности  $d\rho_0/dz$  учитывается частично лишь при наличии у него множителя g, уравнение (5) упрощается и приводится к виду [10, 12]

$$\frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}z^2} + \varepsilon(z)w = 0,\tag{6}$$

где  $\varepsilon(z) = k^2 [\beta/(1 + \alpha z) - 1], \beta = g (1 + \alpha H_s)/(H_s \omega^2)$ . Зависимость функции  $\varepsilon(z)/k^2$  от безразмерного параметра  $\alpha z$ , рассчитанная для двух значений  $\beta_1 = 50$  и  $\beta_2 = 200$ , представлена на рис. 1*a*.

Решение уравнения (6) в приближении геометрической оптики [17–19] записывается в виде

$$w(z) = \frac{A}{\sqrt[4]{\varepsilon(z)}} \exp\left(\pm i \int_{0}^{\infty} \sqrt{\varepsilon(z)} \, \mathrm{d}z\right),\tag{7}$$

где A = const. Отметим, что рассматриваемый здесь случай зависимости  $\varepsilon(z)$  не анализировался в работе [20], в которой акустико-гравитационные волны не отражаются при распространении в атмосфере, несмотря на её сильную неоднородность. Изменение амплитуды вертикальной скорости w с высотой определяется первым множителем в формуле (7), который можно представить в виде

$$w(\alpha z) = A \left(\frac{\beta}{1+\alpha z} - 1\right)^{-1/4}.$$
(8)

Н. В. Бахметьева, Г. И. Григорьев, А. В. Толмачева и др.



Рис. 1. Зависимости функции  $\varepsilon/k^2$  (*a*, сплошные линии), вертикальной скорости *w* (*a*, штриховые линии) и относительного изменения величины вертикальной компоненты  $k_z$  волнового вектора атмосферной волны  $\Delta k_z/k$ , распространяющейся в среде с линейным профилем температуры ( $\delta$ ) от безразмерной величины  $\alpha z$  ( $\alpha$  характеризует градиент температуры, а z — высота, отсчитываемая от начала линейного профиля температуры). Кривые 1 соответствуют  $\beta = 50, 2 - \beta = 200$ 

Зависимость  $w(\alpha z)$  от безразмерной высоты  $\alpha z$  показана на рис. 1*a*. На основании приведённой зависимости можно сделать вывод о том, что вертикальная скорость w(z) может как увеличиваться, так и уменьшаться с ростом высоты z, что, как правило, наблюдается в эксперименте [6, 7]. Фаза волны  $\phi \propto \int_0^z \sqrt{\varepsilon(z)} dz$  определяется вторым множителем в выражении (7). В случае  $\alpha = 0$  (температура постоянна)  $\phi = k_z z$  и вертикальное волновое число даётся соотношением

$$k_z = k \sqrt{\omega_g^2 / \omega^2 - 1} \,. \tag{9}$$

Из выражения (9) получается известное дисперсионное уравнение для внутренних гравитационных волн в несжимаемой среде с постоянной температурой  $T = T_s$ :

$$\omega^2 = \frac{\omega_g^2 k^2}{k^2 + k_z^2}, \qquad \omega_g^2 = \frac{g}{H_s}.$$
 (10)

В общем случае  $\alpha \neq 0$  длина волны по вертикали  $\lambda_z$  не остаётся постоянной. Это следует из выражения для  $\phi$ , которое получается при интегрировании по z в формуле (7):

$$\phi = \frac{k}{\alpha} \left( \sqrt{\beta - 1 - \alpha z} \sqrt{1 + \alpha z} - \beta \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\beta - 1 - \alpha z}}{\sqrt{1 + \alpha z}} \right) - \left( \sqrt{\beta - 1} - \beta \operatorname{arctg} \sqrt{\beta - 1} \right).$$
(11)

Для небольших интервалов изменения высоты  $\alpha z \ll 1$  из соотношения (11) получаем  $\phi = k_z z$ , где  $k_z$  даётся выражением (9). В общем случае имеем

$$k_z = \frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}z} = k\sqrt{\frac{\beta}{1+\alpha z} - 1}\,.\tag{12}$$

Соотношение (12) определяет изменение вертикальной длины волны  $\lambda_z = 2\pi/k_z$  с высотой и фактически является дисперсионным уравнением для внутренних гравитационных волн в атмосфере с линейным высотным профилем температуры, т.к. связывает частоту волны  $\omega$ , компоненты волнового вектора по вертикали  $k_z$  и горизонтали k и параметры среды распространения. Изменение  $k_z$  в зависимости от параметра  $\alpha z$  показано на рис. 16 для двух значений  $\beta$ .

Н. В. Бахметьева, Г. И. Григорьев, А. В. Толмачева и др.



Рис. 2. Зависимости возмущений плотности (*a*) и давления ( $\delta$ ), рассчитанные на основе поляризационных соотношений для внутренних гравитационных волн, распространяющихся в среде с линейным профилем температуры нейтральной компоненты. Кривые 1 соответствуют  $\beta = 50$ ,  $2 - \beta = 200$ 

При анализе поляризационных соотношений (4) учтём, что из решения (7) следует приближенное равенство  $dw/dz \approx \pm i\sqrt{\varepsilon}w$ . В связи с этим относительные вариации плотности, давления, температуры и горизонтальной скорости можно представить в виде

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{i\left(1 + \alpha H_{\rm s}\right)w(z)}{\omega H_{\rm s}\left(1 + \alpha z\right)}, \qquad \frac{p}{p_0} = \frac{\omega\rho_{\rm s}\sqrt{\varepsilon}w(z)}{k^2p_{\rm s}\left(1 + \alpha z\right)}, \qquad \frac{T}{T_0} = \frac{p}{p_0} - \frac{\rho}{\rho_0}, \qquad u = \sqrt{\frac{\beta}{1 + \alpha z}}w. \tag{13}$$

Заметим, что по измеренной величине  $k_z$  и известному значению  $\beta$  можно определить горизонтальную составляющую волнового вектора **k**, а также фазовую скорость волны  $V_{\rm ph} = \omega/k$ . Зависимости плотности  $\rho/\rho_0$  и давления  $p/p_0$  от безразмерной высоты  $\alpha z$  в единицах величин  $B = A (1 + \alpha H_{\rm s})/[w(z)\omega H_{\rm s}]$  и  $C = A\omega/(kV_{\rm s}^2)$  соответственно ( $V_{\rm s}^2 = \kappa T_{\rm s}/M$ ) представлены на рис. 2.

## 3. ВОЛНОВЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ В НИЖНЕЙ ТЕРМОСФЕРЕ, ЗАРЕГИСТРИРОВАННЫЕ ПРИ НАБЛЮДЕНИИ ИСКУССТВЕННЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЫ

Приведём некоторые результаты наших наблюдений атмосферных волн по характеристикам нейтральной и ионизованной составляющих нижней термосферы. Определение температуры и плотности нейтральной компоненты основано на анализе высотной зависимости времени релаксации пробного (зондирующего) сигнала, рассеянного искусственными периодическими неоднородностями. Это время определяется по уменьшению амплитуды рассеянного сигнала в *е* раз. Скорость вертикальных движений плазмы, равная на высотах нижней ионосферы скорости движения нейтральной компоненты, находится по изменению во времени фазы пробного радиосигнала [1, 2]. Для измерения электронной концентрации в области высот 90÷120 км успешно применяется разработанный авторами метод практически одновременного создания искусственных периодических неоднородностей с двумя разными пространственными масштабами [21]. Ниже приведены результаты измерений характеристик ионосферы и нейтральной атмосферы (определены все параметры, включая электронную концентрацию, найденную двухчастотным методом) для наблюдений 24.09.2007 и 23.05.2010, когда наиболее отчётливо проявлялись возмущения под действием атмосферных волн с периодами 20÷30 мин. Диагностика ионосферы осуществлялась методом создания искусственных периодических неоднородностей, возбуждаемых излучением



Рис. 3. Высотные профили температуры нейтральной атмосферы для нескольких сеансов, проведённых в дни наблюдений 24.09.2007 с 13:00 до 17:00 (*a*) и 23.05.2010 с 15:00 до 16:00 ( $\delta$ ). Время (LT, ч:мин) у каждой кривой указывает начало каждого сеанса наблюдений, продолжительность которых составила 10 мин (*a*) и 5 мин ( $\delta$ )

стенда «Сура». На рис. 3 и 4 приведены примеры высотных профилей и временны́х вариаций температуры и плотности нейтральной компоненты, вертикальной скорости, электронной концентрации и времени релаксации рассеянного сигнала. На рис. 3 на высотных профилях температуры, полученных по наблюдениям искусственных периодических неоднородностей 24.09.2007 (рис. 3*a*) и 23.05.2010 (рис. 3*б*), хорошо видно, что каждый сложный профиль имеет квазилинейные участки изменения температуры с высотой. Проявление волновых движений в вариациях всех рассматриваемых в данной статье величин отражено на рис. 4. Хорошо видны квазипериодические изменения температуры и плотности, времени релаксации рассеянного сигнала, электронной концентрации и скорости вертикального движения плазмы.

Установлено, что в нижней термосфере релаксация периодических неоднородностей происходит в результате амбиполярной диффузии [1, 2, 7]. В этом случае время релаксации рассеянного сигнала  $\tau$  определяется выражением

$$\tau_0 = \frac{1}{K^2 D} = \frac{M \nu_{\rm im}}{\kappa \left(T_{\rm e0} + T_{\rm i0}\right) K^2},\tag{14}$$

где  $K = 4\pi/\lambda$  — волновое число стоячей волны,  $\lambda = \lambda_0/n$  — длина волны в среде, n — показатель преломления, D — коэффициент амбиполярной диффузии, M — молекулярная масса ионов,  $T_{\rm e0}$  и  $T_{\rm i0}$  — невозмущённые (т.е. в отсутствие нагрева) значения электронной и ионной температур соответственно,  $\nu_{\rm im}$  — частота столкновений ионов с нейтральными молекулами. Для температурной зависимости в виде (1) получаем следующую формулу для  $\tau_0(z)$  [22]:

$$\tau_0 = \frac{\tau_{\rm s}}{(1+\alpha z)^{2+\eta}} \,. \tag{15}$$

В случае изменения температуры и плотности среды под действием проходящей атмосферной волны на основании формул (14) и (15) заключаем, что пространственно-временные вариации времени релаксации определяются равенством

$$\frac{\tau}{\tau_0} = \frac{\rho}{\rho_0} - \frac{T}{T_0} = \frac{2\rho}{\rho_0} - \frac{p}{p_0}.$$
(16)

Формула, связывающая изменения электронной концентрации с вертикальной компонентой ско-

Н. В. Бахметьева, Г. И. Григорьев, А. В. Толмачева и др.



Рис. 4. Временны́е зависимости температуры (a, кривая 1) и плотности (a, кривая 2) нейтральной компоненты, электронной концентрации (b, кривая 1), времени релаксации рассеянного сигнала (b, кривая 2) и скорости вертикального движения (a) для наблюдений 27.09.2007. На панелях a и b приведены усреднённые по 15-ти минутам значения величин, на панели b показаны мгновенные значения скорости (кривая 1) и сглаженные по 5-минутным вариациям (кривая 2)

рости движения плазмы w, может быть легко получена и имеет вид [23]

$$\frac{N}{N_0} = \frac{w}{\omega} \frac{1}{N_0} \frac{\mathrm{d}N_0}{\mathrm{d}z}.$$
(17)

Выражения (16) и (17) используются нами для оценок возмущений, вызываемых распространением внутренних гравитационных волн.

#### 4. СОПОСТАВЛЕНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИ РАССЧИТАННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВОЗМУЩЁННОЙ СРЕДЫ С ПОЛУЧЕННЫМИ В ЭКСПЕРИМЕНТЕ

Для анализа полученных соотношений используем данные измерений за 24.09.2007, когда были одновременно определены температура, плотность нейтральной компоненты, вертикальная составляющая скорости и электронная концентрация. Были получены высотные профили и исследованы временные вариации указанных величин в интервале высот  $60\div130$  км. Как отмечалось выше, во временных вариациях были зарегистрированы волновые возмущения с наиболее характерными периодами 20 и 30 минут. Выберем для оценок один из профилей температуры, представленных на рис. За для сеанса измерений с началом в 13:30 LT. Определяя величину

Н. В. Бахметьева, Г. И. Григорьев, А. В. Толмачева и др.

Характеристики среды	T, K	$\rho$ , kg · m <sup>-3</sup>	$N,  {\rm cm}^{-3}$
средние значения	225	$1,6 \cdot 10^{-7}$	$10^{5}$
вариации параметров, рассчитанные	0,158	$0,\!150$	0,150
относительно средних значений			
измеренные относительные	0,110	0,190	0,130
вариации параметров			

Таблица 1. Вариации различных характеристик среды относительно их средних значений

градиента  $dT_0/dz = \alpha T_s$ , находим коэффициент  $\alpha \approx 0.266 \,\mathrm{km}^{-1}$  и температуру  $T_s = 150 \,\mathrm{K}$ , для которой высота однородной атмосферы  $H_s = \kappa T_s/(Mg)$  оказывается равной 4,3 км<sup>-1</sup>. Далее находим коэффициент  $\eta = 1/(\alpha H_s) = 0.87$ , а коэффициент  $\beta = g \,(1 + \alpha H_s)/(H_s \omega^2)$ . Эти значения отвечают выбранной частоте вариаций атмосферных параметров  $\omega = 5 \cdot 10^{-3} \,\mathrm{c}^{-1}$  и периоду волновых движений порядка 20 минут, наблюдавшемуся в эксперименте. Значение функции

$$f = \frac{1}{\rho_0} \frac{\mathrm{d}\rho_0}{\mathrm{d}z} = -\frac{1+\alpha H_\mathrm{s}}{H_\mathrm{s} \left(1+\alpha z\right)},$$

входящей в поляризационные соотношения (4), для указанных выше значений  $\alpha$  и  $H_{\rm s}$  удобно представить в виде  $f[{\rm Km}] = -0.5/(1+0.26z[{\rm Km}])$ . При увеличении высоты z от 1 до 3 км функция f изменяется в пределах  $0.4\div0.28 \,{\rm km}^{-1}$ .

На основе формулы (12) получим связь горизонтальной  $\lambda_{\perp}$ и вертикальной  $\lambda_z$  составляющих длины волны

$$\lambda_{\perp} = \lambda_z \sqrt{\frac{\beta}{1 + \alpha z} - 1} \,. \tag{18}$$

При условии  $\beta \gg 1$  и для небольших интервалов изменения высоты  $\alpha z \ll 1$  из формы (18) имеем соотношение  $\lambda_{\perp} \approx \lambda_z \sqrt{\beta}$  для выбранного значения  $\beta = 200$ . В результате получаем простую связь для амплитуд волновых возмущений в нейтральной атмосфере с линейным профилем регулярной температуры, которую можно использовать при сопоставлении с экспериментом:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{wf}{\omega}, \qquad \frac{\Delta\tau}{\tau} = 2\frac{\rho}{\rho_0} - \frac{p}{p_0}, \qquad \frac{T}{T_0} = \frac{p}{p_0} - \frac{\rho}{\rho_0}, \qquad \frac{u}{w} \approx \sqrt{\beta}.$$
(19)

Изменение вертикальной длины волны с высотой при этом даётся соотношением

$$\frac{\lambda_z}{\lambda_0} \approx \sqrt{1 + 0.27z} \,, \tag{20}$$

где  $\lambda_0$  отвечает высоте начала линейного профиля температуры. Из выражения (20) следует, что при росте высоты z на 10 км  $\lambda_z$  увеличивается в 2 раза.

На рис. 4*a* представлен временной ход температуры и плотности нейтральной компоненты нижней термосферы на истинной высоте h = 102 км. Отчётливо видны квазипериодические изменения температуры T(t) и плотности  $\rho(t)$  с характерным периодом около 20 минут и амплитудами колебаний около 25 К и  $3 \cdot 10^{-8}$  кг/м<sup>-3</sup> соответственно. Аналогичные изменения со временем электронной концентрации N(t) и времени релаксации рассеянного сигнала  $\tau(t)$  с амплитудами  $1,3 \cdot 10^4$  см<sup>-3</sup> и 0,08 с соответственно показаны на рис. 4*б*. Амплитуда колебаний вертикальной

Н. В. Бахметьева, Г. И. Григорьев, А. В. Толмачева и др.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Напомним, что в формуле (1) уровень z = 0 соответствует началу линейной зависимости температуры от высоты.

скорости с периодом порядка 20 минут составила величину около 1,5 м/с (см. рис. 4 $\epsilon$ ). Для наглядности в табл. 1 суммированы данные о вариациях различных характеристик среды относительно их средних значений при характерной скорости вертикального движения w = 1,5 м/с. Использованы экспериментальные данные о высотных профилях электронной концентрации, измеренных двухчастотным методом создания периодических неоднородностей.

Анализ табл. 1 показывает удовлетворительное согласие измеренных величин и величин, оценённых на основании принятой модели распространения внутренних гравитационных волн в нижней термосфере с линейным профилем температуры. Некоторое расхождение рассчитанных и измеренных параметров может быть обусловлено приближённым характером вычислений и влиянием нелинейных эффектов при распространении внутренних гравитационных волн [24, 25], наложением волн с разными периодами и другими факторами. Кроме того, дополнительный вклад в расхождение результатов могут давать ошибки измерений, которые в целом малы и составляют около 5 % для температуры и плотности и 10 % для электронной концентрации. Погрешность измерения вертикальной компоненты скорости не более 0,1 м/с [2]. Оценки горизонтальной скорости движения среды и и фазовой скорости волны в горизонтальном направлении  $V_{\rm ph}$  согласно формуле (19) дают значения, равные  $u=21\,{
m M/c}$  и  $V_{
m ph}=\omega/k=140\,{
m M/c}$  (при  $\lambda_z=$ 



Рис. 5. Зависимость времени релаксации рассеянного сигнала  $\tau_0/\tau_{\rm s}$  от высоты z. Показаны рассчитанные зависимости для  $\alpha = 0$  (изотермическая атмосфера при H = 5 км, кривая 1),  $\alpha = 0.02$  (кривая 2),  $\alpha = 0.05$  (кривая 3),  $\alpha = -0.02$  (кривая 4), и  $\alpha = -0.05$  (кривая 5). Также приведены экспериментальные значения возмущений времени релаксации для 24.09.2007 (кривая 6) и 23.05.2010 (кривая 7)

= 10 км). На рис. 5 представлен высотный ход рассчитанного по формуле (12) времени релаксации  $\tau_0$  в единицах  $\tau_s = [K^2 2\kappa T_s/(M\nu_s)]^{-1}$  для разных моделей атмосферы, соответствующих значениям  $\alpha = 0$  (T = const),  $\alpha = \pm 0.02 \text{ кm}^{-1}$ ,  $\alpha = \pm 0.05 \text{ кm}^{-1}$ , а также две экспериментальные кривые для наблюдений 24.09.2007 и 23.05.2010. Видно, что измеренные зависимости  $\tau_0/\tau_s$  хорошо соответствуют рассчитанным для моделей атмосферы с линейно изменяющейся температурой при характеризующих величину градиента температуры значениях  $\alpha = 0.05 \text{ кm}^{-1}$  для измерений 24.09.2007 и  $\alpha = -0.02 \text{ кm}^{-1}$  для измерений 23.05.2010.

#### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследовано распространение внутренних гравитационных волн в атмосфере Земли на высотах нижней термосферы с линейным профилем равновесной температуры  $T_0(z) = T_s (1 + \alpha z)$ . В приближении геометрической оптики получено решение линеаризованной системы уравнений для слабых возмущений давления, плотности, температуры и скорости нейтральной среды. Найдены и проанализированы поляризационные соотношения для параметров нейтральной среды при распространении атмосферных волн и для концентрации электронов. При их выводе принято, что электронная составляющая, являющаяся пассивной примесью, движется вместе с нейтральной средой, в которой распространяются внутренние гравитационные волны. Дана простая оценка для отклонений электронной концентрации N от равновесной в виде  $N \propto w dN_0/dz$ , зависящая от вертикальной компоненты скорости движения плазмы w. Из экспериментов по

Н. В. Бахметьева, Г. И. Григорьев, А. В. Толмачева и др.

определению температуры нейтральной компоненты, выполненных с помощью создания в ионосфере искусственных периодических неоднородностей, следует, что градиент температуры  $\alpha T_{\rm s}$ может быть как положительным, так и отрицательным, а его величина изменяется в широких пределах. Из сопоставления рассчитанных и измеренных значений плотности, температуры, времени релаксации неоднородностей и концентрации электронов в условиях распространения волн с периодом порядка 20 мин сделан вывод о вполне удовлетворительном соответствии указанных величин в случае, когда зависимость равновесной температуры от высоты  $T_0(z)$  была близка к линейной функции.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 13–05–00511 и 14–05–00565). Результаты, связанные с численным моделированием, получены в рамках государственного задания Минобрнауки России.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Bakhmet'eva N. V., Belikovich V. V., Benediktov E. A., et al // Radio Science. 1998. V. 33, No 3. P. 583.
- Беликович В.В., Бенедиктов Е.А., Толмачева А.В., Бахметьева Н.В. Исследование ионосферы с помощью искусственных периодических неоднородностей. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 1999. 155 с.
- 3. Бенедиктов Е.А., Беликович В.В., Бахметьева Н.В., Толмачева А.В. // Геомагнетизм и аэрономия. 1997. Т. 7, № 5. С. 88.
- Бахметьева Н. В., Беликович В. В., Григорьев Г. И., Толмачева А. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2002. Т. 45, № 3. С. 233.
- Бахметьева Н.В., Григорьев Г.И., Толмачева А.В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2010. № 11. С. 955.
- 6. Толмачева А.В., Григорьев Г.И., Бахметьева Н.В. // Химическая физика. 2013. Т. 32, №9. С. 89.
- Tolmacheva A. V., Bakhmetieva N. V., Grigoriev G. I., Kalinina E. E. // Adv. Space Research. 2015. V. 56, No 6. P. 1185.
- Григорьев Г. И., Бахметьева Н. В., Толмачева А. В., Калинина Е. Е. // Изв. вузов. Радиофизика. 2013. Т. 56, №4. С. 207.
- 9. Шефов Н. Н., Семенов А. И., Хомич В. Ю. Излучение верхней атмосферы индикатор еёструктуры и динамики. М.: Геос, 2006. 740 с.
- 10. Госсард Э., Хук Н. Волны в атмосфере М.: Мир, 1978. 532 с.
- 11. Григорьев Г.И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42, № 1. С. 3.
- Jones W. L. // Geophysik III. V. 10/49/5 of the series Handbuch Der Physik. Encyclopedia of Physics. Springer: Berlin, Heidelberg, 1976. P. 177.
- 13. Yeh K. C., Liu C. H. // Rev. Geophys. Space Phys. 1974. V. 12, No. 2. P. 193.
- 14. Ламб Г. Гидродинамика. М.-Л.: ГИТТЛ, 1947. 928с.
- 15. Савина О. Н. // Геомагнетизм и аэрономия. 1996. Т. 36, №2. С.180.
- 16. Mertens C. J., Schmidlin F. S., Goldberg R. A., et al. // Geoph. Res. Let. 2004. V. 31.
- 17. Pitteway M. L. V., Hines C. O. // Canad. J. Phys. 1965. V. 43, No. 12. P. 2222.
- 18. Einaudi F., Hines C.O. // Canad. J. Phys. 1970. V. 48, No. 12. P. 1458.
- 19. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме М.: Изд. физ-мат. лит., 1960. 552 с.

Н.В. Бахметьева, Г.И. Григорьев, А.В. Толмачева и др.

- Петрухин Н. С., Пелиновский Е. Н., Бацына Е. К. // Геомагнетизм и аэрономия. 2012. Т. 52, № 6. С. 854.
- 21. Беликович В. В., Бахметьева Н. В., Калинина Е. Е., Толмачева А. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2006. Т. 49, № 9. С. 744.
- 22. Григорьев Г.И., Бахметьева Н.В., Толмачева А.В., Калинина Е.Е. // Тр. XVII научн. конф. по радиофизике 13–17 мая 2013 года. Нижний Новгород: Изд-во ННГУ им. Н.И. Лобачевского, 2013. С. 49.
- 23. Григорьев Г.И., Трахтенгерц В.Ю. // Геомагнетизм и аэрономия. 1999. Т. 39, № 6. С. 90.
- 24. Zhang S.-D., Yi F., Wang J.-F. // Ann. Geophysicae. 2000. V. 18. P. 1316.
- 25. Jovanovich D., Stenflo L., Shukla P.K. // Nonlinear Proc. Geophys. 2002. No 9. P. 333.

Поступила в редакцию 22 декабря 2015 г.; принята в печать 1 мая 2016 г.

### INTERNAL GRAVITY WAVES IN THE LOWER THERMOSPHERE WITH LINEAR TEMPERATURE PROFILE: THEORY AND EXPERIMENT

N. V. Bakhmet'eva, G. I. Grigor'ev, A. V. Tolmacheva, E. E. Kalinina, and M. N. Egerev

The problem of internal gravity waves in a medium with linear altitude profile of equilibrium temperature as applied to the experiments related to the creation of artificial periodic irregularities and diagnostics of the neutral atmosphere at the altitudes of the E region is considered. A solution to the initial linearized system of equations for weak disturbances of the thermospheric parameters, such as pressure, density, temperature, and velocity of the medium, is obtained. Among a large array of experimental data on the temperature profiles of the neutral component, the sessions in which the altitude dependence of the equilibrium temperature was well approximated by a linear function were selected. The characteristics of internal gravity waves obtained for such a temperature profile are compared with the results of measuring the atmospheric parameters. Satisfactory agreement between the theoretical and experimental values of the quantities being determined is established, which confirms the validity of the chosen model.