УДК 537.86+519.2

ИССЛЕДОВАНИЕ СТАЦИОНАРНОСТИ СЛУЧАЙНЫХ ВРЕМЕННЫ́Х РЯДОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРИНЦИПА МИНИМУМА ИНФОРМАЦИОННОГО РАССОГЛАСОВАНИЯ

В. В. Савченко *

Нижегородский государственный лингвистический университет, г. Нижний Новгород, Россия

На основе теоретико-информационного подхода и критерия минимума информационного рассогласования в метрике Кульбака—Лейблера предложен новый алгоритм проверки временны́х рядов на стационарность в широком смысле. Рассмотрен пример реализации этого алгоритма, исследованы его динамические свойства, даны рекомендации по его применению в условиях малых выборок.

ВВЕДЕНИЕ

Стационарность случайного временно́го ряда (СВР) является необходимым условием эффективности большинства известных [1] алгоритмов статистической обработки данных. Поэтому исследование стационарности СВР является актуальным в различных областях науки и техники, в том числе в статистической радиофизике [2]. Оптимальное решение этой задачи для бесконечных рядов не представляет принципиальных проблем. Сложности возникают в условиях конечных (малых) выборок коррелированных наблюдений [3]. К настоящему времени не разработано универсального подхода к преодолению этих сложностей, хотя применительно к конкретным задачам такие попытки предпринимаются постоянно. Примером может служить критерий Дики—Фуллера, или DF-тест [4], основанный на авторегрессионной модели СВР и принципе единичного корня. Однако даже в расширенном варианте этот критерий рассчитан на порядок авторегрессионной модели не выше 3÷4. В противном случае критерий утрачивает свою теоретическую обоснованность и обостряется проблема исследования в режиме стационарности реального времени. Поэтому область применения критериев данного типа включает в себя, главным образом, задачу эконометрики и относительно простые модели СВР.

Для преодоления указанной проблемы в работе [2] был предложен критерий стационарности СВР в широком смысле. Его очевидным преимуществом над критериями единичного корня является универсальность. Однако вызывает сомнение чувствительность предложенного критерия к разладке в наблюдаемых данных, вследствие которой, строго говоря, и нарушается стационарность СВР. Сомнительным, в частности, представляется применение многомерного корреляционного анализа для исследования стационарности ряда ввиду большой инерционности корреляционной обработки данных. К сожалению, какие-либо количественные оценки чувствительности предложенного критерия в работе [2] не представлены, и это только увеличивает сомнения в его эффективности.

С точки зрения чувствительности представляет интерес критерий минимума информационного рассогласования (МИР), который ранее с успехом был применён в задачах спектрального анализа [3] и периодизации СВР на квазистационарные отрезки данных [5]. С целью развития теоретико-информационного подхода в данной статье на основе критерия МИР ставится и решается задача исследования стационарности СВР (в широком смысле) по конечной выборке наблюдений.

* svv@lunn.ru

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Обозначим через $x(t)$ предварительно центрированный случайный временно́й ряд, который наблюдается в дискретном времени $t = 1, 2, \ldots$. Следуя методологии работы [2], разобьём интервал наблюдений на J подынтервалов с длиной n отсчётов каждый. При этом из J парциальных выборок $\mathbf{x}_j = [x_j(1), x_j(2), \ldots, x_j(n)]^{\mathrm{T}}$ с конечным объёмом $n > 1$, где индекс T означает транспонирование, скомпонована объединённая выборка $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_J)$ с объёмом nJ. Соответствующие им автокорреляционные матрицы (АКМ) с конечным порядком $L \leq n$ обозначим как $\mathbf{K}_j$, где $j = 1, \ldots, J$. Без нарушения общности формулировки задачи в дальнейшем будем полагать все J парциальных выборок $\mathbf{x}_j$ центрированными векторными величинами. Тогда в идеальном случае стационарность объединённой выборки $\mathbf{x}$ в широком смысле означает равенство друг другу всех АКМ $\mathbf{K}_j$. В реальности перед исследователем возникает проблема априорной неопределённости СВР, в том числе в отношении АКМ. Её преодоление в теории [1] связывают с адаптивным байесовым подходом, в рамках которого сначала по формуле смешанного момента второго порядка

$$\theta_j(m) = (n - m)^{-1} \sum_{t=1}^{n-m} x_j(t) x_j(t + m), \tag{1}$$

где $m \leq L - 1$, формируют выборочную оценку j-й АКМ

$$r_j(i, l) = \theta_j(|i - l|), \tag{2}$$

где $\{i, l\} = 1, \ldots, L$, а все последующие выводы делают на основании полученных оценок (2) для всех $j = 1, \ldots, J$.

Очевидно, что строгого равенства между оценками АКМ, полученными по разным выборкам $\mathbf{x}_j$ и $\mathbf{x}_k$, где $j \neq k$, не достигается даже в предположении строгой стационарности анализируемого СВР. Поэтому в общем случае можно говорить лишь о степени близости оценок АКМ по формулам (1) и (2) в той или иной метрике $\mu(\mathbf{K}_j, \mathbf{K}_k) > 0$, где $\{j, k\} \leq J$, друг другу. При этом в качестве критерия стационарности СВР обычно определяют [1, 2] среднее значение расстояния $J^{-2} \Sigma_j \Sigma_k \mu(\mathbf{K}_j, \mathbf{K}_k)$ на множестве всех пар $\{\mathbf{K}_j, \mathbf{K}_k\}$ оценок АКМ по отношению к его допустимой (пороговой) величине $\mu_0 > 0$. Однако при бо́льших $J \gg 1$ данный критерий характеризуется низкой эффективностью как по скорости вычислений, так и в отношении потенциальной чувствительности, или вероятности обнаружения разладки в СВР. Это серьёзная проблема для большинства известных методов с усреднением данных.

Проблема может быть решена радикально, если воспользоваться заведомо более чувствительным к разладке [5] критерием ограниченного сверху расстояния $\mu(\mathbf{K}_j, \mathbf{K}_\nu)$ оценок АКМ стационарного СВР в пределах множества $\{\mathbf{K}_j\}$ по отношению к ν-й, эталонной в некотором смысле [3], оценке $\mathbf{K}_\nu$. Задача в этом случае сводится к определению указанного эталона. Её решение далее основывается на информационной метрике Кульбака—Лейблера $\mu(\mathbf{K}_j, \mathbf{K}_k) = \mu_k(\mathbf{x}_j)$ [6], которая обладает замечательным свойством [1]: при условии асимптотического равенства $\mu_k(\mathbf{x}_j) \to 0$ достигается сходимость соответствующего распределения $(\mathbf{P}_j \to \mathbf{P}_k)$ почти наверное, или с вероятностью 1. К тому же данная метрика лучше других рассчитана на широко распространённый в задачах статистического анализа нормальный, или гауссов, закон распределения, который используется и в предлагаемом исследовании.

2. СИНТЕЗ АЛГОРИТМА

Несмотря на очевидные различия в реализациях стационарного СВР от одного наблюдения к другому, все парциальные выборки $\{\mathbf{x}_j\}$ воспринимаются исследователем как нечто общее, иначе статистические оценки и выводы утратили бы свою информативность. Поэтому можно утверждать, что полученные ранее оценки АКМ в стационарном случае принципиально группируются в определённый статистический образ X типа кластера в некоторой метрике $\mu(\mathbf{K}_j, \mathbf{K}_k)$, причём этот кластер имеет центр — эталонную выборку из множества реализаций $\{\mathbf{x}_j\}$. Ключевое положение теоретико-информационного подхода [5] в отношении такого эталона формулируется следующим образом: парциальная выборка $\mathbf{x}_\nu \subset \{\mathbf{x}_j\}$, где $\nu \le J$, образует информационный центр-эталон статистического образа X стационарного СВР, если в пределах рассматриваемого множества реализаций она характеризуется минимумом средней величины информационного рассогласования

$$\bar{\mu}_\nu = J^{-1} \sum_{j=1}^{J} \mu_\nu(\mathbf{x}_j) = \min_{\forall k \le J} J^{-1} \sum_{j=1}^{J} \mu_k(\mathbf{x}_j); \tag{3}$$

последняя также может быть записана по Кульбаку—Лейблеру как

$$\mu_k(\mathbf{x}_j) = 0{,}5\big[\mathrm{tr}\left(\mathbf{K}_j \mathbf{K}_k^{-1}\right) - \ln |\mathbf{K}_j \mathbf{K}_k^{-1}| - L\big]\,, \tag{4}$$

где $\{j, k\} \le J$.

Введём далее обозначение допустимой верхней границы $\mu_0 \ge \max_j \mu_\nu(\mathbf{x}_j)$ величины информационного рассогласования (4) в пределах множества $\{\mathbf{K}_j\}$. В таком случае в соответствии с (3) для стационарного СВР выполняется требование $\bar{\mu}_\nu \le \mu_0$. Условием сохранения стационарности ряда при появлении очередной, $(J+1)$-й, n-выборки наблюдений $\mathbf{x}$ является аналогичное неравенство вида

$$\mu_\nu(\mathbf{x}) \le \mu_0, \tag{5}$$

где левая часть определяется согласно (4) при $\mathbf{x}_j = \mathbf{x}$. Решение здесь принимается по принципу МИР. Однако, в отличие от его известной формулировки [5], в качестве опорной в (5) используется эталонная выборка $\mathbf{x}_\nu$ из множества $\{\mathbf{x}_j\}$. Этим и повышается эффективность решающего правила (5).

Отметим в заключение, что в зависимости от состава и объёма множества $X = \{\mathbf{x}_j\}$ положение и вид его информационного центр-эталона $\mathbf{x}^*$ в пределах этого множества, разумеется, меняются. Чем больше объём J, тем устойчивее и, следовательно, точнее определяются и информационный центр, и весь статистический образ X. Отсюда нетрудно установить прямую связь между понятием информационного центр-эталона (3) и оценкой гауссова распределения $\mathbf{P}_\nu = \mathrm{Norm}(\mathbf{K}_\nu)$ по объединённой выборке наблюдений с суммарным объёмом $V = nJ$ (запись $\mathrm{Norm}(\mathbf{K}_\nu)$ означает нормальное распределение величины $\mathbf{K}_\nu$). Поэтому в дальнейшем соответствующую матрицу $\mathbf{K}_{\text{МИР}} = \mathbf{K}_\nu$ с размером $L \times L$ будем называть оценкой АКМ по принципу МИР, или просто оценкой МИР, положенной в основу исследования стационарности СВР согласно алгоритму.

Добавим к сказанному, что предлагаемый алгоритм имеет множество разнообразных модификаций за счёт, главным образом, применения рекуррентных вычислительных процедур спектрально-корреляционного анализа [7]. Среди них наибольший интерес представляет метод обеляющего фильтра, основанный на универсальной авторегрессионной модели СВР.

3. ПРИМЕР РЕАЛИЗАЦИИ АЛГОРИТМА

Авторегрессионная модель j-й выборки СВР

$$x_j(t) = \sum_{s=1}^{S} a_j(s) x_j(t-s) + \eta_j(t), \tag{6}$$

где $t = 1, 2, \ldots$, однозначно определяется своим вектором авторегрессионных коэффициентов $\{a_j(s), s = 1, \ldots, S\}$ с заданным порядком $S \leq L \leq n$ и дисперсией σ_j^2 порождающего процесса $\{\eta_j(t), t = 1, 2, \ldots\}$ типа белого шума. Известно [7], что при достаточно большом порядке S такая модель охватывает широкий круг случайных процессов. Кроме того, она существенно расширяет возможности программно-аппаратной реализации оценки МИР для высокоскоростных алгоритмов. Но главное достоинство этой модели [3–5] заключается в том, что в условиях априорной неопределённости она предоставляет исследователю уникальную возможность гарантировать приемлемый результат за счёт предварительной нормировки СВР по величине его удельной энтропии $h(x_j) = 0{,}5 \log \sigma_j^2 + \mathrm{const} = h_0$ путём нормировки дисперсий порождающих их процессов к постоянному уровню $\sigma_j^2 = \sigma_0^2 = \mathrm{const}$ для любых $j \leq J$. Применительно к парциальным выборкам $\mathbf{x}_j$ из стационарного СВР такая нормировка обусловлена определением понятия стационарности в широком смысле [1]. В работе [8] показано, что в указанном случае величина информационного рассогласования из выражения (4) примет вид

$$\mu_k(\mathbf{x}_j) = 0{,}5\big[\mathrm{tr}\left(\mathbf{K}_j \mathbf{K}_k^{-1}\right) - L\big] \equiv \mu_{j,k}. \tag{7}$$

Здесь символ $\equiv$ обозначает равенство по определению. Ему соответствует [5] набор оптимальных решающих статистик

$$\rho_k(\mathbf{x}_j) = \frac{\sigma_k^2(\mathbf{x}_j)}{\sigma_0^2} - 1, \tag{8}$$

где

$$\sigma_k^2(\mathbf{x}_j) = (n - S)^{-1} \sum_{t=S+1}^{n} [y_k, j(t)]^2 \tag{9}$$

— выборочная дисперсия отклика

$$y_{k,j}(t) = x_j(t) - \sum_{s=1}^{S} a_k(s) x_j(t - s) \tag{10}$$

k-го обеляющего фильтра на вектор отсчётов j-й выборки $\mathbf{x}_j = \{x_j(t)\}$ на интервале наблюдения $t \leq n$; $t = S + 1, S + 2, \ldots, n$. Согласно критерию (3) решение здесь принимается по признаку ограниченной сверху суммы выборочных дисперсий откликов ν-го обеляющего фильтра (10) на каждую отдельную парциальную выборку $\mathbf{x}_j$ в пределах кластера $\{\mathbf{x}_j\}$. Это стандартная формулировка метода обеляющего фильтра [5]. Его возможности в задаче исследования стационарности СВР на конечном интервале наблюдений рассматриваются в следующем разделе.

4. АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ АЛГОРИТМА

Следуя опубликованной схеме вычислений [3], перепишем выражение (4) при учёте равенства (7) в эквивалентном виде:

$$\bar{\mu}_\nu = 0{,}5 J^{-1} \left[\mathrm{tr} \sum_{j=1}^{J} \big(\mathbf{K}_j \mathbf{K}_\nu^{-1}\big) - L\right] =$$

$$= 0{,}5 \left\{\mathrm{tr}\left[J^{-1} \sum_{j=1}^{J} (\mathbf{K}_j \mathbf{K}_\nu^{-1})\right] - L\right\} = 0{,}5\big[\mathrm{tr}\left(\mathbf{K}_{\text{МП}} \mathbf{K}_\nu^{-1}\right) - L\big] \equiv \mu_{\text{МП}\nu}, \tag{11}$$

где $\mathbf{K}_{\text{МП}} = J^{-1}\sum_{j=1}^{J}\mathbf{K}_j = J^{-1}\sum_{j=1}^{J}\mathbf{x}_j\mathbf{x}_j^{\mathrm{T}}$ — оценка максимального правдоподобия для автокорреляционной матрицы СВР по объединённой выборке наблюдений X. Отсюда следует вывод, что оценка МИР является оптимальной на множестве парциальных оценок АКМ $\{\mathbf{K}_j\}$ в смысле минимума её величины информационного рассогласования относительно оценки максимального правдоподобия. Из этого очевидным представляется следующее заключение: в асимптотике, когда объём множества наблюдений $J \to \infty$ неограниченно возрастает, оценка МИР сходится почти наверное (п. н.) [1], или с вероятностью 1, к неизвестному истинному виду АКМ $\mathbf{K}^*$.

Для доказательства воспользуемся несложной импликацией из свойства сильной состоятельности оценки максимального правдоподобия:

$$\mathbf{K}_{\text{МП}} \xrightarrow[J\to\infty]{\text{п. н.}} \mathbf{K}^* \Longrightarrow \min_{k<J}\mu_{\text{МП}k} \xrightarrow[J\to\infty]{\text{п. н.}} \min_{k<\infty}\left[\operatorname{tr}\left(\mathbf{K}^*\mathbf{K}_k^{-1}\right) - L\right] = \inf\left[\operatorname{tr}\left(\mathbf{K}^*\mathbf{K}_\nu\right) - L\right] = 0.$$

Таким образом, оценка МИР даёт асимптотически оптимальное решение проблемы многих малых выборок наблюдений над СВР. Её точность при гауссовом распределении СВР и конечном объёме множества реализаций $J < \infty$ может быть охарактеризована выражением

$$\bar{\mu}_\nu = J^{-1}\sum_{j=1}^{J}\left[(n-S)^{-1}\sigma_0^{-2}\sum_{t=S+1}^{n}y_{\nu,j}^2(t) - 1\right] = J^{-1}\sum_{j=1}^{J}\left[\sigma_0^{-2}\sigma_\nu^2(\mathbf{x}_j) - 1\right] =$$
$$= J^{-1}\sum_{j=1}^{J}\left[M^{-1}\chi_{j,M}^2(1+\mu_{j,\nu}) - 1\right],$$

где $\chi_{j,M}^2$ — случайная (с распределением «хи-квадрат») величина [9] с $M = n - S$ степенями свободы. При этом для стационарного процесса вероятность ошибки первого рода

$$\alpha = P(\bar{\mu}_\nu > \mu_0) \le P\left\{J^{-1}\sum_{j=1}^{J}[M^{-1}\chi_{j,M}^2(1+\mu_{j,\nu}) - 1] > \mu_0\right\} =$$
$$= P\left[J^{-1}\sum_{j=1}^{J}M^{-1}\chi_{j,M}^2(1+\mu_{j,\nu}) - 1 > \mu_0\right] = P\left[J^{-1}\sum_{j=1}^{J}M^{-1}\chi_{j,M}^2(1+\mu_{j,\nu}) > 1+\mu_0\right] =$$
$$= P\left[J^{-1}\sum_{j=1}^{J}\chi_{j,M}^2(1+\mu_{j,\nu}) > M(1+\mu_0)\right] = P\left\{J^{-1}\sum_{j=1}^{J}\left[\chi_{j,M}^2 > M(1+\mu_0)/(1+\mu_{j,\nu})\right]\right\} \to 0$$

монотонно убывает до нуля при $M \to \infty$, т. к. $(1+\mu_0)/(1+\mu_{j,\nu}) > 1$ для всех $\{j,\nu \le J\}$. Динамические свойства оценки МИР определяются соотношением

$$\bar{\mu}_\nu \le J^{-1}\sum_{j=1}^{J}\left[M^{-1}\chi_{j,M}^2(1+\mu_0) - 1\right] \equiv \bar{\mu}_0,$$

где $\mu_0 = \max_j \mu_{j,\nu}$ — пороговый уровень допустимых вариаций величины информационного рассогласования из (3). Отталкиваясь от асимптотических свойств χ^2-распределения [9], в первом приближении можно записать

$$\bar{\mu}_0 = J^{-1}\sum_{j=1}^{J}\left[M^{-1}\chi_j^2(M)\,(1+\mu_0) - 1\right]|_{M\gg1} \approx J^{-1}\sum_{j=1}^{J}\operatorname{Norm}_j\left[\mu_0; 2M^{-1}(1+\mu_0)^2\right],$$

где $\mathrm{Norm}_j(x; y)$ — j-я случайная величина с математическим ожиданием x и дисперсией y.

В последнем выражении получена классическая выборочная оценка математического ожидания случайной гауссовой величины $\mathrm{Norm}(m_\mu, \sigma_\mu^2)$ с математическим ожиданием $m_\mu = \mu_0$ и дисперсией $\sigma_\mu^2 = 2M^{-1}(1+\mu_0)^2$. Характеристики точности и надёжности такой оценки — длина доверительного интервала и доверительная вероятность соответственно — определяют в конечном итоге динамические свойства статистической оценки $\mathbf{K}_{\text{МИР}}$.

Следуя стандартной методологии статистического анализа [9], определим для нашей оценки МИР длину доверительного интервала $\Delta_\mu = 2z_p\sqrt{\sigma_\mu^2/J^*}$ в зависимости от доверительной вероятности p. Здесь z_p — коэффициент пропорциональности, J^* — объём репрезентативной выборки. Таким образом, точность статистических оценок МИР возрастает с увеличением объёма множества парциальных выборок J. При этом скорость её сходимости не улучшаема по порядку [1] и определяется в данном случае степенны́м законом. Отсюда же следует соотношение

$$J^* \geq 4z_p^2\,\frac{\sigma_\mu^2}{\Delta_\mu^2} = 4z_p^2\,\delta_\mu^{-2},$$

где $\delta_\mu \equiv \Delta\mu/\sigma_\mu$ — относительная погрешность оценки минимальной средней величины информационного рассогласования (11) в пределах кластера $\{\mathbf{x}_j, j = 1, \ldots, J\}$. Последнее выражение определяет требования к минимальному объёму J^* объединённой выборки X. Например, для $p = 0{,}95$ по таблицам гауссова распределения [9] находим $z_p = z_{0,95} \approx 2{,}0$ и, следовательно, будем иметь $J^* \geq 16\delta_\mu^{-2}$. Особенность данного результата состоит в том, что в рамках используемой нами кластерной модели СВР длина доверительного интервала Δ_μ сопоставима по величине со среднеквадратичным отклонением σ_μ вариаций величины информационного рассогласования из выражения (4). В таком случае относительная погрешность δ_r оценки имеет порядок единицы. При учёте сказанного будем иметь $J^* \geq 16$, что подтверждает высокие динамические свойства алгоритма (1)–(10), особенно существенные в условиях малых выборок наблюдений.

Отдельного внимания заслуживает также вопрос об оценке чувствительности синтезированного алгоритма к разладке в СВР. Разладка в общем случае может быть охарактеризована [5] вероятностью β своего обнаружения. Путём несложных вычислений [8] в обозначениях из выражения (5) будем иметь

$$\beta = P\left[\chi_M^2 \geq M\,\frac{1+\mu_0}{1+\mu_\nu(\mathbf{x})}\right], \tag{12}$$

где $j \leq J$. Чем больше интенсивность разладки, тем с большей вероятностью последняя обнаруживается. Поэтому чувствительность предложенного алгоритма может быть охарактеризована пороговой величиной разладки $\mu_\nu(\mathbf{x})$ при некоторой фиксированной вероятности её обнаружения (12). Например, в задачах автоматической обработки речи [8] при $M = 80$ и $\mu_0 = 1{,}5$ (типичные значения параметров алгоритма) вероятность обнаружения разладки (12) достигает уровня 0,9 и выше при условии $\mu_\nu(\mathbf{x}) = 3{,}1$ или при $\mu_\nu(\mathbf{x}) = 1{,}25\mu_0$. Для объяснения полученного результата сошлёмся на данные экспериментальных исследований, проведённых в условиях предыдущей работы автора [3] и с применением той же авторской программной разработки [10]: различные аллофоны (реализации) в пределах даже одной фонемы разговорной речи диктора характеризуются непреднамеренными отклонениями величины $\mu_\nu(\mathbf{x})$ на существенно более высоком уровне. В качестве иллюстрации на рис. 1 представлены графики авторегрессионных оценок спектральной плотности мощности 20-го порядка фонем А (*а*) и О (*б*) по их трём конечным ($M = 80$) реализациям из речи одного и того же диктора. Видно, что одноимённые оценки спектральной плотности мощности незначительно, но всё же различаются между собой. При этом их взаимная величина информационного рассогласования (7) в обоих случаях превысила пороговый уровень

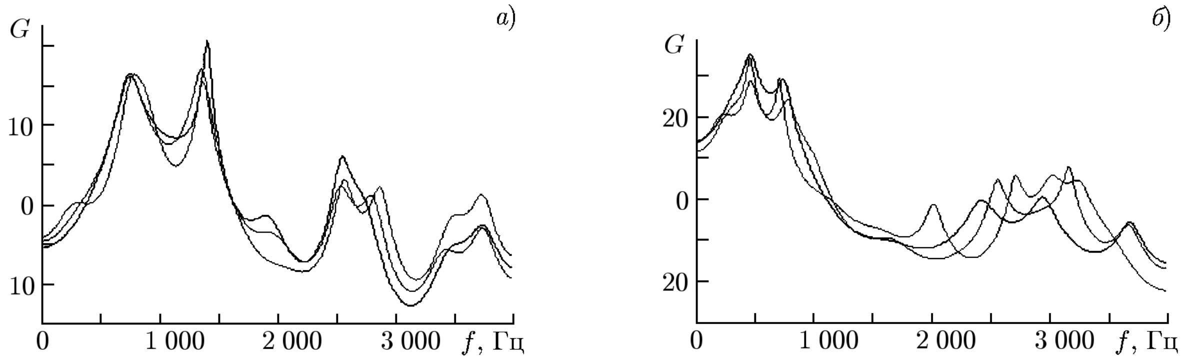

Рис. 1. Оценки спектральной плотности мощности фонем А (*а*) и О (*б*) как функции частоты

$\mu_0 = 1{,}5$. Иными словами, предложенный в данной статье алгоритм характеризуется настолько высокой чувствительностью к разладке, что позволяет при необходимости выделить в разные группы отдельные реализации одной фонемы.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложен новый алгоритм исследования стационарности СВР на основе критерия МИР по конечной выборке наблюдений. Его отличительная особенность — высокие динамические свойства, позволяющие преодолеть проблему малых выборок.

Ограничения на область применения предложенного алгоритма связаны, прежде всего, с предположением о многомерном гауссовом распределении СВР в постановочной части статьи. Однако указанные ограничения только на первый взгляд кажутся чрезмерно жёсткими. Например, в работе [11] было показано, что в условиях априорной неопределённости гауссов закон теоретически строго обусловлен общесистемным принципом максимума энтропии наблюдений для широкого круга задач, в которых используются моменты распределения не выше второго порядка. Отметим, что исследование стационарности СВР в широком смысле относится именно к такому кругу задач.

Работа выполнена в рамках открытого плана НИР Нижегородского государственного лингвистического университета по направлению «Статистические методы обработки информации в условиях малых выборок наблюдений».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Боровков А. А. Математическая статистика. СПб.: Лань, 2010. 704 с.
2. Белашов В. Ю., Белашова Е. С., Асадуллин А. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 2012. Т. 55, № 9. С. 651.
3. Савченко В. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2015. Т. 58, № 5. С. 415.
4. http://www.jstor.org/stable/2286348?seq=1#page_scan_tab_contents .
5. Савченко В. В., Пономарёв Д. А. // Автометрия. 2009. Т. 45, № 1. С. 56.
6. Кульбак С. Теория информации и статистика. М.: Наука, 1967. 408 с.
7. Марпл С. Л.-мл. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990. 584 с.
8. Савченко В. В. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2011. Вып. 1. С. 17.

9. Мюллер П., Нойман П., Шторм Р. Таблицы по математической статистике. М.: Финансы и статистика, 1982. 278 с.
10. Информационная система фонетического анализа слитной речи: Программа для ЭВМ / В. В. Савченко, Д. Ю. Акатьев, Н. В. Карпов, Д. А. Понамарёв / Роспатент: № 2008615442 по заявке 2008614233 от 15.09.2008.
11. Савченко В. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1991. Т. 34, № 3. С. 268.

Поступила в редакцию 17 сентября 2015 г.; принята в печать 26 апреля 2016 г.

A STUDY OF STATIONARITY OF THE RANDOM TIME SERIES USING THE PRINCIPLE OF THE INFORMATION DIVERGENCE MINIMUM

V. V. Savchenko

Using the theoretic-information approach and the criterion of minimum information divergence in the Kullback–Leibler information metric, we propose a new algorithm for checking the time series for stationarity in the wide sense. We consider an example of realizing this algorithm, study its dynamic characteristics, and provide recommendations on its use under the conditions of small samples.