

УДК 550.385.41+533.9

РЕЗОНАНСНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ С ИОННО-ЦИКЛОТРОННЫМИ ВОЛНАМИ. I. ОСОБЕННОСТИ НЕЛИНЕЙНЫХ РЕЖИМОВ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

В. С. Грач¹, А. Г. Демехов^{1,2}

¹ Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород;

² Полярный геофизический институт, г. Апатиты, Россия

Анализируется резонансное взаимодействие релятивистских электронов с ионно-циклотронными волнами в радиационных поясах Земли. Рассматриваются волновые пакеты конечной длины с переменной частотой и различными профилями амплитуды. На основе численного решения системы уравнений движения частиц в заданном поле волны исследуются особенности нелинейных режимов взаимодействия и его эффективность при однократном пролёте частицы через волновой пакет. В представленной здесь первой части работы анализируются особенности траекторий отдельных частиц. Рассмотрено влияние формы волнового пакета на известные режимы, такие как захват частиц полем волны и их группировка по фазе, приводящая к ненулевому среднему изменению питч-угла в неоднородной среде. Показано, что длительное пребывание частицы вблизи сепаратрисы на фазовой плоскости в области, далёкой от седла, приводит к сильному уменьшению питч-угла частицы и в отсутствие захвата. Данный нелинейный режим (направленное рассеяние) возможен для не слишком больших начальных питч-углов. При этом величина уменьшения питч-угла зависит от начальной фазы частицы. Показано, что траектории, соответствующие направленному рассеянию, можно считать переходным типом траекторий между траекториями пролётных и захваченных частиц. Получены количественные оценки изменения питч-угла и подтверждено, что направленное рассеяние и захват частиц полем волны могут приводить к высыпанию электронов в конус потерь.

ВВЕДЕНИЕ

Электромагнитные ионно-циклотронные волны (ИЦВ, или ЭМИЦ волны) являются одним из основных видов плазменных колебаний в магнитосфере Земли. Они наблюдаются в широком диапазоне параметров Мак-Илвайна, $L = 3 \div 10$, и долгот, от 5 до 21 ч местного магнитного времени [1–5]. В спокойное время максимум активности ИЦВ приходится на высокие L -оболочки, $L > 6$, и дневной сектор магнитосферы, от 9 до 15 ч местного магнитного времени [1, 4, 5]; во время возмущений ИЦВ наблюдаются на более низких оболочках [4, 6].

Наряду с шумовыми всплесками ИЦВ часто регистрируются квазимонохроматические волновые пакеты типа «жемчужин» или гидромагнитных хоров с частотами порядка $1 \div 2$ Гц [7–11]. Согласно имеющимся представлениям [7, 8, 12] излучение типа «жемчужин» (последовательности квазимонохроматических пакетов с периодами порядка 100 с и растущей частотой внутри каждого пакета) возбуждается в режиме пиковой генерации в альфвеновском мазере. Большую роль в формировании спектра таких излучений играют селективный и нелинейный характер отражения от ионосферы, модуляция инкремента циклотронной неустойчивости колебаниями геомагнитного поля и отражение от областей гирорезонанса тяжёлых ионов [8]. Гидромагнитные хоры или подобные им триггерные ЭМИЦ-сигналы [11] по своей структуре схожи с хоровыми излучениями в диапазоне очень низких частот (ОНЧ) в свистовой моде [13], и для них, вероятно, действует аналогичный ОНЧ хорам [14] механизм генерации — режим лампы обратной волны в магнитосферном мазере [15]. Нелинейная теория генерации гидромагнитных хоров также развивалась в работах [16, 17].

Наблюдения показывают, что ИЦВ распространяются преимущественно вдоль магнитного поля и их амплитуды могут достигать $1 \div 7$ нТл [9, 10, 18, 19]. Рассеяние в конус потерь, вызванное резонансным взаимодействием с ИЦВ, считается одним из основных механизмов высыпаний релятивистских электронов радиационных поясов в атмосферу Земли [20]. Данное взаимодействие исследовалось в рамках квазилинейной теории [21, 22], а также с учётом нелинейных эффектов как для монохроматической волны [23–26], так и для волновых пакетов с конечной длиной [27–29].

В работе [23] исследовалось влияние группировки частиц по фазе и захвата частиц полем волны [30–32] на эффективность рассеяния в конус потерь; в работе [26] оценивалась вероятность захвата частиц полем волны и устойчивость движения в этом режиме. В работах [27, 28] было показано, что для пакетов с переменной частотой рассеяние в конус потерь (после однократного пролёта электрона через пакет) эффективнее, чем для пакетов с постоянной частотой. В работе [29] рассчитывалось длительное взаимодействие электронов с волновым пакетом за время многих баунс-осцилляций и анализировалась эффективность высыпания электронов для четырёх модельных пакетов с переменной амплитудой. Также в работе [29] авторы обнаружили режим с аномально большим уменьшением питч-угла для незахваченных частиц (далее будем называть его направленным рассеянием), связанный, по их мнению, с влиянием центробежной компоненты силы Лоренца (т.е. её проекции на направление вдоль радиуса ларморовской окружности) в отсутствие захвата частиц (или после выхода частицы из режима захвата).

С учётом полученных в работах [27–29] результатов детальное исследование возможных нелинейных режимов взаимодействия релятивистских электронов с пакетом ИЦВ конечной длины (численные расчёты и их физическая интерпретация) по-прежнему представляет большой интерес, т.к. необходимо более полное понимание динамики этих режимов в зависимости от энергии электронов и свойств волнового пакета.

В данной работе на основе численных расчётов рассматривается влияние профиля амплитуды волны на резонансное взаимодействие релятивистских электронов с пакетом ИЦВ конечной длины с переменной частотой; исследуются различные нелинейные режимы взаимодействия и эффективность рассеяния электронов при их однократном пролёте через пакет. В представленной здесь первой части работы анализируются особенности траекторий отдельных частиц для трёх основных нелинейных режимов взаимодействия (направленное рассеяние, слабое увеличение питч-угла для большей доли незахваченных частиц вследствие их группировки по фазе и захват частиц полем волны). Во второй части работы будет рассмотрена динамика режимов взаимодействия и эффективности рассеяния электронов в конус потерь в зависимости от энергии электронов, положения пакета в пространстве и профиля амплитуды пакета.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим взаимодействие релятивистских электронов с пакетом ионно-циклотронных волн, который распространяется вдоль магнитного поля Земли \mathbf{B}_0 . Поскольку частота ионно-циклотронной волны ω много меньше нерелятивистской гирочастоты электронов Ω_c , резонансное взаимодействие возможно только для релятивистских частиц ($\gamma > 1$) на аномальном эффекте Доплера:

$$\omega - kv_{\parallel} = -l|\Omega_c/\gamma. \quad (1)$$

Здесь $k = |k|$, $\mathbf{k} \parallel \mathbf{B}_0$ — волновой вектор, l — номер резонанса (для продольного распространения взаимодействие возможно только при $l = 1$), v_{\parallel} — продольная (по отношению к полю \mathbf{B}_0) скорость электрона, $\gamma = \sqrt{1 + [p/(mc)]^2}$ — релятивистский фактор, m и p — масса покоя и импульс электрона соответственно, c — скорость света.

В условиях, когда неоднородность внешнего магнитного поля \mathbf{B}_0 можно считать плавной, амплитуда волны \mathbf{B}_w достаточно мала ($B_w \ll B_0$) и параметры волны меняются во времени t медленно по сравнению с Ω_c^{-1} , систему уравнений, описывающую резонансное взаимодействие релятивистского электрона с ионно-циклотронной волной, можно записать в виде

$$\frac{dW}{dt} = -ev_{\perp}|E_w|\sin\Psi, \quad (2)$$

$$\frac{dI_{\perp}}{dt} = -\frac{2e}{mB_0}p_{\perp}(1 - n_{\parallel}\beta_{\parallel})|E_w|\sin\Psi, \quad (3)$$

$$\frac{d\Psi}{dt} = -\Delta - \frac{e}{p_{\perp}}(1 - n_{\parallel}\beta_{\parallel})|E_w|\cos\Psi, \quad (4)$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{p_{\parallel}}{m\gamma}. \quad (5)$$

Здесь координата z направлена вдоль \mathbf{B}_0 , $e > 0$ — элементарный заряд, p_{\perp} и p_{\parallel} — поперечный и продольный (по отношению к полю \mathbf{B}_0) импульс электрона соответственно, E_w — модуль напряжённости электрического поля волны, $n_{\parallel} = kc/\omega$, Ψ — угол между вектором поперечного импульса \mathbf{p}_{\perp} и вектором $-\mathbf{B}_w$, $\beta_{\parallel} = v_{\parallel}/c$, v_{\perp} — модуль поперечной скорости электрона, $W = (\gamma - 1)mc^2$ и $I_{\perp} = p_{\perp}^2/(mB_0)$ — кинетическая энергия и первый адиабатический инвариант электрона соответственно, $\Delta = \omega - kv_{\parallel} + \Omega_c/\gamma$ — отстройка от резонанса. В уравнении (4) первое слагаемое в правой части отвечает за так называемую инерционную, или кинематическую, группировку, а второе, связанное с проекцией силы Лоренца на направление радиуса ларморовской окружности, — за силовую группировку.

Экваториальный питч-угол электрона Θ_L выражается через энергию и адиабатический инвариант по формуле

$$\Theta_L = \arcsin\sqrt{\tilde{I}_{\perp}/(\gamma^2 - 1)}, \quad (6)$$

где $\tilde{I}_{\perp} = I_{\perp}B_0/(mc^2)$. Как известно [12], при частоте волны, много меньшей гирочастоты частицы, скорость изменения энергии много меньше скорости изменения адиабатического инварианта:

$$\frac{d\tilde{W}/dt}{d\tilde{I}_{\perp}/dt} \approx \frac{\omega}{2\Omega_c} \ll 1, \quad (7)$$

где $\tilde{W} = \gamma - 1$. Таким образом, можно считать, что при резонансном взаимодействии электронов с ИЦВ изменение питч-угла Θ_L полностью определяется изменением величины I_{\perp} .

Большое число работ посвящено аналитическому исследованию резонансного взаимодействия заряженной частицы с волной (в том числе с ионно-циклотронной волной), например [23, 26, 30–33] и др. Движение частиц можно упрощённо описать уравнениями типа нелинейного маятника [30]; при этом обычно пренебрегают вторым слагаемым в уравнении (4). При наличии минимума эффективного потенциала возможен захват частицы полем волны. Захваченные частицы движутся по финитным траекториям, соответствующим колебаниям в потенциальной яме; траектории пролётных частиц инфинитны.

Безразмерный параметр эффективной неоднородности можно записать в виде $\mathcal{R} = \sigma_R R$, где множитель $\sigma_R = \pm 1$ определяет знак эффективной неоднородности, а

$$R = \frac{|d\Delta/dt|}{\Omega_{tr}^2}. \quad (8)$$

Здесь Ω_{tr}^2 — квадрат частоты осцилляций электрона в поле волны вблизи минимума эффективного потенциала волны [33]:

$$\Omega_{\text{tr}}^2 = (1 - n_{\parallel}^{-2}) \frac{ek_{\parallel}^2 v_{\perp} |E_w|}{m\omega\gamma} = (1 - n_{\parallel}^{-2}) \frac{e\omega n_{\parallel}^2 v_{\perp} |E_w|}{mc^2\gamma}. \quad (9)$$

Минимум эффективного потенциала существует только при $R < 1$. Соответственно, захват частицы полем волны также возможен при $R < 1$. В случае, когда $R \gg 1$, движение частицы можно считать линейным: частица является пролётной, фаза в точке резонанса Ψ_{res} определяется невозмущённой траекторией и линейно зависит от начальной фазы. Общее изменение питч-угла (и энергии) определяется начальной фазой, что для ансамбля частиц может приводить к диффузии величины I_{\perp} (и, соответственно, питч-угловой диффузии). При $R \ll 1$ реализуется нелинейный режим, который характеризуется группировкой частиц по фазе и дрейфом значений I_{\perp} как для пролётных частиц, так и для частиц, захваченных полем волны. Схематичные фазовые портреты для различных значений R^0 на плоскости $(\Psi, d\Psi/dt)$ [30–32] показаны на рис. 1. Здесь и далее верхний индекс 0 означает величины, вычисленные по невозмущённой траектории (без учёта слагаемых, пропорциональных $|E_w|$, в системе (2)–(5)).

В линейном случае ($R \gg 1$, см. рис. 1а; соответствующие величины обозначены индексом lin) для оценки изменения величины I_{\perp} пролётной частицы $\Delta I_{\perp}^{\text{lin}}$ можно использовать метод стационарной фазы [12], который даёт

$$\Delta I_{\perp}^{\text{lin}} = I_{\perp\text{end}}^{\text{lin}} - I_{\perp 0} = |K_{I_{\perp}}^0| \sqrt{\frac{2\pi}{|\Psi_t''|_{\text{res}}^0}} \sin[\Psi_{\text{res}} + \text{sgn}(\Psi_t''|_{\text{res}}^0)\pi/4]. \quad (10)$$

Здесь $\Psi_t'' = d^2\Psi/dt^2$, индекс res означает величины, вычисленные в точке резонанса, $K_{I_{\perp}} \equiv -2ep_{\perp}(1 - n_{\parallel}\beta_{\parallel})|E_w|/(mB_0)$ — коэффициент перед множителем $\sin\Psi$ в правой части уравнения (3), $I_{\perp 0}$ и $I_{\perp\text{end}}$ — первый адиабатический инвариант электрона до и после захвата соответственно. Полное изменение питч-угла можно выразить через $\Delta I_{\perp}^{\text{lin}}$ (учитывая, что $\gamma \approx \text{const}$):

$$\Delta\Theta_L^{\text{lin}} = \arcsin \left[\sqrt{\frac{|K_{I_{\perp}}^0| \sqrt{2\pi/|\Psi_t''|_{\text{res}}^0} \sin(\Psi_{\text{res}} \pm \pi/4) + I_{\perp 0}}{\gamma^2 - 1}} \right] - \Theta_{L0}, \quad (11)$$

где нижний индекс 0 соответствует начальному значению.

Схематичные фазовые портреты для нелинейного случая (индекс NL, $R \ll 1$) показаны на рис. 1в и г. При более точном учёте неоднородности размер и положение сепаратрисы меняется в фазовом пространстве $(I_{\perp}, \Psi, d\Psi/dt)$; при сближении с сепаратрисой большинство частиц обходят её с внешней стороны и в момент резонанса пересекают в области седла [23, 31, 32]. Полное изменение адиабатического инварианта для таких пролётных частиц (между моментами, когда частица находится далеко от сепаратрисы до и после взаимодействия) можно оценить следующим образом [23, 31, 32]:

$$\Delta I_{\perp}^{\text{NL}} = I_{\perp\text{end}}^{\text{NL}} - I_{\perp 0} = \pm \frac{8}{\pi} \frac{|K_{I_{\perp}}^0|}{\Omega_{\text{tr}}}. \quad (12)$$

В этом случае полное изменение величины I_{\perp} (и, соответственно, угла Θ_L) не зависит от начальной фазы, а резонансная фаза пролётных частиц может принимать значения в ограниченном интервале

$$\Psi_{\text{turn}} < \Psi_{\text{res}} < \Psi_x + 2\pi, \quad (13)$$

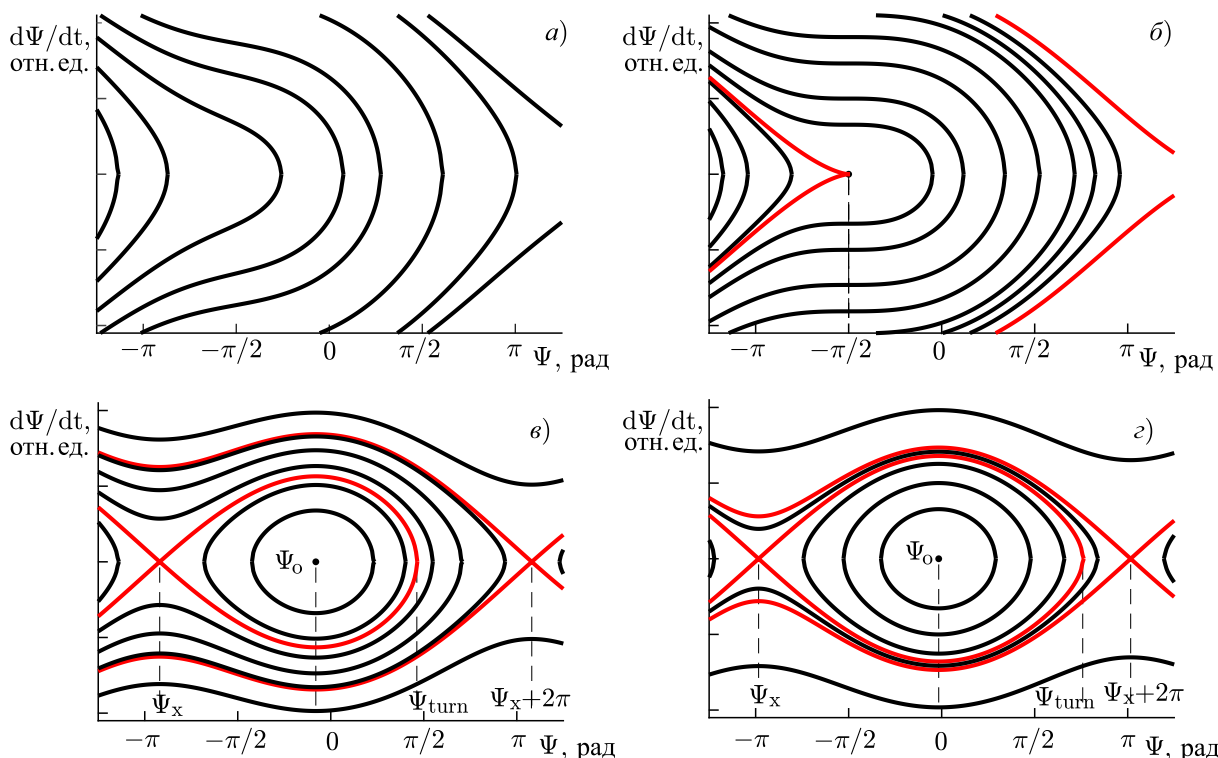


Рис. 1. Схематичный фазовый портрет рассматриваемой системы на плоскости $(\Psi, d\Psi/dt)$ для $R^0 = 1,25$ (а), $R^0 = 1,00$ (б), $R^0 = 0,25$ (в) и $R^0 = 0,05$ (г). Сепаратрисы показаны красным цветом

где значение Ψ_x соответствует седлу сепаратрисы на фазовой плоскости $(\Psi, d\Psi/dt)$, $\sin \Psi_x = \pm R^0$, Ψ_{turn} — противоположная точка сепаратрисы (точка разворота), для которой также выполнено условие $d\Psi/dt = 0$. При $R^0 \rightarrow 1$ фазы, отвечающие седлу, состоянию равновесия и точке разворота, совпадают ($\Psi_x \approx \Psi_0 \approx \Psi_{turn}$) и резонансная фаза пролётной частицы может быть произвольной (см. рис. 1б). При $R^0 \rightarrow 0$ имеем $\Psi_x \approx -\pi$, $\Psi_{turn} \approx \pi$ и, согласно (13), резонансная фаза пролётных частиц примерно равна $\Psi_{res} \approx \pi$ (см. рис. 1г).

Знак величины ΔI_{\perp}^{NL} и значения фаз Ψ_x , Ψ_0 и Ψ_{turn} определяются знаком эффективной неоднородности σ_R , волновой модой и типом резонанса [32]. Мы рассматриваем взаимодействие электрона с ИЦВ на аномальном эффекте Доплера (1) при распространении волнового пакета от магнитного экватора, что соответствует предположению о генерации этого пакета в экваториальной области. При этом, особенно при учёте положительного дрейфа частоты в пакете, $\sigma_R < 0$, имеем $\Delta I_{\perp}^{NL} > 0$, $\Psi_x = \arcsin(R^0) - \pi$, $\Psi_0 = -\arcsin(R^0)$ и $\cos \Psi_{turn} - R^0 \Psi_{turn} = \cos \Psi_x - R^0 \Psi_x$.

Таким образом, в данном случае нелинейный режим для пролётных частиц может приводить к среднему увеличению питч-угла. Очевидно, оценка (12) применима только в случае, когда вычисленная с её помощью поперечная кинетическая энергия не превосходит полную, т.е. при выполнении неравенства $p_{\parallel}^2 \geq 0$, или

$$I_{\perp end} < (\gamma^2 - 1)mc^2. \tag{14}$$

Следуя работам [23, 31, 32], данный нелинейный эффект (увеличение питч-угла на примерно одинаковую величину для значительной доли пролётных частиц за счёт группировки по фазе в области седла) будем называть бунчировкой.

Некоторая часть частиц при $R \ll 1$ может оказаться захваченной. Захваченные частицы совершают колебания внутри сепаратрисы, что, с учётом движения сепаратрисы на плоскости

(Ψ, I_{\perp}) , может в рассматриваемом случае привести к сильному уменьшению I_{\perp} [32]. Как будет показано в дальнейшем, эффект значительного уменьшения питч-угла имеет место и для пролётных частиц, проходящих вблизи сепаратрисы вдали от седла (при $R \lesssim 1$).

В общем случае знаки изменения питч-угла захваченных и основной части пролётных частиц определяются знаком эффективной неоднородности σ_R . Так, при взаимодействии свистовых волн с электронами на основном циклотронном резонансе повышение частоты приводит к ускорению захваченных частиц волнами [33, 34], причём начальной энергии волн может быть недостаточно для этого ускорения. Недостающая энергия поступает к волнам от пролётных частиц, группировка которых вызывает уменьшение их энергии [35]. Взаимодействие релятивистских электронов с ИЦВ не приводит к заметному энергообмену между частицами и волнами, поэтому оправдано приближение заданной амплитуды волнового пакета.

2. ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЁТЫ

Для взаимодействия тестовых частиц с заданными начальными условиями и волнового пакета ИЦВ конечной длины система (2)–(5) решалась численно методом Рунге–Кутты третьего порядка. Рассчитывался однократный пролёт электрона через пакет с учётом аномального циклотронного резонанса. Поскольку скорость распространения пакета много меньше скорости электрона, движение и эволюция пакета в плазме несущественны, хотя они и учтены в уравнениях.

2.1. Параметры плазмы и волнового пакета. Предварительный анализ

Для расчётов выбраны параметры плазмы, соответствующие работе [27]: рассматриваются волновые пакеты с повышающейся во времени частотой (типа гидромагнитных хоров) в частотном диапазоне ниже гирочастоты протонов Ω_H , но выше гирочастоты ионов гелия He^+ , на L -оболочке $L = 5,5$ при концентрации электронов $N_e = 178 \text{ см}^{-3}$. Ионный состав следующий: присутствуют ионы водорода ($N_{\text{H}^+} = 0,81N_e$), гелия ($N_{\text{He}^+} = 0,095N_e$) и кислорода ($N_{\text{O}^+} = 0,095N_e$). Заметная фракция гелия в плазме необходима для того, чтобы резонансные энергии электронов были сравнительно низкими (порядка $1 \div 3$ МэВ). Геомагнитное поле B_0 рассчитывается в дипольном приближении.

Рассматривался волновой пакет с длиной $L_{\text{pt}} = 7000$ км и линейным дрейфом частоты (частота пакета линейно убывает от заднего фронта $z = z_1$ к переднему $z = z_2$ в диапазоне от $\omega = 0,76\Omega_H = 2,3$ Гц до $\omega = 0,46\Omega_H = 1,4$ Гц). Расчёты проводились для двух вариантов формы пакета — постоянной амплитуды электрического поля E_w (прямоугольный пакет) и амплитуды, распределённой по закону Гаусса (гауссов пакет), — и трёх вариантов положения заднего фронта пакета: $z_1^{(1)} = -10c/\Omega_H = -90$ км (практически экватор, пакет 1), $z_1^{(2)} = z_1^{(1)} + L_{\text{pt}}/4$ (пакет 2) и $z_1^{(3)} = z_1^{(1)} + L_{\text{pt}}/2$ (пакет 3). Положительное направление оси z соответствует направлению распространения волны и движения резонансных электронов. Для третьего пакета передний фронт граничит с зоной циклотронного резонанса ионов He^+ . Соответственно, более далёкие от экватора положения волнового пакета не рассматривались, т. к. в этом случае необходимо учитывать влияние циклотронного поглощения волн на форму волнового пакета. Максимальное значение индукции магнитного поля волны равно $B_w = 2,2$ нТл (значения максимума напряжённости электрического поля E_w для разных положений пакета неодинаковы). Подобный набор параметров пакета соответствует характеристикам волн, наблюдавшихся в конкретном событии [19].

Для электронов рассматривается следующий диапазон начальных параметров: $W_0 = 0,98 \div 2,2$ МэВ, $\Theta_{L0} = 30^\circ \div 70^\circ$. Они выбраны исходя из необходимости обеспечения эффективности взаимодействия частиц с указанными пакетами в плазме с выбранными параметрами.

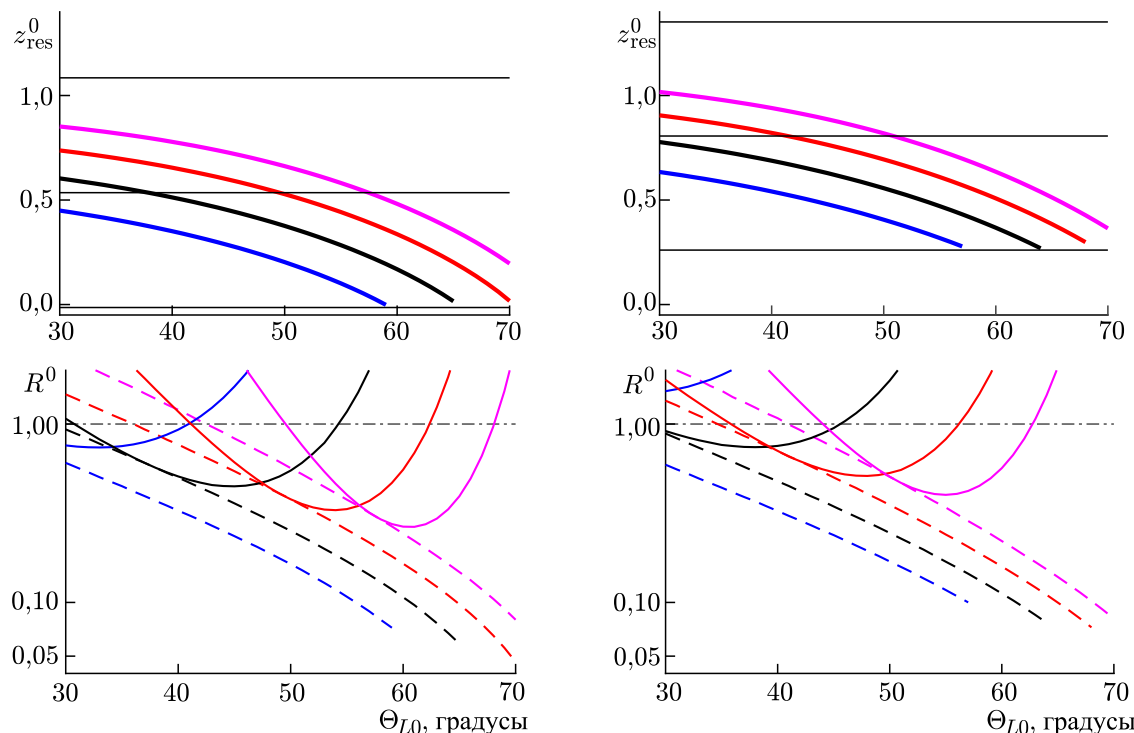


Рис. 2. Положение точки резонанса и величина параметра R^0 в этой точке в зависимости от начальных параметров электрона для пакетов 1 (левый столбец) и 2 (правый столбец). Синие, чёрные, красные и фиолетовые линии соответствуют значениям $W_0 = 0,98; 1,30; 1,50$ и $2,20$ МэВ, чёрными горизонтальными линиями на верхних панелях показаны границы и середина пакета, на нижних панелях сплошные линии соответствуют гауссову пакету, штриховые — прямоугольному

Расчёты проводились для 8 значений начальной энергии в указанном диапазоне, 41 значения начального питч-угла (с шагом в 1°) и 360 значений начальной фазы, равномерно распределённых в интервале $[0, 2\pi]$.

На рис. 2 для двух положений пакета представлены рассчитанные для невозмущённой траектории зависимости положения точки резонанса z_{res}^0 (координата z нормирована на радиус Земли) и параметра неоднородности R^0 (8) в этой точке от начальных значений питч-угла на экваторе Θ_{L0} и энергии электрона W_0 . Как можно видеть из этого рисунка, положение точки резонанса сдвигается к экватору (точке входа в пакет) при увеличении начального питч-угла/уменьшении энергии. При достаточно больших питч-углах ($\Theta_{L0} > \Theta_{L*}$) условие резонанса не выполняется в области пакета (величина Θ_{L*} растёт с ростом энергии). Изменение характера кривых в зависимости от начального положения волнового пакета связано, очевидно, с вариацией частоты внутри пакета.

Параметр R^0 для прямоугольного пакета растёт с увеличением энергии и уменьшается с ростом питч-угла Θ_{L0} до значений $R^0 \leq 0,1$. Заметим, что убывание R^0 при увеличении питч-угла Θ_{L0} связано не с уменьшением производной $d\Delta/dt$, а с ростом величины Ω_{tr}^2 (9). Данный рост обусловлен тем, что большему начальному питч-углу при постоянной энергии соответствуют бóльшая поперечная скорость v_\perp и меньшая продольная скорость v_\parallel и, как следствие, более близкая к экватору точка резонанса $\Delta = 0$ (см. верхние панели на рис. 2), где частота волны выше, а гирочастота ниже, что даёт и больший показатель преломления n_\parallel . Качественно характер зависимости $R^0(W_0, \Theta_{L0})$ такой же и при постоянной частоте пакета [23].

Для гауссова пакета параметр R^0 имеет минимум по питч-углу, значение этого минимума

в рассматриваемом диапазоне энергии с её ростом уменьшается (в более широком диапазоне энергии оно имеет минимум). Заметим, что даже в оптимальных условиях отношение R^0 для гауссова пакета достаточно велико: $R_{\min}^0 \approx 0,4 \div 0,5$. При увеличении энергии угловые зависимости смещаются в сторону больших питч-углов. При движении пакета от экватора при постоянной энергии зависимости $z_{\text{res}}^0(W_0, \Theta_{L0})$ и $R^0(W_0, \Theta_{L0})$ смещаются в сторону меньших питч-углов, при постоянном питч-угле — в сторону больших энергий (но при этом для прямоугольного пакета разница в зависимостях $R^0(W_0, \Theta_{L0})$ для разных положений пакетов практически незаметна).

На основе вышесказанного естественно предположить, что эффективность взаимодействия электронов с пакетом для гауссова пакета существенно сильнее зависит от энергии электрона и положения пакета, чем для прямоугольного. При фиксированном положении пакета зависимость эффективности взаимодействия (среднего изменения питч-угла и/или числа захваченных частиц), предположительно, сдвигается в сторону больших питч-углов с увеличением энергии электрона. Сдвиг пакета от экватора, в свою очередь, должен приводить к сдвигу этой зависимости в сторону больших энергий (при постоянном питч-угле) и меньших питч-углов (при постоянной энергии).

В первой части работы мы ограничимся анализом возможных режимов взаимодействия и представлением результатов для отдельных частиц (или групп частиц). Во второй части работы будут приведены интегральные результаты по всему ансамблю рассмотренных тестовых частиц и проанализирована динамика режимов взаимодействия в зависимости от энергии электрона и свойств пакета.

2.2. Результаты расчётов

На рис. 3–6 представлены результаты расчётов для гауссова пакета (пакет 2) для четырёх сочетаний параметров W_0 и Θ_{L0} , соответствующих четырём качественно различным режимам взаимодействия. Приведены временные зависимости $\Theta_L(t)$, $\Delta(t)$ и траектории на фазовой плоскости $\Delta(\Psi)$ для 16 частиц с разными начальными фазами (для наглядности фазовые траектории построены в интервале $-2\pi \leq \Psi \leq 2\pi$), а также зависимости $\Delta\Theta_L(\Psi_0, \Psi_{\text{res}})$ и $\Psi_0(\Psi_{\text{res}})$. При расчёте частица формально считается захваченной полем волны, если число точек на траектории, в которых точно выполнено условие резонанса $\Delta = 0$, больше единицы; резонансная фаза для захваченных частиц определяется в первой точке резонанса. Заметим, что коэффициенты рассматриваемой системы уравнений явно зависят от времени, т. е. она неавтономна. Поэтому траектории на фазовой плоскости могут пересекаться (разные траектории попадают в одну и ту же точку в разные моменты времени).

Начальные значения W_0 , Θ_{L0} и невозмущённое значение R^0 указаны на рисунках. Также приведены величины, соответствующие оценкам (11)–(13). Анализ системы (2)–(5) для невозмущённых траекторий (при $E_w = 0$) показывает, что для рассматриваемых параметров плазмы и электронов при однократном пролёте пакета $(d^2\Psi/dt^2)|^0 < 0$, поэтому максимальному уменьшению питч-угла в оценке (11) соответствует $\Psi_{\text{res}} = 7\pi/4$.

Как можно видеть из рисунков, при рассматриваемых параметрах волны область резонансного взаимодействия пакета с электроном определяется эффективной длиной пакета, т. к. она меньше или сравнима с размером области резонанса. В зависимости от параметров W_0 и Θ_{L0} возможны несколько режимов взаимодействия электронов с гауссовым пакетом.

Для случая, представленного на рис. 3 (малый питч-угол), невозмущённое значение $R^0 > 1$. Захваченных частиц в этом случае нет. На зависимости $\Psi_{\text{res}}(\Psi_0)$ существуют как линейные участки, так и ярко выраженный нелинейный участок, показывающий, что имеет место фазовая группировка частиц за время их пролёта до области резонанса. Нелинейный участок соответ-

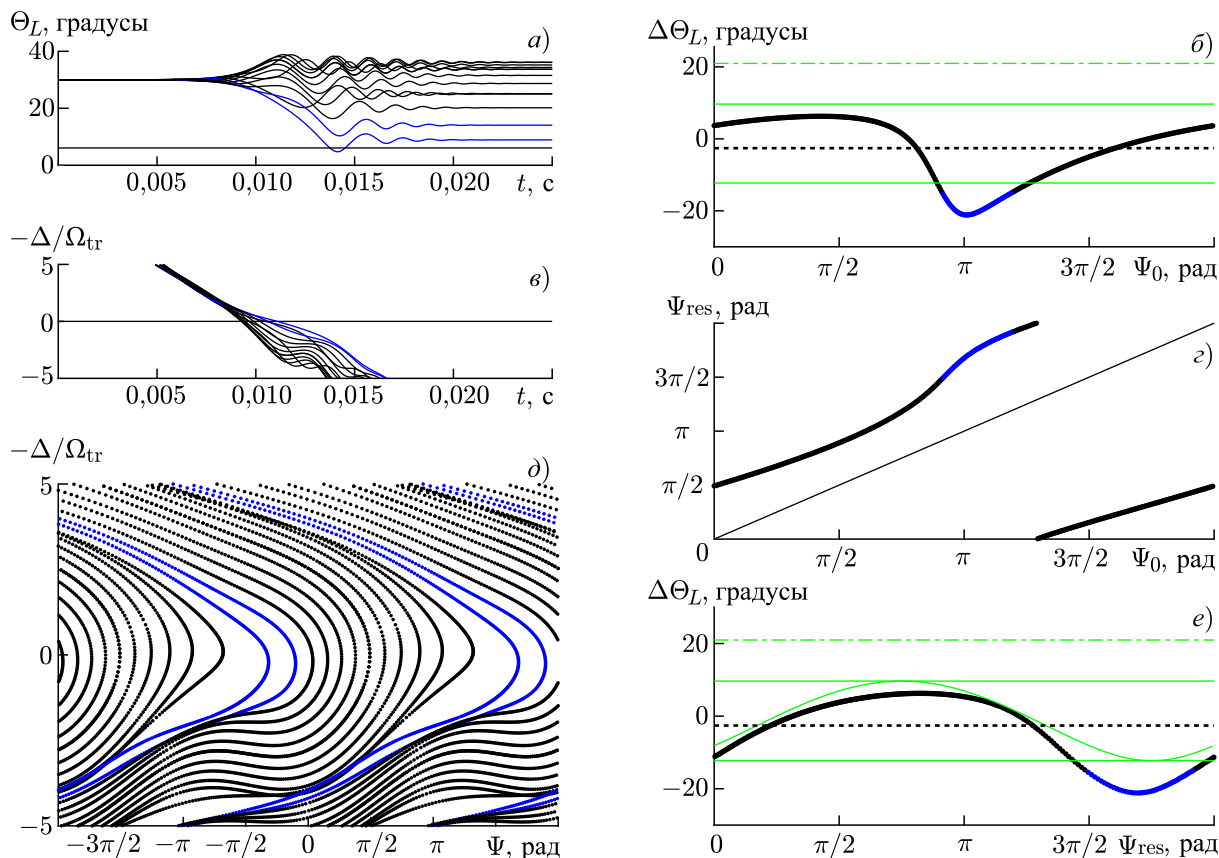


Рис. 3. Результаты расчётов для гауссова пакета (пакет 2) в условиях слабой нелинейности при $W_0 = 0,98$ МэВ, $\Theta_{L0} = 30^\circ$ и $R^0 = 1,56$. Синий цвет соответствует пролётным частицам с $\Delta\Theta_L < -15^\circ$, чёрный — пролётным частицам с $\Delta\Theta_L \geq -15^\circ$. На панели *a* горизонтальной линией показан питч-угол Θ_{CR} , соответствующий конусу потерь. На панелях *b* и *e* чёрная пунктирная линия соответствует среднему изменению $\langle\Delta\Theta_L\rangle$, сплошные зелёные линии — оценке (11) (горизонтальные — максимальному увеличению и уменьшению), штрихпунктирные зелёные линии — оценке (12). Тонкая сплошная линия на панели *z* отвечает зависимости $\Psi_{res} = \Psi_0$

стует частицам с большим изменением питч-угла (синие кривые), но на фазовой плоскости эти кривые качественно не отличаются от чёрных кривых, соответствующих «обычным» пролётным частицам. Количественное отличие этих траекторий видно из рис. 3в: производная $d\Delta/dt$ для них меньше, т. е. движущиеся по ним частицы дольше находятся в области резонанса.

Зависимость $\Delta\Theta_L(\Psi_{res})$ близка к синусоидальной, среднее значение $\langle\Delta\Theta_L\rangle$ мало отличается от $\langle\Delta\Theta_L\rangle^{lin}$. В области $\Delta\Theta_L < 0$, соответствующей нелинейному участку зависимости $\Psi_{res}(\Psi_0)$ (синим кривым), $\Delta\Theta_L < \Delta\Theta_L^{lin}$ и, как можно видеть из рис. 3а, есть частицы, у которых питч-угол Θ_{Lend} близок к конусу потерь. В дальнейшем нелинейный эффект, соответствующий сильному уменьшению питч-угла для пролётных частиц (по сравнению с линейной оценкой (11) и максимальным увеличением) будем называть направленным рассеянием. В области $\Delta\Theta_L > 0$ в зависимости $\Delta\Theta_L(\Psi_{res})$ имеется протяжённый участок ($\pi/2 < \Psi_{res} < 5\pi/4$), для которого $\Delta\Theta_L \approx \approx const < (\Delta\Theta_L^{lin})^{max} < \Delta\Theta_L^{NL}$; это можно считать признаком бунчировки частиц.

На рис. 4 показан случай с меньшим значением R^0 ($R^0 < 1$), но захваченных частиц здесь также нет. В этом случае зависимость $\Psi_{res}(\Psi_0)$ явно нелинейная, при этом пролётным частицам с большим $\Delta\Theta_L$ (синим кривым) соответствует более узкая область фазового пространства (мень-

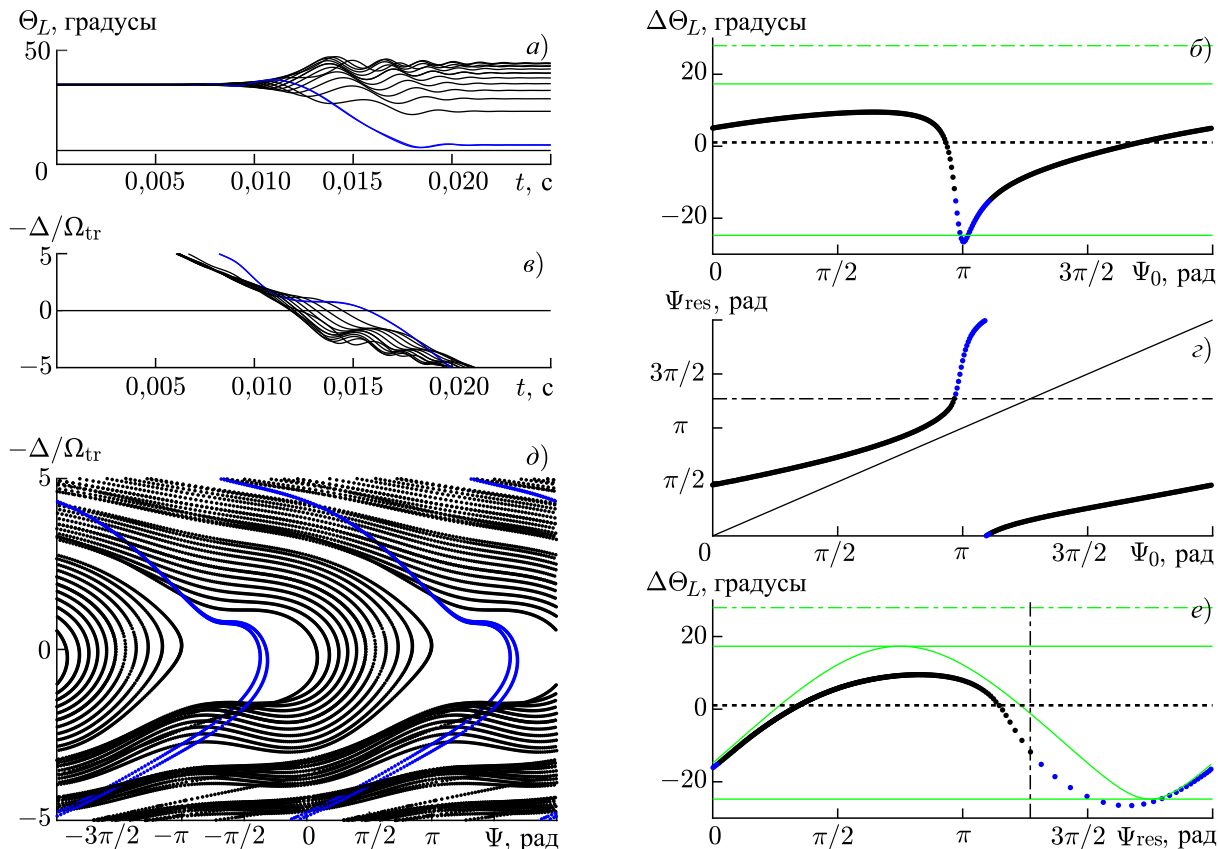


Рис. 4. Результаты расчётов для гауссова пакета (пакет 2) при наличии направленного рассеяния и бунчировки пролётных частиц при $W_0 = 1,3$ МэВ, $\Theta_{L0} = 35^\circ$ и $R^0 = 0,75$. Обозначения такие же, как на рис. 3. Чёрные штрихпунктирные линии на панелях g и e соответствуют значениям $\Psi_x + 2\pi$ и Ψ_{turn} ($\Psi_{\text{turn}} \approx 0$ при данном значении R^0)

ший диапазон значений Ψ_0) и резкий рост резонансной фазы Ψ_{res} (т. е. частицы с начальными фазами вблизи π оказались «разбросаны» по резонансным фазам в интервале $5\pi/4 \lesssim \Psi_{\text{res}} \lesssim 2\pi$). На фазовой плоскости синие траектории, в отличие от предыдущего случая, качественно отличаются от чёрных: создаётся некоторая выделенная область, в которой они расположены достаточно разрежённо (по сравнению с чёрными). В этом случае для пролётных частиц с сильным изменением питч-угла (рассеянных частиц) характерно наличие «плато» на зависимости $\Delta(t)$, т. е. для них приближённо выполнено условие резонанса второго порядка:

$$\frac{d^2\Psi}{dt^2} \approx -\frac{d\Delta}{dt} \approx 0. \tag{15}$$

Количественно для этих частиц $\Delta\Theta_L < \Delta\Theta_L^{\text{lin}}$, хотя в области максимального уменьшения питч-угла эти значения практически совпадают. Как и в случае, представленном на рис. 3, максимальное уменьшение питч-угла соответствует $\Psi_{\text{res}} \approx 7\pi/4$.

Бунчировка для пролётных частиц (протяжённый участок зависимости $\Delta\Theta_L(\Psi_{\text{res}})$ в области $\Delta\Theta_L > 0$, для которого $\Delta\Theta_L \approx \text{const} < |\Delta\Theta_L^{\text{lin}}|^{\text{max}} < \Delta\Theta_L^{\text{NL}}$) также имеет место. Среднее по ансамблю изменение $\langle\Delta\Theta_L\rangle$ питч-угла мало по абсолютной величине, но положительно (для оценки (11) $\langle\Delta\Theta_L\rangle^{\text{lin}} < 0$).

На рис. 5 и 6 представлены случаи для больших начальных питч-углов ($R^0 < 1$), когда ряд частиц удовлетворяют формальному условию захвата полем волны. На рис. 5 доля захвачен-

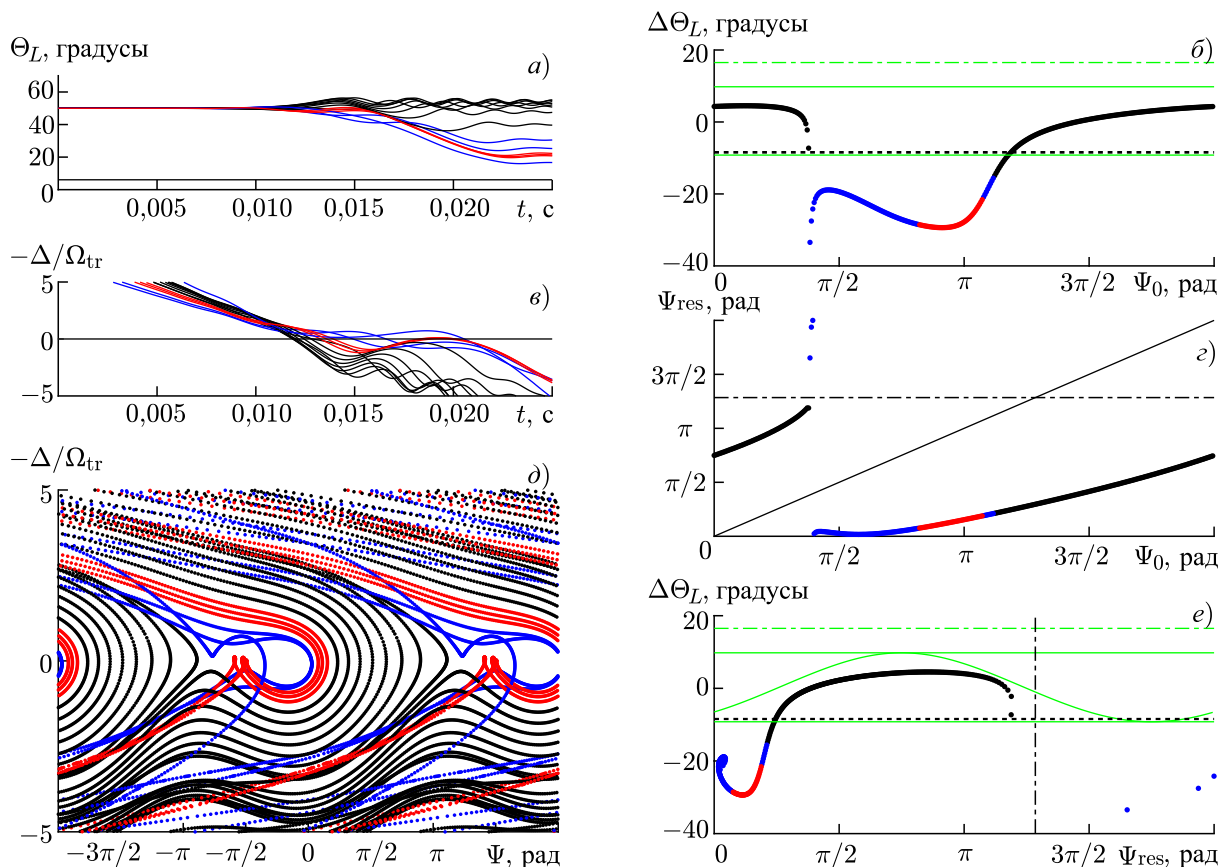


Рис. 5. Результаты расчётов для гауссова пакета (пакет 2) при наличии направленного рассеяния, бунчировки пролётных частиц и захвата малой доли частиц полем волны при $W_0 = 1,5$ МэВ, $\Theta_{L0} = 50^\circ$ и $R^0 = 0,78$. Обозначения такие же, как на рис. 4, красный цвет соответствует захваченным частицам, $\Psi_{\text{turn}} \approx 0$ при данном значении R^0

ных частиц невелика — меньше или сравнима с долей пролётных частиц с большим изменением питч-угла. Качественно синие и красные траектории имеют схожую форму: для обоих типов траекторий есть участки в окрестности резонанса, на которых выполнено условие (15). На рис. 6 волной захвачена примерно половина резонансных частиц, при этом по-прежнему существует небольшой интервал значений Ψ_0 (около $5\pi/4$), соответствующий пролётным частицам с сильным изменением питч-угла, для которых приближённо выполнено условие резонанса второго порядка (15).

Резонансные фазы пролётных частиц с большим уменьшением питч-угла либо, как и на рис. 4, соответствуют резкому перепаду на зависимости $\Psi_{\text{res}}(\Psi_0)$ и находятся в окрестности $\Psi_{\text{res}} = 7\pi/4$ (несколько частиц на рис. 5), либо имеют значения в окрестности Ψ_{turn} . В последнем случае синие кривые практически совпадают с сепаратрисой, отделяющей захваченные частицы от пролётных. Иными словами, большое уменьшение питч-угла связано с нахождением частицы около сепаратрисы (за счёт чего увеличивается время эффективного взаимодействия частицы с волной) в области, максимально удалённой от седла. Как следует из рис. 5e и 6e, захваченные частицы также пересекают сепаратрису в точке, далёкой от седла. Количественно величины уменьшения питч-угла для захваченных и пролётных частиц (синие кривые) примерно одинаковы. При этом для большей части пролётных частиц характерна группировка, т.е. $0 < \Delta\Theta_L \approx \text{const} < (\Delta\Theta_L^{\text{lin}})^{\text{max}} < \Delta\Theta_L^{\text{NL}}$.

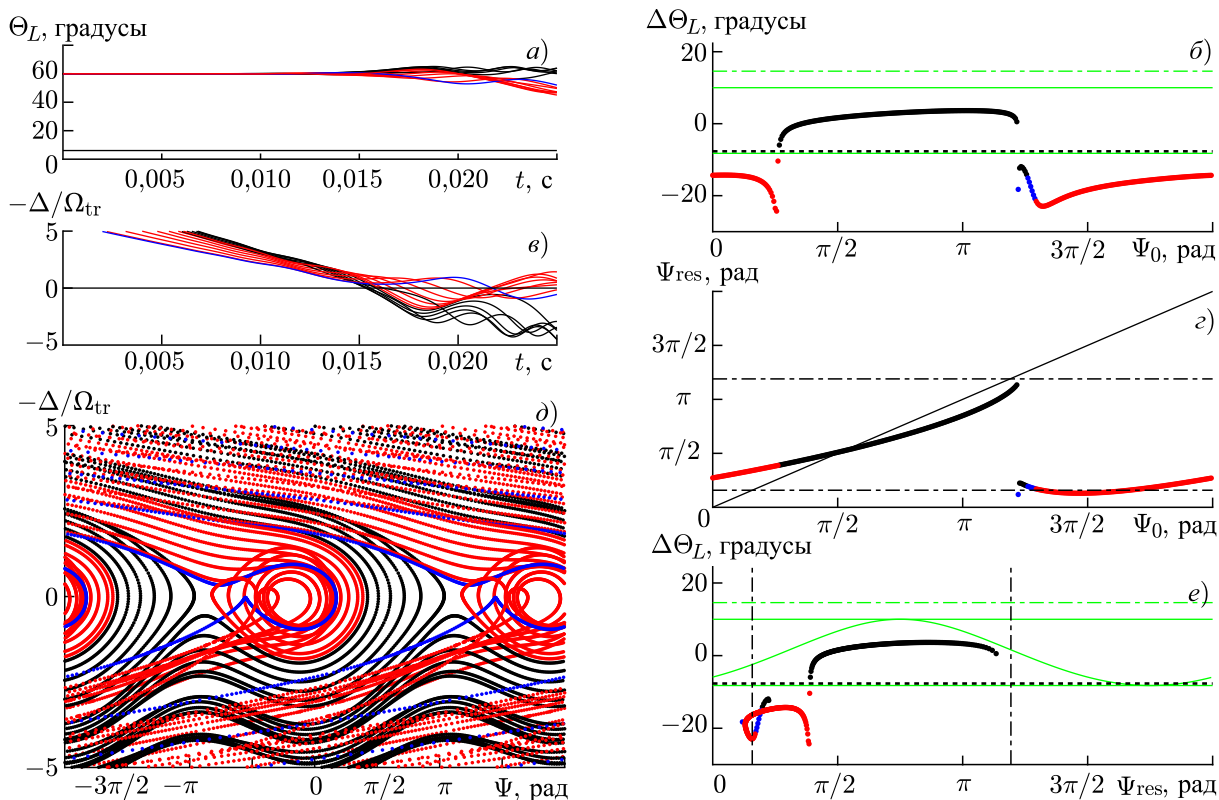


Рис. 6. Результаты расчётов для гауссова пакета (пакет 2) при наличии направленного рассеяния (для малой доли частиц); бунчировки пролётных частиц и захвата частиц полем волны при $W_0 = 2,2$ МэВ, $\Theta_{L0} = 60^\circ$ и $R^0 = 0,56$. Обозначения такие же, как на рис. 4

Отметим, что на рис. 3–6 приведены результаты для разных энергий, т. к. для гауссова пакета при фиксированной энергии возможны не все режимы взаимодействия (либо они не достаточно ярко выражены для иллюстрации). Более подробно динамика режимов взаимодействия в зависимости от энергии электрона и положения пакета будет рассмотрена во второй части статьи. При очень малых или очень больших питч-углах, когда точка резонанса расположена далеко от центра пакета и $R^0 \gtrsim 10$ (конкретные значения питч-углов зависят от энергии электрона и положения пакета), взаимодействие электрона с пакетом полностью (как качественно, так и количественно) описывается линейным приближением (10) и (11).

На рис. 7–9 представлены результаты расчётов для прямоугольного пакета (пакет 2) для $W_0 = 1,15$ МэВ и трёх значений начального питч-угла Θ_{L0} , соответствующих качественно разным режимам взаимодействия (для прямоугольного пакета все возможные режимы могут наблюдаться при одном значении энергии). Обозначения аналогичны рис. 3–6. Для всех рассмотренных случаев $R^0 < 1$, однако линейные оценки (11) также приведены с целью сравнения для тех частиц, для которых выполнены неравенство (14) и неравенство

$$|\Delta I_{\perp}^{\text{lin}}| < I_{\perp 0}, \tag{16}$$

отвечающее положительности адиабатического инварианта. Оценка (12) также представлена только для тех частиц, для которых выполнено неравенство (14).

Как следует из рисунков, выбранная амплитуда B_w достаточно велика, так что при малых питч-углах Θ_{L0} неравенство (16) не выполнено в области отрицательных $\Delta\Theta_L$, при больших — в области положительных. Для больших Θ_{L0} нелинейные оценки (12) также неприменимы.

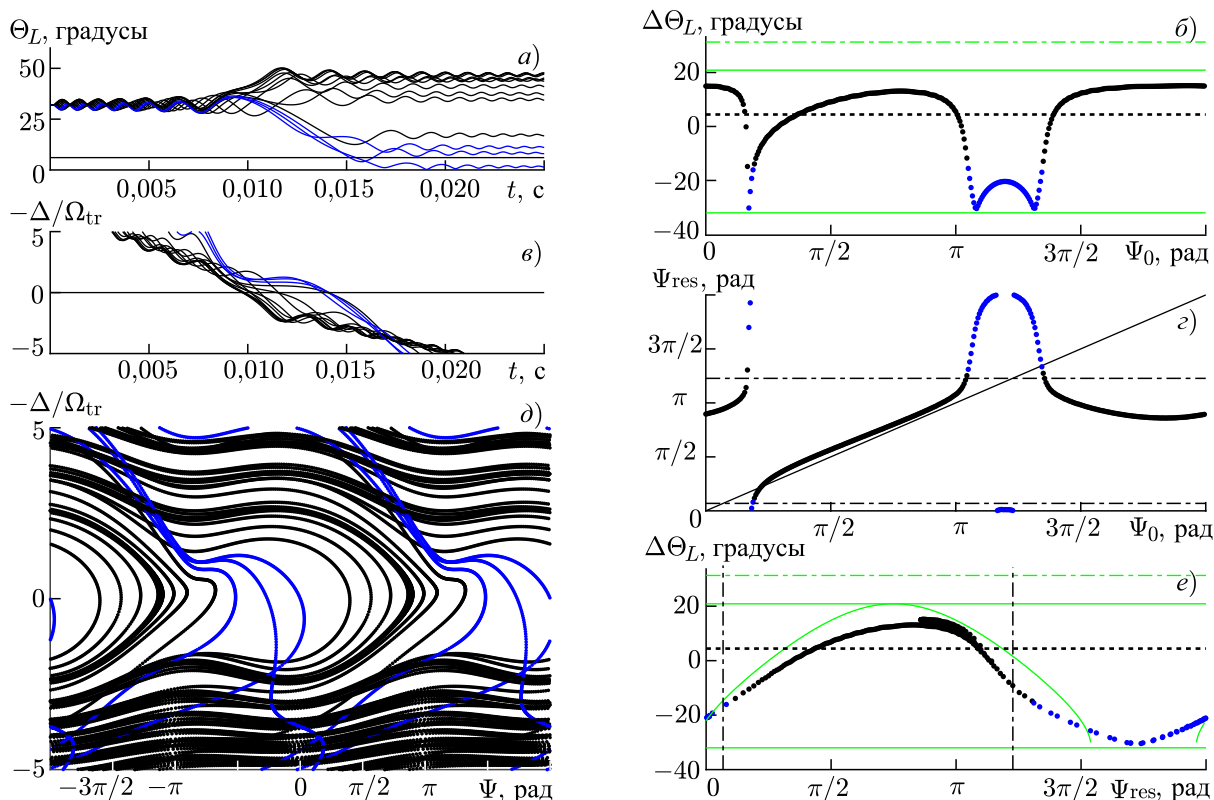


Рис. 7. Результаты расчётов для прямоугольного пакета (пакет 2) при наличии направленного рассеяния и бунчировки пролётных частиц при $W_0 = 1,15$ МэВ, $\Theta_{L0} = 32^\circ$ и $R^0 = 0,65$. Обозначения такие же, как на рис. 4

При малых начальных питч-углах ($\Theta_{L0} < 40^\circ$, рис. 7) результаты близки к аналогичным для гауссова пакета на рис. 3. Однако для прямоугольного пакета число резких перепадов в зависимости $\Psi_{res}(\Psi_0)$, соответствующих частицам с большим уменьшением питч-угла, может быть больше одного (три на представленном рисунке). Это обусловлено тем, что область резонансного взаимодействия для прямоугольного пакета шире, чем для гауссового; если группировка частиц по фазам происходит за одну осцилляцию в поле волны, это может привести к образованию большого числа фазовых сгустков, соответствующих качественно различным участкам зависимости $\Psi_{res}(\Psi_0)$.

Как следствие, зависимость $\Delta\Theta_L(\Psi_{res})$ не является однозначной, хотя качественно форма этой зависимости близка к синусоидальной. Доля частиц, для которых имеет место бунчировка ($0 < \Delta\Theta_L \approx \text{const} < (\Delta\Theta_L^{\text{lin}})^{\text{max}} < \Delta\Theta_L^{\text{NL}}$, резонансные фазы близки к седловой точке Ψ_x), сравнима с долей частиц, для которых имеет место направленное рассеяние или несколько превосходит её. Среднее изменение $\langle \Delta\Theta_L \rangle$ питч-угла в этом случае представляет собой малую положительную величину.

При увеличении начального питч-угла (уменьшении R^0) число фазовых сгустков растёт, при этом доля рассеянных частиц уменьшается (увеличивается крутизна резких перепадов на зависимости $\Psi_{res}(\Psi_0)$). В случае, представленном на рис. 8 ($\Theta_{L0} = 40^\circ$), доля рассеянных частиц меньше 5 %; при $\Theta_{L0} > 40^\circ$ пролётные частицы с большим изменением питч-угла не наблюдаются. Захваченных частиц нет, поэтому области фазовой плоскости, соответствующие потенциальным ямам, не заняты фазовыми траекториями. Заметим, что, как и в случае гауссова пакета, пролётные частицы с наименьшим уменьшением питч-угла имеют резонансные фазы либо в окрестности $7\pi/4$,

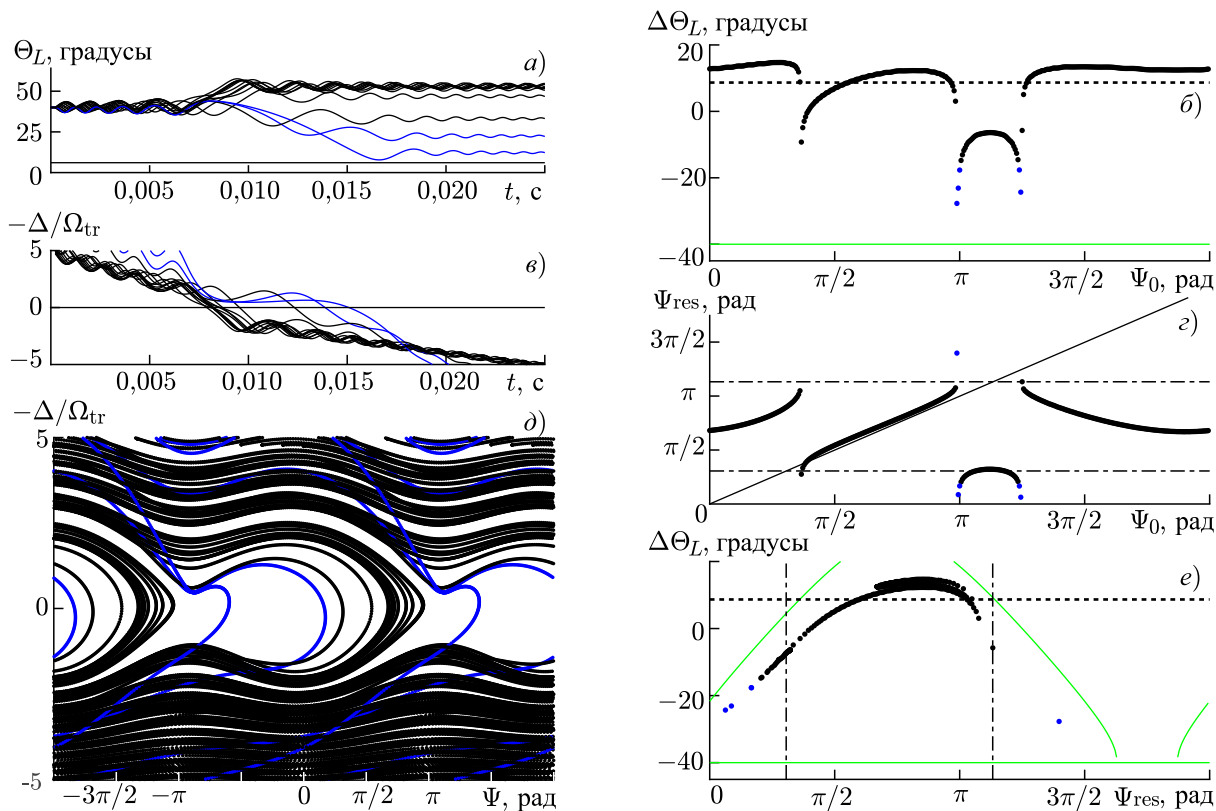


Рис. 8. Результаты расчётов для прямоугольного пакета (пакет 2) при наличии направленного рассеяния (для малой доли частиц) и бунчировки пролётных частиц при $W_0 = 1,15$ МэВ, $\Theta_{L0} = 40^\circ$ и $R^0 = 0,4$. Обозначения такие же, как на рис. 4

либо в окрестности Ψ_{turn} .

При дальнейшем увеличении питч-угла (уменьшении R^0), начиная с определённого Θ_{L0} , возможен захват частиц волной (этот случай приведён на рис. 9). Поскольку значение R^0 при этом достаточно мало, практически для всех пролётных частиц характерна бунчировка, т. е. близкие значения $\Delta\Theta_L > 0$ и резонансные фазы в интервале (13). Резонансные фазы захваченных частиц, как и в случае гауссова пакета, сгруппированы в окрестности Ψ_{turn} .

Когда $\Theta_{L0} \geq \Theta_{L*}$, в резонансе находится только часть рассматриваемых электронов; при этом все резонансные электроны захвачены. Если начальный питч-угол слишком велик (для данной энергии электрона и положения пакета), резонансные электроны отсутствуют (для большинства рассмотренных энергий этот угол превышает наибольший начальный питч-угол 70°). При малых начальных питч-углах (их конкретная величина зависит от энергии и положения пакета, подробнее см. вторую часть работы) взаимодействие электрона с пакетом близко к линейному.

Следует также отметить, что величины уменьшения питч-угла $\Delta\Theta_L$ для рассеянных частиц (пролётных частиц, для которых выполнено условие (15)) сравнимы для обоих типов профиля амплитуды пакета; это свидетельствует о том, что область эффективного нелинейного взаимодействия частицы с волной в этом случае мала по сравнению с масштабом изменения амплитуды в гауссовом пакете. Для захваченных частиц, как и следовало ожидать, для прямоугольного пакета величина $\Delta\Theta_L$ может быть заметно выше (по абсолютному значению) и длительность захвата (число нулей во временной зависимости расстройки) в целом больше.

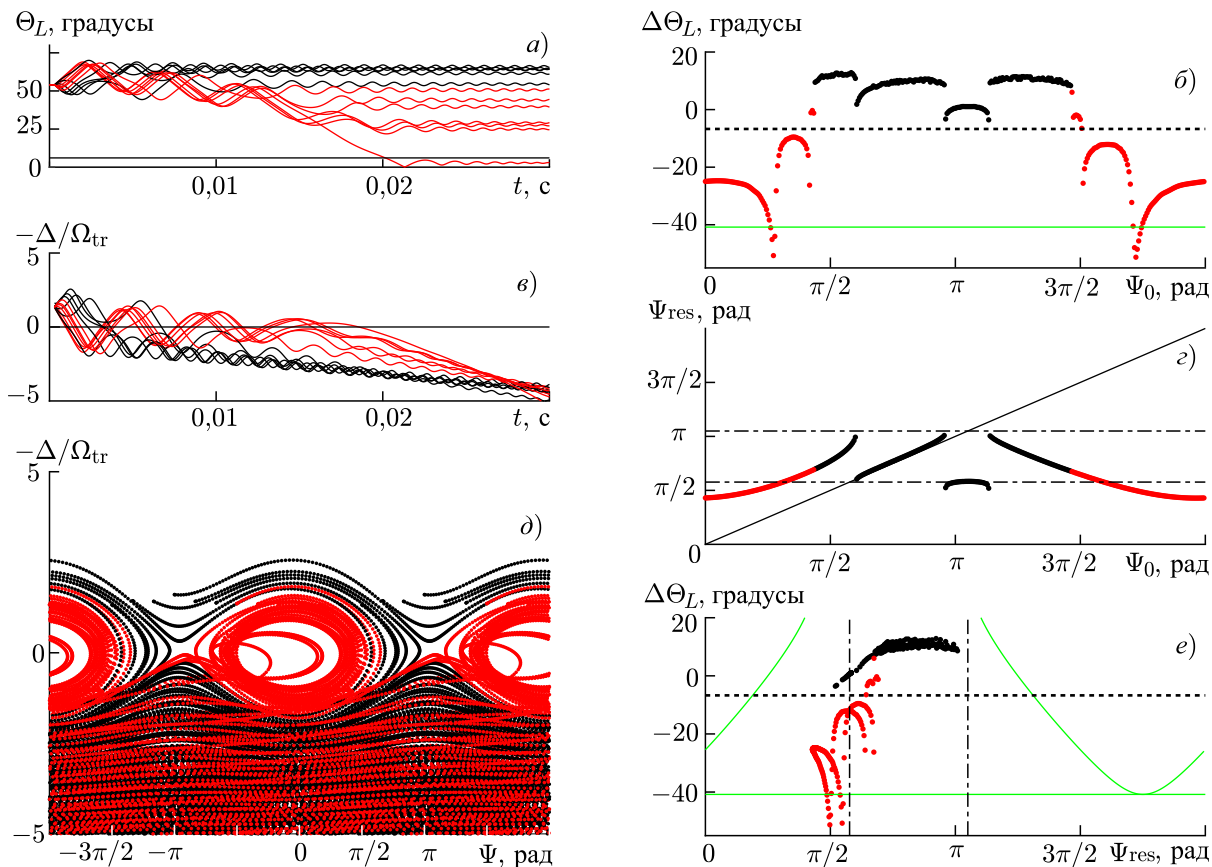


Рис. 9. Результаты расчётов для прямоугольного пакета (пакет 2) при наличии бунчировки пролётных частиц и захвата частиц полем волны при $W_0 = 1,15$ МэВ, $\Theta_{L0} = 54^\circ$ и $R^0 = 0,16$. Обозначения такие же, как на рис. 4

3. ОБСУЖДЕНИЕ

Как отмечалось во введении, основные режимы резонансного взаимодействия частицы с квазимонохроматическим волновым пакетом — это линейный режим, отвечающий рассеянию без систематического изменения энергии и/или питч-угла, режим группировки по фазе, в котором, наряду с рассеянием, имеет место среднее изменение питч-угла, определяемое типом резонанса, и режим захвата частицы полем волны, характеризуемый дрейфом частицы на фазовой плоскости, направление которого определяется знаком эффективной неоднородности. В работе [29] выделен также режим направленного рассеяния пролётных частиц, обусловленный, по мнению авторов, влиянием силовой группировки (второго слагаемого в уравнении для фазы волны (4)).

В области параметров, рассмотренной в данной работе и соответствующей экспериментальным данным [19], возможны все три указанных нелинейных режима. Направленное рассеяние пролётных частиц (сильное уменьшение питч-угла) наблюдается в диапазоне начальных углов $\Theta_{L0}^{NL} \leq \Theta_{L0} \leq \Theta_{L0}^{un}$, бунчировка пролётных частиц (незначительное увеличение питч-угла, слабо зависящее от начальной фазы) — при $\Theta_{L0} \geq \Theta_{L0}^{NL}$, захват частиц полем волны — при $\Theta_{L0} \geq \Theta_{L0}^{tr} > \Theta_{L0}^{NL}$. Конкретные значения Θ_{L0}^{NL} , Θ_{L0}^{un} и Θ_{L0}^{tr} (и соотношение питч-углов Θ_{L0}^{un} и Θ_{L0}^{tr}) зависят от энергии электрона, профиля амплитуды пакета и его положения.

В работе [23], где проводились расчёты для монохроматической волны с постоянной амплитудой, направленное рассеяние пролётных частиц не наблюдалось. Возможно, наличие этого ре-

жима в условиях наших расчётов связано с более высокой амплитудой волны; также могут иметь значение конечная длина пакета, ограничивающая (при больших амплитудах) зону резонансного взаимодействия, и дрейф частоты.

За исключением рассеяния пролётных частиц, полученные нами результаты качественно согласуются с результатами работы [23]: начиная с определённого питч-угла Θ_{L0}^{NL} зависимости $\Delta\Theta_L(\Psi_0)$ имеют протяжённый участок с $\Delta\Theta_L \approx \text{const} > 0$ и резонансные фазы соответствующих частиц находятся в интервале (13), что свидетельствует о бунчировке частиц. Однако в работе [23] также отмечается хорошее количественное согласие с оценками (12); в условиях наших расчётов количественные оценки (12) либо формально неприменимы, либо дают существенно завышенное значение. В первую очередь, это связано с более высокой амплитудой волны, но, как и в случае с рассеянием частиц, конечная длина пакета и дрейф частоты также могут иметь значение.

Обсудим направленное рассеяние пролётных частиц подробнее. В численных расчётах в работе [29], где рассматривались пакеты с профилем амплитуды, близким к реальному, направленное рассеяние наблюдалось для частиц с малым питч-углом (пролётных частиц или частиц, вышедших из режима захвата). Авторы статьи [29] объясняли нелинейное направленное рассеяние частиц с малыми питч-углами компенсацией расстройки Δ за счёт второго слагаемого в уравнении (4) (силовой группировки), пропорционального амплитуде волны. При аналитическом рассмотрении вторым слагаемым обычно пренебрегают [32].

Для проверки данной интерпретации на рис. 10 приведены временные зависимости левой части уравнения (4) и двух слагаемых правой части вдоль траектории пролётной частицы с большим уменьшением $\Delta\Theta_L$ в окрестности резонанса для случаев, представленных на рис. 3 и 7 (для рассеянной частицы с наибольшим уменьшением питч-угла). Для сравнения также показаны результаты для произвольной пролётной частицы с небольшим $\Delta\Theta_L$ (чёрные линии на рис. 3 и 7). Как можно видеть из рисунка, в обоих случаях для пролётной частицы с сильным уменьшением питч-угла в окрестности резонанса второе слагаемое правой части уравнения (4) действительно одного порядка с расстройкой $-\Delta$. В различных реализациях слагаемые могут иметь разные знаки как до (правый столбец на рис. 10), так и после (левый столбец) точки резонанса, и именно этот участок траектории соответствует эффективному уменьшению питч-угла. Для частиц с небольшим итоговым изменением питч-угла второе слагаемое пренебрежимо мало даже в окрестности резонанса, и кривые, соответствующие $-\Delta$ и $d\Psi/dt$, практически неразличимы. Однако при этом различие между зависимостями $d\Psi/dt$, показанными чёрными и синими линиями, для обоих представленных примеров существенно ярче выражено, чем различие между зависимостями $d\Psi/dt$ и $-\Delta$, соответствующими синим линиям. Из этого следует, что влияние силовой группировки имеет количественный, а не принципиальный характер и относительно медленное изменение расстройки вызвано пребыванием частицы в окрестности сепаратрисы, разделяющей захваченные и пролётные частицы на фазовой плоскости. В этом случае направленное рассеяние возможно и для частиц с существенно большими питч-углами, чем это следует из сравнения первого и второго слагаемых в правой части уравнения (4).

Распределение пролётных частиц с сильным уменьшением питч-угла по резонансным фазам показывает следующее (см. правые столбцы на рис. 3–8). При малых питч-углах (больших R^0 , т. е. слабой нелинейности) большая доля таких частиц имеет резонансные фазы в окрестности $7\pi/4$, что соответствует максимальному уменьшению величины $\Delta\Theta_L$ в линейном случае. Само уменьшение при этом может заметно превышать $|\Delta\Theta_L^{\text{lin}}|$, что вызвано длительным пребыванием частицы в окрестности сепаратрисы (при $R^0 \gtrsim 1$, когда сепаратриса отсутствует — в окрестности точки перегиба эффективного потенциала). При промежуточных питч-углах (меньших R^0) рассеянные частицы имеют резонансные фазы в окрестности Ψ_{turn} , что соответствует пребыванию частиц в окрестности сепаратрисы вдали от седла. Очевидно, заметное увеличение времени пребывания

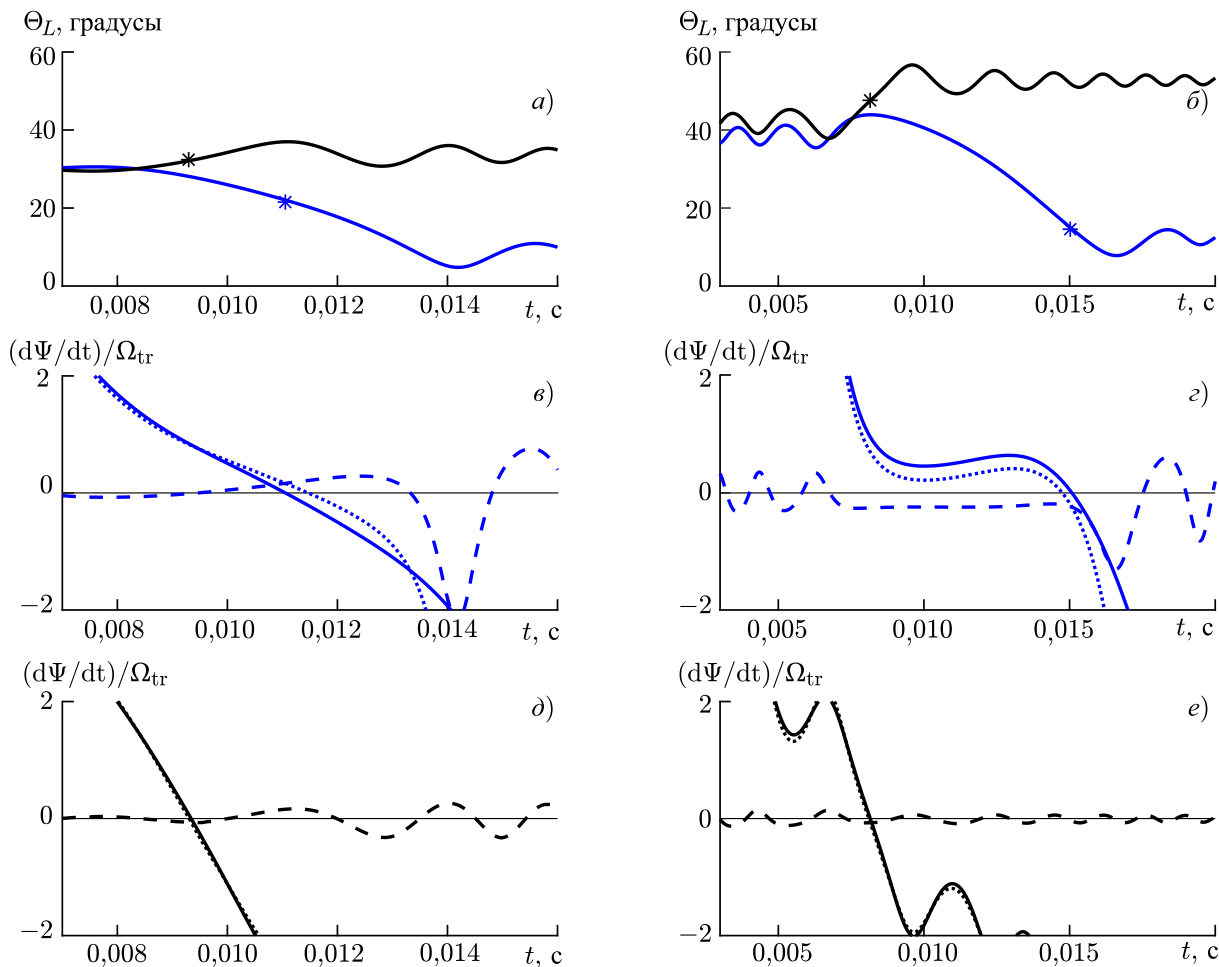


Рис. 10. Результаты расчётов для пролётных частицы с большим изменением питч-угла (пакет 2) для гауссова пакета (левый столбец; $W_0 = 0,98$ МэВ, $\Theta_{L0} = 30^\circ$) и прямоугольного пакета (правый столбец; $W_0 = 1,15$ МэВ, $\Theta_{L0} = 40^\circ$). На панелях *a* и *б* звёздочками отмечены точки резонанса. На панелях *в*–*е* сплошные линии соответствуют $-\Delta$ (первое слагаемое правой части (4)), штриховые — слагаемому, пропорциональному $\cos \Psi$ (второе слагаемое правой части (4)), пунктирные — полной производной $d\Psi/dt$

частицы в этой области на фазовой плоскости имеет место в условиях неглубокой потенциальной ямы, т. е. при невысокой вероятности захвата.

Таким образом, о свойствах направленного рассеяния можно сказать следующее. При малых начальных питч-углах силовая группировка [29] может давать небольшой количественный эффект. При промежуточных начальных питч-углах траектории, соответствующие направленному рассеянию, являются переходными между траекториями пролётных и захваченных частиц. Уменьшение (исчезновение) направленного рассеяния при больших питч-углах может быть связано как с переходом рассеянных частиц в захваченные (см. рис. 5 и 6), так и с усилением эффекта бунчировки (см. рис. 8).

Как было отмечено выше, характеристики нелинейного взаимодействия в значительной степени определяются дрейфом частоты. Помимо частотной зависимости области резонансного взаимодействия, что можно считать кинематическим эффектом, изменение частоты сильно влияет на параметр эффективной неоднородности \mathcal{R} , определяющий вероятность захвата и движение области захвата в фазовом пространстве, т. е. величину и знак изменения питч-угла (и, в общем

случае, энергии) захваченных частиц. С увеличением параметра $|\mathcal{R}|$ размер потенциальной ямы и, соответственно, число захваченных частиц уменьшаются, но растёт скорость изменения их питч-угла и энергии (см., например, [30, 33]).

При отсутствии дрейфа частоты величина параметра эффективной неоднородности для рассмотренного вида взаимодействия уменьшается (за счёт слагаемого $-k_{\parallel}v_{\parallel}$ в расстройке Δ). Соответственно, для квазимонохроматических волновых пакетов (без дрейфа частоты) число захваченных частиц повышается, но среднее изменение питч-угла уменьшается. Это подтверждают тестовые расчёты, результаты которых мы не приводим для краткости. Направленное рассеяние при отсутствии дрейфа частоты также приводит в целом к меньшему изменению питч-угла и к тому же имеет место для существенно меньшего числа частиц.

Интегральные характеристики эффективности взаимодействия электронов с пакетом ИЦВ в зависимости от энергии электронов и свойств пакета будут рассмотрены во второй части работы.

ВЫВОДЫ

Кратко сформулируем основные полученные результаты.

Рассмотрено взаимодействие релятивистских электронов с пакетом ионно-циклотронных волн конечной ширины с дрейфом частоты. Исследованы три нелинейных режима взаимодействия, возможных при $R \lesssim 1$: бунчировка и направленное рассеяние пролётных частиц, а также захват частиц полем волны.

Бунчировка пролётных частиц представляет собой их сосредоточение группировку по фазе, в результате которой они пересекают сепаратрису, отделяющую пролётные частицы от захваченных, в окрестности седла. В рассмотренных условиях, когда параметр эффективной неоднородности $\mathcal{R} < 0$, это приводит к небольшому увеличению питч-угла примерно на одну и ту же величину для большой доли пролётных частиц. Аналитически данный режим был описан в работах [31, 32]; наши результаты качественно согласуются с этим анализом. Количественно аналитические оценки дают завышенную величину $\Delta\Theta_L^{\text{NL}}$, что может быть связано с высокой амплитудой волны в условиях наших расчётов или с конечной длиной пакета.

Направленное рассеяние представляет собой сильное уменьшение питч-угла небольшой доли пролётных частиц. В работе [29] утверждалось, что оно возможно только для малых питч-углов и вызвано влиянием азимутальной компоненты силы Лоренца (силовой группировки частиц). Наши результаты показывают, что направленное рассеяние возможно в заметно большем диапазоне питч-углов и вызвано длительным пребыванием частицы на фазовой плоскости в области сепаратрисы вдали седла. Силовая группировка имеет количественное, притом относительно небольшое влияние на этот процесс, заметное при малых начальных питч-углах. При промежуточных питч-углах траектории, соответствующие направленному рассеянию, представляют собой переходную область между траекториями пролётных и захваченных частиц.

Направленное рассеяние и захват частиц полем волны при $\mathcal{R} < 0$ могут привести к эффективному высыпанию электронов в конус потерь, в то время как бунчировка, напротив, вызывает увеличение питч-угла электронов. Преобладание того или иного нелинейного эффекта зависит от параметра неоднородности R , а также от профиля амплитуды пакета.

Анализ интегральных характеристик режимов взаимодействия и эффективность рассеяния электронов в конус потерь в зависимости от их энергии, профиля амплитуды пакета и положения пакета в пространстве будет представлен во второй части данной работы.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 15-12-20005).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Anderson B. J., Hamilton D. C. // *J. Geophys. Res.: Space Physics*. 1993. V. 98, No. A7. P. 11 369.
2. Fraser B. J., Nguyen T. S. // *J. Atmosph. Solar-Terr. Physics*. 2001. V. 63. P. 1 225.
3. Loto'aniu T. M., Fraser B. J., Waters C. L. // *J. Geophys. Res.: Space Physics*. 2005. V. 110. Art. no. A07214.
4. Usanova M. E., Mann I. R., Bortnik J., et al. // *J. Geophys. Res.: Space Physics*. 2012. V. 117, No. A10. Art. no. A10218.
5. Keika K., Takahashi K., Ukhorskiy A. Y., Miyoshi Y. // *J. Geophys. Res.: Space Physics*. 2013. V. 118, No. 7. P. 4 135.
6. Ермакова Е. Н., Яхнин А. Г., Яхнина Т. А. и др. // *Изв. вузов. Радиофизика*. 2015. Т. 58, № 8. С. 607.
7. Kangas J., Guglielmi A., Pokhotelov O. // *Space Sci. Reviews*. 1998. V. 83. P. 435.
8. Demekhov A. // *J. Atmosph. Solar-Terr. Physics*. 2007. V. 69. P. 1 609.
9. Engebretson M. J., Keiling A., Fornacon K.-H., et al. // *Planetary and Space Sci.* 2007. V. 55. P. 829.
10. Engebretson M. J., Posch J. L., Westerman A. M., et al. // *J. Geophys. Res.: Space Physics*. 2008. V. 113, No. A7. Art. no. A07206.
11. Pickett J. S., Grison B., Omura Y., et al. // *Geophys. Res. Lett.* 2010. V. 37. Art. no. L09104.
12. Беспалов П. А., Трахтенгерц В. Ю. Альфвеновские мазеры. Горький: ИПФ АН СССР, 1986. 190 с.
13. Santolik O., Gurnett D., Pickett J., et al. // *J. Geophys. Res.* 2003. V. 108, No. A7. P. 1 278.
14. Trakhtengerts V. Y. // *J. Geophys. Res.* 1995. V. 100, No. 9. P. 17 205.
15. Trakhtengerts V., Demekhov A. // *J. Atmosph. Solar-Terr. Physics*. 2007. V. 69. P. 1 651.
16. Omura Y., Pickett J., Grison B., et al. // *J. Geophys. Res.: Space Physics*. 2010. V. 115. Art. no. A07234.
17. Shoji M., Omura Y., Grison B., et al. // *Geophys. Res. Lett.* 2011. V. 38, No. 17. Art. no. L17102.
18. Mursula K. // *J. Atmosph. Solar-Terr. Physics*. 2007. V. 69. P. 1 623.
19. Engebretson M. J., Posch J. L., Wygant J. R., et al. // *J. Geophys. Res.: Space Physics*. 2015. V. 120. P. 5 465.
20. Thorne R. M., Kennel C. F. // *J. Geophys. Res.* 1971. V. 76, No. 19. P. 4 446.
21. Summers D., Thorne R. M. // *J. Geophys. Res.: Space Physics*. 2003. V. 108, No. A4. Art. no. 1143.
22. Jordanova V. K., Albert J., Miyoshi Y. // *J. Geophys. Res.: Space Physics*. 2008. V. 113, No. A3. Art. no. A00A10.
23. Albert J. M., Bortnik J. // *Geophys. Res. Lett.* 2009. V. 36, No. 12. Art. no. L12110.
24. Liu K., Winske D., Gary S. P., Reeves G. D. // *J. Geophys. Res.: Space Physics*. 2012. V. 117, No. A6. Art. no. A06218.
25. Khazanov G., Sibeck D., Tel'nikhin A., Kronberg T. // *Phys. Plasmas*. 2014. V. 21, No. 8. Art. no. 082901.
26. Artemyev A. V., Mourenas D., Agapitov O. V., et al. // *Phys. Plasmas*. 2015. V. 22, No. 8. Art. no. 082901.
27. Omura Y., Zhao Q. // *J. Geophys. Res.: Space Physics*. 2012. V. 117, No. A8. Art. no. A08227.
28. Omura Y., Zhao Q. // *J. Geophys. Res.: Space Physics*. 2013. V. 118, No. 8. P. 5 008.
29. Kubota Y., Omura Y. // *J. Geophys. Res.: Space Physics*. 2017. V. 122, No. 1. P. 293.
30. Karpman V. I., Istomin Y. N., Shklyar D. R. // *Plasma Phys.* 1974. V. 16, No. 8. P. 685.
31. Albert J. M. // *Phys. Fluids B*. 1993. V. 5. P. 2 744.
32. Albert J. M. // *J. Geophys. Res.* 2000. V. 105. P. 21191.

33. Демехов А. Г., Трахтенгерц В. Ю., Райкрофт М., Нанн Д. // Геомагнетизм и аэрономия. 2006. Т. 46, № 6. С. 751.
34. Trakhtengerts V. Y., Rycroft M. J., Nunn D., Demekhov A. G. // J. Geophys. Res.: Space Physics. 2003. V. 108. P. 1 138.
35. Shklyar D. R. // Annales Geophys. 2011. V. 29. P. 1 179.

Поступила в редакцию 21 сентября 2017 г.; принята в печать 28 декабря 2017 г.

**RESONANCE INTERACTION OF RELATIVISTIC ELECTRONS
WITH ION-CYCLOTRON WAVES. I. SPECIFIC FEATURES
OF THE NONLINEAR INTERACTION REGIMES**

V. S. Grach and A. G. Demekhov

We analyze the resonance interaction of relativistic electrons with ion-cyclotron waves in the radiation belts of the Earth. Finite-length wave packets with variable frequencies and various amplitude profiles are considered. Specific features of the nonlinear interaction regimes are analyzed on the basis of solving numerically a system of equations of the particle motion along with the efficiency of this approach for a single-time run of the particle through the wave packet. In the first part of this work presented here, the peculiarities of the trajectories of individual particles are analyzed. The influence of the shape of the wave packet on the well-known regimes, such as particle trapping by the wave field and particle phase bunching, which leads a non-zero average variation in the pitch angle in an inhomogeneous medium, are considered. It is shown that a long stay of a particle near the separatrix on the phase plane in the region far from the saddle leads to a strong decrease in the pitch angle of the particle in the absence of the trapping as well. This nonlinear regime (directed scattering) is possible for comparatively low initial pitch angles. In this case, the value of the pitch angle decrease depends on the initial phase of the particle. It is shown that the trajectories corresponding to the directed scattering can be regarded as a transitional type of trajectories, between the trajectories of the transit and trapped particles. Quantitative estimates of variations in the pitch angle are obtained, and it is confirmed that the directed scattering and trapping of particles by the wave field can lead to electron precipitation into the loss cone.