УДК 621.373.826

МОДЕЛЬ ИНЖЕКЦИОННОГО ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ЛАЗЕРА НА КВАНТОВЫХ ТОЧКАХ

*И. В. Корюкин**

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

Предложена асимметричная электронно-дырочная модель инжекционного полупроводникового лазера на квантовых точках, в которой корректно учитывается релаксация на переходах между электронными и дырочными уровнями. Исследованы стационарные решения предложенной модели, условия реализации режима одновременной генерации на переходах между уровнями основного и первого возбуждённого состояний, релаксационные колебания в режиме двухволновой генерации. Показано, что модель может быть упрощена, когда релаксация между уровнями дырок происходит намного быстрее, чем релаксация между электронными уровнями.

ВВЕДЕНИЕ

Полупроводниковые лазеры широко исследуются для ряда приложений, в том числе для оптической связи и систем оптического хранения данных. Полупроводниковые лазеры с активной средой на основе массива самоорганизующихся квантовых точек имеют ряд преимуществ по сравнению с лазерами на квантовых ямах, среди которых низкий порог генерации, высокая температурная стабильность пороговой плотности тока, широкая полоса модуляции [1–3]. Эти преимущества являются следствием дискретной структуры уровней энергии квантовых точек, обусловленной эффектом размерного квантования по всем трём пространственным направлениям. Экспериментально показано [4], что лазеры на квантовых точках могут одновременно генерировать излучение в двух спектральных полосах за счёт переходов между основными и первыми возбуждёнными состояниями (см. рис. 1). При малых токах накачки (малых превышениях порога генерации) наблюдается только излучение на переходе между основными уровнями. Увеличение тока накачки приводит после превышения второго порога к одновременной генерации на обоих переходах.

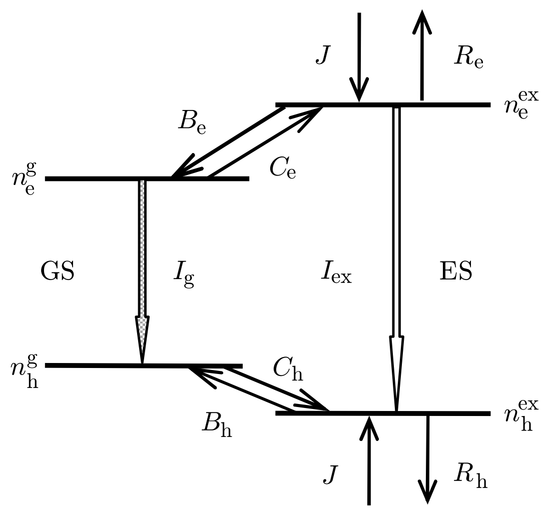


Рис. 1. Схема энергетических уровней полупроводникового лазера на квантовых точках, переменные и параметры модели (GS — основное состояние, ES — первое возбуждённое состояние)

Модели полупроводниковых лазеров на квантовых точках вследствие дискретной структуры энергетического спектра активной среды существенно отличаются от моделей других полупроводниковых лазеров и больше похожи на модели твердотельных лазеров, в которых используются переходы между дискретными уровнями активных ионов. В работах [5, 6] изучались стационарные состояния и релаксационные колебания лазера на квантовых точках в рамках модели, в которой учитывалась реально существующая асимметрия между релаксационными переходами электронов и дырок. Эту модель, предложенную в работах [5, 7], обычно называют асимметричной

* igor@appl.sci-nnov.ru

электронно-дырочной моделью. Было показано, что эта модель позволяет хорошо воспроизвести основные свойства полупроводникового лазера на квантовых точках, включая вышеупомянутую генерацию в двух спектральных полосах и параметры релаксационных колебаний. Однако анализ в работе [5] проводился при некоторых предопределённых соотношениях между параметрами релаксации на электронных ($B_{\rm e}$, $C_{\rm e}$) и дырочных ($B_{\rm h}$, $C_{\rm h}$) переходах — скоростями переходов между уровнями электронов и дырок в квантовых точках (см. рис. 1). Эти соотношения были получены при конкретных допущениях, обоснованность которых вызывает сомнения. В частности, для обоих переходов (и между электронными, и между дырочными уровнями) предполагался только излучательный механизм релаксации, т. е. считалось, что $C_\sigma = B_\sigma \exp[-\Delta E_\sigma/(k_{\rm B}T)]$, где $\sigma = {\rm e}, {\rm h}$; ΔE_σ — энергический зазор между основным и возбуждённым уровнями энергии электронов ($\sigma = {\rm e}$) или дырок ($\sigma = {\rm h}$), $k_{\rm B}$ — постоянная Больцмана, T — температура кристалла.

Параметры, типичные для самоорганизующихся массивов квантовых точек InAs, выращенных на подложке GaAs, составляют $\Delta E_{\rm h} \approx 5$ мэВ, $\Delta E_{\rm e} \approx 50$ мэВ [7], а $k_{\rm B}T \approx 25$ мэВ при комнатной температуре. Такие значения приводят к соотношениям $C_{\rm h} = B_{\rm h}$ ($C_{\rm h} \approx B_{\rm h}$) и $C_{\rm e} = 0$ ($C_{\rm e} \ll B_{\rm e}$), которые использовались при выводе уравнений упрощённой версии асимметричной электронно-дырочной модели в работе [5]. Кроме того, в [5] без какого-либо обсуждения предполагалось равенство электронной и дырочной скоростей перехода на уровни основного состояния: $B_{\rm e} = B_{\rm h} \equiv B$.

Фононный механизм релаксации в работе [5] не рассматривался несмотря на то, что он заведомо должен быть учтён как минимум на переходе между основным и возбуждённым дырочными уровнями. Корректный учёт всех релаксационных процессов может привести к иным соотношениям релаксационных скоростей и модифицировать результаты и выводы, полученные в [5, 6], которые, как минимум качественно, хорошо соответствуют экспериментальным результатам. Именно такое исследование и является целью данной статьи. Особый интерес представляет режим одновременной генерации на обоих оптических переходах — между основными и между первыми возбуждёнными состояниями — и условия его реализации. Одновременная генерация была экспериментально обнаружена и исследована в разных динамических режимах, включая стационарную генерацию [4, 8], синхронизацию мод [9, 10] и некоторые нестационарные режимы [11–14]. С практической точки зрения двухволновый полупроводниковый лазер может быть востребован для ряда приложений — оптической связи, резонансной голографической интерферометрии, генерации терагерцового излучения на разностной частоте.

1. МОДЕЛЬ И ПАРАМЕТРЫ РЕЛАКСАЦИИ

В качестве исходной взята асимметричная электронно-дырочная модель [5, 7] в наиболее общем виде, без каких-либо предположений о величине и соотношениях релаксационных констант. Она представляет собой набор скоростных уравнений для мощностей электромагнитных полей, генерируемых на переходах между основными (GS) и первыми возбуждёнными (ES) уровнями $I_{\rm g}$ и $I_{\rm ex}$ и для вероятностей заполнения электронных и дырочных уровней $n_\sigma^{\rm g}$, $n_\sigma^{\rm ex}$, где $\sigma = {\rm e}, {\rm h}$ (см. рис. 1). Необходимо отметить, что рассматриваемые лазеры могут генерировать много продольных мод на каждом из двух переходов вследствие неоднородного уширения линий этих переходов, обусловленного разбросом размеров квантовых точек [3, 4]. Однако, как показывают эксперименты, одновременная генерация на двух переходах происходит в каждой квантовой точке [4]. Это позволяет при моделировании ограничиться одной продольной модой на каждом переходе без ущерба для корректности физического описания. В безразмерных переменных исходная модель может быть записана в следующем виде:

$$\dot I_{\rm g} = \Theta\,[2g\,(n_{\rm e}^{\rm g} + n_{\rm h}^{\rm g} - 1) - 1]\,I_{\rm g}, \qquad \dot I_{\rm ex} = \Theta\,[4g\,(n_{\rm e}^{\rm ex} + n_{\rm h}^{\rm ex} - 1) - 1]\,I_{\rm ex},$$
$$\dot n_\sigma^{\rm g} = 2F_\sigma - n_{\rm e}^{\rm g} n_{\rm h}^{\rm g} - (n_{\rm e}^{\rm g} + n_{\rm h}^{\rm g} - 1)\,I_{\rm g},$$
$$\dot n_\sigma^{\rm ex} = J\,(1 - n_\sigma^{\rm ex}) - R_{e,h} n_\sigma^{\rm ex} - F_\sigma - n_{\rm e}^{\rm ex} n_{\rm h}^{\rm ex} - (n_{\rm e}^{\rm ex} + n_{\rm h}^{\rm ex} - 1)\,I_{\rm ex}, \tag{1}$$

Здесь $\sigma = {\rm e},{\rm h}$, точка означает дифференцирование по безразмерному времени $\tau \equiv t/\tau_{\rm s}$, $\tau_{\rm s}$ — время электрон-дырочной рекомбинации, $\Theta = \tau_{\rm s}/\tau_{\rm ph}$, $\tau_{\rm ph}$ — время жизни фотонов в резонаторе, определяемое его добротностью (предполагается одинаковым для обоих генерируемых полей), множители 2 и 4 в первых двух уравнениях учитывают вырождение уровней энергии в квантовых точках, J — ток накачки, приходящийся на точку, $R_{\rm e}$ и $R_{\rm h}$ — скорости ухода носителей с первых возбуждённых уровней (из квантовой точки). В полное усиление для каждого из полей входит коэффициент g, представляющий собой отношение дифференциального усиления к потерям в резонаторе. Параметры переходов между уровнями GS и ES близки, поэтому по аналогии с работами [5, 7] коэффициенты g выбраны одинаковым для обоих переходов. Как показано в [5], это упрощение не принципиально, т. к. не оказывает заметного влияния на статические и динамические характеристики лазера, которые существенного сильнее зависят от скоростей релаксационных переходов между уровнями электронов и дырок. Нелинейная связь населённостей различных уровней включена в уравнения посредством членов

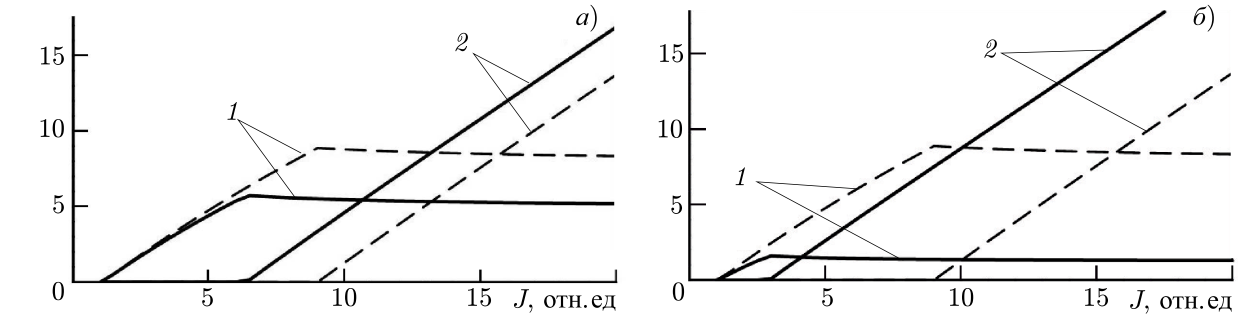
$$F_\sigma \equiv B_\sigma n_\sigma^{\rm ex}\,(1 - n_\sigma^{\rm g}) - C_\sigma n_\sigma^{\rm g}\,(1 - n_\sigma^{\rm ex}), \tag{2}$$

позволяющих учесть эффект блокировки (принцип запрета) Паули.

Упрощения уравнений (1), предложенные в работе [5] на основе учёта только излучательной релаксации, касаются вида нелинейных членов F_σ. Как отмечалось выше, они состоят в предположениях, что $B_{\rm h} = B_{\rm e} \equiv B$, $C_{\rm h} = B_{\rm h} \equiv B$ и $C_{\rm e} = 0$. Тем самым за все релаксационные процессы внутри квантовых точек отвечает единственный параметр B. Результаты исследований показывают, что от этого параметра, прежде всего, зависит существование и область реализации двухволнового режима [5, 6], от параметров B и Θ зависит количество и тип релаксационных колебаний в режиме одновременной генерации двух полей [6].

В то же время хорошо известно, что значительный вклад в релаксационные процессы в полупроводниковых кристаллах вносят фононы. Вследствие малого энергетического зазора между дырочными уровнями $\Delta E_{\rm h}$, заведомо лежащего внутри фононного спектра, фононная релаксация безусловно преобладает над радиационным распадом при переходе между этими уровнями. Однако и при преобладающей фононной релаксации соотношение $C_{\rm h} \approx B_{\rm h}$ сохраняется, хотя сама величина $B_{\rm h}$ может быть существенно больше, чем в случае чисто радиационного распада. Далее, на переходе между электронными уровнями преобладающий тип релаксации зависит от того, есть ли в лазерном кристалле достаточно энергичные оптические фононы с частотами, соответствующими этому переходу, т. е. от соотношения между верхней границей фононного спектра полупроводникового материала и частотой перехода. Известно, что при комнатной температуре (296 K) в GaAs наибольшая частота фононов составляет 8,55 ТГц, в InAs она ещё ниже — порядка 7 ТГц [15, 16]. Частота перехода между электронными уровнями при $\Delta E_{\rm e} = 50$ мэВ составляет 12 ТГц, что заметно превышает частоты фононов. Это означает, что на электронном переходе фононная релаксация отсутствует, основным механизмом релаксации является излучательная релаксация, и соотношение $C_{\rm e} \ll B_{\rm e}$ сохраняется.

Таким образом, физически корректным для рассматриваемой активной среды будет вывод о том, что механизмы релаксации на электронном и дырочном переходах различны — на электронном переходе единственным механизмом релаксации является радиационный распад, а на



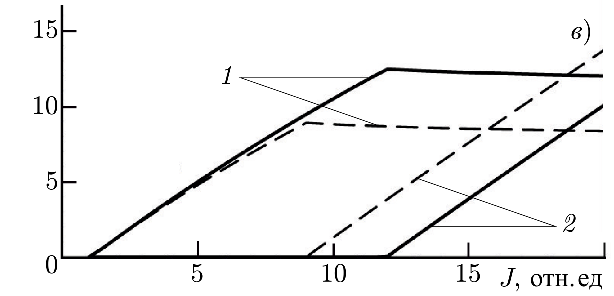


Рис. 2. Зависимости мощности генерации ($I_{\rm g}$ — линии *1*, $I_{\rm ex}$ — линии *2*, $I_{\rm g}$ и $I_{\rm ex}$ выражены в относительных единицах) от тока накачки J при различных соотношениях параметров $B_{\rm e}$ и $B_{\rm h}$. Штриховые линии соответствуют $B_{\rm e} = B_{\rm h} = 100$, сплошные $B_{\rm h} = 100$ и $B_{\rm e} = 50$ (*а*), $B_{\rm e} = 10$ (*б*), $B_{\rm e} = 200$ (*в*)

дырочном преобладает безызлучательная фононная релаксация. Это увеличивает степень электрон-дырочной асимметрии, делая её ещё больше, чем в рамках асимметричной электронно-дырочной модели [5, 6]. На самом деле указанная асимметрия проявляется не только в том, что сильно различны скорости ухода с уровней основного состояния ($C_{\rm e} \ll C_{\rm h}$), как это считалось в упрощённой модели работы [5], но и приводит к неравенству скоростей захвата на эти уровни ($B_{\rm e} < B_{\rm h}$ и может быть даже $B_{\rm e} \ll B_{\rm h}$), что в работах [5, 6] не рассматривалось.

С учётом вышеизложенного уравнения (1) могут быть записаны в следующем виде:

$$\begin{gathered}
\dot I_{\rm g} = \Theta\,[2g\,(n_{\rm e}^{\rm g} + n_{\rm h}^{\rm g} - 1) - 1]\,I_{\rm g}, \qquad \dot I_{\rm ex} = \Theta\,[4g\,(n_{\rm e}^{\rm ex} + n_{\rm h}^{\rm ex} - 1) - 1]\,I_{\rm ex},\\
\dot n_{\rm e}^{\rm g} = 2B_{\rm e} n_{\rm e}^{\rm ex}\,(1 - n_{\rm e}^{\rm g}) - (n_{\rm e}^{\rm g} + n_{\rm h}^{\rm g} - 1)\,I_{\rm g},\\
\dot n_{\rm h}^{\rm g} = 2B_{\rm h}\,(n_{\rm h}^{\rm ex} - n_{\rm h}^{\rm g}) - (n_{\rm e}^{\rm g} + n_{\rm h}^{\rm g} - 1)\,I_{\rm g},\\
\dot n_{\rm e}^{\rm ex} = J\,(1 - n_{\rm e}^{\rm ex}) - R_{\rm e} n_{\rm e}^{\rm ex} - B_{\rm e} n_{\rm e}^{\rm ex}\,(1 - n_{\rm e}^{\rm g}) - (n_{\rm e}^{\rm ex} + n_{\rm h}^{\rm ex} - 1)\,I_{\rm ex},\\
\dot n_{\rm h}^{\rm ex} = J\,(1 - n_{\rm h}^{\rm ex}) - R_{\rm h} n_{\rm h}^{\rm ex} - B_{\rm h}\,(n_{\rm h}^{\rm ex} - n_{\rm h}^{\rm g}) - (n_{\rm e}^{\rm ex} + n_{\rm h}^{\rm ex} - 1)\,I_{\rm ex}.
\end{gathered} \tag{3}$$

Эта модель отличается от упрощённой модели работы [5] наличием двух параметров, описывающих релаксацию внутри квантовых точек ($B_{\rm e}$ и $B_{\rm h}$) вместо одного и другой нормировкой времени.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для численного интегрирования системы (3) использовался метод Рунге—Кутты 4-го порядка, параметры лазера были выбраны близкими к использованным в работе [6]. Постоянные параметры имели следующие значения: $R_{\rm e} = 1$, $R_{\rm h} = 0{,}75$ и $g = 0{,}85$; остальные параметры при расчётах варьировались.

Возьмём в качестве исходной ситуацию равенства релаксационных скоростей ($B_{\rm e} = B_{\rm h}$), подробно рассмотренную в работах [5, 6], и исследуем, к чему ведёт нарушение этого равенства. Уменьшение $B_{\rm e}$ при сохранении неизменным $B_{\rm h}$ приводит к уменьшению второго порога и появлению генерации на переходе между первыми возбуждёнными уровнями (т. е. переходу к двухволновой генерации) при меньшем токе накачки (см. рис. 2*а*). Кроме того, уменьшается также

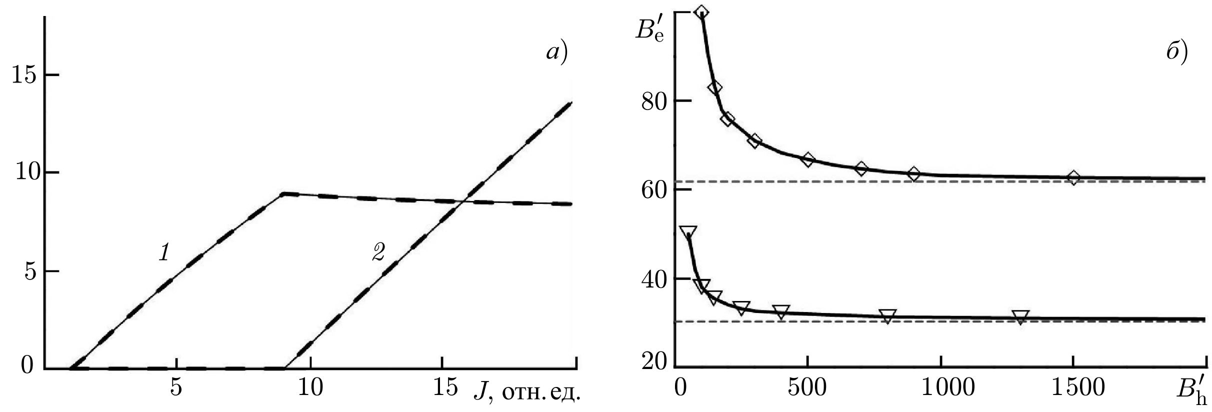


Рис. 3. (*а*) Зависимости мощности генерации (I_g — линии *1*, I_{ex} — линии *2*, I_g и I_{ex} выражены в относительных единицах) от тока накачки J при $B_e = B_h = 100$ (штриховые линии) и $B_e = 76$, $B_h = 200$ (тонкие сплошные линии). (*б*) Пары значений параметров $B'_e < B'_h$, приводящие к тем же ватт-амперным характеристикам, что и при $B_e = B_h = 100$ (символы ◊), $B_e = B_h = 50$ (символы ▽)

и максимальная мощность, достигаемая при генерации на основном переходе. Это может оказаться существенным для приложений, требующих двухволнового излучения с близкими интенсивностями волн (например, генерации излучения на разностной частоте), т. к. режим с одинаковой мощностью генерации на обоих переходах хотя и реализуется при меньших токах накачки, но сама эта мощность оказывается заметно ниже. Дальнейшее уменьшение параметра B_e усиливает вышеуказанные эффекты (см. рис. 2*б*). Гипотетическая для рассматриваемых лазеров (но возможная, в принципе, для лазеров на других активных средах) ситуация $B_e > B_h$, напротив, приводит к увеличению второго порога и росту максимальной мощности излучения на основном переходе (см. рис. 2*в*).

С учётом такого влияния параметров B_e и B_h на поведение второго порога можно показать, что как величина второго порога, так и зависимости мощности генерации на обоих переходах от тока накачки, реализующиеся в случае $B_e = B_h \equiv B$, могут быть получены и при других несовпадающих парах значений $B'_e < B'_h$, причём $B'_e < B < B'_h$ (см. рис. 3*а*). Иными словами, для любого B и, например, $B_h > B$ можно подобрать такое $B_e < B$, что зависимости мощности генерации от тока накачки не только качественно, но и количественно совпадут с исходными (см. рис. 3*б*). При $B'_h \to \infty$ величина B'_e стремится к некоторому предельному значению, меньшему B, например $B'_e \to 62$ для $B = 100$ (см. рис. 3*б*).

Влияние соотношения параметров B_e и B_h на мощность стационарной генерации и частоты релаксационных колебаний Ω_1 и Ω_2 (индекс означает номер колебания) иллюстрирует рис. 4, на котором представлены зависимости указанных величин от значений B_e, варьирующихся в широком диапазоне ($0 < B_e \le B_h$). От скорости релаксационных переходов между электронными уровнями существенно зависит как соотношение мощностей генерируемых полей I_g и I_{ex}, так и сама возможность двухволновой генерации (см. рис. 4*а*). Подобные зависимости были получены ранее в работе [6]. В то же время поведение релаксационных колебаний заметно отличается. В работе [6] было показано, что при $B_e = B_h$ в режиме двухволновой генерации возможно существование двух затухающих релаксационных колебаний, однако не во всей области параметров, в которой реализуется двухволновый режим. Одни из этих релаксационных колебаний близки к синфазным, т. е. при отклонении от стационарных значений I_g и I_{ex} колеблются в фазе, а другие, имеющие обычно более низкую частоту, могут быть и противофазными, по крайней мере в некоторой части области своего существования. Имеется прямая аналогия между этими релаксационными колебаниями и релаксационными колебаниями в полупроводниковых и твердотельных лазерах,

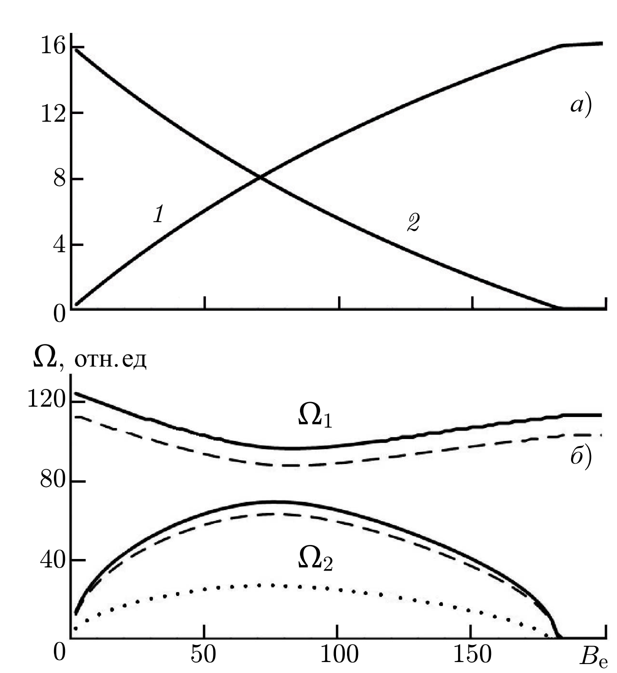


Рис. 4. Мощность генерации (a; $I_{\rm g}$ — линии *1*, $I_{\rm ex}$ — линии *2*, $I_{\rm g}$ и $I_{\rm ex}$ выражены в относительных единицах) и частоты релаксационных колебаний ($б$) в зависимости от скорости релаксации на электронном переходе при $B_{\rm h} = 200$, $J = 15$, $\Theta = 600$ (сплошные кривые), $\Theta = 500$ (штриховые кривые) и $\Theta = 100$ (пунктирная кривая, Ω_1 не показана)

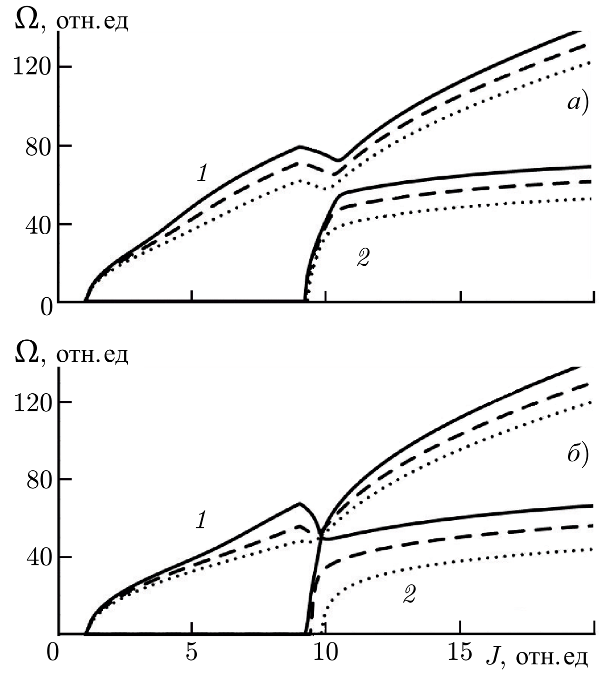


Рис. 5. Частоты релаксационных колебаний Ω_1 (линии *1*) и Ω_2 (линии *2*) при $B_{\rm e} = 76$, $B_{\rm h} = 200$ (a) и $B_{\rm e} = B_{\rm h} = 100$ ($б$); $\Theta = 820$ (сплошные кривые), $\Theta = 720$ (штриховые кривые) и $\Theta = 620$ (пунктирные кривые) в зависимости от J

генерирующих много продольных мод на одном переходе. Основная причина их происхождения — связь мод, их конкуренция за общее усиление. В случае одного перехода конкуренция обусловлена перекрытием пространственных структур продольных мод, а в рассматриваемом случае $B_{\rm e} < B_{\rm h}$ — сильной связью переходов между основными и возбуждёнными состояниями, прежде всего за счёт быстрых переходов между дырочными подуровнями. Как и в случае генерации на одном переходе, синфазное релаксационное колебание обусловлено взаимодействием излучения как целого с активной средой и существует при любом числе генерируемых мод (величины $I_{\rm g}$ и $I_{\rm ex}$ колеблются в фазе и в квадратуре с населённостями на двух переходах, которые также синфазны друг с другом). При противофазных релаксационных колебаниях происходит периодическая перекачка энергии между $I_{\rm g}$ и $I_{\rm ex}$, а населённости практически не колеблются [6, 17].

В рассматриваемом случае $B_{\rm e} < B_{\rm h}$ область существования двух релаксационных колебаний совпадает с областью существования самого́ двухмодового режима в широком диапазоне изменения параметров, прежде всего параметра Θ, от которого сильно зависят частоты релаксационных колебаний. Из рис. 4*б* видно, что область существования двух релаксационных колебаний становится меньше области существования двухволнового режима генерации только при $\Theta \leq 100$.

Зависимости частот релаксационных колебаний Ω_1 и Ω_2 от тока накачки при различных значениях Θ представлены на рис. 5. Видно, что совпадение между поведением релаксационных частот в случаях $B_{\rm e} < B_{\rm h}$ и $B_{\rm e} = B_{\rm h}$ только качественное. Одно из отличий состоит в том, что при неравных значениях $B_{\rm e}$ и $B_{\rm h}$ (см. рис. 5*а*) вторая релаксационная частота заметно меньше зависит от параметра Θ, чем при их совпадающих значениях (см. рис. 5*б*). Другое, более

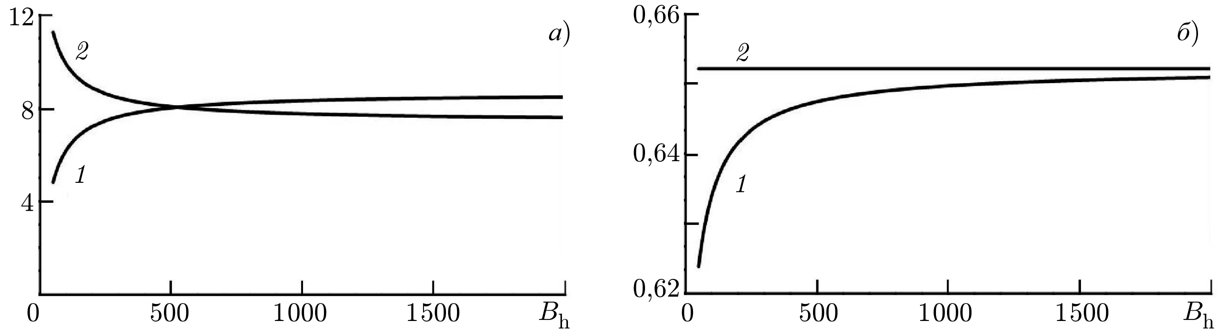


Рис. 6. Зависимости мощности генерации (a; $I_{\rm g}$ — линии *1*, $I_{\rm ex}$ — линии *2*, $I_{\rm g}$ и $I_{\rm ex}$ выражены в относительных единицах) и населённостей дырочных уровней ($б$; линии *1* и *2* соответствуют $n_{\rm h}^{\rm g}$ и $n_{\rm h}^{\rm ex}$) от скорости релаксационных переходов $B_{\rm h}$ в двухволновом режиме при $B_{\rm e} = 62$

существенное, отличие заключается в отсутствии (при любых параметрах) пересечения зависимостей Ω_1 и Ω_2 от тока накачки в случае $B_{\rm e} < B_{\rm h}$, в то время как при равных $B_{\rm e}$ и $B_{\rm h}$ эти зависимости начинают пересекаться при $\Theta > 800$.

3. БЫСТРАЯ РЕЛАКСАЦИЯ НА ДЫРОЧНОМ ПЕРЕХОДЕ

Результаты численного моделирования показывают, что в случае $B_{\rm h} \gg B_{\rm e}$ быстрая релаксация стремится выровнять населённости дырочных уровней основного и первого возбуждённого состояний, в том числе и в двухволновом режиме (см. рис. 6). Это означает, что при таком соотношении параметров с хорошей точностью реализуется схема генерации на двух переходах, имеющих общий нижний уровень, а модель (3) можно дополнительно упростить, исключив из уравнений одну из населённостей, $n_{\rm h}^{\rm g}$ или $n_{\rm h}^{\rm ex}$. Обозначая $n_{\rm h}^{\rm g} = n_{\rm h}^{\rm ex} \equiv n_{\rm h}$ и сохраняя уравнение для $n_{\rm h}^{\rm ex}$, получим следующую систему уравнений:

$$\begin{gathered}
\dot I_{\rm g} = \Theta\,[2g\,(n_{\rm e}^{\rm g} + n_{\rm h} - 1) - 1]\,I_{\rm g}, \qquad \dot I_{\rm ex} = \Theta\,[4g\,(n_{\rm e}^{\rm ex} + n_{\rm h} - 1) - 1]\,I_{\rm ex},\\
\dot n_{\rm e}^{\rm g} = 2B_{\rm e} n_{\rm e}^{\rm ex}\,(1 - n_{\rm e}^{\rm g}) - (n_{\rm e}^{\rm g} + n_{\rm h} - 1)\,I_{\rm g},\\
\dot n_{\rm e}^{\rm ex} = J\,(1 - n_{\rm e}^{\rm ex}) - R_{\rm e} n_{\rm e}^{\rm ex} - B_{\rm e} n_{\rm e}^{\rm ex}\,(1 - n_{\rm e}^{\rm g}) - (n_{\rm e}^{\rm ex} + n_{\rm h} - 1)\,I_{\rm ex},\\
\dot n_{\rm h} = J\,(1 - n_{\rm h}^{\rm ex}) - R_{\rm h} n_{\rm h} - (n_{\rm e}^{\rm ex} + n_{\rm h} - 1)\,I_{\rm ex}.
\end{gathered} \tag{4}$$

Упрощение по сравнению с моделью (3) состоит не только в уменьшении на единицу числа уравнений, но и в том, что вследствие равенства $n_{\rm h}^{\rm g}$ и $n_{\rm h}^{\rm ex}$ параметр $B_{\rm h}$ больше не входит в уравнения. Подробное исследование свойств упрощённой модели не входит в число задач данной работы. Замечу только по результатам расчётов, что в области параметров, в которой применима указанная упрощённая модель ($B_{\rm h} \gg B_{\rm e}$), стационарные решения системы уравнений (4) и полной системы (3) близки друг к другу.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлена асимметричная электронно-дырочная модель инжекционного полупроводникового лазера на квантовых точках, в которой корректно учитывается релаксация на переходах между электронными и дырочными уровнями. Показано, что для лазеров на самоорганизующихся массивах квантовых точек InAs, выращенных на подложке GaAs, на переходе между дырочными уровнями преобладает фононная релаксация, а на переходе между электронными — излучательная. Это приводит к различию скоростей захвата носителей заряда на электронный и дырочный уровни основного состояния квантовой точки ($B_{\rm e} < B_{\rm h}$), в отличие от рассмотренной ранее модели [5], в которой учитывалась только излучательная релаксация и указанные скорости совпадали. Исследованы стационарные решения предложенной модели, условия реализации режима одновременной генерации на переходах между основными и первыми возбуждёнными уровнями, релаксационные колебания в режиме двухволновой генерации. Найдены значения $B_{\rm e}$ и $B_{\rm h}$, при которых стационарные решения предложенной модели совпадают с решениями асимметричной электронно-дырочной модели [5]. Показано, что даже в случае совпадения стационарных решений релаксационные частоты в указанных моделях совпадают лишь качественно. Установлено, что в случае $B_{\rm h} \gg B_{\rm e}$ быстрая релаксация стремится выровнять населённости дырочных уровней основного и первого возбуждённого состояний. Это позволяет дополнительно упростить предложенную модель, исключив из числа переменных населённость основного дырочного уровня.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 16–02–00714) и программы Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ (проект НШ–8489.2016.2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bimberg D., Grundmann M., Ledentsov N. N. Quantum dot heterostructures. New York: Wiley, 1999. 328 p.
2. Алферов Ж. И. // Успехи физ. наук. 2002. Т. 172. С. 1 068.
3. Жуков А. Е., Максимов М. В., Ковш А. Р. // Физика и техника полупроводников. 2012. Т. 46, С. 1 249.
4. Markus A., Chen J. X., Paranthoen C., et al. // Appl. Phys. Lett. 2003. V. 82. P. 1 818.
5. Abusaa M., Danckaert J., Viktorov E. A., Erneux T. // Phys. Rev. A. 2013. V. 87. Art. no. 063827.
6. Koryukin I. V. // Phys. Rev. A. 2015. V. 92. Art. no. 043840.
7. Viktorov E. A., Mandel P., Tanguy Y., et al. // Appl. Phys. Lett. 2005. V. 87. Art. no. 053113.
8. Drzewietzki L., Thé G. P. A., Gioannini M., et al. // Opt. Commun. 2010. V. 283. P. 5 092.
9. Cataluna M. A., Sibbett W., Livshits D. A., et al. // Appl. Phys. Lett. 2006. V. 89. Art. no. 081124.
10. Cataluna M. A., Nikitichev D., Mikroulis S., et al. // Opt. Exp. 2010. V. 18. Art. no. 12832.
11. Viktorov E. A., Mandel P., O'Driscoll I., et al. // Opt. Lett. 2006. V. 31. P. 2 302.
12. Markus A., Rossetti M., Calligari V., et al. // J. Appl. Phys. 2006. V. 100. Art. no. 113104.
13. Kaptan Y., Schmeckebier H., Herzog B., et al. // Appl. Phys. Lett. 2014. V. 104. Art. no. 261108.
14. Virte M., Breuer S., Sciamanna M., Panajotov K. // Appl. Phys. Lett. 2014. V. 105. Art. no. 121109.
15. Waugh J. L. T., Dolling G. // Phys. Rev. 1963. V. 132. P. 24 106.
16. Electronic archive «New Semiconductor Materials. Characteristics and Properties». http://www.ioffe.ru/SVA/NSM .
17. Khandokhin P. A., Mandel P., Koryukin I. V., et al. // Изв. вузов. Радиофизика. 1997. Т. 40, № 1–2. С. 161.

Поступила в редакцию 28 июля 2017 г.; принята в печать 7 ноября 2017 г.

MODEL OF AN INJECTION SEMICONDUCTOR QUANTUM-DOT LASER

I. V. Koryukin

We propose an asymmetric electron-hole model of an injection semiconductor quantum-dot laser, which correctly takes into account relaxation at transitions between electron and hole levels. Steady-state solutions of the proposed model, conditions for the simultaneous operation at transitions between the ground and first excited state levels, and relaxation oscillations in the two-wave lasing regime are studied. It is shown that the model can be simplified when the relaxation between hole levels is much faster than the relaxation between electron levels.