УДК 537.86

ЭФФЕКТИВНАЯ ВЫСОКОЧАСТОТНАЯ МАГНИТНАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ КОМПАКТИРОВАННЫХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ПОРОШКОВЫХ МАТЕРИАЛОВ

И. И. Волковская^{1,2*}, В. Е. Семёнов¹, К. И. Рыбаков^{1,2}

¹ Институт прикладной физики РАН;

² Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, Россия

Предложена модель для определения эффективной комплексной магнитной проницаемости компактированных металлических порошковых сред. В её основе лежит равенство магнитного момента заданного объёма среды с искомой эффективной магнитной проницаемостью суммарному магнитному моменту металлических частиц во внешнем высокочастотном магнитном поле, возникающему благодаря возбуждению в них вихревых электрических токов. Расчёты в рамках предложенной модели позволяют уточнить значения действительной и мнимой частей магнитной проницаемости металлических порошковых компактов в микроволновом диапазоне. Сформулированы условия применимости предложенной модели и проверено их выполнение для металлических порошковых компактов в микроволновом и миллиметровом диапазонах длин волн.

введение

Вопросы поглощения микроволнового излучения в металлических порошковых материалах приобретают актуальность в связи с развитием методов высокотемпературной микроволновой обработки материалов [1–3]. Исследования в области спекания порошковых компактов с использованием микроволнового нагрева, начатые для диэлектрических керамических материалов, были продолжены для порошковых металлов [4, 5]. В многочисленных экспериментальных работах с использованием микроволнового нагрева в одномодовых резонаторах (как правило, на частоте 2,45 ГГц) наблюдалось, что процесс нагрева образцов, компактированных из металлических порошков, протекает наиболее эффективно, когда они размещаются в пучности магнитного поля [6]. Очевидно, данное обстоятельство обусловлено потерями, связанными с возбуждением в металлических частицах вихревых электрических токов под действием переменного магнитного поля. Эффективный микроволновый нагрев продолжался и тогда, когда металлические порошки за счёт действия высокотемпературных диффузионных механизмов спекались до высоких плотностей. Детальные исследования показали, что поглощение микроволнового излучения в спечённых образцах связано с присутствием на металлических частицах оксидных слоёв, электрически изолирующих эти частицы друг от друга [7].

Расчёт мощности микроволнового излучения, поглощаемого в компактированных электропроводящих порошковых материалах, является актуальной задачей для моделирования процессов высокотемпературной микроволновой обработки. Рассматриваемые материалы представляют собой неоднородные среды, состоящие как минимум из двух фаз — твёрдого вещества и межчастичной пустоты. Относительная объёмная концентрация каждой из этих фаз в ходе уплотнения при спекании изменяется в широких пределах. В том случае, когда характерный масштаб неоднородности микроструктуры много меньше длины электромагнитной волны в веществе, для описания взаимодействия электромагнитного поля с таким материалом применяются методы,

^{*} volkovskaya.ira@mail.ru

основанные на введении усреднённых характеристик среды. В рамках такого усреднённого описания вещество рассматривается как однородное, а воздействие на него электромагнитного поля характеризуется эффективными величинами, такими как эффективные диэлектрическая и магнитная проницаемости. Эффективные свойства неоднородных сред описывают с применением различных моделей. В частности, наиболее широко используются модели, основанные на так называемом приближении эффективной среды [8, 9]. В рамках данного приближения компоненты, составляющие неоднородный материал, рассматриваются в качестве включений в среде, свойства которой являются искомыми. Поле в каждом включении вычисляется на основе решения соответствующей электродинамической задачи, а эффективные свойства определяются в результате усреднения по объёму.

Для описания взаимодействия микроволнового излучения с компактированными электропроводящими материалами была предложена модель эффективной среды, основанная на квазиэлектростатическом расчёте полей в сферических включениях и учитывающая наличие на проводящих частицах диэлектрических оболочек [10]. Данное приближение адекватно описывало вещества с не слишком высокой электрической проводимостью (например, полупроводники [11]), однако оно не обеспечивает необходимой точности при описании микроволнового поглощения в композитах, содержащих металлические частицы [12]. Выход за рамки квазиэлектростатического описания при расчёте поля внутри металлической частицы позволил существенно расширить пределы применимости модели эффективной среды для определения эффективной диэлектрической проницаемости композитов [13].

Что касается расчёта потерь магнитного типа, в большинстве случаев определяющих поглощение микроволнового излучения в компактированных порошковых металлах на наиболее распространённой индустриальной частоте 2,45 ГГц, для него до настоящего времени не было предложено метода, позволяющего адекватно учесть взаимное влияние частиц при их значительной объёмной концентрации (реализующейся, например, в ходе спекания). В большинстве работ такие потери рассчитывались умножением мощности излучения, поглощаемого в одной изолированной сферической металлической частице, на число таких частиц в рассматриваемом объёме. Построить приближение эффективной среды для магнитной проницаемости электропроводящих гранулированных материалов методом усреднения напряжённости и индукции магнитного поля аналогично тому, как это делается для эффективной диэлектрической проницаемости, затруднительно. Это связано с тем, что магнитная индукция в таких материалах формально всюду равна напряжённости магнитного поля (разумеется, если не принимать во внимание собственную магнитную проницаемость вещества частиц) и учесть таким образом влияние вихревых токов, возбуждаемых переменным магнитным полем в частицах, не удаётся. В данной работе приближение эффективной среды, позволяющее определить эффективную магнитную проницаемость компактированного материала, построено на основе расчёта магнитного момента сферической частицы из проводящего материала, погружённой в среду с искомой эффективной магнитной проницаемостью. Определены условия применимости предложенного подхода и проведено сравнение с ранее использовавшимся приближением.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Мощность w электромагнитного излучения, поглощаемого в единице объёма вещества, определяется его диэлектрическими и магнитными характеристиками:

$$w = w_{\rm e} + w_{\rm m} = \frac{\omega}{8\pi} (\varepsilon'' \,|\mathbf{E}|^2 + \mu'' \,|\mathbf{H}|^2).$$
(1)

И.И. Волковская, В.Е. Семёнов, К.И. Рыбаков

Здесь ω — круговая частота микроволнового излучения, **E** и **H** — комплексные амплитуды напряжённостей электрического и магнитного полей, $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$ и $\mu = \mu' + i\mu''$ — комплексные диэлектрическая и магнитная проницаемости соответственно.

Для определения поглощения электромагнитных волн в неоднородной среде, состоящей из множества частиц, необходимо знать эффективные значения диэлектрической и магнитной проницаемостей этой среды. В данной работе мы будем интересоваться эффективной магнитной проницаемостью неоднородной среды, состоящей из частиц материалов с высокой электрической проводимостью $\sigma \gg \omega/(4\pi)$.

Отклик среды, в составе которой имеются частицы электропроводящего материала (металла), при воздействии на неё высокочастотного магнитного поля определяется возникновением в частицах наведённых магнитных моментов, связанных с возбуждением вихревых электрических токов. Магнитный момент, отнесённый к единице объёма частицы и величине внешнего магнитного поля, называют магнитной поляризуемостью частицы. Для сферической металлической частицы с радиусом a, помещённой в переменное магнитное поле с временно́й зависимостью $\exp(-i\omega t)$, комплексная магнитная поляризуемость $\alpha_{\rm m}$ имеет вид [14]

$$\alpha_{\rm m} = -\frac{3}{8\pi} \left[1 - \frac{3}{(ka)^2} + \frac{3\text{ctg}(ka)}{ka} \right],\tag{2}$$

где $k = \omega \sqrt{\varepsilon} / c \approx (1+i)/\delta$, $\varepsilon = \varepsilon' + 4\pi \sigma i/\omega$, $\delta = c/\sqrt{2\pi\sigma\omega}$ — глубина проникновения магнитного поля в металл (толщина скин-слоя), c — скорость света. Из выражения (2) следует, что потери магнитного типа, определяемые мнимой частью магнитной поляризуемости, достигают максимума, когда радиус частиц порядка толщины скин-слоя.

Если относительная объёмная концентрация электропроводящих частиц в среде η (определяемая как отношение объёма вещества частиц к общему объёму среды) настолько мала, что каждая из них может рассматриваться как изолированная, то эффективная магнитная проницаемость такой среды может быть определена как

$$\mu_{\text{eff}} = 1 + 4\pi\chi_{\text{eff}} = 1 + 4\pi\eta\alpha_{\text{m}},\tag{3}$$

где $\chi_{\rm eff}$ — эффективная магнитная восприимчивость среды.

Для более точного определения эффективной магнитной проницаемости при более высокой относительной объёмной концентрации частиц нужно учитывать взаимное влияние частиц в среде. Для этого необходимо определить магнитный дипольный момент частицы в однородном переменном магнитном поле, когда частица помещена в так называемую эффективную среду, т.е. среду с искомыми эффективными диэлектрическими и магнитными свойствами.

1.1. Дипольный момент сферической частицы в среде

Для иллюстрации предлагаемого ниже метода расчёта эффективной магнитной проницаемости среды, состоящей из сферических проводящих частиц, он будет использован для определения эффективной диэлектрической проницаемости среды, представляющей собой смесь сферических диэлектрических частиц. Будем использовать квазиэлектростатическое приближение, в котором ответ был получен ранее методами прямого усреднения полей по объёму [8, 9]. В рамках этого приближения при наложении однородного электрического поля с напряжённостью \mathbf{E}_{∞} на однородную среду, в которую помещена сферическая частица с радиусом *a* и диэлектрической проницаемостью ε_i , в этой частице наводится дипольный момент

$$\mathbf{p}_j = \frac{\varepsilon \left(\varepsilon_j - 1\right)}{\varepsilon_j + 2\varepsilon} a^3 \mathbf{E}_{\infty},\tag{4}$$

И.И. Волковская, В.Е. Семёнов, К.И. Рыбаков

где ε — диэлектрическая проницаемость среды. Электрическое поле вне частицы в этом случае представляет собой суперпозицию однородного и дипольного полей:

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi, \qquad \varphi(\mathbf{r}) = -\mathbf{E}_{\infty}\mathbf{r} + A\left(\mathbf{E}_{\infty}\mathbf{r}\right)/r^{3}, \tag{5}$$

где φ — потенциал электрического поля, **r** — радиус-вектор, проведённый из центра сферической частицы в текущую точку пространства, $r = |\mathbf{r}|$, а постоянная A в дипольной составляющей поля связана с дипольным моментом частицы следующим образом¹:

$$\mathbf{p}_j = \left(\frac{1+2\varepsilon}{3}A + \frac{\varepsilon - 1}{3}a^3\right)\mathbf{E}_{\infty}.$$
(6)

Отметим, что точно такая же связь (6) имеет место, если наложить однородное поле \mathbf{E}_{∞} на однородную среду со сферической полостью радиуса *a*, внутрь которой помещён электрический дипольный момент \mathbf{p}_{j} , параллельный полю \mathbf{E}_{∞} , плотность которого произвольным симметричным способом распределена по объёму полости. В последнем случае в дипольную составляющую поля вне полости дают также вклад связанные заряды, индуцируемые на границе полости, отчего $A\mathbf{E}_{\infty} \neq \mathbf{p}_{j}$, если диэлектрическая проницаемость среды отлична от единицы.

Рассмотрим среду, представляющую собой смесь диэлектрических включений разных сортов j (j = 1, 2, ...) с диэлектрическими проницаемостями ε_j . Сумма дипольных моментов диэлектрических включений, содержащихся в объёме V такой среды, равна вектору поляризации, умноженному на этот объём:

$$\sum_{j} \mathbf{p}_{j} = \frac{\varepsilon_{\text{eff}} - 1}{4\pi} V \mathbf{E}_{\infty},\tag{7}$$

где ε_{eff} — эффективная диэлектрическая проницаемость среды. В частности, для частиц сферической формы, заменяя в (4) ε на ε_{eff} и подставляя (4) в (7), получим уравнение, связывающее эффективную диэлектрическую проницаемость среды ε_{eff} с диэлектрическими проницаемостями ε_i всех сортов включений:

$$\sum_{j} \eta_{j} \frac{\varepsilon_{j} - \varepsilon_{\text{eff}}}{\varepsilon_{j} + 2\varepsilon_{\text{eff}}} = 0,$$
(8)

где η_j — относительная объёмная концентрация включений сорта j (при получении уравнения (8) использовано условие $\sum_j \eta_j = 1$). Данное уравнение совпадает с соотношением, получаемым методом прямого усреднения полей по объёму [8, 9].

По аналогии с рассмотренной электрической задачей можно предложить следующий метод расчёта эффективной магнитной проницаемости смеси проводящих частиц. Вначале следует найти магнитный дипольный момент, который индуцируется в отдельной проводящей частице, помещённой в однородную магнитную среду, при наложении на эту систему однородного переменного во времени магнитного поля с напряжённостью \mathbf{H}_{∞} . Затем следует связать намагниченность среды, представляющей собой смесь проводящих частиц, с суммой магнитных дипольных моментов этих частиц.

Намагниченность среды с эффективной магнитной проницаемостью $\mu_{\rm eff}$ определяется формулой

$$\mathbf{M}_{\rm eff} = \frac{\mu_{\rm eff} - 1}{4\pi} \,\mathbf{H}_{\infty}.\tag{9}$$

И.И. Волковская, В.Е. Семёнов, К.И. Рыбаков

¹ Аналогичное соотношение справедливо и в случае, когда дипольный момент **p** не связан с внешним полем \mathbf{E}_{∞} и их направления не совпадают: $\varphi(\mathbf{r}) = -\mathbf{E}_{\infty}\mathbf{r} + \mathbf{Ar}/r^3$, $\mathbf{A} = 3\mathbf{p}/(1+2\varepsilon) - (\varepsilon - 1) a^3 \mathbf{E}_{\infty}/(1+2\varepsilon)$.

896

Магнитный дипольный момент области эффективной среды с объёмом V равен

$$\mathbf{p}_{\mathrm{m\,eff}} = \mathbf{M}_{\mathrm{eff}} V. \tag{10}$$

Эффективная среда состоит из набора металлических включений (вообще говоря, они могут быть из различных металлов), обладающих магнитным дипольным моментом \mathbf{p}_{mj} , и из вакуума. Магнитный дипольный момент вакуумных областей в эффективной среде равен нулю. Значит, сумма всех дипольных моментов металлических включений, находящихся в объёме эффективной среды V, равна полному дипольному моменту этого объёма:

$$\mathbf{p}_{\mathrm{m\,eff}} = \sum_{j} \mathbf{p}_{\mathrm{m}j} N_{j},\tag{11}$$

где N_j — число включений из металла сорта j внутри объёма V эффективной среды. Дипольный момент включения равен $\mathbf{p}_{mj} = \mathbf{M}_j V_j$, где V_j — объём включения, \mathbf{M}_j — намагниченность включения. Таким образом, равенство (11) можно переписать в виде

$$\mathbf{M}_{\text{eff}}V = \sum_{j} \mathbf{M}_{j}V_{j}N_{j}.$$
(12)

Для отыскания магнитного момента отдельной частицы следует обобщить решение известной задачи о возмущении однородного переменного магнитного поля в вакууме проводящей сферической частицей с размерами, малыми по сравнению с длиной соответствующей электромагнитной волны [14], на случай, когда проводящая сферическая частица погружена в среду с магнитной проницаемостью μ_{eff} . В этом случае вне от сферической частицы магнитное поле представляет собой суперпозицию однородного и дипольного полей:

$$\mathbf{H} = -\nabla \varphi_m(\mathbf{r}), \qquad \varphi_m(\mathbf{r}) = -\mathbf{H}_{\infty}\mathbf{r} + A_m\mathbf{H}_{\infty}\mathbf{r}/r^3, \tag{13}$$

где $A_{\rm m}$ — произвольная постоянная. Внутри проводящей частицы магнитное поле удовлетворяет уравнениям Максвелла

$$\Delta \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = 0, \qquad \text{div}\,\mathbf{H} = 0, \tag{14}$$

где $k = \omega \sqrt{\varepsilon \mu} / c$, ε и μ — диэлектрическая и магнитная проницаемости вещества частицы соответственно. Решение уравнений (14) можно представить в виде [14]

$$\mathbf{H} = B_{\mathrm{m}} \operatorname{rot} \operatorname{rot}(f \mathbf{H}_{\infty}),\tag{15}$$

где $B_{\rm m}$ — произвольная постоянная, \mathbf{H}_{∞} — напряжённость внешнего однородного магнитного поля, колеблющегося с частотой ω , а $f = f(\mathbf{r})$ — сферически-симметричное решение уравнения Гельмгольца

$$\Delta f + k^2 f = 0, \tag{16}$$

остающееся конечным в начале координат, выбранном в центре частицы:

$$f(\mathbf{r}) = \sin(kr)/r. \tag{17}$$

Постоянные $A_{\rm m}$ и $B_{\rm m}$ определяются из граничных условий для полей внутри и снаружи сферической частицы: непрерывности тангенциальной компоненты \mathbf{H}_{τ} напряжённости магнитного поля и нормальной компоненты $\mu \mathbf{H}_n$ индукции магнитного поля на границе раздела сред (r = a),

при этом снаружи сферическая частица окружена эффективной средой с магнитной проницаемостью $\mu_{\rm eff}$:

$$B_{\rm m} = \frac{3}{2} \frac{\mu_{\rm eff}}{[f'(\mu_{\rm eff} - \mu)/a] + \mu_{\rm eff}k^2 f},$$
(18)

$$A_{\rm m} = -\frac{a^3}{2} \frac{[f'(\mu_{\rm eff} + 2\mu)/a] + \mu_{\rm eff}k^2 f}{[f'(\mu_{\rm eff} - \mu)/a] + \mu_{\rm eff}k^2 f}.$$
(19)

По аналогии с рассмотренной выше электростатической задачей (5) и (6) магнитный момент проводящей сферической частицы можно представить в виде

$$\mathbf{p}_{\rm m} = \left(\frac{1+2\mu_{\rm eff}}{3}A_{\rm m} + \frac{\mu_{\rm eff}-1}{3}a^3\right)\mathbf{H}_{\infty} = -\frac{a^3}{2}\frac{\mu_{\rm eff}\left[\xi\left(1+2\mu\right)+(ka)^2\right]}{\xi\left(\mu_{\rm eff}-\mu\right)+(ka)^2\mu_{\rm eff}}\mathbf{H}_{\infty},\tag{20}$$

где $\xi = ka \operatorname{ctg}(ka) - 1$. В случае $\mu_{\text{eff}} = 1$ и $\mu = 1$ магнитный момент (20), отнесённый к объёму сферической частицы, равен магнитной поляризуемости (2), умноженной на внешнее поле \mathbf{H}_{∞} .

Поскольку поле снаружи сферической частицы вычисляется в рамках квазистатического приближения, размер сферической частицы должен быть мал по сравнению с длиной волны в эффективной среде:

$$|(\omega/c)\sqrt{\varepsilon_{\text{eff}}\mu_{\text{eff}}}\,a| \ll 1.$$
(21)

Выражение (21) является условием применимости формулы (20).

1.2. Магнитная проницаемость среды из металлических сферических частиц

Будем полагать, что металлические сферические включения обладают, кроме проводимости, также и собственными магнитными свойствами. Намагниченность металлического сферического включения в эффективной среде определяется из уравнения (20):

$$\mathbf{M}_{j} = -\frac{3}{8\pi} \frac{\mu_{\text{eff}} \left[\xi_{j} \left(1 + 2\mu_{j}\right) + (ka)^{2}\right]}{\xi_{j} \left(\mu_{\text{eff}} - \mu_{j}\right) + (ka)^{2} \mu_{\text{eff}}} \mathbf{H}_{\infty},$$
(22)

где $\xi_j = k_j a \operatorname{ctg}(k_j a) - 1, k_j = \omega \sqrt{\varepsilon_j \mu_j} / c$ — волновое число внутри сферического включения, $\varepsilon_j = \varepsilon'_j + 4\pi \sigma_j i / \omega$ — комплексная диэлектрическая проницаемость, μ_j — собственная комплексная магнитная проницаемость, σ_j — проводимость металла сорта j. Если поделить обе части равенства (22) на объём области V с учётом формул (9) и (12), получим уравнение для определения эффективной магнитной проницаемости среды μ_{eff} :

$$\mu_{\text{eff}} - 1 = -\frac{3}{2} \sum_{j} \frac{\mu_{\text{eff}} \left[\xi_j \left(2\mu_j + 1\right) + (ka)^2\right]}{\xi_j \left(\mu_{\text{eff}} - \mu_j\right) + (ka)^2 \mu_{\text{eff}}} \eta_j.$$
(23)

Соотношение (23) представляет собой алгебраическое уравнение, степень которого равна числу различных компонентов в неоднородной среде. В правой части выражения (23) множитель $\eta_j = N_j V_j / V$ — объёмная доля металлических включений сорта *j*. Объёмную долю вакуума обозначим η_v . Сумма объёмных долей всех компонент равна единице:

$$\sum_{j} \eta_j + \eta_v = 1. \tag{24}$$

897

Если среда состоит из двух компонент — металлических частиц с объёмной долей η и вакуума, то уравнение для определения эффективной магнитной проницаемости (23) сводится к квадратному:

$$2\mu_{\rm eff}^2 \left[\xi + (ka)^2\right] + \mu_{\rm eff} \left[\xi \left(6\eta\mu + 3\eta - 2\mu - 2\right) + (ka)^2 \left(3\eta - 2\right)\right] + 2\xi\mu = 0.$$
⁽²⁵⁾

Эффективная магнитная проницаемость среды определяется решением уравнения (25), отвечающим поглощающей среде (Im $\mu_{\text{eff}} > 0$).

Аналогичное уравнение можно получить для эффективной диэлектрической проницаемости среды. Для этого необходимо решать электрическую задачу. Электрический дипольный момент можно найти тем же способом, в формулах (13)–(25) заменить **H** на **E**, μ на ε и μ_{eff} на ε_{eff} :

$$2\varepsilon_{\text{eff}}^2 \left[\xi + (ka)^2\right] + \varepsilon_{\text{eff}} \left[\xi \left(6\eta\varepsilon + 3\eta - 2\varepsilon - 2\right) + (ka)^2 \left(3\eta - 2\right)\right] + 2\xi\varepsilon = 0.$$
⁽²⁶⁾

Соотношение (26) совпадает с уравнением, полученным при построении приближения эффективной среды методом усреднения в статье [13].

2. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

2.1. Сравнение моделей эффективной магнитной проницаемости среды

В случае, когда среда состоит из сферических металлических частиц одного сорта, не обладающих магнитными свойствами ($\mu = 1$), и вакуума, уравнение (25) перепишется в виде

$$2\mu_{\rm eff}^2 \left[\xi + (ka)^2\right] + \mu_{\rm eff} \left[\xi \left(9\eta - 4\right) + (ka)^2 \left(3\eta - 2\right)\right] + 2\xi = 0.$$
⁽²⁷⁾



Рис. 1. Мнимая часть эффективной магнитной проницаемости металлического порошка в зависимости от параметра a/δ . Относительная объёмная концентрация твёрдого вещества равна $\eta = 0,3$. Сплошная линия соответствует разработанной модели, штриховая — расчёту без учёта взаимного влияния частиц

Для металлических частиц с высокой проводимостью $(4\pi\sigma/\omega \gg \varepsilon')$ волновое число внутри частицы $k = (\omega/c)\sqrt{4\pi\sigma/\omega} = (1+i)/\delta$ обратно пропорционально толщине скин-слоя $\delta = c/\sqrt{2\pi\sigma\omega}$. В этом случае в уравнении (27) остаются два параметра: отношение a/δ радиуса частицы к толщине скин-слоя и относительная объёмная концентрация частиц η .

На рис. 1–3 приведено сравнение моделей вычисления эффективной магнитной проницаемости среды. Представлены зависимости действительной и мнимой частей эффективной магнитной проницаемости от объёмной доли металлических частиц при различных соотношениях между радиусом сферической частицы и толщиной скин-слоя. Штриховой линией на рисунках изображены соответствующие зависимости магнитной проницаемости, вычисленные без учёта взаимного влияния частиц (см. уравнения (2) и (3)). На рис. 1 представлена зависимость мнимой

части эффективной магнитной проницаемости Im μ_{eff} от отношения радиуса сферической частицы a и толщины скин-слоя δ при концентрации металлических частиц $\eta = 0,3$. При малых концентрациях графики почти совпадают, имеется лишь небольшое отличие максимальных значений. Потери магнитного типа в обеих моделях достигают максимума, когда размер частиц

И. И. Волковская, В. Е. Семёнов, К. И. Рыбаков



Рис. 2. Мнимая часть эффективной магнитной проницаемости металлического порошка в зависимости от относительной объёмной концентрации твёрдого вещества: $a/\delta = 2$ (кривая 1); $a/\delta = 10$ (2); $a/\delta = 30$ (3). Сплошные линии соответствуют разработанной модели, штриховые — расчёту без учёта взаимного влияния частиц



Рис. 3. Действительная часть эффективной магнитной проницаемости металлического порошка в зависимости от относительной объёмной концентрации твёрдого вещества. Отношение радиуса частицы к толщине скин-слоя равно $a/\delta =$ = 10. Сплошная линия соответствует разработанной модели, штриховая — расчёту без учёта взаимного влияния частиц

порядка толщины скин-слоя. В рассматриваемой нами модели максимальное значение мнимой части эффективной магнитной проницаемости ниже и немного смещено в сторону меньших значений a/δ .

На рис. 2 представлены зависимости мнимой части эффективной магнитной проницаемости от относительной объёмной концентрации твёрдого вещества. На рис. 2 (кривые 2 и 3) наблюдается максимум поглощения при концентрации частиц около 0,7. Данный максимум существует при достаточно больши́х значениях a/δ (от приблизительно 3 и более). Уменьшение поглощения при высокой объёмной концентрации проводящих включений, по-видимому, связано с влиянием плотной среды на магнитное поле в ней. При меньших значениях параметра a/δ поглощение монотонно растёт с ростом концентрации.

На рис. 3 представлена зависимость действительной части эффективной магнитной проницаемости от относительной объёмной концентрации твёрдого вещества. В отличие от расчёта без учёта взаимного влияния частиц представленная в данной работе модель при больши́х концентрациях не приводит к получению отрицательных значений действительной части эффективной магнитной проницаемости.

Как следует из рис. 2 и 3, в области малых концентраций результаты расчётов эффективной магнитной проницаемости — как её действительной, так и мнимой части — в рамках описанной в данной работе модели совпадают с результатами расчётов без учёта взаимного влияния частиц. С ростом концентрации металлических частиц характер зависимости и значения эффективной магнитной проницаемости начинают заметно отличаться.

Представленная модель позволяет получать эффективную магнитную проницаемость при произвольной концентрации металлических частиц. Отметим, что в предельном случае, когда объёмная доля частиц стремится к единице, модель не приводит к совпадению со случаем сплошной металлической среды. Это естественно, т. к. в модели предполагается, что частицы электрически изолированы друг от друга и наведённые переменным магнитным полем вихревые токи локализованы внутри отдельных малых областей внутри среды.

2.2. Условия применимости полученного приближения

В неравенство (21), определяющее условия применимости представленного в данной работе приближения, входят эффективные магнитная и диэлектрическая проницаемости компактированной металлической порошковой среды. Для определения эффективной диэлектрической проницаемости в рассматриваемых средах, когда длина волны (толщина скин-слоя) внутри сферической частицы сравнима с её радиусом или меньше его $(a/\delta \ge 1)$, потребуется воспользоваться приближением эффективной среды, учитывающим неоднородную (волновую) структуру электромагнитного поля внутри металлических включений. При больши́х концентрациях частиц, при которых превышен порог перколяции проводимости, необходимо, кроме того, учитывать наличие на металлических частицах диэлектрических (например, оксидных) оболочек, изолирующих частицы друг от друга. Такая модель эффективной среды была рассмотрена в работе [13]. Она будет использоваться в данном разделе для нахождения условий применимости полученного приближения.

Как показывают расчёты с использованием уравнения (27), действительная и мнимая части эффективной магнитной проницаемости среды из металлических частиц не превосходят единицу. В то же время действительная и мнимая части эффективной диэлектрической проницаемости компактированных металлических порошковых сред могут достигать величин, много больших единицы. Например, для медных частиц с радиусом 3 мкм, окружённых тонкими (с толщиной 10 нм) диэлектрическими оболочками, на частоте 24 ГГц при больши́х концентрациях действительная часть эффективной диэлектрической проницаемости может достигать величины порядка 10⁴ [13]. Следовательно, условие применимости разработанного приближения для эффективной магнитной проницаемости (21) определяется в основном эффективной диэлектрической проницаемостью среды.

Рассмотрим вопрос об областях параметров, в которых выполняется условие применимости (21) разработанного приближения эффективной среды для эффективной магнитной проницаемости. На рис. 4 и 5 представлены графики зависимости параметра $\zeta = |(\omega/c)\sqrt{\varepsilon_{\text{eff}}\mu_{\text{eff}}}a|$, характеризующего отношение радиуса частицы к длине волны в эффективной среде, от толщины диэлектрической оболочки d при различных значениях радиуса частиц, концентрации и частоты излучения. Из рис. 4 следует, что при частоте 2,45 ГГц условие применимости (21) выполняется для практически реализуемых параметров. При повышении частоты параметр применимости ζ возрастает. Как следует из рис. 5, на частоте 24 ГГц, применяемой в гиротронных комплексах для микроволновой обработки материалов, условие применимости (21) может нарушаться для крупных частиц, если толщина диэлектрической оболочки недостаточна.

Из рис. 5 видно, что при концентрации металлических частиц меньше 0,33 условие применимости разработанного приближения эффективной среды заведомо выполняется с больши́м запасом. Это связано с тем, что ниже порога перколяции проводимости модуль эффективной диэлектрической проницаемости среды мало отличается от единицы. С ростом толщины диэлектрических оболочек на частицах условие применимости выполняется лучше при любых концентрациях металлических частиц.

2.3. Вклад собственной магнитной проницаемости материала частиц в эффективную магнитную проницаемость среды

Если среда состоит из частиц, обладающих магнитными свойствами, эффективная магнитная проницаемость среды определяется из уравнения (25). В него входит собственная магнитная проницаемость материала частиц. Данные о значениях высокочастотной комплексной магнитной

И.И. Волковская, В.Е. Семёнов, К.И. Рыбаков



Рис. 4. Параметр применимости ζ разработанной модели расчёта эффективной магнитной проницаемости в зависимости от толщины d диэлектрической оболочки частиц при различных их размерах: a = 10 мкм (кривая 1), a = 5 мкм (2), a = 3мкм (3), a = 1 мкм (4). Объёмная доля частиц твёрдого вещества равна $\eta = 0.6$, проводимость медных частиц $\sigma = 5.96 \cdot 10^7$ См/м, частота внешнего поля $f = \omega/(2\pi) = 2.45$ ГГц



Рис. 5. Изолинии параметра применимости ζ разработанной модели расчёта эффективной магнитной проницаемости в зависимости от толщины dдиэлектрической оболочки частиц и относительной объёмной концентрации η частиц медного порошка. Радиус частиц равен 10 мкм, проводимость $\sigma = 5.96 \cdot 10^7$ См/м, частота $f = 24 \Gamma \Gamma$ ц



Рис. 6. Изолинии действительной (a) и мнимой (б) частей эффективной магнитной проницаемости среды в зависимости от действительной и мнимой частей собственной магнитной проницаемости частиц ферромагнитного порошкового материала. Относительная объёмная концентрация равна $\eta = 0,4$, радиус частиц 3 мкм, проводимость $\sigma = 10^7$ См/м, частота f = 2,45 ГГц

проницаемости ферромагнетиков при высоких температурах авторам неизвестны. При комнатных температурах магнитная проницаемость железа и никеля убывает при увеличении частоты, приближаясь к единице на частотах миллиметрового диапазона длин волн [15]. При более высоких частотах (в частности, в оптическом диапазоне) учёт магнитной проницаемости в дополнение к диэлектрической проницаемости является превышением точности [14]. Представляет интерес исследование зависимости эффективной магнитной проницаемости среды, получаемой в разработанном приближении, от собственной магнитной проницаемости материала частиц. На рис. 6

приведены зависимости действительной и мнимой частей эффективной магнитной проницаемости среды от действительной и мнимой частей магнитной проницаемости материала частиц.

Как следует из данных, приведённых на рис. 6, в выбранном диапазоне параметров действительная и мнимая части эффективной магнитной проницаемости, вычисленные в разработанном приближении эффективной среды, порядка единицы. При повышении частоты величины μ'_{eff} и μ''_{eff} уменьшаются (например, на частоте 24 ГГц они приблизительно в два раза меньше, чем на частоте 2,45 ГГц). Таким образом, в микроволновом диапазоне наличие у частиц собственных магнитных свойств не оказывает заметного влияния на условие применимости (21) разработанного приближения.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе предложена модель эффективной среды для определения эффективной комплексной магнитной проницаемости компактированных металлических порошковых сред. В основе модели лежит равенство магнитного момента заданного объёма эффективной среды суммарному магнитному моменту металлических частиц во внешнем высокочастотном магнитном поле, возникающему благодаря возбуждению в частицах вихревых электрических токов. Расчёты в рамках предложенной модели позволяют уточнить значения действительной и мнимой частей магнитной проницаемости металлических порошковых компактов в микроволновом диапазоне. Сформулированы условия применимости предложенной модели и проверено их выполнение для металлических порошковых компактов на частотах микроволнового и миллиметрового диапазонов. Охарактеризован вклад собственной магнитной проницаемости материала частиц (в случае ферромагнетиков) в эффективную магнитную проницаемость. Разработанная модель может использоваться при расчётах микроволнового нагрева компактированных металлических порошковых материалов, лежащего в основе различных инновационных технологических процессов.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского научного фонда (проект 15–12– 00046).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Clark D. E., Sutton W. H. // Annual Rev. Materials Sci. 1996. V. 26. P. 299.
- 2. Bykov Yu. V., Rybakov K. I., Semenov V. E. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2001. V. 34. P. R55.
- Singh S., Gupta D., Jain V., Sharma A. K. // Materials and Manufacturing Processes. 2015. V. 30, No. 1. P. 1.
- 4. Roy R., Agrawal D., Cheng J., Gedevanishvili S. // Nature. 1999. V. 399. P. 668.
- 5. Gupta M., Wong W. L. E. Microwaves and metals. Singapore: Wiley, 2007. 228 p.
- 6. Cheng J., Roy R., Agrawal D. // J. Mater. Sci. Lett. 2001. V. 20, No. 17. P. 1561.
- 7. Mahmoud M. M., Link G., Thumm M. // J. Alloys and Compounds. 2015. V. 627. P. 231.
- 8. Bruggeman D. A. G. // Ann. Phys-Berlin. 1935. Ser. 5. V. 24. P. 636.
- Bergman D. J., Stroud D. // Solid State Physics: Advances in Research and Applications. V. 46 / Eds. H. Ehrenreich, D. Turnbull. New York: Academic Press, 1992. P. 147.
- 10. Рыбаков К.И., Семёнов В.Е. // Изв. вузов. Радиофизика. 2005. Т. 48. С. 997.
- 11. Rybakov K. I., Semenov V. E., Egorov S. V., et al. // J. Appl. Phys. 2006. V. 99. Art. no. 023506.
- Егоров С. В., Еремеев А. Г., Плотников И. В. и др.// Изв. вузов. Радиофизика. 2010. Т. 53, № 5–6. С. 393.

- Rybakov K. I., Semenov V. E. // IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques. 2017. V. 65, No. 5. P. 1479.
- 14. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1992. 664 с.
- Аркадьев В. К. // Журн. Русского физико-химического общества. Физ. отдел. 1913. Т. 45, № 3. С. 103.

Поступила в редакцию 3 июля 2017 г.; принята в печать 17 октября 2017 г.

EFFECTIVE HIGH-FREQUENCY PERMEABILITY OF COMPACTED METAL POWDERS

I. I. Volkovskaya, V. E. Semenov, and K. I. Rybakov

We propose a model for determination of the effective complex permeability of compacted metalpowder media. It is based on the equality of the magnetic moment in a given volume of the media with the desired effective permeability to the total magnetic moment of metal particles in the external high-frequency magnetic field, which arises due to excitation of electric eddy currents in the particles. Calculations within the framework of the proposed model allow us to refine the values of the real and imaginary components of the permeability of metal powder compacts in the microwave band. The conditions of applicability of the proposed model are formulated, and their fulfillment is verified for metal powder compacts in the microwave and millimeter wavelength bands.