УДК 621.384.6

ПРЕДЕЛЬНЫЙ И ФЕДОСОВСКИЙ ТОКИ СИЛЬНО ЗАМАГНИЧЕННОГО ТОНКОСТЕННОГО ПУЧКА ЭЛЕКТРОНОВ В НЕСИММЕТРИЧНЫХ КАНАЛАХ ТРАНСПОРТИРОВКИ

М. Б. Гойхман, А. В. Громов, Н. Ф. Ковалев, А. В. Палицин*

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

Рассмотрены свойства тонкостенных сильно замагниченных электронных пучков в закрытых вакуумных каналах транспортировки с произвольными поперечными сечениями канала и электронного пучка. В явном виде получены точные выражения для предельного и федосовского токов таких электронных пучков. Установленные соотношения позволяют объяснить многие наблюдаемые явления и могут служить основой для проверки результатов более сложных расчётов.

ВВЕДЕНИЕ

Ток стационарного электронного пучка, распространяющегося в вакуумном канале, не может превышать некоторой максимальной величины, которую принято называть предельным током транспортировки или просто предельным током [1]. Это ограничение в случае сильной замагниченности электронов объясняется тормозящим действием электростатического поля собственного заряда пучка. Предельный ток является важной характеристикой сильноточных электронных пучков, т. к. им определяются энергетические параметры пучковых систем, пороги и инкременты коллективных неустойчивостей, классификация стационарных состояний, а также токовые диаграммы, такие как, например, зависимость прошедшего тока от тока инжекции и т. д.

О расчётах и измерениях предельного тока в различных системах и условиях написано множество оригинальных статей, монографий (например, [1]) и учебных курсов [2]. Тем не менее многие вопросы до сих пор остались не выясненными или вообще не рассматривались. К числу таких важных и нерешённых проблем относится вопрос о предельном и федосовском токах пучка в несимметричных каналах транспортировки, которому и посвящена данная статья.

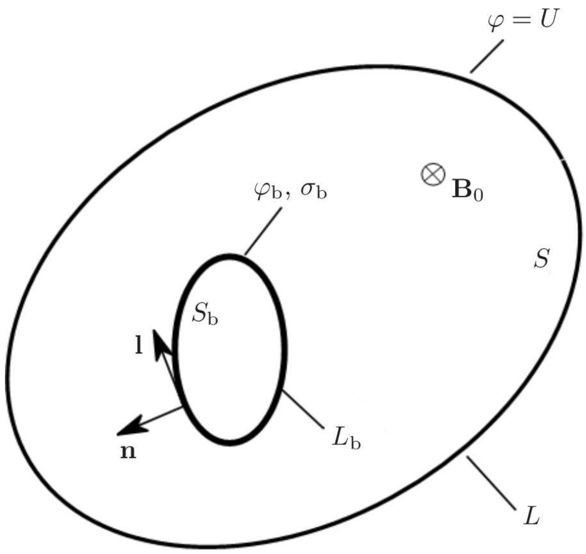

Рис. 1. Поперечное сечение канала транспортировки (S) и тонкостенного электронного пучка (S_b)

Рассматривается полая цилиндрическая труба с произвольным сечением S с идеально проводящими стенками (рис. 1). Давление остаточных газов в трубе предполагается пренебрежимо малым. Через трубу пропускается пучок электронов, которые из-за сильного продольного магнитного поля $\mathbf{B}_0$ могут двигаться только вдоль трубы по прямым линиям. Пучок предполагается стационарным, тонкостенным и имеющим произвольный замкнутый контур поперечного сечения L_b. Электроны эмитируются с кромочного катода, имеющего нулевой потенциал ($\varphi_\mathrm{k} = 0$). Разброс электронов по скоростям не учитывается. Задача о предельном токе на однородном

* gromov@appl.sci-nnov.ru

участке, т. е. на участке с независящими от продольной координаты z параметрами, ставится следующим образом: требуется найти поперечные распределения потенциала в пучке $\varphi_{\mathrm{b}}(l)$ и поверхностной плотности заряда $\sigma_{\mathrm{b}}(l)$, при которых ток электронного пучка

$$J_{\mathrm{b}} = \oint_{L_{\mathrm{b}}} \sigma_{\mathrm{b}} V_{\mathrm{b}} \,\mathrm{d}l \tag{1}$$

максимален. В (1)

$$V_{\mathrm{b}} = c\sqrt{1 - 1/\gamma_{\mathrm{b}}^2} \tag{2}$$

— скорость электронов, γ_{b} — их релятивистский фактор, c — скорость света.

Вне пучка электростатический потенциал удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\Delta\varphi = 0 \tag{3}$$

с граничными условиями

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z} = 0, \tag{4}$$

где $0 < \varphi \leq U$,

$$\varphi\big|_L = U, \tag{5}$$

$$\mathbf{n}\,\nabla(\varphi_+ - \varphi_-) = 4\pi\sigma_{\mathrm{b}}. \tag{6}$$

Здесь $\sigma_{\mathrm{b}} > 0$, $\varphi_+ = \varphi(L_{\mathrm{b}} + 0)$, $\varphi_- = \varphi(L_{\mathrm{b}} - 0)$, $\mathbf{n}$ — внешняя нормаль к пучку, L — контур канала.

Для сформулированной электростатической задачи можно ввести погонную потенциальную энергию

$$\Pi = \frac{1}{2}\oint_{L_{\mathrm{b}}} \sigma_{\mathrm{b}}(U - \varphi_{\mathrm{b}}) \,\mathrm{d}l, \tag{7}$$

которая принимает минимальное значение (при фиксированном погонном заряде), если потенциал φ_{b} постоянен на поверхности пучка. Соответственно, интеграл

$$Q = \oint \sigma_{\mathrm{b}}\varphi_{\mathrm{b}} \,\mathrm{d}l, \tag{8}$$

принимает максимальное значение, если $\varphi_{\mathrm{b}} = \mathrm{const}$.

Но поскольку скорость электронов V_{b} является монотонной функцией потенциала,

$$V_{\mathrm{b}} = c\sqrt{1 - \frac{1}{1 + e\varphi_{\mathrm{b}}/(mc^2)}}\,, \tag{9}$$

то полный ток пучка принимает максимальное значение, если скорость электронов на контуре пучка одинакова ($V_{\mathrm{b}}(l) = \mathrm{const}$):

$$J_{\mathrm{b}} = qV_{\mathrm{b}}, \tag{10}$$

где

$$q = \oint_{L_{\mathrm{b}}} \sigma_{\mathrm{b}} \,\mathrm{d}l. \tag{11}$$

— погонный заряд электронов пучка. Здесь e — элементарный заряд, m — масса электрона.

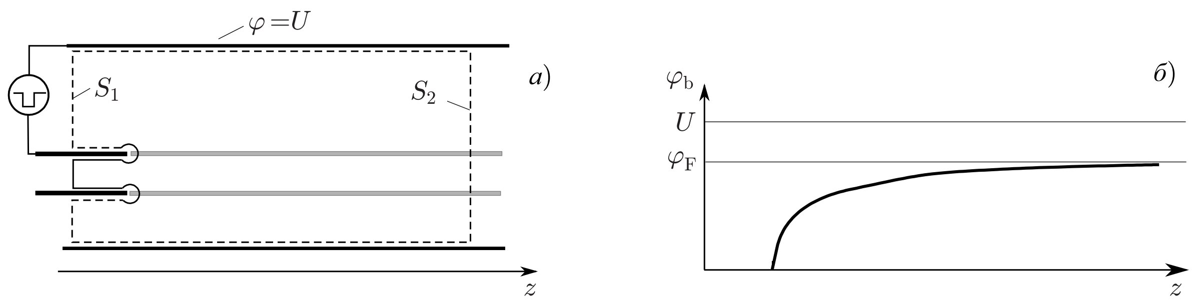

Рис. 2. Продольное сечение электронной пушки и канала транспортировки (*а*) и распределение потенциала электронного пучка (*б*). Пунктиром показан контур интегрирования, используемый при решении соответствующей задачи; $\varphi_{\rm F}$ — федосовский потенциал

Ток из выражения (10) является условным максимальным током при заданном $q = \text{const}$. Теперь нужно найти значение q, при котором ток (10) достигает максимума. С этой целью удобно ввести погонную ёмкость C двухпроводной линии, в которой поперечные сечения и потенциалы внешнего и внутреннего проводников совпадают с сечениями и потенциалами канала транспортировки и электронного пучка. Погонный заряд такой линии равен

$$q = C\,(U - \varphi_{\rm b}). \tag{12}$$

После домножения соотношения (12) на $V_{\rm b} = \text{const}$ получается равенство

$$J_{\rm b} = \frac{mc^3}{e}\,C\,(\gamma_0 - \gamma_{\rm b})\,\frac{\sqrt{\gamma_{\rm b}^2 - 1}}{\gamma_{\rm b}}\,, \tag{13}$$

отличающееся от хорошо известной формулы [1] введением погонной ёмкости C. Из (13) можно найти универсальную формулу для предельного тока

$$J_{\rm lim} = \frac{mc^3}{e}\,C\,(\gamma_0^{2/3} - 1)^{3/2}, \tag{14}$$

где

$$\gamma_0 = 1 + eU/(mc^2), \tag{15}$$

и соответствующий релятивистский фактор электронов пучка:

$$\gamma_{\rm b} = \gamma_0^{1/3}. \tag{16}$$

Соотношения (13)–(16) применимы к тонкостенным пучкам и каналам транспортировки с произвольными сечениями, в том числе и для незамкнутых контуров, и, с некоторыми ограничениями, к нескольким тонкостенным пучкам.

При $\varphi_{\rm b} = \text{const}$ поверхностная плотность заряда в пучке распределена по $L_{\rm b}$ неоднородно, причём закон распределения такой же, как у погонной ёмкости C. Это обстоятельство позволяет обобщить задачу Федосова [3] об инжекции электронного пучка с кромочного катода с неограниченной эмиссией на случай однородного по длине канала транспортировки с произвольным профилем поперечного сечения. Поскольку распределение тока по катододержателю совпадает с распределением тока в сформированном пучке, то после применения закона сохранения импульса (рис. 2) получается аналогичный [3] результат:

$$\gamma_{\rm b} = \gamma_F = \sqrt{2\gamma_0 + 1/4} - 1/2, \tag{17}$$

а из универсального соотношения (13) — ток Федосова

$$J_{\mathrm{F}} = \frac{mc^3}{e}\, C\,(\gamma_0 - \gamma_{\mathrm{F}})\, \frac{\sqrt{\gamma_{\mathrm{F}}^2 - 1}}{\gamma_{\mathrm{F}}}\,. \tag{18}$$

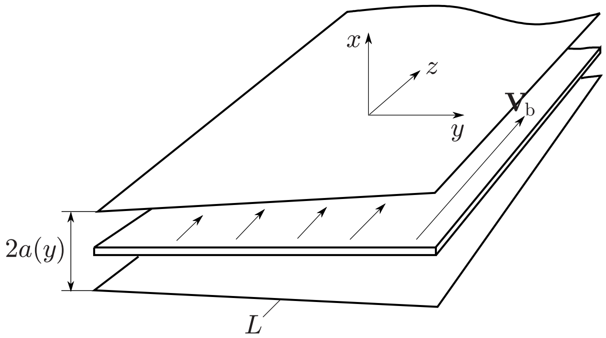

Рис. 3. Планарный электронный пучок между двумя анодными плоскостями

Таким образом, в рассмотренной электронной пушке формируется тонкостенный электронный пучок без расслоения по скоростям. Это обстоятельство очень важно для мощных сверхвысокочастотных генераторов, работающих на таких пучках. Им объясняются и многие наблюдаемые явления даже в нестационарных режимах генерации, в частности малое время возникновения генерации в релятивистской лампе обратной волны.

В качестве иллюстрации к полученным результатам представляется интересным рассмотреть простое уравнение состояний ленточного электронного пучка в планарном канале транспортировки (рис. 3). При этом потенциал между пучком и идеально проводящей поверхностью можно представить в виде асимптотического разложения:

$$\varphi = \varphi\big|_{x=0} + x\,\frac{\partial\varphi}{\partial x}\Big|_{x=0} + \frac{x^2}{2}\,\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}\Big|_{x=0}, \tag{19}$$

из которого легко выводится уравнение

$$\frac{a^2}{2}\,\frac{\partial^2\varphi_{\mathrm{b}}}{\partial z^2} + \frac{a^2}{2}\,\frac{\partial^2\varphi_{\mathrm{b}}}{\partial y^2} = \varphi_{\mathrm{b}} - U + 2\pi a J_{\mathrm{b}}\,\frac{\gamma_{\mathrm{b}}}{c\sqrt{\gamma_{\mathrm{b}}^2 - 1}}\,, \tag{20}$$

или

$$\frac{a^2}{2}\,\frac{\partial^2\gamma_{\mathrm{b}}}{\partial z^2} + \frac{a^2}{2}\,\frac{\partial^2\gamma_{\mathrm{b}}}{\partial y^2} = \gamma_{\mathrm{b}} - \gamma_0 + \frac{2\pi e}{mc^3}\, aJ_{\mathrm{b}}\,\frac{\gamma_{\mathrm{b}}}{c\sqrt{\gamma_{\mathrm{b}}^2 - 1}}\,. \tag{21}$$

В этих уравнениях зазор между пластинами a может зависеть от любой из декартовых координат y и z. Если рассмотреть однородную по z систему ($\partial a/\partial z \equiv 0$), то при $aJ_{\mathrm{b}} = \mathrm{const}$ уравнение (21) сводится к одномерному:

$$\frac{a^2}{2}\,\frac{\partial^2\gamma_{\mathrm{b}}}{\partial z^2} = \gamma_{\mathrm{b}} - \gamma_0 + 2\pi\,\frac{e}{mc^3}\, aJ_{\mathrm{b}}\,\frac{\gamma_{\mathrm{b}}}{\sqrt{\gamma_{\mathrm{b}}^2 - 1}}\,. \tag{22}$$

Следовательно, существуют решения исходной, неоднородной по y, задачи с

$$\gamma_{\mathrm{b}} = \mathrm{const}. \tag{23}$$

Из соотношений (22) и (23) сразу же следуют выражения (16) и (17), причём в выражения для токов (13) и (14) входит в качестве коэффициента погонная ёмкость.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рухадзе А. А., Богданкевич Л. С., Росинский С. Е., Рухлин В .Г. Физика сильноточных релятивистских электронных пучков. М.: Атомиздат, 1980. 168 с.
2. Кузелев М .В., Рухадзе А. А., Стрелков П. С. Плазменная релятивистская СВЧ-электроника. М.: МГТУ им. Баумана, 2002. 544 с.
3. Федосов А. И., Литвинов Е. А., Беломытцев С. Я. и др. // Изв. вузов. Физика. 1977. № 10. С. 134.

Поступила в редакцию 20 ноября 2015 г.; принята в печать 25 июля 2016 г.

LIMITING AND FEDOSOV'S CURRENTS OF A STRONGLY MAGNETIZED ELECTRON BEAM IN ASYMMETRIC TRANSPORTATION CHANNELS

M. B. Goikhman, A. V. Gromov, N. F. Kovalev, and A. V. Palitsin

We consider the properties of thin-walled, strongly magnetized electron beams in closed evacuated transportation channels with arbitrary cross sections of the channel and the electron beam. Explicit precise formulas are obtained for the limiting and Fedosov's currents of such electron beams. The found relationships allows one to explain many observed phenomena and can serve as a basis for verification of the results of more complicated calculations.