

УДК 535.241

МУЛЬТИСТАБИЛЬНОСТЬ РОЛИКОВЫХ СТРУКТУР ПАРАМЕТРИЧЕСКИ ВОЗБУЖДАЕМЫХ КАПИЛЛЯРНЫХ ВОЛН ПРИ МНОГОУГОЛЬНОЙ ФОРМЕ ГРАНИЦ

С. В. Кияшко *, *В. О. Аффенченко*, *А. В. Назаровский*

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

Экспериментально исследуется динамика роликовых структур параметрически возбуждаемых капиллярных волн при многоугольной форме границ. Обнаружена возможность существования многих устойчивых роликовых режимов, отличающихся только ориентацией роликов в пространстве. Исследована их устойчивость при отклонении роликов по углу от состояния равновесия. Предложена модель наблюдаемого явления. Численные расчёты, проведённые на основе этой модели, хорошо согласуются с экспериментом.

ВВЕДЕНИЕ

В динамике нелинейных систем часто возникает мультистабильность: при фиксированных параметрах системы в зависимости от начальных условий возможно установление различных стационарных состояний. Исследования мультистабильности проводились в физике плазмы [1], оптических системах [2], биологии [3], химии [4], гидродинамике [5]. Фазовое пространство подобных систем может быть достаточно сложным и содержать не только простые аттракторы, но и хаотические. Возникновение новых состояний равновесия, как правило, связано с нахождением системы вблизи точек бифуркации. Для построения моделей, которые описывают процессы, происходящие в двумерных системах с неустойчивостью, часто используются уравнения Гинзбурга—Ландау и Свифта—Хохенберга [6]. При этом возможность существования нескольких устойчивых состояний в системе обосновывается наличием нескольких локальных минимумов функционала свободной энергии. Для понимания процессов, происходящих в реальной физической системе, важно знать, каким образом происходит процесс установления какого-либо устойчивого состояния. Во многих мультистабильных системах имеется резонатор. Устойчивые состояния равновесия соответствуют одной из мод резонатора (они могут отличаться частотой и пространственной структурой). Достижение равновесного состояния происходит за один этап в процессе роста начальных возмущений и установления стационарной амплитуды за счёт нелинейных потерь при конкуренции с другими модами. При этом отбор одной из возможных мод происходит на стадии линейного роста возмущений. Побеждает та мода, для которой начальные возмущения лежат в области притяжения её равновесного состояния [6].

При наличии сильного затухания в двумерных нелинейных системах границы не создают резонатора и оказывают слабое ориентирующее влияние на волновое поле. Это обстоятельство качественным образом меняет процесс достижения устойчивого состояния равновесия в системе: в процессе неустойчивости и достижения амплитудой поля стационарного значения ещё не происходит установления устойчивого состояния равновесия, т. к. влияние границ слабое. Затем, на втором этапе, происходит длительный процесс взаимодействия с границами, по завершении которого поле будет полностью согласовано с ними и состояние равновесия будет достигнуто. Такая

* kiyashko@appl.sci-nnov.ru

ситуация возникает, например, при параметрическом возбуждении волн в среде с сильным затуханием. Однако, насколько нам известно из публикаций, исследование процесса достижения устойчивого состояния равновесия в двумерных параметрически возбуждаемых системах при наличии мультистабильности в условиях сильной конкуренции мод ещё не проводилось. По-видимому, это связано с трудностями проведения измерений при высоких частотах электромагнитных волн. В то же время одной из удобных моделей для экспериментальных исследований в двумерной среде являются параметрически возбуждаемые стоячие волны на поверхности жидкости. Это связано с удобством изменения контрольных параметров в такой системе: надкритичности, диссипации, длины возникающих волн, граничных и начальных условий, а также лёгкостью визуализации возникающих полей поверхностных волн.

Для стоячих волн на поверхности жидкости исследовались нестационарные пространственно неоднородные режимы [7], модуляционная неустойчивость [8], возникновение доменов и доменных стенок [9] и переход к хаосу дефектов [10]. При увеличении вязкости нелинейные потери растут, и при большой вязкости возникает сильная конкуренция мод, а на поверхности жидкости может существовать только одна пара стоячих волн. В этом случае наблюдаются роликовые структуры с различной ориентацией. В процессе установления стационарного режима могут возникать домены поля, отличающиеся пространственной ориентацией, которые конкурируют друг с другом [11, 12]. Как правило, эксперименты с роликовыми структурами проводились в прямоугольных и круглых кюветах. При этом обычно наблюдались круглые ролики в круглой кювете и прямые ролики, параллельные одной из сторон кюветы, в прямоугольной кювете. Поскольку при сильной диссипации кюветы не являются резонаторами для волн, а границы кюветы оказывают слабое ориентирующее воздействие на волны, то, кроме простых роликовых структур, могут возникать и более сложные структуры, такие как спиральные волны и прямые ролики в круглой кювете [13, 14]. При этом при возбуждении капиллярных волн ориентация роликов в пространстве в круглой кювете могла быть различной (безразличное состояние равновесия). Можно предположить, что, если граница содержит несколько прямых участков, то границы кюветы окажут ориентирующее воздействие и в результате могут возникнуть многоустойчивые состояния равновесия для прямых роликовых структур, различающихся по углу ориентации роликов относительно выбранного направления от центра кюветы к её границе.

В данной работе исследуется возникновение многоустойчивых состояний равновесия для роликовых структур и их устойчивость при отклонении роликов по углу от состояния равновесия в кюветах многоугольной формы.

1. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Эксперименты по исследованию генерации многоустойчивых роликовых (линейчатых) структур при параметрическом возбуждении капиллярных волн проводились подобно работам [12, 15, 16]. В кювету в форме правильного многоугольника с числом сторон от 4 до 8 помещался слой силиконового масла. Выбор силиконового масла в качестве рабочей жидкости связан с тем, что, в отличие от других вязких жидкостей, например водных растворов глицерина, масло не испаряется, а его поверхность слабо реагирует на загрязнения. Использовалось масло с большой вязкостью со следующими параметрами: вязкость $\nu = 0,95 \text{ см}^2/\text{с}$, плотность $\rho = 0,97 \text{ Г/см}^3$ и коэффициент поверхностного натяжения $\sigma = 20 \text{ дин/см}$. Вертикальные колебания кюветы создавались при помощи вибростенда «TIRA vib TV2500». Управление колебаниями вибростенда осуществлялось синусоидальным сигналом с кварцевого генератора. В ходе эксперимента мы изменяли амплитуду ускорения, частоту вынуждающей силы ($F \approx 33 \div 83 \text{ Гц}$) и глубину жидкости ($h \approx 4 \div 9 \text{ мм}$). Стоячие волны, возникающие на поверхности жидкости, наблюдались в отражённом свете. В ка-

честве источника последнего использовалась лампа дневного света, расположенная на высоте 2 м над поверхностью жидкости. Изображения двумерных картин поля стоячих волн записывались на видеокамеру для последующей обработки. Отметим, что в процессе записи изображение усреднялось по периоду стоячих волн, причём пучностям соответствовали более яркие области, чем узлам.

Проводились серии экспериментов для многоугольных кювет с различным числом сторон N от 4 до 8.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

Эксперименты по исследованию мультстабильности для роликовых структур при многоугольной форме границ проводились следующим образом. Начальными условиями служили случайные возмущения, возникающие при медленном увеличении амплитуды управляющего внешнего сигнала, который подавался на усилитель вибростенда. При амплитуде внешнего сигнала A , превышающей некоторое критическое значение, на поверхности жидкости возбуждались двумерные структуры стоячих волн в виде прямых роликов. Далее надкритичность увеличивалась до $\varepsilon = 0,1 \div 0,15$ и наблюдалось установление устойчивого роликового режима (надкритичность определяется как $\varepsilon = (A - A_0)/A_0$, где A_0 — амплитуда ускорения кюветы, при которой возникают капиллярные волны). В результате эксперимента выяснилось, что процесс установления устойчивого стационарного состояния, в отличие от систем с резонатором, происходит в два этапа.

На первом этапе устанавливается квазиустойчивая роликовая структура с амплитудой, близкой к стационарной, и ориентацией роликов, безразличной по отношению к устойчивым состояниям равновесия. Далее, на втором этапе, осуществляется на порядок более медленный процесс самоориентации структур и их релаксация к устойчивому состоянию равновесия за счёт взаимодействия со стенкой. Ролики при этом выстраиваются перпендикулярно или параллельно ближайшей стенке кюветы. После установления роликовой структуры измерялся угол поворота роликов в горизонтальной плоскости на соответствующих видеокадрах изображения роликовой структуры поля. Затем процедура выключения и включения многократно повторялась. При этом наблюдалось счётное число устойчивых состояний равновесия роликов по углу. В кюветах с нечётным числом сторон многоугольной кюветы количество устойчивых состояний было равно числу сторон, а для кювет с чётным числом сторон оно было в два раза меньше (ввиду зеркальной симметрии при обходе по углу половина устойчивых состояний повторяет друг друга). Следует заметить, что если форма многоугольной кюветы отличается от идеальной (разные длины сторон и углы между ними) или глубина жидкости в кювете неоднородна в пространстве, то зеркальная симметрия нарушается. При этом количество устойчивых состояний может приближаться к числу сторон многоугольника.

На рис. 1 представлены картины устойчивых состояний стоячих волн в кюветах с разным числом сторон. Видно, что в центре кюветы с нечётным числом сторон (пятиугольник) ролики параллельны одной из сторон кюветы, а концы большинства роликов почти под прямым углом опираются на две противоположные стороны (рис. 1а). В кюветах с чётным числом сторон (рис. 1б–д) ролики в центре кюветы опираются обоими концами на две противоположные стенки кюветы.

Проводились серии экспериментов для многоугольных кювет с различным числом сторон, для разных глубин жидкости, на различных частотах и при разных надкритичностях. Выяснилось, что в широком диапазоне параметров реализуются многоустойчивые режимы существования роликовых структур, а их число определяется только числом сторон многоугольной кюветы. После обнаружения мультстабильности исследовалась устойчивость стационарного режима при от-

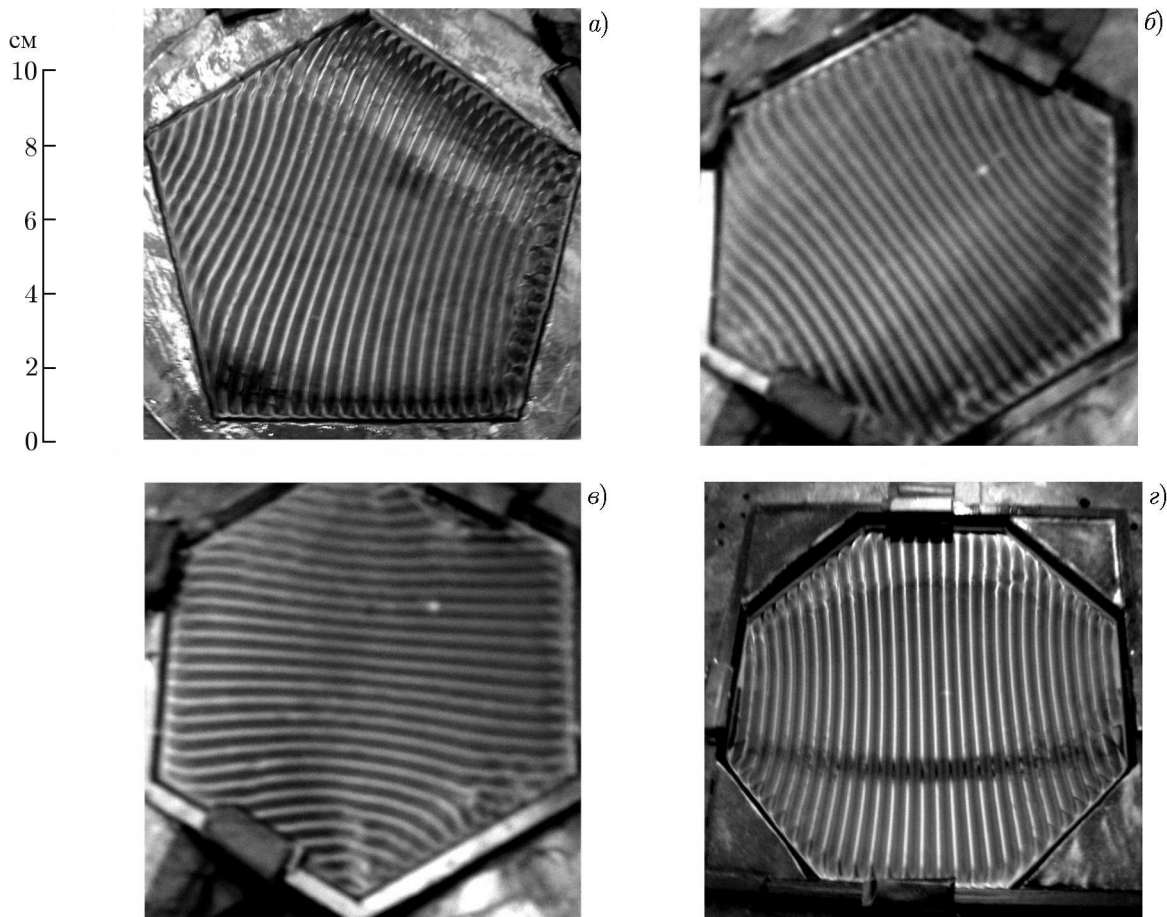


Рис. 1. Картины устойчивых состояний стоячих волн в многоугольных кюветах с разным числом сторон ($F = 53$ Гц, $h \approx 6$ мм)

клонении роликовой структуры от состояния равновесия по углу (что соответствует повороту роликовой структуры как целого на некоторый угол вокруг центра кюветы). Для этого в качестве исходного состояния выбиралась какая-либо квазиустойчивая роликовая структура, повернутая на некоторый угол относительно перпендикуляра к какой-либо плоской стороне многоугольной границы. Затем исследовался процесс самоориентации структуры во времени. Выяснилось, что при этом вся роликовая структура вращается как целое вокруг центра кюветы до тех пор, пока длинные ролики, проходящие близко к центру, не установятся перпендикулярно плоской границе (в кюветах с нечётным количеством сторон ролики при этом становятся немного изогнутыми). Типичный график изменения угла поворота структуры во времени для шестиугольной границы представлен на рис. 2, где угол 30° соответствует устойчивому состоянию, а 0° — границе раздела соседних зон устойчивости. На рис. 2 видно, что вначале скорость вращения структуры почти постоянна, а затем она уменьшается и стремится к нулю при приближении к состоянию равновесия.

Установлено, что качественное поведение структуры в процессе её самоориентации не зависит от количества сторон многоугольной границы и от частоты вынуждающей силы, однако время самоориентации структур зависит от надкритичности. В области устойчивых роликовых режимов было измерено время самоориентации структуры в состояние равновесия в зависимости от надкритичности. Измерялось время поворота структуры от начального отклонения по углу от 2°

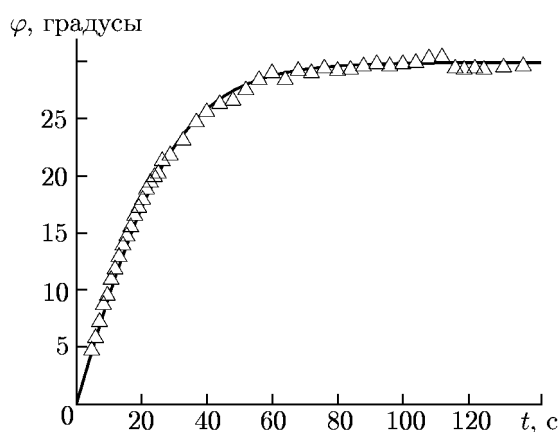


Рис. 2. Изменение угла поворота структуры во времени в процессе её самоориентации для шестиугольной границы (треугольники соответствуют эксперименту при $F = 53$ Гц, $h \approx 6$ мм; сплошная линия — решению уравнения (1) с параметрами $a = 1$ и $b = 1/900$)

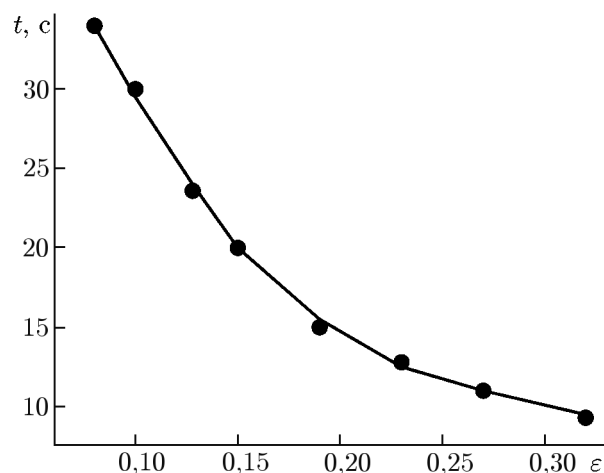


Рис. 3. Зависимость времени самоориентации структуры в состоянии равновесия от надкритичности ε ($F = 53$ Гц, $h \approx 6$ мм)

до 12° , т. к., как видно из рис. 2, при дальнейшем повороте при приближении к состоянию равновесия скорость вращения роликовой структуры сильно замедлялась. На рис. 3 представлена зависимость времени самоориентации структуры от надкритичности для шестиугольной кюветы ($F = 53$ Гц, $h \approx 6$ мм). Видно, что время установления устойчивого стационарного режима уменьшается обратно пропорционально надкритичности: при увеличении надкритичности в три раза время самоориентации уменьшилось также в три раза.

Однако при больших надкритичностях качественное поведение роликовых режимов может измениться. Если при малых надкритичностях для разных частот существуют области с устойчивыми прямолинейными роликами, то при дальнейшем увеличении надкритичности на фоне роликов из-за неустойчивости однородного режима могут возникать волны модуляции и дефекты, но структуры остаются устойчивыми. Далее при ещё больших надкритичностях наступает хаотический режим, и устойчивые режимы не наблюдаются.

3. ОБСУЖДЕНИЕ

Эксперименты показали, что число устойчивых состояний роликов зависит от количества сторон многоугольной кюветы и растёт с увеличением их числа. Стенки многоугольной кюветы оказывают на прилегающие к ним волны ориентирующее воздействие, так же, как и в прямоугольных кюветах. Естественно предположить, что минимальная длина стороны при этом должна быть больше, чем длина возбуждающихся волн. Тогда для максимального числа устойчивых состояний n в кювете в форме правильного многоугольника с нечётным числом сторон выполняется неравенство

$$n < Nl/\lambda,$$

где N — число сторон многоугольной кюветы, l — длина стороны кюветы, λ — длина волны возникающих волн (для кюветы с чётным числом сторон n будет в два раза меньше). При увеличении числа сторон кюветы её форма будет приближаться к кругу, тогда в пределе неравенство (1) для числа устойчивых состояний в кювете в форме правильного многоугольника с нечётным

числом сторон запишется как

$$n < \pi d / \lambda,$$

где d — диаметр окружности, описывающей многоугольник, λ — длина возникающих волн (для кюветы с чётным числом сторон n будет в два раза меньше).

Обсудим возможный механизм самоориентации роликов при отклонении от состояния равновесия для многоугольника с чётным числом сторон. В устойчивом состоянии равновесия ролики стоячего поля ориентированы перпендикулярно стороне кюветы. Известно, что, если колебания вязкой жидкости происходят вблизи твёрдой стенки и характеризуются амплитудой, меняющейся в пространстве, то появляются средние течения. Средние течения на дне, возбуждаемые стоячими волнами на поверхности жидкости, были исследованы, например, в работе [17]. Вихри возбуждаются, если длина волны поверхностных волн соизмерима с толщиной жидкого слоя, что выполняется в нашем эксперименте (при частоте $F = 53$ Гц длина волны $\lambda = 7,2$ мм, глубина, $h \approx 6$ мм). В среде с большой вязкостью вблизи стенки под действием поля стоячих волн возникают симметричные периодические вихревые течения, а среднее течение вдоль стенки отсутствует. При отклонении от состояния равновесия вихревые течения располагаются под углом к границе и возникает среднее течение, стремящееся привести структуру в состояние равновесия. В результате под влиянием среднего течения роликовая структура начинает дрейфовать к состоянию равновесия. С помощью расположенных на дне кюветы частиц с поперечным размером около 0,3 мм и плавучестью, близкой к нейтральной, были зафиксированы средние течения вблизи стенок. Скорости этих течений были близки к скоростям движения концов роликов, скользящих вдоль стенок кюветы.

Подобная задача о движении круговых и спиральных роликовых структур под действием средних течений, возникающих вблизи стенок круглой кюветы, была рассмотрена в рамках уравнения Свифта—Хохенберга в работе [13], где было показано, что под действием средних течений, направленных к центру кюветы, роликовая структура также двигается к центру. Заметим, что скорость увеличения угла поворота роликовой структуры со временем сначала постоянна, а затем уменьшается по квадратичному закону см. (рис. 2). Исходя из этого, можно предложить следующее феноменологическое уравнение для описания этого процесса:

$$\partial\varphi/\partial t = a - b\varphi^2, \quad (1)$$

где коэффициенты a и b определяются экспериментально. Для шестигранной кюветы при надкритичности $\varepsilon = 0,3$ коэффициент $a = 1$. Далее, приравнявая правую часть уравнения (1) к нулю, для состояния равновесия $\varphi = 30^\circ$ находим, что $b = 1/900$.

График численного решения уравнения (1) для параметров, найденных из эксперимента, также представлен на рис. 2 (сплошная линия). Видно хорошее качественное совпадение расчётной зависимости с экспериментальной.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Экспериментально исследована динамика роликовых структур параметрически возбуждаемых капиллярных волн на поверхности жидкости с большой вязкостью при многоугольной форме границ. Обнаружена возможность существования многих устойчивых роликовых режимов, отличающихся только ориентацией роликов в пространстве. Исследована их устойчивость при отклонении роликов по углу от состояния равновесия. Показано, что процесс достижения устойчивого состояния происходит в два этапа: сначала устанавливается стационарное значение амплитуды поля, а затем происходит медленное вращение структуры к устойчивому состоянию равновесия. Предложена модель наблюдаемого явления. Выполненные на её основе расчёты хорошо согласуются с экспериментом.

Полученные результаты могут представлять интерес при исследованиях процессов установления устойчивых режимов в активных средах при сильной конкуренции и при изучении формирования двумерных структур из проводящих частиц, способных рассеивать электромагнитные волны [18].

Работа выполнена в рамках государственного задания ИПФ РАН (проект 0035-2014-0007).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sun H., Ma L., Wang L. // *Phys. Rev. E*. 1995. V. 51, No. 4. P. 3475.
2. Gelens L., Beri S., Van der Sande G., et al. // *Phys. Rev. Lett.* 2009. V. 102, No. 19. P. 193904.
3. Ozbudak E. M., et al. // *Nature*. 2004. V. 427. P. 737.
4. Ngonghala C. N., Feudel U., Showalter K. // *Phys. Rev. E*. 2011. V. 83, No. 5. Art. no. 056206.
5. Shevtsova V. M., Melnikov D. E., Legros J. C. // *Phys. Rev. E*. 2003. V. 68, No. 5. Art. no. 066311.
6. Rabinovich M. I., Ezersky A. B., Weidman P. D. *The dynamics of patterns*. Singapore: World Scientific, 2000. 336 p.
7. Захаров В. Е., Львов В. С., Мушер С. Л. // *Физика твёрдого тела*. 1972. № 4. С. 2913.
8. Езерский А. Б., Рабинович М. И., Реутов В. П., Старобинец И. М. // *Журн. exper. теор. физ.* 1986. Т. 91, вып. 6 (12). С. 2070.
9. Ezersky A. B., Kiyashko S. V., Matusov P. A., Rabinovich M. I. // *Europhys. Lett.* 1994. V. 26, № 3. P. 183.
10. Ezersky A. B., Nazarovskiy A. V., Kiyashko S. V. // *Physica D*. 2001. V. 152-153. P. 310.
11. Афенченко В. О., Кияшко С. В., Пискунова Л. В. // *Изв. РАН. Сер. Физ.* 2004. Т. 68, № 12. С. 1771.
12. Кияшко С. В. // *Изв. вузов. Радиофизика*. 2008. Т. 51, № 4. С. 359.
13. Kiyashko S. V., Korzinov L. N., Rabinovich M. I., Tsimring L. S. // *Phys. Rev. E*. 1996. V. 54, No. 5. P. 5037.
14. Edwards W. S., Fauve S. // *J. Fluid Mech.* 1994. V. 278. P. 123.
15. Кияшко С. В., Назаровский А. В. // *Изв. РАН. Сер. Физ.* 2000. Т. 64, № 12. С. 2405.
16. Kiyashko S. V., Afenchenko V. O., Nazarovskii A. V. // *Phys. Wave Phenomena*. 2014. V. 22, No. 2. P. 132.
17. Longuet-Higgins M. S. // *Philos. Trans. R. Soc. Lond.* 1953. A245(903). P. 535.
18. Afenchenko V. O., Ezersky A. B., Kaverin B. S., et al. // *Phys. Wave Phenomena*. 2011. V. 19, No. 1. P. 68.

Поступила в редакцию 16 июня 2015 г.; принята в печать 24 декабря 2015 г.

MULTISTABILITY OF THE ROLLER STRUCTURES OF PARAMETRICALLY EXCITED CAPILLARY WAVES IN THE CASE OF POLYGONAL BOUNDARIES

S. V. Kiyashko, V. O. Afenchenko, and A. V. Nazarovskiy

We experimentally study the dynamics of the roller structures of the parametrically excited capillary waves with polygonal boundaries. The possibility of existence of many stable roller regimes, which differ only by the roller orientation in space, is revealed. Their stability in the case of roller deviation from the equilibrium state in terms of angle is studied. The model of the observed phenomenon is proposed. The numerical calculations performed on the basis of this model are in good agreement with experiment.

S. V. Kiyashko, V. O. Afenchenko, A. V. Nazarovskiy