УДК 537.872

ДИФРАКЦИОННАЯ ТЕОРИЯ ДВУХЗЕРКАЛЬНЫХ ЭШЕЛЕТТНЫХ РЕЗОНАТОРОВ

С. Н. Власов, Е. В. Копосова*

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

Построена теория двухзеркального резонатора, одно из зеркал которого представляет собой эшелеттную дифракционную решётку. При этом учтены дифракционные потери, связанные с конечным размером зеркал, потери, обусловленные существованием зеркального дифракционного максимума решётки (потери на связь) и омические потери. Показана возможность построения резонатора с одной высокодобротной модой в широкой полосе частот. Эта мода может быть использована как эффективно взаимодействующая с электронным пучком рабочая мода гиротрона, работающего на второй гармонике гирочастоты. Продемонстрирована возможность частотной перестройки резонатора в частотной полосе 1 % при сохранении параметров, удовлетворительных для работы гиротрона, и высокой степени селективности резонатора (т. е. наличии единственной моды).

ВВЕДЕНИЕ

Двухзеркальные резонаторы применяются в достаточно широком диапазоне длин волн — от сантиметровых до оптических [1–3]. Свойства этих резонаторов, особенно дискретный спектр их собственных колебаний, подробно исследованы. Выяснено, что для многих применений он является слишком плотным. Предложено много способов разрежения этого спектра [1-4]. Одним из них является применение решёток, работающих в режиме эшелетта [5, 6]. Селекция типов колебаний обеспечивается за счёт сильной углочастотной чувствительности коэффициента отражения излучения от решётки в обратном направлении. Впервые применение эшелеттной решётки с прямоугольным профилем зуба в открытом резонаторе описано в работах [7, 8], где использовалась Н-мода излучения (т.е. магнитное поле



Рис. 1. Двухзеркальный эшелеттный резонатор: 1 -гладкое зеркало, 2 -отражённый пучок ψ_- , 3 -возбуждающий пучок ψ_+ , 4 -эшелеттное зеркало. Штриховыми стрелками показаны направления пучков электромагнитных волн в резонаторе

рабочих типов колебаний было направлено вдоль рёбер). Однако часто требуется обеспечить селекцию в открытых резонаторах с решётками на *E*-модах, например в мощных вакуумных приборах миллиметрового диапазона длин волн — гиротронах [9–11].

Хотя аксиально-симметричные эшелеттные резонаторы в гиротронах предпочтительнее для получения эффективного взаимодействия с аксиально-симметричным электронным пучком, двухзеркальные эшелеттные резонаторы, спектр колебаний которых достаточно редкий, обеспечивают возможность механической перестройки частоты [12] в сочетании со сравнительно простым выводом излучения в виде колоколообразного волнового пучка с линейной поляризацией. В данной работе строится теория двухзеркального эшелеттного резонатора (рис. 1) в рамках строгой теории дифракционных решёток [13] в сочетании с теорией открытых резонаторов, базирующейся на интегральных уравнениях. На основе построенной теории возможно определение области

^{*} ev_koposova@mail.ru

С. Н. Власов, Е. В. Копосова

геометрических параметров резонатора, при которых в нём существует один высокодобротный тип колебаний в широкой полосе частот.

Выбор параметров эшелеттной решётки проводится по графикам зависимости коэффициента отражения в обратном направлении (в (-1)-й дифракционный порядок) от параметров решётки (формы профиля, его амплитуды и угла падения) при условии автоколлимации. Рабочая точка, отвечающая выбранным параметрам решётки, должна соответствовать условиям, близким к режиму полного автоколлимационного отражения, и обеспечивать коэффициент отражения и необходимую добротность резонатора. После того как рабочая точка выбрана и параметры решётки фиксированы, рассчитываются характеристики рассеяния излучения на решётке в рассматриваемом частотном интервале. Поскольку изменение частоты, настраиваемое изменением длины резонатора, влечёт за собой изменение угла отражения, для осуществления перестройки необходимо подстраивать угол наклона эшелеттного зеркала для восстановления условия автоколлимации. В этом заключается суть перестройки по частоте. Она возможна в том частотном диапазоне, в котором обеспечивается достаточный коэффициент отражения при выбранных параметрах решётки (амплитуды профиля) и подстройке угла вблизи рабочего значения при сохранении условия автоколлимации.

Пример расчёта такого резонатора с эшелеттной решёткой и разреженным спектром колебаний приводится ниже. Резонатор может быть использован в гиротронах, работающих на второй гармонике гирочастоты [14] (длина волны $\lambda = 1$ мм) с электронной пушкой, описанной в работе [15]. Необходимость вывода пучка электромагнитных волн из резонатора без заметного касания краёв зеркала обусловило выбор резонатора с длиной L = 40 мм и углом между гладким зеркалом и решёткой $\theta = 26^{\circ}$, обладающего добротностью $Q \approx 5 \cdot 10^4$ при рабочем токе J = 35 A [15].

Радиус кривизны зеркала выбран равным $\rho = k^2 a_b/L + L \approx 6$ м для того, чтобы обеспечить протяжённость электромагнитного поля $a_b \approx 9$ мм в направлениях осей x и z (рис. 1), необходимую для эффективного его взаимодействия с электронным пучком (здесь k — волновое число в свободном пространстве). Оценка протяжённости поля проводилась в предположении близости структуры электрического поля **E** к гауссовой: $E_x \propto \exp[-(x^2 + z^2)/(2a_b^2)]$ [3]. Поскольку $2a_b \gg \lambda$, расчёт можно вести методами квазиоптики.

1. МЕТОД АНАЛИЗА ХАРАКТЕРИСТИК РЕЗОНАТОРА С УЧЁТОМ ДИФРАКЦИОННЫХ ПОТЕРЬ

1.1. Конструкция резонатора

Рассматриваемый резонатор (рис. 1) образован зеркалом с радиусом кривизны ρ и одинаковыми сторонами с длиной $2a \gg \lambda$, расположенным на расстоянии $L \gg \lambda$ от дифракционной решётки с рёбрами вдоль оси x и размерами $2a \times 2b = 2a \times 2a/\cos\theta \gg \lambda$, где θ — угол между плоскостью решётки и плоскостью гладкого зеркала. Утолщёнными пунктирными стрелками показаны направления пучков электромагнитных волн в резонаторе.

1.2. Описание дифракционной решётки

Дифракционная решётка имеет только зеркальный и (-1)-й дифракционные максимумы. Для (-1)-го максимума используется условие автоколлимации, что налагает требования к периоду решётки D для работы на длине волны λ :

$$D = \lambda / (2\sin\theta). \tag{1}$$

С. Н. Власов, Е. В. Копосова

344



Рис. 2. Профиль решётки (продольный и поперечный масштабы нормированы на её период D)



Рис. 3. Зависимость коэффициента рассеяния в (-1)-й дифракционный максимум от нормированной глубины гофрировки в режиме автоколлимации при $\theta = 23^{\circ}$ (кривая 1), $\theta = 26^{\circ}$ (2), $\theta = 29^{\circ}$ (3)

При выполнении этого условия волна, падающая на гофрированную структуру из резонатора нормально к его оси, при подходящей амплитуде гофрировки A частично отражается внутрь резонатора, а частично выводится из резонатора в виде волнового пучка. Согласно теории дифракции волн на решётках в случае отклонения частоты от рабочей и изменения вследствие этого длины волны на $\Delta\lambda$ при выполнении условия (1) отражённый луч отклоняется от падающего на угол

$$\Delta \theta = \Delta \lambda / (2D \cos \theta). \tag{2}$$

Для рабочей моды с продольным индексом q_0
 $\Delta \theta = 0.$ Для нерабочих мод с продольным индексом
 q

$$\Delta \theta \approx \frac{\lambda \left(q - q_0\right)}{q_0 D \cos \theta} \,. \tag{3}$$

Матрица

$$\begin{pmatrix} R & T \\ T & R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \exp(ik\,\Delta\theta\,z) & 0 \\ 0 & \exp(ik\,\Delta\theta\,z) \end{pmatrix} \tag{4}$$

описывает изменение амплитуды пучков электромагнитных вол
н при дифракции на решётке. Здесь R — коэффициент рассеяния
в (-1)-й максимум, T — коэффициент рассеяния в зеркальный максимум.

Для определения коэффициентов R и T была решена задача о дифракции E-моды на гофрированной структуре с синусоидальным профилем (рис. 2) с глубиной, близкой к половине периода решётки (2A = D/2) и обеспечивающей близкий к единице коэффициент отражения в (-1)-й дифракционный порядок при выбранном угле автоколлимации $\theta = 26^{\circ}$.

Зависимость квадрата модуля коэффициента рассеяния R в (-1)-й дифракционный максимум (т. е. коэффициент рассеяния по мощности) от нормированной амплитуды гофрировки показана на рис. 3 для трёх значений угла, включая рабочее: $\theta = 23^{\circ}$, 26° и 29° , при условии автоколлимации. По центральной рабочей кривой, соответствующей условию автоколлимации для (-1)-го дифракционного порядка при фиксированном угле $\theta = 26^{\circ}$ ($D/\lambda = 1,140586$), выбираем рабочую точку с требуемым коэффициентом отражения, например $|R_{-1}|^2 = 0,9946$ (нижний индекс означает номер дифракционного максимума). При этом она соответствует нормированной амплитуде профиля A/D = 0,2515. Вблизи этой точки при фиксированном угле падения $\theta = 26^{\circ}$ построены частотные зависимости параметров решётки (т. е. коэффициентов, фаз и углов отражения) в диапазоне трёх мод спектра резонатора с рабочей частотой f = 301,303 ГГц (рис. 4). Линии фаз пересекаются в точке автоколлимации, в этом случае разность фаз для (-1)-го и 0-го дифракционных порядков точно соответствует 90°. Интервал изменения угла отражения от

С. Н. Власов, Е. В. Копосова



Рис. 4. Частотные зависимости: (a) коэффициентов отражения по мощности $|R_{-1}|^2$ (кривая 1) и $|R_0|^2$ (2); (б) фаз отражения $\Phi_{-1} + 90^\circ$ (3) и Φ_0 (4) и угла отражения θ_{-1} (5) вблизи выбранной рабочей точки при фиксированном угле падения и амплитуде профиля

 25° до 27° определяет угол перекоса зеркал резонатора. Рассогласование направлений падающей и отражённой волны $\Delta \theta$, отсутствующее на рабочей частоте и растущее при отклонении от неё, обеспечивает селективность резонатора. Настройка угла эшелеттного зеркала под режим автоколлимации при изменении частоты обеспечивает перестройку по частоте рабочей моды при сохранении селективности.

1.3. Омические и дифракционные потери

Резонатор обладает высокой селективностью при оптимальных размерах зеркал по координатам z и x. При малых размерах зеркал имеет место селекция как по поперечным индексам, характеризующим структуру полей в зависимости от координат z и x, так и по продольному индексу q. Селекция сопровождается дифракционными потерями, связанными с дифракцией излучения на краях зеркал. Полезным является излучение вследствие дифракции на решётке, определяемое коэффициентом отражения R в (-1)-й дифракционный порядок. Это излучение можно назвать потерями на связь. Оптимальный выбор размеров зеркал обеспечивает малый уровень дифракционных потерь при наличии высокой селективности.

Добротность связи, обусловленная полезным излучением, может быть оценена по формуле

$$Q_{\rm c} \approx \frac{kL}{1 - |R|} \,. \tag{5}$$

Омический коэффициент отражения от гладкого зеркала задавался в виде $R_{\rm ohm} = -\sqrt{1-2kd}$, где d — глубина скин-слоя. В работе [16] установлено, что омические потери при отражении от решётки в (-1)-й дифракционный максимум на E-модах увеличиваются по сравнению с потерями при отражении в зеркальный максимум от гладкой поверхности при том же угле падения примерно в 2 раза при синусоидальной форме гофрировки и угле падения $\theta = 26^{\circ}$. Поэтому омическая добротность исследуемого резонатора может быть найдена из выражения

$$Q_{\rm ohm} \approx L/(3d).$$
 (6)

Для анализа дифракционных потерь воспользуемся методикой, изложенной в работах [17, 18], где характеристики резонатора исследуются на основе изучения рассеянного от него излучения. Найдём структуру пучка, отражённого от резонатора, при возбуждении последнего пучком, падающим извне на дифракционную решётку. Следуя работе [19], введём оператор $G_{L/k}$, описывающий распространение пучка на расстояние L. Гладкое зеркало диафрагмирует пучок, вносит

346



Рис. 5. Зависимость интегрального коэффициента отражения R_{Σ} от резонатора от частоты f при 2a = 47 мм (кривые 1), 2a = 40 мм (2), 2a = 50 мм (3), 2a = 60 мм (4)

омические потери и фазовую коррекцию, что описывается операторами D_2 , $R_{\rm ohm}$ и $T_{2k/r}$ соответственно.

Амплитуды пучков, падающих на решётку из окружающего резонатор пространства, ψ_+ , падающих на решётку изнутри резонатора, ψ_{+r} , рассеянных решёткой в окружающее резонатор пространство, ψ_- , и внутрь резонатора, ψ_{-r} , связаны матрицей рассеяния:

$$\psi_{-} = R\psi_{+} + T\psi_{+r},\tag{7}$$

$$\psi_{-r} = T\psi_+ + R\psi_{+r}.\tag{8}$$

Амплитуды ψ_{-r} и ψ_{+r} связаны между собой соотношением

$$\psi_{+r} = G_{L/k} T_{2k/r} D_2 R_{\text{ohm}} G_{L/k} \psi_{-r}.$$
(9)

Из равенств (8) и (9) получаем интегральное уравнение для поля на решётке ψ_{-r} :

$$\psi_{-r} = T\psi_{+} + RG_{L/k}T_{2k/r}D_2R_{\rm ohm}G_{L/k}\psi_{-r}.$$
(10)

Из равенств (7) и (9) определяем искомую функцию ψ_{-} через найденную ψ_{-r} :

$$\psi_{-} = R\psi_{+} + TG_{L/k}T_{2k/r}D_{2}R_{\rm ohm}G_{L/k}\psi_{-r}.$$
(11)

Таким образом, решая уравнение (10) и применяя (11), найдём амплитуду волны ψ_{-} , отражённой от резонатора.

Резонансные свойства системы удобно исследовать, используя интегральный коэффициент отражения от резонатора:

$$R_{\Sigma} = \int |\psi_{-}|^2 \,\mathrm{d}s \Big/ \int |\psi_{+}|^2 \,\mathrm{d}s, \qquad (12)$$

где интегрирование ведётся по площади эшелеттного зеркала.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЁТА

2.1. Модовый спектр резонатора

Результаты расчёта интегрального коэффициента отражения R_{Σ} как функции частоты приведены на рис. 5*a* для двух разных частотных масштабов при 2a = 47 мм и параметров решётки,

С. Н. Власов, Е. В. Копосова 347

рассчитанных для $|R|^2 = 0,9946$. Из рис. 5*a* следует, что в широком диапазоне частот (интервал, включающий три продольные моды резонатора, составляет величину порядка 3 %) имеется одна мода. Моды с соседними продольными индексами имеют более чем на порядок низкую добротность. На рис. 5*б* также представлены моды для 2a = 40; 50 и 60 мм. Для двух последних значений они почти неразличимы, и их кривые практически сливаются. С помощью рис. 5*б* можно определить добротность единственной высокодобротной моды: $Q = 4,3 \cdot 10^4$ для 2a = 47 мм.

2.2. Влияние дифракционных потерь



Рис. 6. Зависимости добротности (кривая 1) и частоты (2) рабочей моды от размера зеркал

На рис. 6 приведены зависимости добротности Q и частоты рабочей моды от размера зеркал 2a. Из этого рисунка следует, что при 2a = 56,4 мм дифракционные потери пренебрежимо малы и добротность перестаёт зависеть от размера, а при 2a = 47 мм они составляют не более 0,1 потерь на связь.

2.3. Перестройка резонатора

Для исследования возможности перестройки эшелеттного резонатора по частоте на рис. 7 представлены зависимости центральной частоты (т.е. частоты рабочей моды), коэффициента отражения по мощности $|R_{-1}|^2$, угла наклона эшелеттного зеркала θ , обеспечивающего условие автоколлимации, и добротности рабочей моды Q в зависимости от длины резонатора L. Решётка здесь рассчитана для $|R_{-1}|^2 = 0,9918$, что соответствует нормированной амплитуде профиля A/D = 0,2485 для центральной частоты при длине резонатора 40 мм. Зависимости центральной



Рис. 7. Перестройка по частоте в полосе с шириной 1 %: зависимости $f_c(L)$ (кривая 1), $\theta(L)$ (кривая 2), $|R_{-1}|^2(L)$ (кривая 3), Q(L) (кривая 4)

С. Н. Власов, Е. В. Копосова

348

частоты и угла θ от длины резонатора являются практически линейными, что показывает возможность частотной перестройки резонатора посредством изменения одного параметра («одной ручкой»). График зависимости добротности моды от длины резонатора — это кривая второго порядка, близкая в рассматриваемом диапазоне длин к прямой. Диапазон изменения добротности укладывается в интервал от 20 000 до 28 000, что находится в пределах допустимого для режимов работы гиротрона. Зависимость коэффициента отражения по мощности в (-1)-й дифракционный порядок при условии автоколлимации в рассматриваемом интервале — это квадратичная функция, близкая к линейной.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показана возможность построения одномодового двухзеркального резонатора, обеспечивающего эффективное взаимодействие электронного пучка с электромагнитным полем. Это достигается гофрированием одного из зеркал резонатора и использованием угло-частотной зависимости коэффициента отражения решётки при условии автоколлимации (-1)-го дифракционного порядка. Продемонстрирована возможность перестройки резонатора в частотной полосе 1 % при сохранении для работы гиротрона удовлетворительных параметров и высокой степени селективности резонатора (т.е. наличии единственной моды).

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 13–02–00611). Авторы благодарны В.Е. Запевалову за ценные обсуждения и внимание к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Вайнштейн Л.А. Открытые резонаторы и открытые волноводы. М.: Сов. радио, 1966. 476 с.
- 2. Ананьев Ю. А. Оптические резонаторы и проблема расходимости лазерного излучения. М.: Наука, 1979. 328 с.
- 3. Быков В.П., Силичев О.О. Лазерные резонаторы. М.: Физматлит, 2003. 319 с.
- Авербах В. С., Власов С. Н., Таланов В. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1967. Т. 10, № 9–10. С. 1333.
- Electromagnetic theory of gratings / Ed. R. Petit. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 1980. 286 p.
- 6. Шестопалов В.П., Кириленко А.А., Масалов С.А., Сиренко Ю.К. Резонансное рассеяние волн. Т. 1. Дифракционные решётки. Киев: Наукова думка, 1986. 232 с.
- 7. Косарев Е. Л. // Письма в ЖЭТФ. 1966. Т. 3, № 7. С. 295.
- 8. Косарев Е. Л. // Электроника больших мощностей. М.: Наука, 1968. С. 93.
- Гапонов А. В., Петелин М. И., Юлпатов В. К. // Изв. вузов. Радиофизика. 1967. Т. 10, № 9–10. С. 1414.
- 10. Запевалов В.Е. // Изв. вузов. Радиофизика. 2011. Т. 54, № 8–9. С. 559.
- Белоусов В. И., Власов С. Н., Завольский Н. А. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 2014 Т. 57, № 6. С. 497.
- 12. Антаков И.И., Власов С.Н., Гинцбург В.А. и др. // Электронная техника. Серия І. Электроника СВЧ. 1975. № 8. С. 20.
- 13. Власов С. Н., Копосова Е. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2003. Т. 46, № 5-6. С. 482.
- 14. Глявин М. Ю., Завольский Н. А., Запевалов В. Е. и др. // 20 Междунар. конф. «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии», Севастополь, 13–17 сентября 2010. Т. 1. С. 295.

С. Н. Власов, Е. В. Копосова

- 15. Запевалов В.Е., Куфтин А.Н., Лыгин В.К. // Изв. вузов. Радиофизика. 2007. Т. 50, № 9. С. 773.
- 16. Копосова Е. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2015. Т. 58, № 5. С. 389.
- 17. Власов С. Н., Копосова Е. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44, № 11. С. 940.
- Власов С. Н., Копосова Е. В., Кошуринов Ю. И. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 2012. Т. 55, № 6. С. 440.
- 19. Таланов В. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1965. Т. 8, № 2. С. 260.

Поступила в редакцию 24 апреля 2015 г.; принята в печать 30 сентября 2015 г.

DIFFRACTION THEORY OF TWO-MIRROR ECHELETTE RESONATORS

S. N. Vlasov and E. V. Koposova

We develop the theory of a two-mirror resonator, in which one mirror is an echelette diffraction grating. The diffraction loss connected with the finite size of the mirrors are allowed for, as well as the loss determined by the existence of a mirror diffraction maximum of the grating (coupling loss) and the ohmic loss. We show the possibility of constructing a resonator with one high-Q mode in a wide frequency band. This mode can be used as the operating mode of a gyrotron operated at the second gyrofrequency harmonic, which interacts effectively with the electron beam. We also demonstrate the possibility of frequency tuning of the resonator in a frequency band of 1%, while retaining the parameters, which are satisfactory for gyrotron operation, and a high degree of resonator selectivity (i.e., the presence of one and only mode).