

УДК 537.86+53.087.45

## СПЕКТРАЛЬНО-СТАТИСТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПОЛОЖЕНИЯ ДИПОЛЬНОГО ИСТОЧНИКА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

*А. В. Панюков* \*, *А. К. Богушов*

Южно-Уральский госуниверситет, г. Челябинск, Россия

В работе предложено решение задачи определения положения эквивалентного молниевому разряду дипольного источника электромагнитного излучения по измеренным горизонтальной составляющей магнитного поля и вертикальной составляющей электрического поля в заданной точке бесконечно проводящей плоскости. Предложенный метод, основанный на анализе спектров измеренных сигналов, позволяет построить множество оценок положения источника, выбрать окончательную оценку по результатам анализа всей совокупности этих оценок и достичь таким образом устойчивости определения положения источника. Спектральный метод позволяет получить более устойчивые решения при более низких требованиях к вычислительным ресурсам, чем разработанный ранее параметрический экстремальный метод. Алгоритм спектрального метода естественным образом может быть распараллелен. Приведены результаты аналитического и численного исследования точности и устойчивости предложенного метода.

### ВВЕДЕНИЕ

Для определения положения источника электромагнитного излучения — грозового разряда — методом однопунктовой регистрации возбуждаемого им поля к 1990 году было разработано множество устройств, в основе которых лежат физически реализуемые аналоговые алгоритмы [1]. В качестве модели источника излучения в этих алгоритмах используется вертикальный диполь.

Позже получили развитие цифровые методы обработки наблюдаемых сигналов [2–5], в которых в качестве модели источника излучения используется произвольно ориентированный диполь. В работах [6, 7] представлен обзор современных методов пассивной однопунктовой грозопеленгации, рассмотрены подходы к построению методов, основанных на регистрации электромагнитного излучения, и проанализированы спектрально-фазовый, прямой [2] и экстремальный [8] методы.

В проекте [9] были разработаны прототип однопунктового грозопеленгатора-дальномера по патенту [10] и способ применения этих устройств в сети грозопеленгаторов-дальномеров по патенту [11]. Испытания показали, что только 10 % из более чем 2,5 миллионов зарегистрированных событий были классифицированы как излучение от молниевых разрядов, а остальные представляли собой предгрозовое излучение. Ранее это излучение однопунктовыми системами местоопределения гроз либо не обрабатывалось, либо обрабатывалось некорректно. В целом результаты проекта [9] продемонстрировали возможность и необходимость создания систем местоопределения гроз нового поколения и расширения круга соответствующих задач [12]. Это означает необходимость не только существенного пересмотра требований к техническим характеристикам соответствующих систем, но и разработки новых математических моделей и алгоритмов анализа грозных явлений.

Отметим, что все указанные выше методы дают такую оценку положения источника, которая соответствует одному измерителю и не даёт информации о сопутствующих погрешностях. Особенностью рассматриваемой обратной задачи является высокая чувствительность алгоритма

---

\* [anatoly.panyukov@gmail.com](mailto:anatoly.panyukov@gmail.com)

к погрешностям в исходных данных и погрешностям вычислений. При достаточно полном объёме априорной информации оказывается возможным построение устойчивых алгоритмов [13]. Все эти обстоятельства не позволяют оценить точность и достоверность результатов, полученных с помощью одноточечных измерительных систем. В то же время возможным решением данной проблемы оказывается применение не одного метода измерения, а целого множества алгоритмов, что позволяет повысить качество и статистическую значимость оценок параметров разряда [14, 15]. Такая параметризация существенно увеличивает объём вычислительной работы. Поскольку предгрозовое излучение характеризуется более высокой интенсивностью по сравнению с электрическими разрядами облако—земля, это обуславливает высокие требования к производительности вычислительной системы.

В данной работе рассматривается анонсированный в статьях [16, 17] метод определения положения разряда, ориентированный на более эффективное по сравнению с работами [14, 15] использование современных гетерогенных вычислительных систем.

## 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Одним из подходов к моделированию излучения молниевых разрядов является представление последнего в виде электрического диполя над плоскостью с бесконечной проводимостью. Данная модель адекватно описывает излучение молниевых разрядов, что имеет теоретическое обоснование [1, 18] и подтверждено многочисленными экспериментами. Кроме того, такая модель позволяет корректно описывать разряды различных типов, например внутриоблачные разряды [19], разряды в изолированных грозовых облаках [20], шаровые молнии [21] и другие.

С целью сохранения целостности изложения и введения основных обозначений приведём описание математической модели из работы [2], а затем изложим предлагаемый метод.

Электрическое  $\mathbf{E}$  и магнитное  $\mathbf{H}$  поля диполя с поляризацией  $\mathbf{P}_0 = p(t)\mathbf{n}_0\delta(\mathbf{r}_0)$ , где  $p$  — дипольный момент,  $t$  — время,  $\mathbf{n}_0$  — вектор ориентации диполя,  $\mathbf{r}_0$  — радиус-вектор диполя,  $\delta(\mathbf{r}_0)$  — дельта-функция, в вакууме описываются следующими выражениями [22]:

$$\mathbf{E}(\mathbf{P}_0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \left( \frac{3p}{r^3} + \frac{3p'}{cr^2} + \frac{p''}{c^2r} \right) (\mathbf{n}_0\mathbf{e}_0)\mathbf{e}_0 - \left( \frac{p}{r^3} + \frac{p'}{cr^2} + \frac{p''}{c^2r} \right) \mathbf{n}_0 \right],$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{P}_0) = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{p'}{r^2} + \frac{p''}{cr} \right) [\mathbf{n}_0 \times \mathbf{e}_0],$$

где  $\mathbf{e}_0$  — вектор, направленный от диполя к наблюдателю,  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная,  $c$  — скорость света в вакууме,  $r$  — расстояние от источника до наблюдателя, штрих означает производную по времени. Для расстояний  $r \leq 300$  км плоскость с бесконечной проводимостью используется как модель земной поверхности. Поле диполя в полупространстве, ограниченном этой плоскостью,

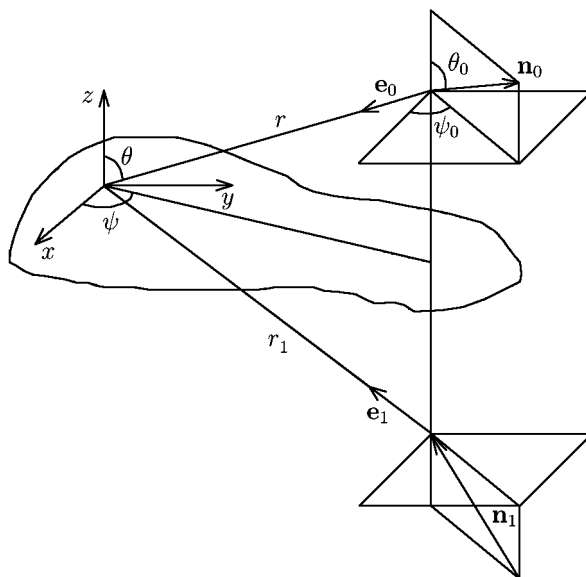


Рис. 1. Схема измерений

является суперпозицией полей  $\mathbf{E}(\mathbf{P}_0)$  и  $\mathbf{H}(\mathbf{P}_0)$  с отражёнными полями  $\mathbf{E}(\mathbf{P}_1)$  и  $\mathbf{H}(\mathbf{P}_1)$  соответственно. Последние представимы как поля мнимого диполя с поляризацией  $\mathbf{P}_1 = p(t)\mathbf{n}_1 \delta(\mathbf{r}_1)$ , являющегося зеркальным отражением диполя с поляризацией  $\mathbf{P}_0$  (см. рис. 1). Иными словами,

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{P}_0) + \mathbf{E}(\mathbf{P}_1), \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}(\mathbf{P}_0) + \mathbf{H}(\mathbf{P}_1).$$

Свяжем с наблюдателем систему декартовых координат  $(x, y, z)$  так, что плоскость  $xy$  совпадает с земной поверхностью, а ось  $x$  направлена на север. В этом случае (см. рис. 1)

$$\mathbf{n}_0 = \begin{pmatrix} \sin \theta_0 \cos \psi_0 \\ \sin \theta_0 \sin \psi_0 \\ \cos \theta_0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_0 = \begin{pmatrix} -\sin \theta \cos \psi \\ -\sin \theta \sin \psi \\ -\cos \theta \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{n}_1 = \begin{pmatrix} -\sin \theta_0 \cos \psi_0 \\ -\sin \theta_0 \sin \psi_0 \\ \cos \theta_0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_1 = \begin{pmatrix} -\sin \theta \cos \psi \\ -\sin \theta \sin \psi \\ \cos \theta \end{pmatrix},$$

где  $\psi$  и  $\psi_0$  — пеленги диполя и направления диполя, а  $(\pi/2 - \theta)$  и  $(\pi/2 - \theta_0)$  — углы места диполя и его направления соответственно. Поэтому проекции полей  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  на оси координат равны

$$E_x = E_y = H_z = 0,$$

$$E_z = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 c^2 r} \left\{ (p\alpha^2 + p'\alpha) [3 \sin \theta \cos \theta \sin \theta_0 \cos(\psi - \psi_0) - 3 \sin^2 \theta \cos \theta_0 + 2 \cos \theta_0] + \right. \\ \left. + p'' [\sin \theta \cos \theta \sin \theta_0 \cos(\psi - \psi_0) - \sin^2 \theta \cos \theta_0] \right\}, \quad (1)$$

$$H_x = \frac{1}{2\pi c^2 r} (\sin \theta \cos \theta_0 \sin \psi - \cos \theta \sin \theta_0 \sin \psi_0) (p'\alpha + p''), \quad (2)$$

$$H_y = \frac{1}{2\pi c^2 r} (-\sin \theta \cos \theta_0 \cos \psi + \cos \theta \sin \theta_0 \cos \psi_0) (p'\alpha + p''), \quad (3)$$

где

$$\alpha = c/r. \quad (4)$$

Заметим, что при коллинеарности векторов  $\mathbf{n}_0$  и  $\mathbf{e}_0$  электромагнитное поле излучения источника отсутствует. Однако вероятность такого события нулевая.

Для удобства дальнейшего изложения введём дополнительный параметр  $\varphi$ , называемый в дальнейшем псевдопеленг [2] и однозначно определяемый условиями

$$w \sin \varphi = \sin \theta \cos \theta_0 \sin \psi - \cos \theta \sin \theta_0 \sin \psi_0, \quad (5)$$

$$-w \cos \varphi = -\sin \theta \cos \theta_0 \cos \psi + \cos \theta \sin \theta_0 \cos \psi_0. \quad (6)$$

Отсюда легко получить

$$w \cos(\varphi - \psi) = -\cos \theta \sin \theta_0 \cos(\psi - \psi_0) + \sin \theta \cos \theta_0, \quad (7)$$

$$\cos \theta_0 = \frac{w \sin(\varphi - \psi_0)}{\sin \theta \sin(\psi - \psi_0)}. \quad (8)$$

Последние равенства позволяют преобразовать соотношения (1)–(3) к следующему виду:

$$E_z = -\frac{w}{2\pi\epsilon_0 c^2 r} [(p\alpha^2 + p'\alpha)v + p''u], \quad (9)$$

$$H_x = \frac{w}{2\pi c^2 r} (p'\alpha + p'') \sin \varphi, \quad (10)$$

$$H_y = -\frac{w}{2\pi c^2 r} (p'\alpha + p'') \cos \varphi, \quad (11)$$

где

$$u = \sin \theta \cos(\varphi - \psi), \quad (12)$$

$$v = \frac{\sin(\varphi - \psi_0)}{\sin(\psi - \psi_0)}. \quad (13)$$

Электромагнитное поле наблюдается с помощью антенной системы, содержащей вертикальную электрическую антенну и пару ортогональных рамочных магнитных антенн. Соответствующие выходные сигналы могут быть представлены следующим образом:

$$\begin{aligned} e(t) &= q(t)v\alpha^2 + q'(t)v\alpha + q''(t)u, & h_x(t) &= [q'(t)\alpha + q''(t)] \sin \varphi, \\ h_y(t) &= -[q'(t)\alpha + q''(t)] \cos \varphi, \end{aligned} \quad (14)$$

где  $q(t) = wp(t)/(2\pi c^2 r)$ .

Сигналы  $h_x(t)$  и  $h_y(t)$  отличаются только амплитудным множителем. Следовательно, по ним можно найти только один параметр. Будем считать этим параметром псевдопеленг, который может быть определён с помощью известной техники пеленгования [23, 24]. При известном параметре  $\varphi$  два последних уравнения системы (14) могут рассматриваться как одно, что позволяет преобразовать её к эквивалентной системе

$$e(t) = q(t)v\alpha^2 + q'(t)v\alpha + q''(t)u, \quad h(t) = q'(t)\alpha + q''(t), \quad (15)$$

где  $h(t) = h_x(t) \sin \varphi - h_y(t) \cos \varphi$ .

Сигналы  $e(t)$  и  $h(t)$  полностью определяются функцией  $q(t)$  и величинами  $u$ ,  $v$ ,  $\alpha$  и не могут быть определены меньшим числом параметров. В то же время очевидно, что различные исходные параметры  $u$ ,  $v$  и  $\alpha$  могут приводить к эквивалентным наблюдаемым сигналам  $e(t)$ ,  $h_x(t)$  и  $h_y(t)$ , т. е. задача нахождения положения источника излучения при одноточечном наблюдении поля не является вполне определённой. Более того, при  $u = 0$  сигналы  $e'(t)$  и  $h(t)$  отличаются только на амплитудный множитель, что позволяет определить по ним только один параметр и вносит дополнительную неопределённость в оценку  $\alpha$ . Поскольку вероятность этого события нулевая, далее будем считать  $u \neq 0$ .

В дальнейшем изложении проведём декомпозицию первоначальной задачи на две вспомогательные. Первая задача состоит в определении по правой части системы уравнений (15), т. е. по сигналам  $e(t)$  и  $h(t)$ , параметров  $u$ ,  $v$  и  $\alpha$ . Вторая задача заключается в нахождении координат эквивалентного диполя по параметрам  $u$ ,  $v$ ,  $\alpha$  и  $\varphi$ .

При однопунктовом наблюдении однозначно определить координаты источника излучения по параметрам  $u$ ,  $v$  и  $\alpha$  невозможно, т. к. произвольная ориентация диполя вносит неопределённость в задачу определения его координат. Наиболее вероятные оценки для координат диполя в большинстве случаев совпадают с оценками, получаемыми при принятии гипотезы о вертикальности диполя:  $\psi = \varphi$  и  $\theta = \arcsin u$ . При этом знание параметров  $u$  и  $v$  позволяет получить гарантированные границы изменения углов  $\psi$ ,  $\theta$  и вероятности интервальных оценок [2].

При наблюдении поля диполя в двух или более точках неопределённость оценки угловых координат  $\theta$  и  $\psi$ , характерная для однопунктового местоопределения, устраняется. Действительно,

пусть  $x, y, z$  — декартовы координаты молниевое разряда  $x_i, y_i, z_i$  — заданные декартовы координаты  $i$ -й точки наблюдения,  $r_i, \varphi_i, u_i$  — соответствующие параметры молниевое разряда, измеренные в  $i$ -й точке наблюдения,  $i = 1, 2 \dots, n$ . Легко проверить, что

$$(x_i - x) \cos \varphi_i + (y_i - y) \sin \varphi_i = r_i u_i. \quad (16)$$

Действительно, пусть  $r_i, \psi_i, \theta_i$  — полярные координаты эквивалентного диполя, соответствующие наблюдению в  $i$ -й точке, т. е.

$$x_i - x = r_i \sin \theta_i \cos \psi_i, \quad y_i - y = r_i \sin \theta_i \sin \psi_i.$$

Подстановка этих выражений в левую часть (16) даёт

$$(x_i - x) \cos \varphi_i + (y_i - y) \sin \varphi_i = r_i \sin \theta_i \cos \psi_i \cos \varphi_i + r_i \sin \theta_i \sin \psi_i \sin \varphi_i = r_i \sin \theta_i \cos(\varphi_i - \psi_i) = r_i u_i.$$

Решение системы линейных алгебраических уравнений (16) с неизвестными  $x$  и  $y$  позволяет найти две координаты эквивалентного диполя. Координата  $z$  легко определяется по  $x, y, x_i, y_i$  и  $r_i$ :

$$z = \sqrt{r_i^2 - (x_i - x)^2 - (y_i - y)^2}.$$

Изложенное показывает актуальность проблемы оперативного и точного определения параметров  $u, v$  и  $\alpha$ , характеризующих положение источника излучения. Среди методов, в которых в качестве математической модели молниевое разряда используется произвольно ориентированный электрический диполь, можно выделить прямой [2, 3] и экстремальный методы [8, 25], которые характеризуются достаточно высокой точностью определения дальности и дают гарантированные интервальные оценки угловых координат эквивалентного дипольного источника, а при принятии дополнительных гипотез — также распределение вероятности этих оценок.

Для увеличения числа используемых алгоритмов и получения статистически значимых оценок параметров  $u, v$  и  $\alpha$  можно использовать параметризацию. Например, в работе [14–16] применяется параметризованное семейство полосовых фильтров, с помощью которых обрабатываются входные сигналы  $e(t)$  и  $h(t)$ . Использование полосовых фильтров для параметризации алгоритмов требует значительных вычислительных ресурсов. Для уменьшения вычислительной сложности более предпочтительным является анализ не всей полосы частот, а отдельных гармоник. При этом существенно упрощаются алгоритмы оценки положения диполя [17].

## 2. ОПИСАНИЕ СПЕКТРАЛЬНО-СТАТИСТИЧЕСКОГО МЕТОДА

После преобразования Фурье система уравнений (15) примет вид

$$E(\omega) = (\alpha^2 v - \omega^2 u + i\omega\alpha v)Q(\omega), \quad H(\omega) = (-\omega^2 + i\omega\alpha)Q(\omega),$$

где  $E(\omega)$  и  $H(\omega)$  — частотные спектры сигналов  $e(t)$  и  $h(t)$  соответственно,

$$Q(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} q(t) \exp(-i\omega t) dt.$$

Отсюда легко получить следующие равенства:

$$\operatorname{Re}[E(\omega)\bar{H}(\omega)] = \omega^4 u |Q(\omega)|^2, \quad (17)$$

$$\operatorname{Im}[E(\omega)\bar{H}(\omega)] = (\alpha\omega^3u - \alpha^3\omega v - v\alpha\omega^3) |Q(\omega)|^2, \quad (18)$$

$$|H(\omega)|^2 = (\omega^4 + \alpha^2\omega^2) |Q(\omega)|^2, \quad (19)$$

где черта означает комплексное сопряжение. Рассматривая отношение частей равенства (17) к соответствующим частям равенства (19), получим

$$U(\omega) = \frac{\operatorname{Re}[E(\omega)\bar{H}(\omega)]}{|H(\omega)|^2} = \frac{\omega^2u}{\omega^2 + \alpha^2}, \quad u = \left[1 + \left(\frac{\alpha}{\omega}\right)^2\right] U(\omega). \quad (20)$$

Из (20) видно, что  $\lim_{\omega \rightarrow \infty} U(\omega) = u$ . Для расстояний  $r = 30 \div 100$  км на частотах выше 16 кГц систематическая относительная погрешность такой оценки равна

$$\delta_u = \left| \frac{U(\omega) - u}{u} \right| = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \omega^2} = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{\alpha}{\omega}\right)^{2n} = \left(\frac{\alpha}{\omega}\right)^2 + O\left(\frac{\alpha}{\omega}\right)^4$$

и не превосходит 1%.

Дальнейший анализ инструментальной погрешности будем вести для сигнала, состоящего из 4096 отсчётов с временем дискретизации  $2 \cdot 10^{-6}$  с, т. е. содержащего 2047 гармоник с частотой первой гармоники 122 Гц.

С учётом принятых условий состоятельную оценку параметра  $u$  можно получить, используя гармоники с номерами более 132, т. е. на частотах выше 16 кГц. В ряде многочисленных исследований [1] была подтверждена гипотеза о наличии значимого уровня спектральной плотности мощности на частотах до 50 кГц включительно и о его отсутствии на частотах выше 60 кГц. Следовательно, выражение (20) можно использовать для вычисления значения  $u$  на гармониках  $\Omega_2 = \{132, 133, \dots, 400\}$ , т. е. в диапазоне частот от 16 до 50 кГц. Гармоники из диапазона  $\Omega_3 = \{481, 482, \dots, 2047\}$ , т. е. на частотах выше 60 кГц, можно использовать для анализа интенсивности шума в зарегистрированных сигналах.

Предполагая значение  $u$  известным, найдём параметр  $\alpha$ . Рассматривая отношение, обратное к (20), получим

$$\frac{1}{U(\omega)} = \frac{|H(\omega)|^2}{\operatorname{Re}[E(\omega)\bar{H}(\omega)]} = \frac{\omega^2 + \alpha^2}{\omega^2u}. \quad (21)$$

Отсюда для всех действительных  $\omega$  получаем

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{u}{U(\omega)} - 1}. \quad (22)$$

Если в качестве оценки параметра  $\alpha$  на частоте  $\omega$  принять

$$A(\omega) = \omega \sqrt{\frac{\bar{u}}{U(\omega)} - 1}, \quad (23)$$

то её относительная погрешность равна

$$\delta_\alpha = \left| \frac{A(\omega) - \alpha}{\alpha} \right| \approx \frac{1}{2} \left| \frac{\Delta u}{u - U(\omega)} \right| = \frac{1}{2} \left(\frac{\omega}{\alpha}\right)^2 \frac{\Delta u}{U(\omega)} \leq \left(\frac{\omega}{\alpha}\right)^2 \frac{\delta_u}{2},$$

где  $\Delta u$  — абсолютная погрешность оценки параметра  $u$ .

При  $\delta_u = 0,01$  на частотах ниже 2 кГц имеем  $\delta_\alpha \leq 0,1$ . Таким образом, состоятельную оценку параметра  $\alpha$  можно получить по крайней мере на 17 нижних гармониках.

Оценку параметра  $v$  легко получить, если заметить, что для всех действительных  $\omega$  и  $\alpha$

$$v = \frac{1}{|H(\omega)|^2} \left\{ \operatorname{Re} [E(\omega)\bar{H}(\omega)] - \frac{\omega}{\alpha} \operatorname{Im} [E(\omega)\bar{H}(\omega)] \right\}. \quad (24)$$

Далее при анализе точности и устойчивости предлагаемого подхода будем использовать функцию

$$V(\omega) = \frac{1}{|H(\omega)|^2} \left\{ \operatorname{Re} [E(\omega)\bar{H}(\omega)] - \frac{\omega}{A(\omega)} \operatorname{Im} [E(\omega)\bar{H}(\omega)] \right\}, \quad (25)$$

где  $A(\omega)$  — оценка параметра  $\alpha$ , полученная ранее. Для относительной погрешности оценки параметра  $v$  имеем

$$\delta_v = \left| \frac{V(\omega) - v}{v} \right| \approx \left| \frac{\delta_\alpha}{v} \left[ \frac{u}{1 + (\alpha/\omega)^2} - v \right] \right| \leq \frac{\delta_\alpha(u - v)}{v}.$$

Из изложенного следует, что вычисление оценок значений  $u$  и  $\alpha$  следует вести на гармониках из диапазона  $\Omega_1 = \{1, 2, \dots, 130\}$ .

Спектрально-статистический метод состоит в нахождении статистических оценок параметров  $u$ ,  $\alpha$  и  $v$  по результатам их вычисления по формулам (20), (23) и (25) для отдельных гармоник.

### 3. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ $u$ , $\alpha$ , $v$

В работе [17] дан вероятностный анализ оценок параметров  $u$ ,  $\alpha$ ,  $v$  и найдены эффективные несмещённые оценки этих параметров и их дисперсий.

Обработка реальных сигналов ведётся при наличии случайных погрешностей моделирования и квантования, теплового шума и т. д. Адекватной математической моделью случайных погрешностей в спектральном анализе является белый шум, который по определению имеет одинаковую интенсивность на всех частотах.

Далее будем считать, что в наблюдаемых сигналах присутствуют взаимно некоррелированные белые гауссовы шумы  $N_E$  и  $N_H$ , т. е. наблюдаемые сигналы в спектральном представлении равны

$$\tilde{E}(\omega) = E(\omega) + N_E, \quad \tilde{H}(\omega) = H(\omega) + N_H. \quad (26)$$

Оценкой интенсивности шума является величина

$$\sigma_N^2 = \frac{\sum_{\omega \in \Omega_3} |\tilde{H}(\omega)|^2}{|\Omega_3|}, \quad (27)$$

где  $|\Omega_3|$  — мощность множества  $\Omega_3$ , суммирование ведётся по частотам, соответствующим номерам гармоник в этом множестве. При наличии шума с интенсивностью  $\sigma_N^2$  эффективной оценкой параметра  $u$  является величина

$$\hat{u} = \frac{\sum_{\omega \in \Omega_2} \left\{ h(\omega) \left[ 1 + \frac{\sigma_N^2}{h(\omega)} \right] \frac{f(\omega)}{h(\omega)} \right\}}{\sum_{\omega \in \Omega_2} h(\omega)}, \quad (28)$$

где

$$f(\omega) = \operatorname{Re}[\tilde{E}(\omega)\bar{\tilde{H}}(\omega)], \quad h(\omega) = |\tilde{H}(\omega)|^2.$$

Выражение (28) даёт практически несмещённую эффективную оценку параметра  $u$ . Выборочная дисперсия этой оценки равна

$$\sigma_{\hat{u}}^2 = \frac{\sum_{\omega \in \Omega_2} [f(\omega) - \hat{u}h(\omega)]^2}{\sum_{\omega \in \Omega_2} h(\omega)}. \quad (29)$$

Эффективной оценкой параметра  $\alpha$  является величина

$$\hat{\alpha} = \frac{\sum_{\omega \in \Omega_1} \left[ \frac{\sqrt{h(\omega)}}{\omega^2} A(\omega) \hat{\alpha}(\omega) \right]}{\sum_{\omega \in \Omega_1} \left[ A(\omega) \frac{\sqrt{h(\omega)}}{\omega^2} \right]}, \quad (30)$$

где

$$\hat{\alpha}(\omega) \approx \sqrt{\frac{A^2(\omega) - S(\omega)\omega^2}{S(\omega) + 0,5 + \sqrt{\frac{S(\omega)A^2(\omega)}{\omega^2} + 0,25}}},$$

$$A(\omega) = \omega \sqrt{\frac{\hat{u} h(\omega)}{f(\omega)}} - 1, \quad S(\omega) = \frac{\sigma_N^2}{h(\omega)}.$$

Выборочная дисперсия этой оценки равна

$$\sigma_{\hat{\alpha}}^2 = \frac{\sum_{\omega \in \Omega_1} \left\{ \frac{\sqrt{h(\omega)}}{\omega^2} A(\omega) [\hat{\alpha} - \hat{\alpha}(\omega)]^2 \right\}}{\sum_{\omega \in \Omega_1} \left[ \frac{\sqrt{h(\omega)}}{\omega^2} A(\omega) \right]}. \quad (31)$$

Эффективной оценкой параметра  $v$  является величина

$$\hat{v} = \frac{\sum_{\omega \in \Omega_1} \left[ \sqrt{h(\omega)} V(\omega) \right]}{\sum_{\omega \in \Omega_1} \sqrt{h(\omega)}}, \quad (32)$$

где

$$V(\omega) = \frac{f(\omega)A(\omega) - g(\omega)\omega}{h(\omega)A(\omega)}, \quad g(\omega) = \text{Im}[\tilde{E}(\omega)\bar{\tilde{H}}(\omega)].$$

Выборочная дисперсия этой оценки равна

$$\sigma_{\hat{v}}^2 = \frac{\sum_{\omega \in \Omega_1} \left\{ \sqrt{h(\omega)} [V(\omega) - \hat{v}]^2 \right\}}{\sum_{\omega \in \Omega_1} \sqrt{h(\omega)}}. \quad (33)$$

#### 4. ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

Формулы (27)–(33) дают алгоритм нахождения эффективных оценок параметров  $u$ ,  $\alpha$ ,  $v$  и их дисперсий. Если алгоритм реализован в многопроцессорной среде, содержащей не менее  $N = |\Omega_1| + |\Omega_2| + |\Omega_3|$  процессоров, то для его выполнения потребуется не более  $O(\log_2 N)$  тактов. В вычислительной среде с одним процессором потребуется  $O(N \log_2 N)$  тактов. Появление технологий вычисления в гетерогенных средах, а также мобильных вычислительных систем [26] даёт возможность решать в реальном времени неустойчивые задачи, для решения которых потребовалось бы значительно больше времени в случае использования только ресурсов центральных процессоров мобильных систем.



В рамках численного исследования разработанный метод был испытан с помощью набора сигналов, полученных от программы-имитатора атмосфериков. В качестве аппроксимации эквивалентного дипольного момента источника излучения выбрана функция [1]

$$P(t) = P_0 [(a_1 t)^3 \exp(-a_1 t) + a_2 (a_3 t)^3 \exp(-a_3 t)], \quad (34)$$

где  $P_0$  — постоянная. Параметры  $a_1$ ,  $a_2$  и  $a_3$  выбираются согласно классификации Тейлора [18] и соответствуют атмосферикам нормального типа со значениями  $a_1 = 2,3 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$ ,  $a_2 = 3$  и  $a_3 = 0,35 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$ . Для эксперимента была выбрана вертикальная ориентация диполя. Расстояние  $r$  до источника излучения находилось в диапазоне от 10 до 120 км. Время дискретизации между отсчётами составляло  $2 \cdot 10^{-6} \text{ с}$ .

Для сравнения со спектрально-статистическим методом были выбраны параметрические прямой и экстремальный методы [14]. Стоит отметить, что все методы отлично работают со смоделированными атмосфериками и позволяют точно определить все искомые параметры. Поскольку обработка реальных сигналов ведётся при наличии случайных погрешностей моделирования и ошибок квантования, к сигналам, полученным от имитатора, был добавлен белый шум. Имитация шумов осуществляется квантованием путём округления полученных отсчётов до целых значений. Такая процедура приводит к возникновению в сигнале белого шума, интенсивность которого зависит от числа уровней квантования. Все алгоритмы были реализованы на языке Python с использованием библиотеки NumPy.

На вход алгоритма поступают следующие данные:

$$\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \{E(\omega), H(\omega) : \omega \in \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \Omega_3\}.$$

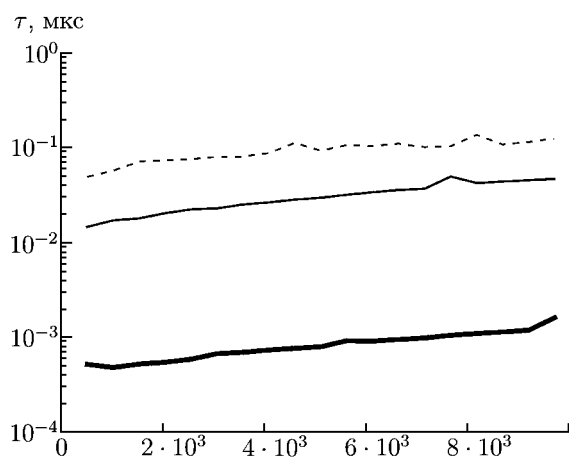


Рис. 2. Зависимость времени срабатывания алгоритма  $\tau$  от длины реализации сигнала. Толстая линия соответствует спектрально-статистическому методу, тонкая сплошная — параметрическому прямому методу, штриховая — параметрическому экстремальному методу

в точности.

С целью выявления оптимальных параметров алгоритма (длины реализации сигнала и числа уровней квантования), необходимых для наилучшего решения задачи, были проведены соответствующие вычислительные эксперименты. График на рис. 5 показывает зависимость среднего

Результатом работы алгоритма являются эффективные оценки параметров и их выборочная дисперсия.

На рис. 2 приведены результаты измерения скорости работы алгоритмов. Испытания проводились на портативном компьютере с процессором «Intel Core i5». Самым быстрым методом является спектральный: он быстрее параметрического прямого метода примерно в 30 раз и быстрее параметрического экстремального метода примерно в 100 раз.

На рис. 3 и 4 приведены графики зависимости оценки точности определения параметров моделируемого источника излучения от расстояния до него. Сигналы имеют длину 4096 отсчётов с временем дискретизации  $2 \cdot 10^{-6} \text{ с}$  и числом уровней квантования, равным 256. Таким образом, самым точным методом в данном эксперименте оказывается спектрально-статистический. Параметрические методы несколько уступают ему

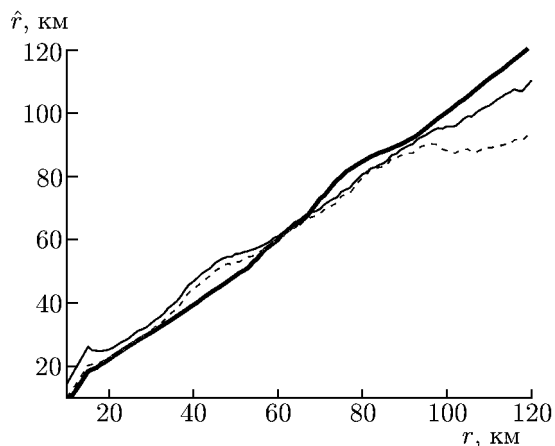


Рис. 3. Зависимость оценки  $\hat{r}$  расстояния между точкой наблюдения и источником излучения от этого расстояния. Обозначения кривых соответствуют рис. 2

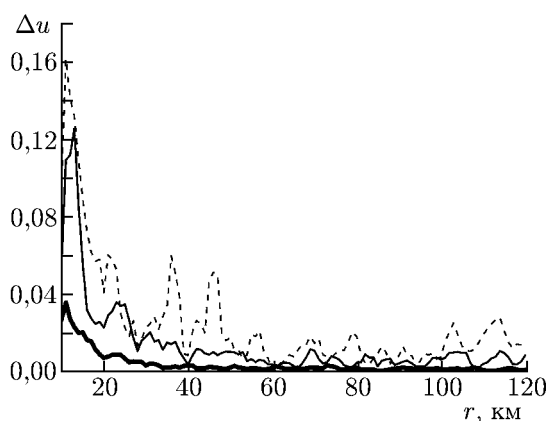


Рис. 4. Зависимость погрешности  $\Delta u$  от расстояния между точкой наблюдения и источником излучения. Обозначения кривых соответствуют рис. 2

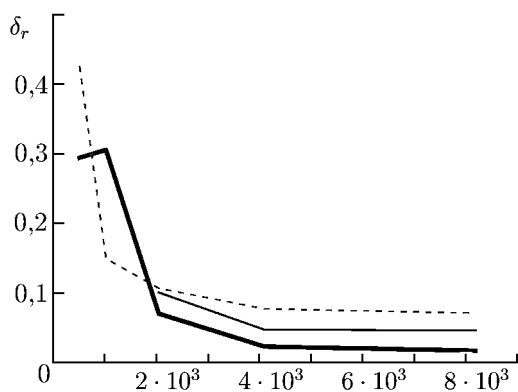


Рис. 5. Зависимость среднего значения относительной погрешности  $\delta_r$  оценки расстояния  $r$  от длины реализации сигнала. Обозначения кривых соответствуют рис. 2

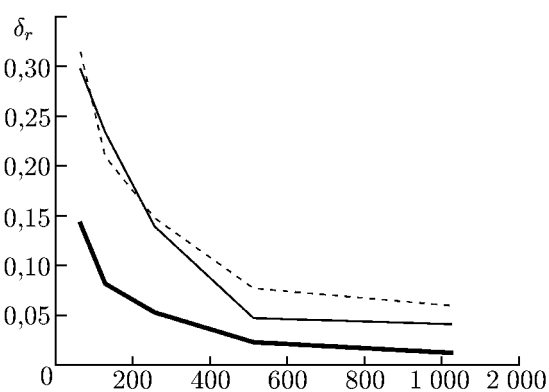


Рис. 6. Зависимость среднего значения относительной погрешности  $\delta_r$  оценки расстояния  $r$  от числа уровней квантования. Обозначения кривых соответствуют рис. 2

значения относительной погрешности параметра  $r$  от длины реализации сигнала. Из проведённых расчётов видно, что длина реализации с 2048 отсчётами обеспечивает 10-процентную точность определения параметра  $r$ . График на рис. 6 показывает зависимость точности определения параметра  $r$  от числа уровней квантования. В соответствии с полученными результатами число уровней квантования с учётом полярности сигнала должно быть не менее 256, что соответствует полному использованию динамического диапазона 8-разрядного аналого-цифрового преобразователя.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанный метод позволяет построить множество оценок положения источника электромагнитного излучения, выбрать окончательную оценку по результатам анализа всей совокупности этих оценок и достичь таким образом устойчивости определения параметров задачи. Спектрально-статистический метод позволяет получить более устойчивые решения по сравнению

с другими методами при более низких требованиях к вычислительным ресурсам.

Для адекватной работы метода необходимо, чтобы разрешение в частотной области было как можно выше, т. е. частота первой гармоники была по возможности более низкой. Решение данной проблемы осуществляется путём быстрого преобразования Фурье зарегистрированного сигнала на временном интервале  $8,2 \cdot 10^{-3}$  с, обеспечивающем необходимое разрешение в частотной области. Поскольку на таком интервале может находиться более одного импульса, то система предобработки разделяет обнаруженные импульсы и далее осуществляет их независимый спектральный анализ и обработку.

Алгоритм спектрального метода может быть естественным образом распараллелен и реализован на гетерогенных вычислительных устройствах.

Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (соглашение 14.В37.21.03950).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кононов И. И., Петренко И. А., Снегуров В. С. Радиотехнические методы местоопределения грозных очагов. Л.: Гидромеоиздат, 1986. 221 с.
2. Raduikov A. V. // J. Geophys. Res. 1996. V. 101, No. D10. P. 14 997.
3. Панюков А. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42, № 3. С. 266.
4. Popov M., He S. // J. Geophys. Res. 2000. V. 105, No. D16. P. 20 821.
5. Taibin B. Z. // IEEE Anten. Propag. Magazine. 2006. V. 48. P. 48.
6. Панюков А. В., Будуев Д. В., Малов Д. Н. // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Сер. Математика, Физика, Химия. 2003. № 8 (24). С. 11.
7. Кононов И. И., Юсупов И. Е., Кандарацков Н. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2013. Т. 56, № 11–12. С. 875.
8. Панюков А. В., Будуев Д. В. // Электричество. 2001. Т. 4. С. 10.
9. Проект МНТЦ № 1822: <http://www.istc.ru/istc/db/projects.nsf>.
10. Пат. РФ № 2230336, МПК G01S 5/00. Однопунктовая система местоопределения гроз в ближней зоне / Панюков А. В., Файзулин Н. А., Будуев Д. В. Заявл. 07.08.2002; опубл. 10.06.2004. Бюл. № 16. 4 с.
11. Пат. РФ № 2253133, МПК G01S 13.95, G01S 5.16. Способ определения местоположения молниевых разрядов и многопунктовая система для его реализации / Панюков А. В., Малов Д. Н. Заявл. 31.08.2003; опубл. 25.05.2005. Бюл. № 15. 7 с.
12. Панюков А. В. // Труды VI Росс. конф. по атмосферному электричеству, 1–7 октября 2007 года. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2007. С. 255.
13. Тихонов А. Н. // Докл. АН СССР. 1943. Т. 39, № 5. С. 195.
14. Панюков А. В., Богушов А. К. // Вестник Южно-Уральского государственного университета, серия: Математическое моделирование и программирование. 2012. № 18(277). С. 32.
15. Богушов А. К., Панюков А. В. // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2012. Вып. 3(11). С. 17.
16. Панюков А. В., Богушов А. К. // Сб. трудов VII Росс. конф. по атмосферному электричеству, 24–28 сентября 2012 года. СПб: ГГО им. А. И. Воейкова, 2012. С. 179.
17. Панюков А. В., Богушов А. К. // Труды XII Всеросс. совещания по проблемам управления, 16–19 июня 2014 года. М.: ИПУ РАН, 2014. С. 3 115.
18. Taylor W. L. // J. Res. NBS. 1963. V. 67D, No. 5. P. 539.
19. Koshak W. J., Krider E. P., Murphy M. J. // J. Geophys. Res. 1999. V. 104, No. D8. P. 9,617.

20. Driscoll K. T., Blakeslee R. J., Baginski M. E. // J. Geophys. Res. 1992. V. 97, No. D11. P. 474.
21. Enean V. G. // Science, Measurement and Technology, IEE Proceedings A. 1993. V. 140, No. 6. P. 11 535.
22. Born M., Wolf E. Principles of Optics. Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light. London: Pergamon Press, 1970. 808 p.
23. Бару Н. В., Кононов И. И., Соломоник М. Е. Радиопеленгаторы-дальномеры ближних гроз. Л.: Гидрометеоиздат, 1976. 143 с.
24. Krider E. P., Noggle R. C., Uman M. A. // J. Appl. Meteorol. 1980. V. 61. P. 980.
25. Panyukov A. V., Strauss V. A. // Parameter Identification and Inverse Problems in Hydrology, Geology and Ecology. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996. P. 199.
26. <http://www.nvidia.com/object/jetson-tk1-embedded-dev-kit.html>.
27. Богушов А. К., Панюков А. В. // Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ2011): Труды международной науч. конф. Москва, 28 марта–1 апреля 2011 года. Челябинск: Изд. центр ЮУрГУ, 2011. С. 427.

Поступила в редакцию 7 мая 2015 г.; принята в печать 14 апреля 2016 г.

## THE SPECTRAL STATISTICAL METHOD FOR DETERMINING THE LOCATION PARAMETERS OF A DIPOLE SOURCE OF ELECTROMAGNETIC RADIATION

*A. V. Panyukov and A. K. Bogushov*

Using the measured horizontal and vertical components of the magnetic and electric fields, respectively, at the specified point of an infinitely conducting plane, we solve the problem of determining the location of a dipole source of electromagnetic radiation, which is equivalent to the lightning discharge. The proposed method, which is based on the analysis of the measured-signal spectra, allows one to develop many estimates of the source location, choose the final estimate on the basis of the results of the analysis of the entire totality of these estimates, and, therefore, reach stability in determining the source location. The spectral method makes it possible to obtain more stable solutions at a lower computation cost compared with the previously developed parametric extremal method. The spectral-method algorithm can be naturally parallelized. The results of the analytical and numerical studies of the accuracy and stability of the proposed method are presented.