УДК 621.396

АЛГОРИТМЫ ДЕМОДУЛЯЦИИ OFDM-СИГНАЛОВ В КАНАЛАХ С РАССЕЯНИЕМ ВО ВРЕМЕНИ И ПО ЧАСТОТЕ

Г. Н. Бочков [1 *], *К. В. Горохов* [1,2], *А. В. Колобков* [1,2]

[1] Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского;
[2] Научно-производственное предприятие «Полёт», г. Нижний Новгород, Россия

Для решения задачи приёма сигналов с ортогональным частотным мультиплексированием их гармонических составляющих (OFDM-сигналов) в каналах с рассеянием во времени и по частоте рассмотрен подход на основе правила обобщённого максимального правдоподобия. Разработаны когерентные и некогерентные демодуляторы, эффективно использующие разнесение во времени, обусловленное быстрыми замираниями сигнала. С помощью компьютерного моделирования проведён сравнительный анализ предложенных алгоритмов и известных алгоритмов приёма сигнала с эквалайзерами. Показано, что предложенный поэлементный демодулятор с обратной связью по решению и ограничением числа перебираемых вариантов обладает наилучшей помехоустойчивостью. Продемонстрировано, что в условиях ограниченной точности оценивания параметров канала связи некогерентные демодуляторы OFDM-сигналов с относительными видами фазовой модуляции способны обеспечивать лучшую помехоустойчивость, чем когерентные демодуляторы OFDM-сигналов с абсолютной фазовой модуляцией.

ВВЕДЕНИЕ

Многочастотные сигналы, полученные ортогональным частотным мультиплексированием их гармонических составляющих (поднесущих), — так называемые OFDM-сигналы (Ortogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM)), — широко используются в различных цифровых системах передачи информации [1]. Основным достоинством OFDM-сигналов, обусловившим их широкое применение, является сравнительная простота их приёма в частотно-селективных каналах. Она обеспечивается введением временно́го защитного интервала для борьбы с межсимвольной интерференцией, возможностью использования адаптивных выравнивателей (эквалайзеров) в частотной области, не зависящих от памяти канала, и применением эффективных алгоритмов быстрого преобразования Фурье.

В условиях замирающего радиоканала с больши́м частотным рассеянием, обусловленным изменением параметров канала во времени или взаимным перемещением областей формирования и приёма сигнала, нарушается ортогональность поднесущих OFDM-сигналов и, в результате, появляется интерференция между поднесущими. В англоязычной литературе для обозначения этого явления широко используется сокращение ICI (intercarrier interference) [1, 2], а в русскоязычной устоявшееся обозначение отсутствует. Присутствие ICI влечёт за собой полную или частичную потерю работоспособности алгоритмов приёма, разработанных для частотно-селективного канала с медленными замираниями.

Для приёма OFDM-сигналов в каналах с рассеянием во времени и по частоте наибольшее распространение получили методы, основанные на использовании эквалайзеров [3–6]. Между тем широко развитые для последовательных (одночастотных) систем передачи демодуляторы, построенные на основе правила максимального правдоподобия, в каналах с рассеянием зачастую обеспечивают лучшую помехоустойчивость, чем алгоритмы приёма с эквалайзерами [7–9]. Проблемы точности оценивания параметров канала всегда являются важными в когерентных

* histat@rf.unn.ru

OFDM-системах, а для многолучевых каналов с быстрыми замираниями становятся ещё более актуальными. Потенциальная помехоустойчивость когерентного приёма сигналов с абсолютными видами модуляции превышает потенциальную помехоустойчивость приёма сигналов с относительными видами модуляции [10–14]. Однако в условиях, когда трудно обеспечить высокую точность синхронизации и оценки параметров канала связи, некогерентные алгоритмы приёма сигналов с фазоразностной модуляцией из-за меньшей чувствительности к фазовым искажениям могут иметь лучшую помехоустойчивость, чем когерентная демодуляция сигналов с абсолютной фазовой модуляцией.

Целью данной работы является синтез оптимальных правил приёма и получение на их основе алгоритмов когерентной и некогерентной демодуляции OFDM-сигналов с фазовой и фазоразностной модуляцией в частотной области, имеющих приемлемую вычислительную сложность и превосходящих по помехоустойчивости системы с эквалайзерами.

В разделе 1 описывается модель OFDM-системы при наличии рассеяния во времени и по частоте. Основные сведения по синтезу сигналов с фазоразностной модуляцией в частотной области приведены в разделе 2. В разделе 3 на основе правила обобщённого максимального правдоподобия синтезированы решающие правила когерентного и некогерентного приёма как при приёме в целом, так и при поэлементном приёме. Полученные на их основе приемлемые для практической реализации алгоритмы демодуляции описаны в разделе 4. В разделе 5 представлены результаты численного исследования помехоустойчивости предложенных алгоритмов приёма сигналов с различными видами фазовой модуляции в многолучевых каналах с аддитивным белым гауссовским шумом и быстрыми рэлеевскими замираниями. В Заключении суммируются основные полученные результаты.

Введём обозначения, которые будут использоваться в дальнейшем: $\mathbf{I}_n$ — единичная матрица с размерностью $n \times n$; $\mathbf{0}_{n,k}$ — нулевая матрица с размерностью $n \times k$. Верхний индекс “H” — обозначает эрмитово сопряжение, “T” — транспонирование, звёздочка — комплексное сопряжение; $\|\mathbf{a}\| = \sqrt{\mathbf{a}^{\mathrm{H}}\mathbf{a}}$ — эрмитова норма вектора $\mathbf{a}$. Угловыми скобками обозначается статистическое усреднение выражения внутри скобок.

1. МОДЕЛЬ OFDM-СИСТЕМЫ СВЯЗИ В КАНАЛЕ С РАССЕЯНИЕМ ВО ВРЕМЕНИ И ПО ЧАСТОТЕ

Рассмотрим OFDM-систему с полосой ΔF, в которой используются защитные интервалы по частоте, позволяющие пренебречь взаимным влиянием данной и соседних по частоте систем при наличии частотных уходов. Для этого из N поднесущих, расположенных в полосе системы с шагом $\Delta f = \Delta F/N = T^{-1}$, для передачи информации используются только N_{A} активных поднесущих. Остальные поднесущие имеют нулевые амплитуды и называются «виртуальными поднесущими» (virtual subcarriers), их количество $N_{\mathrm{VS}} = N - N_{\mathrm{A}}$. Без потери общности будем полагать, что активными являются поднесущие с номерами от 0 до $N_{\mathrm{A}} - 1$. Тогда вектор комплексных амплитуд поднесущих имеет вид $\mathbf{d} = (\mathbf{d}_{\mathrm{A}}^{\mathrm{T}}, \mathbf{0}_{1,N-N_{\mathrm{A}}})^{\mathrm{T}}$, где $\mathbf{d}_{\mathrm{A}} = (d_0, \ldots, d_{N_{\mathrm{A}}-1})^{\mathrm{T}}$ — вектор комплексных амплитуд активных поднесущих.

Комплексные амплитуды активных поднесущих $d_n = |d_n| \exp(i\theta_n)$ определяются законом модуляции. При фазовых видах модуляции амплитуды $|d_n|$ фиксированы, а фазы $\boldsymbol{\theta} = (\theta_0, \ldots, \theta_{N_{\mathrm{A}}-1})^{\mathrm{T}}$ содержат информацию о наборе $\boldsymbol{\psi} = (\psi_0, \ldots, \psi_{N_{\mathrm{I}}-1})^{\mathrm{T}}$ из N_{I} информационных параметров, каждый из которых принимает одно из M возможных значений из множества

$$\Theta_M = \{\vartheta_m \mid \vartheta_m = 2\pi m/M, 0 \le m \le M-1\}. \tag{1}$$

При абсолютной фазовой модуляции (ФМ) информационными параметрами являются сами фазы

$\boldsymbol{\psi} = \boldsymbol{\theta}$, а при фазоразностной модуляции j-го порядка (ФРМ-j) — разности фаз j-го порядка. Рассмотрение фазоразностной модуляции проведено в разделе 2. В дальнейшем информационные параметры будем также называть «информационными фазами».

Отсчёты OFDM-символа формируются на передающей стороне с интервалом дискретизации во времени $\tau_s = T/N$ и описываются вектором $\mathbf{x} = \mathbf{U}\mathbf{d}$, где $\mathbf{U} = (\mathbf{u}_0, \mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_{N-1})$ — матрица обратного дискретного преобразования Фурье и $\mathbf{u}_n = N^{-1/2}\{1, \exp(i2\pi n/N), \ldots, \exp[i2\pi n(N - 1)/N]\}^{\mathrm{T}}$ — её n-й столбец. Для защиты от межсимвольной интерференции между последовательными символами вставляется защитный интервал. Его длительность $T_{\mathrm{G}} = N_{\mathrm{G}}\tau_s$ должна быть больше максимальной ожидаемой величины $T_L = L\tau_s$ рассеяния во времени в канале. Обычно защитный интервал используют для передачи циклического префикса, который представляет собой последние N_{G} отсчётов следующего за ним символа. В этом случае передаваемый OFDM-символ с длительностью $T_s = (N + N_{\mathrm{G}})\tau_s$ представляет собой вектор отсчётов $\mathbf{s} = \mathbf{T}\mathbf{x}$, где $\mathbf{T} = [(\mathbf{0}_{N_{\mathrm{G}},N-N_{\mathrm{G}}}, \mathbf{I}_{N_{\mathrm{G}}})^{\mathrm{T}}, \mathbf{I}_N]^{\mathrm{T}}$ — матрица добавления циклического префикса.

В приёмнике сигнал, принимаемый на выходе канала связи с рассеянием во времени и по частоте и аддитивным белым гауссовым шумом, после отбрасывания префикса преобразуется посредством дискретного преобразования Фурье в комплексные амплитуды принятых поднесущих $\mathbf{y} = (y_0, \ldots, y_{N-1})^{\mathrm{T}}$. Можно показать [4], что при идеальной синхронизации

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}\mathbf{d} + \mathbf{n}_N, \tag{2}$$

где $\mathbf{n}_N$ — вектор аддитивного белого гауссового шума с корреляционной матрицей $\sigma^2\mathbf{I}_N$. Здесь $\mathbf{G}$ — канальная матрица, описывающая взаимосвязь переданных и принятых поднесущих и имеющая элементы $G_{k,n} = N^{-1}\sum_{m=0}^{N-1} H_{m,n}\exp[-i2\pi m(k-n)/N]$, где $0 \le k,\ n \le N-1$; $H_{m,n} = \sum_{l=0}^{L} h_{m,l}\exp(-i2\pi nl/N)$ — нестационарная передаточная характеристика канала на частоте n-й поднесущей в момент времени $m\tau_s$; $\mathbf{h}_m = (h_{m,0}, h_{m,1}, \ldots, h_{m,L})^{\mathrm{T}}$ — отсчёты импульсной характеристики канала в тот же момент времени.

Зависимость передаточной функции канала от времени приводит к появлению ICI, что проявляется в зависимости характеристик принятой поднесущей не только от характеристик переданной поднесущей с тем же номером, а, в общем случае, от характеристик всех переданных активных поднесущих. В стационарном канале связи зависимость импульсной характеристики от времени отсутствует, а канальная матрица $\mathbf{G}$ является диагональной, что обуславливает отсутствие ICI. Широко развитые и распространённые методы приёма, в которых пренебрегается зависимостью импульсной или передаточной характеристик от времени на длине одного OFDM-символа, при относительных значениях доплеровского уширения (или доплеровского сдвига) в канале $f_{\mathrm{d}}T > 0{,}03$ начинают терять свою работоспособность [1, 14].

2. ФАЗОРАЗНОСТНАЯ МОДУЛЯЦИЯ ПЕРВОГО И ВТОРОГО ПОРЯДКА В ЧАСТОТНОЙ ОБЛАСТИ

В OFDM-системах можно использовать как традиционную ФРМ-j-го во временно́й области (ВФРМ-j) [10–12], так и ФРМ-j в частотной области (ЧФРМ-j) [13, 14]. В первом случае в качестве информационного параметра выступает разность фаз j-го порядка одной и той же поднесущей разных OFDM-символов, а во втором — разность фаз j-го порядка различных поднесущих одного и того же OFDM-символа. Наиболее широкое распространение получили ФРМ-1, обеспечивающая инвариантность к общему повороту фаз поднесущих, и ФРМ-2, обладающая дополнительной инвариантностью к произвольному линейному сдвигу фаз поднесущих сигнала. ЧФРМ-j обладает меньшей чувствительностью к изменениям канала связи во времени по сравнению с ВФРМ-j. В данном разделе определим конкретные виды ЧФРМ-1 и ЧФРМ-2, для которых применимы предлагаемые ниже алгоритмы демодуляции.

Аналогом классической ВФРМ-1 является ЧФРМ-1 с рекуррентным алгоритмом формирования фаз поднесущих

$$\theta_{n+1} = \psi_n + \theta_n, \tag{3}$$

где $0 \le n \le N_\mathrm{A} - 2$. Здесь θ_0 — произвольная фаза 0-й поднесущей, которая инициализирует процесс формирования фаз, поэтому эта поднесущая может быть названа инициализирующей поднесущей.

Аналогом классической ВФРМ-2 является ЧФРМ-2 со смежными разностями (СР-ЧФРМ-2), для которой рекуррентный алгоритм формирования фаз поднесущих имеет вид

$$\theta_{n+2} = \psi_n + 2\theta_{n+1} - \theta_n, \tag{4}$$

где $0 \le n \le N_\mathrm{A} - 3$, θ_0 и θ_1 — произвольные фазы инициализирующих поднесущих.

Алгоритмы (3) и (4) унаследовали от ВФРМ-j принцип причинности, который не имеет смысла в частотной области. Для ЧФРМ-j можно расширить возможные варианты дифференциального кодирования и, отказавшись от принципа причинности, предложить наиболее общие классы для ЧФРМ-1 и ЧФРМ-2 (см. Приложение 1). Наиболее общий класс ЧФРМ-2 найден в работе [14] и назван трифазовой модуляцией (ТФМ). Это название обусловлено тем, что в нём в качестве разности фаз 2-го порядка используется трифаза (фаза специального вида спектра 4-го порядка).

В данной работе рассматривается один вариант из класса ЧФРМ-1 с опорной поднесущей, в дальнейшем ОЧФРМ-1, с рекуррентным алгоритмом вычисления фаз

$$\theta_{n+1} = \psi_n + \theta_0, \tag{5}$$

где $0 \le n \le N_\mathrm{A} - 2$, и один вариант из класса ТФМ с двумя опорными поднесущими (ОТФМ) с рекуррентным алгоритмом синтеза

$$\theta_{n+2} = \psi_n + \theta_{n+1} + \theta_1 - \theta_0, \tag{6}$$

где $0 \le n \le N_\mathrm{A} - 3$. Фазы инициализирующих поднесущих θ_0 в алгоритме (5) и θ_0, θ_1 в алгоритме (6) участвуют в кодировании всех информационных фаз, поэтому эти поднесущие назовём опорными поднесущими.

Для ФМ и алгоритмов модуляции (3)–(6) величина N_I, описывающая число информационных фаз в OFDM-символе с N_A активными поднесущими, и параметр N_E, обозначающий максимальное количество фаз поднесущих, участвующих в образовании информационной фазы, принимают следующие значения:

$$N_\mathrm{I} = \begin{cases} N_\mathrm{A} & \text{для ФМ;} \\ N_\mathrm{A} - 1 & \text{для ЧФРМ-1, ОЧФРМ-1;} \\ N_\mathrm{A} - 2 & \text{для СР-ЧФРМ-2, ОТФМ;} \end{cases} \qquad N_\mathrm{E} = \begin{cases} 1 & \text{для ФМ;} \\ 2 & \text{для ЧФРМ-1, ОЧФРМ-1;} \\ 3 & \text{для СР-ЧФРМ-2;} \\ 4 & \text{для ОТФМ.} \end{cases} \tag{7}$$

3. СИНТЕЗ РЕШАЮЩИХ ПРАВИЛ ПРИЁМА

В соответствии с критерием идеального наблюдателя оптимальный приём в целом на интервале OFDM-символа минимизирует среднюю вероятность ошибки приёма всех информационных параметров. При равновероятных значениях вариантов $\boldsymbol{\psi}_k$ вектора переданных информационных параметров $\boldsymbol{\psi} = (\psi_0, \ldots, \psi_{N_{\rm I}-1})^{\rm T}$ оптимальным является решение, получаемое по правилу максимального правдоподобия: $\hat{\boldsymbol{\psi}} = \arg\max\limits_k L(\boldsymbol{\psi}_k)$. Здесь и далее, $L(\boldsymbol{\lambda}) = p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\lambda})$ — функция правдоподобия, которая является условной плотностью вероятности принятых поднесущих $\mathbf{y}$ при фиксированных параметрах $\boldsymbol{\lambda}$. Для ЧФРМ-j $L(\boldsymbol{\psi}_k) = \langle (L(\boldsymbol{\psi}_k, \boldsymbol{\theta}^{(\rm ini)})\rangle$, где усреднение проводится по фазам инициализирующих поднесущих $\boldsymbol{\theta}^{(\rm ini)} = (\theta_0^{(\rm ini)}, \ldots, \theta_{N_{\rm A}-N_{\rm I}-1}^{(\rm ini)})^{\rm T}$. Очевидно, что для фазовой модуляции вектор $\boldsymbol{\theta}^{(\rm ini)} = \oslash$. Для упрощения можно применить правило обобщённого максимального правдоподобия [16]. Согласно этому правилу в функцию правдоподобия подставляются значения сопутствующих параметров, которые максимизируют её при заданной гипотезе о переданных информационных параметрах, и принимается решение

$$\hat{\boldsymbol{\psi}} = \arg\max_k \{\max_l L(\boldsymbol{\psi}_k, \boldsymbol{\theta}_l^{(\rm ini)})\}. \tag{8}$$

В теории оптимального приёма сигналов, помимо приёма в целом, выделяют поэлементный приём [7–9]. Оптимальный поэлементный приём минимизирует среднюю вероятность ошибки приёма отдельного элемента. Для оптимального поэлементного приёма n-й информационной фазы на интервале обработки, включающем все принятые поднесущие, правило максимального правдоподобия $\hat{\psi}_n = \arg\max\limits_q L(\psi_{n,q})$ содержит функцию правдоподобия $L(\psi_{n,q}) = \langle L(\psi_{n,q}, \tilde{\boldsymbol{\psi}}_{n,k}, \boldsymbol{\theta}_l^{(\rm ini)})\rangle$, в которой усреднение проводится по всем остальным информационным фазам $\tilde{\boldsymbol{\psi}}_{n,k} = (\psi_{0,k}, \ldots, \psi_{n-1,k}, \psi_{n+1,k}, \ldots, \psi_{N_{\rm I}-1,k})^{\rm T}$ и $\boldsymbol{\theta}_l^{(\rm ini)}$. С целью упрощения алгоритмов поэлементной демодуляции снова целесообразно применить правило обобщённого максимального правдоподобия и получить

$$\hat{\psi}_n = \arg\max_q \{\max_{k,l} L(\psi_{n,q}, \tilde{\boldsymbol{\psi}}_{n,k}, \boldsymbol{\theta}_l^{(\rm ini)})\}. \tag{9}$$

Нетрудно видеть, что совокупность решений (9) эквивалентна решениям (8). Таким образом, выведенные на основе указанного правила алгоритмы приёма в целом и алгоритмы поэлементного приёма на всём интервале наблюдения эквивалентны. В то же время, как будет показано ниже, в условиях ограничения сложности алгоритмов приёма использование поэлементного приёма на ограниченном интервале обработки имеет преимущество перед приёмом в целом.

Для принятого сигнала в частотной области (2) функция правдоподобия имеет вид

$$L(\boldsymbol{\theta}) = L(\boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{\theta}^{(\rm ini)}) = (\pi\sigma^2)^{-N} \exp\left(-\sigma^{-2}\, \|\mathbf{y} - \mathbf{G}\mathbf{d}\|^2\right), \tag{10}$$

где от набора $\{\boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{\theta}^{(\rm int)}\}$ и переданных фаз $\boldsymbol{\theta}$ (т. е. фаз всех переданных активных поднесущих) зависят комплексные амплитуды переданных поднесущих $\mathbf{d}$, и между этими переменными $\{\boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{\theta}^{(\rm int)}\}$ и $\boldsymbol{\theta}$ существует взаимооднозначное соответствие.

Легко показать, что при любых вариантах и порядках фазоразностной модуляции в частотной области с несмещённым сигнальным «созвездием» (1) переданные фазы также будут лежать в точках этого созвездия. В противном случае возможные значения фаз в общем случае будут зависеть от номера поднесущей и их количество может быть больше, чем число M. Поэтому в данной работе рассматриваются ЧФРМ-j с несмещённым сигнальным созвездием (1).

В дальнейшем все представленные ниже алгоритмы, построенные на основе использования функции правдоподобия (10), будут содержать два этапа: оценивание переданных фаз и вычисление на их основе переданных информационных фаз. Отметим, что второй этап является общим для всех рассматриваемых ниже алгоритмов приёма. На этом этапе значения информационных фаз вычисляются по формулам, выражающим их через переданные фазы. Для ЧФРМ-j такие формулы легко записать на основе выражений (3)–(6). Для ФМ $\boldsymbol{\psi} = \boldsymbol{\theta}$, и второй этап не нужен. Поэтому при описании алгоритмов будем ограничиваться лишь этапом оценивания переданных фаз.

Решающее правило при когерентном приёме сводится к минимизации квадрата нормы разности между вектором принятых поднесущих $\mathbf{y}$ и q-ым вариантом вектора ожидаемых поднесущих $\mathbf{Gd}(\boldsymbol{\theta}_q)$:

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}} = \arg\min_q \|\mathbf{y} - \mathbf{Gd}(\boldsymbol{\theta}_q)\|^2 = \arg\max_q \{2\mathrm{Re}[\mathbf{y}^{\mathrm{H}}\mathbf{Gd}(\boldsymbol{\theta}_q)] - \|\mathbf{Gd}(\boldsymbol{\theta}_q)\|^2\}, \tag{11}$$

где $q \in \{0, \ldots, M^{N_{\mathrm{A}}} - 1\}$. Этот алгоритм предполагает точное знание канальной матрицы.

Применительно к фазоразностной модуляции в частотной области можно построить алгоритм некогерентного приёма, инвариантный к общему фазовому сдвигу поднесущих. Пусть истинная канальная матрица $\tilde{\mathbf{G}} = \mathbf{G}\exp(i\varphi_0)$ отличается от известной в приёмнике матрицы $\mathbf{G}$ общим фазовым сдвигом, где φ_0 — случайная фаза. Тогда, используя в формуле (10) вместо вектора ожидаемых поднесущих $\mathbf{Gd}(\boldsymbol{\theta})$ вектор $\tilde{\mathbf{G}}\mathbf{d}(\boldsymbol{\theta}) = \exp(i\varphi_0)\mathbf{Gd}(\boldsymbol{\theta})$, в результате усреднения с равномерной плотностью вероятности фазы φ_0 находим функцию правдоподобия

$$L(\boldsymbol{\theta}) = (\pi\sigma^2)^{-N} \exp\{-\sigma^{-2}\left[\|\mathbf{y}\|^2 + \|\mathbf{Gd}(\boldsymbol{\theta})\|^2\right]\} I_0\left[|\mathbf{y}^{\mathrm{H}}\mathbf{Gd}(\boldsymbol{\theta})|\right].$$

Здесь $I_0(x)$ — модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка. Используя аппроксимацию $I_0(x) \approx x$, получаем асимптотически оптимальное (при бо́льших отношениях сигнал/шум) решающее правило при некогерентном приёме:

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}} = \arg\max_q \{2\,|\mathbf{y}^{\mathrm{H}}\mathbf{Gd}(\boldsymbol{\theta}_q)| - \|\mathbf{Gd}(\boldsymbol{\theta}_q)\|^2\}. \tag{12}$$

Оно удобно тем, что при его применении не требуется знания дисперсии шума. Заметим, что в силу инвариантности выражения (12) к общему фазовому сдвигу, перебор по одной переданных фаз для некогерентных алгоритмов исключается и $q \in \{0, \ldots, M^{N_{\mathrm{A}}-1} - 1\}$.

Число переборов при оптимальном приёме на всём интервале наблюдения можно записать в общем виде как

$$N_{\mathrm{tot}}^{(\mathrm{opt})} = M^{N_{\mathrm{A}}-N_{\mathrm{R}}}, \tag{13}$$

где N_{R} — число переданных фаз, перебор по которым не проводится: $N_{\mathrm{R}} = 0$ для когерентного и $N_{\mathrm{R}} = 1$ для некогерентного приёма. Если для СР-ЧФРМ-2 и ОТФМ на принимающей стороне известна разность фаз инициализирующих поднесущих $\theta_1 - \theta_0$, то для них при некогерентном приёме $N_{\mathrm{R}} = 2$.

Рассмотрим частный случай правил (11) и (12) в частотно-селективном стационарном канале связи. Вследствие диагональной структуры канальной матрицы энергия ожидаемого сигнала $\|\mathbf{Gd}\|^2 = \sum_{k=0}^{N_{\mathrm{A}}-1} |G_{k,k}|^2\,|d_k|^2$ не зависит от переданных фаз и в этих правилах её можно опустить. Поскольку $\mathrm{Re}[\mathbf{y}^{\mathrm{H}}\mathbf{Gd}(\boldsymbol{\theta}_q)] = \sum_{k=0}^{N_{\mathrm{A}}-1} \mathrm{Re}\left[y_k^* G_{k,k}\,|d_k|^2 \exp(i\theta_{k,q})\right]$, то оптимальный когерентный приём в целом сводится к поэлементному приёму каждой отдельной поднесущей: $\widehat{\theta}_n = \arg\max_m \mathrm{Re}\,[y_n^* G_{n,n} \exp(i\theta_{n,m})]$. Поэтому в отсутствие ICI оптимальный когерентный приём сигнала с фазоразностной модуляцией в частотной области сводится к поэлементному приёму на минимальном интервале обработки, содержащем N_E поднесущих. В отличие от когерентного приёма, оптимальный некогерентный приём из-за взаимосвязи переданных фаз даже в отсутствие ICI требует обработки на всём интервале наблюдения:

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}} = \arg\max_q \left|\sum_{k=0}^{N_{\mathrm{A}}-1} y_k^* G_{k,k}\,|d_k|\,\exp(i\theta_{k,q})\right|. \tag{14}$$

Аналог правила (14) для простого канала с аддитивным белым гауссовым шумом (при $\mathbf{G} = \mathbf{I}_N$) был впервые получен для фазоразностной модуляции во временно́й области в работе [17] и известен как алгоритм некогерентного приёма на расширенном интервале обработки [18]. Установлено [11, 17, 18], что при увеличении интервала некогерентной обработки сигналов с фазоразностной модуляцией вероятность ошибки стремится к вероятности ошибки при когерентном приёме. Таким образом, изобретение алгоритмов некогерентного приёма на расширенном интервале позволило без оценивания неизвестной начальной фазы сигнала вплотную приблизиться к достижению потенциальной помехоустойчивости фазоразностной модуляции. Причём, как показано в работе [18], для получения помехоустойчивости, близкой к потенциальной, нет необходимости в бесконечном расширении интервала обработки, а достаточно ограничиться поэлементным приёмом на интервале обработки, который не намного превышает минимальный интервал обработки для конкретного вида фазоразностной модуляции. Последнее обстоятельство является одним из оснований для рассмотренных в следующем разделе алгоритмов поэлементного приёма OFDM-сигналов в каналах с рассеянием во времени и по частоте.

4. АЛГОРИТМЫ ДЕМОДУЛЯЦИИ

В отличие от последовательных систем, в которых интерференционное влияние информационных элементов друг на друга ограничено величиной рассеяния во времени T_{L}, в OFDM-системах при наличии рассеяния по частоте, в общем случае, каждая из поднесущих влияет на все остальные. В этих условиях оптимальной является совместная обработка всех поднесущих по правилу (11) или (12), что неприемлемо для практического использования из-за чрезмерной вычислительной сложности.

Для вывода алгоритмов работы реализуемых демодуляторов используем имеющее место ограничение на параметры частотного рассеяния. Как известно [4], при конечной скорости замираний значительное влияние на текущую поднесущую принимаемого сигнала оказывают только $2D+1$ поднесущих передаваемого сигнала. Параметр D назовём эффективной глубиной ICI. Если влиянием остальных поднесущих пренебречь, то в этом приближении структура канальной матрицы примет квазидиагональный вид, представленный на рис. 1. Заметим, что в рамках этого приближения, если сигнал принимается с несогласованной частотой отсчётов $1/\tau_s$ и нарушается условие $N_{\mathrm{A}} - 1 + D < N - D$ (см. рис. 1a), то вклады низкочастотных и высокочастотных переданных поднесущих будут интерферировать в принятых поднесущих. Это условие можно переписать в виде требования на количество виртуальных поднесущих

$$N_{\mathrm{VS}} \geq 2D. \qquad (15)$$

Описанные ниже алгоритмы демодуляции разработаны в предположении отсутствия интерференции на границах полосы системы. Вытекающие из этого предположения условия применимости этих алгоритмов обсудим в конце раздела.

Основываясь на правилах (11) и (12), введём общее обозначение для решающих статистик на ограниченном интервале анализа при когерентном и некогерентном приёме:

$$S_{k_1,k_2}(q) = 2f[C_{k_1,k_2}(q)] - E_{k_1,k_2}(q), \qquad (16)$$

где интервал анализа содержит принятые поднесущие с номерами из интервала $[k_1, k_2]$. В (16) функция $f(z) = \mathrm{Re}z$ для когерентного и $f(z) = |z|$ для некогерентного приёма и используются следующие обозначения:

$$C_{k_1,k_2}(q) = \sum_{k=k_1}^{k_2} y_k^* Z_k(q), \qquad E_{k_1,k_2}(q) = \sum_{k=k_1}^{k_2} |Z_k(q)|^2,$$

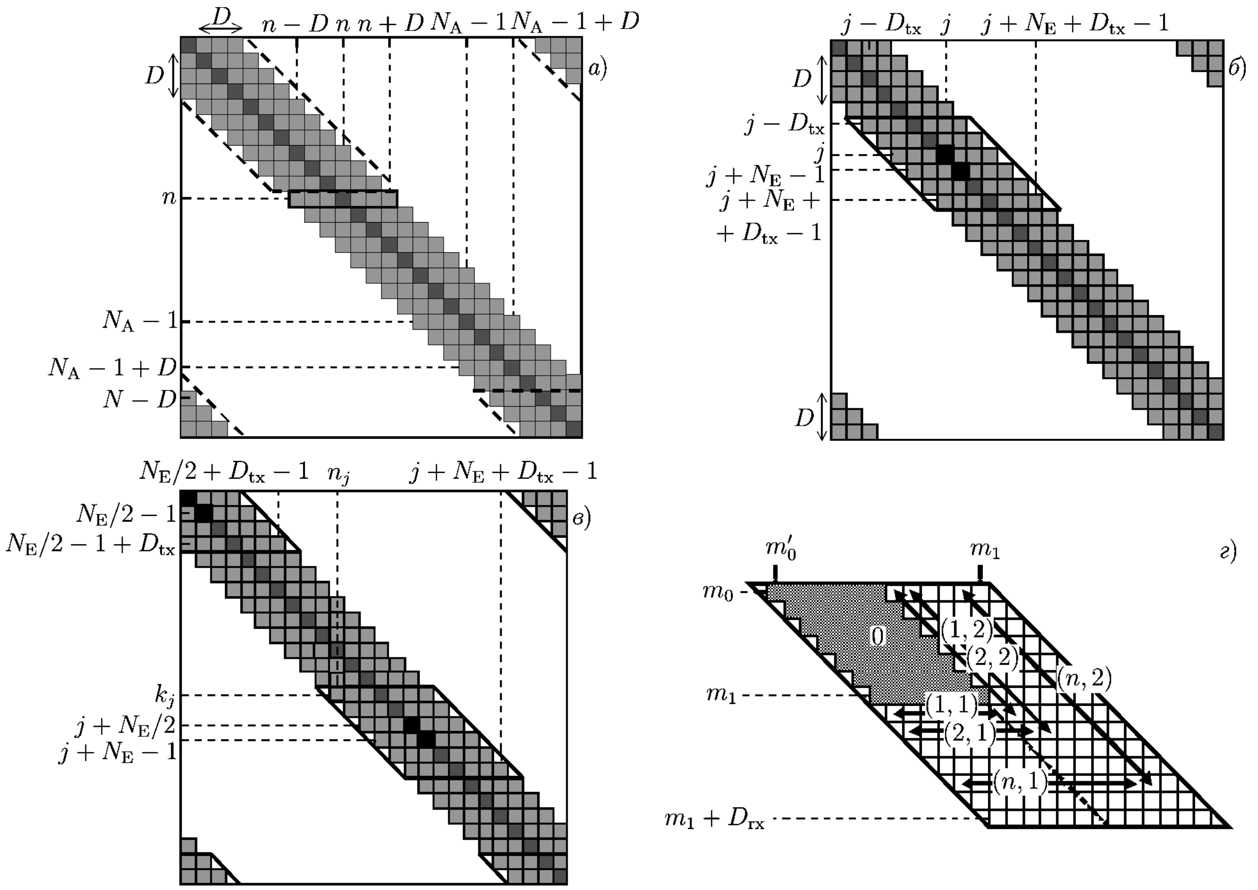

Рис. 1. Структура канальной матрицы при конечной глубине ICI (D) и иллюстрации предложенных алгоритмов демодуляции. Иллюстрация прохода по принятым поднесущим с номерами n при приёме в целом по алгоритму Витерби приведена на панели *а*. Иллюстрация прохода при поэлементном приёме по информационным элементам с номерами j для расположения поднесущих, образующих информационный элемент, в виде одной группы приведена на панели *б*, а в виде двух разнесённых групп — на панели *в*. Иллюстрация рекуррентного алгоритма для формирования наборов ожидаемых значений комплексных амплитуд принятых поднесущих для всех вариантов незафиксированных переданных фаз при поэлементном приёме с обратной связью по решению приведена на панели *г*

$$Z_k(q) = \sum_{m=k-D}^{k+D} z_{k,m}(q), \qquad z_{k,m}(q) = G_{k,m}\,|d_m|\,\exp(i\theta_{m,q}). \tag{17}$$

Ниже при описании алгоритмов удобно использовать отрицательные номера поднесущих. В таких случаях предполагается их приведение к интервалу $[0, N-1]$.

Для приёма в целом можно применить алгоритм Витерби (Viterbi algorithm, VA), использующий ограниченность глубины ICI. Такой алгоритм для когерентного приёма был предложен в работе [19]. Он включает в себя проход по принятым поднесущим с номерами $n \in [-D, N_\mathrm{A}-1+D]$ (см. рис. 1*а*), т. к. только их характеристики зависят от характеристик переданных активных поднесущих. Обработка при некогерентном приёме отличается от обработки при когерентном тем, что в результате выполнения первых шагов с номерами $j \in [0, N_\mathrm{R}-1]$ вычисляется одна метрика $S_{-D,N_\mathrm{R}-D-1}(0)$, зависящая от N_R неперебираемых фаз $(\widehat{\theta}_{0,0}, \ldots, \widehat{\theta}_{N_\mathrm{R}-1,0})$, где $\widehat{\theta}_{0,0} = 0$ при $N_\mathrm{R} \in \{1,2\}$ и $\widehat{\theta}_{1,0} = \theta_1 - \theta_0$ при $N_\mathrm{R} = 2$. Далее на каждом шаге с номером $j \in [N_\mathrm{R}, N_\mathrm{A}-1]$ при обработке принятой поднесущей с номером $n = j - D$ на основе $\tilde{N}_{j-1}^{(\mathrm{VA})}$ сохранённых конфигураций оценок переданных фаз $\{(\hat{\theta}_{0,q}, \ldots, \hat{\theta}_{j-1,q}) \mid 0 \le q \le \tilde{N}_{j-1}^{(\mathrm{VA})} - 1\}$ и набора $\{\theta_{j,g} \mid 0 \le g \le M-1\}$, состоящего из M вариантов переданной фазы с номером j, вычисляется $N_j^{(\mathrm{VA})} = M\tilde{N}_{j-1}^{(\mathrm{VA})}$ метрик

$$S_{-D,j-D}(Mq+g) = 2f[C_{-D,j-D-1}(q) + y_{j-D}^* Z_{j-D}(Mq+g)] - \\ - \left[E_{-D,j-D-1}(q) + |Z_{j-D}(Mq+g)|^2\right]. \quad (18)$$

По окончании выполнения j-го шага сохраняется $\tilde{N}_j^{(\mathrm{VA})} = \min\{N_j^{(\mathrm{VA})}, M^{2D+1}\}$ конфигураций $\{(\hat{\theta}_{0,q}, \ldots, \hat{\theta}_{j,q}) \mid 1 \le q \le \tilde{N}_j^{(\mathrm{VA})}\}$, которые имеют максимальные метрики. На заключительных шагах с номерами $j \in [N_\mathrm{A}, N_\mathrm{A} + 2D - 1]$ новых переданных фаз не добавляется, поэтому метрики (18) вычисляются для одного и того же набора конфигураций $\{(\hat{\theta}_{0,q}, \ldots, \hat{\theta}_{N_\mathrm{A}-1,q}) \mid 1 \le q \le M^{2D+1}\}$. По окончании прохода в качестве решения выбирается конфигурация, соответствующая максимальной метрике. Нетрудно найти, что общее число метрик, вычисляемых на OFDM-символе по алгоритму Витерби, $N_\mathrm{tot}^{(\mathrm{VA})} \approx M^{2D+2} N_\mathrm{A}$.

Для уменьшения сложности предлагается использовать алгоритм Витерби с сокращённым перебором (reduced complexity Viterbi algorithm, RC-VA), когда число сохраняемых на каждом шаге конфигураций ограничивается величиной $M^Q < M^{2D+1}$. Количество переборов при этом сокращается до величины $N_\mathrm{tot}^{(\mathrm{RC-VA})} \approx M^{Q+1} N_\mathrm{A}$.

Перейдём к рассмотрению поэлементных алгоритмов приёма на ограниченном интервале анализа. Описанные ниже алгоритмы заключаются в последовательном принятии решений для информационных фаз и отличаются на каждом шаге с номерами $j \in [0, N_\mathrm{S} - 1]$ только способом учёта результатов предыдущих шагов и используемым ограничением сложности. Здесь и далее для обозначения общего числа шагов поэлементного приёма используется величина $N_\mathrm{S} = N_\mathrm{I} - 1$ для некогерентных демодуляторов ОТФМ и $N_\mathrm{S} = N_\mathrm{I}$ в остальных случаях. Это позволяет учесть, что при некогерентном приёме ОТФМ решение для первых двух информационных фаз $\psi_0 = \theta_2 - 2\theta_1 + \theta_0$ и $\psi_1 = \theta_3 - \theta_2 - \theta_1 + \theta_0$ находится на одном шаге с номером 0 в результате вынесения решения о переданных фазах $\{\theta_3, \theta_2\}$.

Рассмотрим сначала поэлементный приём с полным перебором (exhaustive search — element-wise algorithm, ES-EA). Здесь необходимо выделить два случая: первый (ES-EA-1), когда поднесущие, входящие в образование информационной фазы, расположены в непосредственной близости друг от друга (см. рис. 1*б*), и второй (ES-EA-2), когда эти поднесущие разнесены (см. рис. 1*в*). К первой группе относятся ФМ, классические варианты ЧФРМ-1 и СР-ЧФРМ-2, а ко второй — ОЧФРМ-1 и ОТФМ.

В рамках ES-EA-1 (рис. 1*б*) для оценивания переданных фаз, образующих информационную фазу с номером j, выделяется интервал обработки с длиной $K_\mathrm{rx} = N_\mathrm{E} + 2D_\mathrm{rx}$, содержащий принятые поднесущие с номерами из интервала $[j - D_\mathrm{rx}, j + N_\mathrm{E} + D_\mathrm{rx} - 1]$. Параметр D_rx характеризует расширение интервала обработки по принятым поднесущим (относительно минимального интервала с длиной N_E), а параметр

$$D_\mathrm{tx} = D_\mathrm{rx} + D \quad (19)$$

описывает расширение интервала обработки по переданным поднесущим. Перебор осуществляется по переданным фазам

$$\boldsymbol{\theta}_{j,q}^{(\mathrm{ES-EA-1})} = (\theta_{\max(N_\mathrm{R}, j-D_\mathrm{tx}),q}, \ldots, \theta_{\min(N_\mathrm{A}-1, j+N_\mathrm{E}+D_\mathrm{tx}-1),q})^\mathrm{T}. \quad (20)$$

На основе решения о переданных фазах

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_j = \arg\max_q S_{j-D_\mathrm{rx}, j+N_\mathrm{E}+D_\mathrm{rx}-1}(q) \quad (21)$$

выносится решение в отношении информационной фазы ψ_j, образованной поднесущими с номерами от j до $j+N_{\rm E}-1$. При выполнении ES-EA-1 на OFDM-символе вычисляется $N_{\rm tot}^{(\rm ES-EA-1)} \approx \approx M^{N_{\rm E}+2D_{\rm tx}} N_{\rm A}$ метрик.

При использовании ES-EA-2 (рис. 1*в*) в решающую статистику входят два блока принятых поднесущих с одинаковым размером $K_{\rm rx}+N_{\rm E}/2+2D_{\rm rx}$. В первом блоке содержатся поднесущие с номерами из интервала $[-D_{\rm rx}, N_{\rm E}/2+D_{\rm rx}-1]$, где номера из интервала $[0, N_{\rm E}/2-1]$ отвечают опорным поднесущим. Второй блок для j-го шага включает принятые поднесущие с номерами из интервала $[j+N_{\rm E}/2-D_{rx}, j+N_{\rm E}+D_{\rm rx}-1]$. Набор переданных фаз

$$\boldsymbol{\theta}_{j,q}^{(\rm ES-EA-2)} = [\theta_{N_{\rm R},q}, \ldots, \theta_{N_{\rm E}/2+D_{\rm tx}-1,q}, \theta_{n_j,q}, \ldots, \theta_{\min(N_{\rm A}-1, j+N_{\rm E}+D_{\rm tx}-1),q}]^{\rm T}, \tag{22}$$

по которым осуществляется перебор и принимается решение

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}}_j = \arg\max_q \{S_{-D_{\rm rx}, N_{\rm E}/2+D_{\rm rx}-1}(q) + S_{k_j, j+N_{\rm E}+D_{\rm rx}-1}(q)\}, \tag{23}$$

зависит от взаимного расположения этих блоков. Здесь

$$n_j = \max(N_{\rm E}/2+D_{\rm tx}, j+N_{\rm E}/2-D_{\rm tx}), \qquad k_j = \max(N_{\rm E}/2+D_{\rm rx}, j+N_{\rm E}/2-D_{\rm rx}).$$

Общее число вычисляемых метрик для этого алгоритма $N_{\rm tot}^{(\rm ES-EA-2)} \approx M^{3D_{\rm tx}+N_{\rm E}-N_{\rm R}} N_{\rm A}$ примерно в $M^{D_{\rm tx}-N_{\rm R}}$ раз выше, чем для алгоритма ES-EA-1.

Как легко заметить, сложность алгоритмов поэлементного приёма с полным перебором на ограниченном интервале обработки оказывается выше, нежели приёма в целом по алгоритму Витерби. Хорошо известным способом упрощения переборного процесса для поэлементного приёма является применение обратной связи по решению.

В предлагаемых алгоритмах поэлементного приёма с обратной связью по решению (decision feedback — elementwise algorithm, DF-EA) будем полагать, что все переданные фазы, на основе которых на предыдущих шагах приняты решения в отношении информационных фаз, приняты достоверно, и перебор по ним в выражениях (21) и (23) заменять подстановкой в решающую статистику их оценок. Тогда в алгоритме DF-EA-1, соответствующем ES-EA-1, в правиле (21) используются переданные фазы

$$\boldsymbol{\theta}_{j,q}^{(\rm DF-EA-1)} = \\ = \begin{cases} (\theta_{N_{\rm R},q}, \ldots, \theta_{j+N_{\rm E}+D_{\rm tx}-1,q})^{\rm T}, & j=0; \\ (\widehat{\theta}_{\max(N_{\rm R}, j-D_{\rm tx})}, \ldots, \widehat{\theta}_{j+N_{\rm E}-2}, \theta_{j+N_{\rm E}-1,q}, \ldots, \theta_{\min(N_{\rm A}-1, j+N_{\rm E}+D_{\rm tx}-1),q})^{\rm T}, & 1 \le j \le N_{\rm S}-1. \end{cases} \tag{24}$$

В алгоритме DF-EA-2, вытекающем из алгоритма ES-EA-2, в правиле (23) применяются наборы фаз

$$\boldsymbol{\theta}_{j,q}^{(\rm DF-EA-2)} = \begin{cases} (\theta_{N_{\rm R},q}, \ldots, \theta_{j+N_{\rm E}+D_{\rm tx}-1,q})^{\rm T}, \qquad j=0; \\ (\widehat{\theta}_{N_{\rm R}}, \ldots, \widehat{\theta}_{j+N_{\rm E}-2}, \theta_{j+N_{\rm E}-1,q}, \ldots, \theta_{j+N_{\rm E}+D_{\rm tx}-1,q})^{\rm T}, \quad 1 \le j \le 2D_{\rm tx}-1; \\ [\widehat{\theta}_{N_{\rm R}}, \ldots, \widehat{\theta}_{N_{\rm E}/2+D_{\rm tx}-1}, \widehat{\theta}_{n_j}, \ldots, \widehat{\theta}_{j+N_{\rm E}-2}, \theta_{j+N_{\rm E}-1,q}, \ldots, \\ \theta_{(\min(N_{\rm A}-1, j+N_{\rm E}+D_{\rm tx}-1),q}]^{\rm T}, \qquad 2D_{\rm tx} \le j \le N_{\rm S}-1. \end{cases} \tag{25}$$

Можно показать, что число вариантов $N_j^{(\rm DF-EA)}$, перебираемых на j-м шаге, для обоих алгоритмов одинаково и для них полное число вычисляемых метрик $N_{\rm tot}^{(\rm DF-EA)} \approx M^{D_{tx}+1} N_{\rm A}$, что примерно в $M^{N_{\rm E}+D_{\rm tx}-1}$ раз меньше, чем для алгоритма ES-EA-1.

Для исключения повторных вычислений на j-м шаге поэлементного приёма с обратной связью по решению предлагается рекуррентный алгоритм формирования $N_j^{(\mathrm{DF-EA})}$ наборов ожидаемых комплексных амплитуд $Z_m(q)$, соответствующих всем входящим в решающую статистику принятым поднесущим и всем возможным вариантам незафиксированных переданных фаз. Этот алгоритм поясняется на рис. 1*г* для участка канальной матрицы, используемого на j-м шаге демодуляции, где $m_0 = j - D_{\mathrm{rx}}$ и $m_0' = \max(0, j - D_{\mathrm{rx}} - D)$ для алгоритма DF-EA-1, $m_0 = -D_{\mathrm{rx}}$ и $m_0' = 0$ для алгоритма DF-EA-2, $m_1 = \max(j + N_{\mathrm{E}} - 2, N_{\mathrm{R}} - 1)$ для обоих алгоритмов DF-EA. На начальном шаге рекуррентного алгоритма (см. область «0» на рис. 1*г*) используются оценки переданных фаз $(\hat{\theta}_{m_0'}, \ldots, \hat{\theta}_{m_1})^{\mathrm{T}}$, полученные на предыдущих интервалах обработки, и вычисляется набор величин $Z_m^{(0)}(0) = \sum_{k=m-D}^{m} z_{m,k}(0)$, где $m \in [m_0, m_1]$. Далее каждый n-й шаг включает один или два этапа. Если $n \le D_{\mathrm{rx}} + 1$, то сначала осуществляется «проход по горизонтали» (см. стрелки «$(n, 1)$» на рис. 1*г*) и вычисление величин

$$Z_m^{(n,1)}(q_{n,1}) = Z_m^{(n,1)}(Mq_{n-1} + g) = \begin{cases} Z_m^{(n-1)}(q_{n-1}), & m \in [m_0, m_1 + n - 1]; \\ \sum_{k=m_1+n-D}^{m_1+2n-1} z_{m,k}(g), & m = m_1 + n, \end{cases} \tag{26}$$

где $0 \le g \le M-1$. В противном случае этот этап пропускается и $Z_m^{(n,1)}(q_{n,1}) = Z_m^{(n-1)}(q_{n-1})$. Затем, если $n \le D$, то выполняется проход по диагонали (см. стрелки «$(n, 2)$» на рис. 1*г*) и накопление величин

$$Z_m^{(n)}(q_n) = Z_m^{(n,2)}(Mq_{n,1} + g) = \begin{cases} Z_m^{(n,1)}(q_{n,1}) + z_{m,m+n}(q_{n,1}), & m \in [m_0, m_1 + n - 1]; \\ Z_m^{(n,1)}(q_{n,1}) + z_{m,m+n}(g), & m = m_1 + n. \end{cases} \tag{27}$$

Если $n > D$, то в качестве результатов шага используются результаты прохода по горизонтали $Z_m^{(n)}(q_n) = Z_m^{(n,1)}(q_{n,1})$. После выполнения $n_{\max} = \max(D_{\mathrm{rx}} + 1, D)$ шагов формируется $N_j^{(\mathrm{DF-EA})}$ наборов $\{Z_m(q) \mid Z_m(q) = Z_m^{(n_{\max})}(q), m \in [m_0, m_1 + D_{\mathrm{rx}}]\}$, которые используются для вычисления статистик в правилах (21) и (23). Например, статистики для правила (21) вычисляются по формуле

$$S_{j-D_{\mathrm{rx}}, j+K_{\mathrm{rx}}-D_{\mathrm{rx}}-1}(q) = 2f\left[\sum_{k=j-D_{\mathrm{rx}}}^{j+K_{\mathrm{rx}}-D_{\mathrm{rx}}-1} y_k^* Z_k(q)\right] - \sum_{k=j-D_{\mathrm{rx}}}^{j+K_{\mathrm{rx}}-D_{\mathrm{rx}}-1} |Z_k(q)|^2. \tag{28}$$

Для сокращения сложности алгоритмов DF-EA предлагаются алгоритмы RC-DF-EA. В них используется ограничение числа перебираемых альтернатив за счёт сохранения не более M^Q вариантов на всех этапах каждого шага описанного выше рекуррентного алгоритма, где $0 < Q < D_{\mathrm{tx}}$. Для этого на этапе с номером $i \in [1, 2]$ n-го шага с помощью накопленных наборов величин (26) и (27) вычисляются промежуточные метрики

$$s_{n,i}(q_{n,i}) = 2f\left[\sum_{k=m_0}^{m_1+n} y_k^* Z_k^{(n,i)}(q_{n,i})\right] - \sum_{k=m_0}^{m_1+n} |Z_k^{(n,i)}(q_{n,i})|^2, \tag{29}$$

из которых выделяется

$$N_j^{(n,i)} = \begin{cases} \min(MN_j^{(n-1)}, M^Q), & i = 1; \\ \min(MN_j^{(n,1)}, M^Q), & i = 2 \end{cases}$$

наборов ожидаемых комплексных амплитуд, соответствующих максимальным метрикам (29). При приёме j-ой информационной фазы в результате вычисления $N_j^{(\mathrm{RC-DF-EA})}$ метрик формируется $\min(M^Q, M^{N_{\mathrm{S}}-j})$ наборов $\{Z_m(q) \mid m \in [m_0, m_1 + D_{\mathrm{rx}}]\}$, которые используются для вычисления статистик в правилах (21) и (23). Можно показать, что на OFDM-символе вычисляется всего $N_{\rm tot}^{\rm (RC-DF-EA)} \approx M^{Q+1}(D_{\rm tx}-Q+1)N_{\rm A}$ метрик. Это примерно в $M^{D_{\rm tx}-Q}/(D_{\rm tx}-Q+1)$ раз меньше, чем для алгоритмов DF-EA.

Выше для сравнения сложности алгоритмов демодуляции использовались приближённые выражения для числа метрик $N_{\rm tot}^{(\ldots)}$, вычисляемых на OFDM-символе. Они не учитывают зависимость числа шагов алгоритма от его вида, способа приёма сигнала и его модуляции, а также изменение числа перебираемых вариантов $N_j^{(\ldots)}$ от номера шага j. Точные выражения для величин $N_j^{(\ldots)}$ и $N_{\rm tot}^{(\ldots)}$ приведены в табл. 1 и 2 соответственно (см. Приложение 2).

Применимость рассмотренных выше алгоритмов демодуляции ограничена тем, что они не допускают использование переданных фаз активных поднесущих, расположенных вблизи одной из границ полосы системы, в обработке, осуществляемой вблизи другой границы. Можно показать, что условием применимости алгоритмов приёма в целом является выражение (15), а применимость алгоритмов поэлементного приёма ограничена условием

$$N_{\rm VS} \geq D_{\rm tx}. \tag{30}$$

На практике формальное выполнение условий (15) и (30) можно обеспечить в приёмнике за счёт добавления требуемого числа k нулевых отсчётов после дополнительного преобразования Фурье, т. е. вместо (2) в демодуляторе использовать $\mathbf{y}' = (\mathbf{y}^{\rm T}, \mathbf{0}_{1,k})^{\rm T}$. Ясно, что интерференция низкочастотных и высокочастотных поднесущих останется, если она не была исключена с помощью аналоговой фильтрации принимаемого сигнала перед аналого-цифровым преобразованием. Этот приём удобно использовать для обеспечения применимости предложенных алгоритмов на достаточно больши́х интервалах обработки, когда условия (15) и (30) нарушаются. Как показало моделирование (см. следующий раздел), при увеличении интервала обработки помехоустойчивость этих алгоритмов повышается, несмотря на наличие интерференции.

В заключение раздела отметим, что представленные алгоритмы демодуляции используют один проход от низкочастотных поднесущих к высокочастотным. Очевидно, что их дальнейшее развитие может включать как проход в обратном направлении, так и оптимальное комбинирование результатов прохода в обоих направлениях.

5. ИССЛЕДОВАНИЕ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ

Предложенные алгоритмы демодуляции исследовались с помощью компьютерного моделирования. В качестве модели канала была выбрана двухлучевая модель Ваттерсона [20] при следующих параметрах: задержка между лучами $L = 6$ отсчётов, статистически эквивалентные рэлеевские замирания в лучах с относительной скоростью $f_{\rm d}T$. При моделировании использовались OFDM-сигналы со следующими характеристиками: общее количество поднесущих $N = 140$, количество информационных элементов $N_{\rm I} = 128$, длина циклического префикса $N_{\rm G} = 16$. Исследование было проведено для M-позиционной модуляции М-ФМ, М-ЧФРМ-1 и М-ОТФМ, где $M = 2$; 4. Влияние перераспределения энергии в пользу опорных поднесущих на помехоустойчивость приёма сигналов с ОТФМ не рассматривалось, и OFDM-сигналы для всех видов модуляции имели активные поднесущие с одинаковыми амплитудами. Помехоустойчивость алгоритмов приёма характеризовалась вероятностью битовой ошибки $P_{\rm b}$. Отношение сигнал/шум (ОСШ) рассматривалось в виде среднего значения относительных энергетических затрат на передачу одного бита сообщения $\langle E_{\rm b}/N_0\rangle$, где $N_0 = \sigma^2\tau_s$ — односторонняя спектральная плотность мощности аддитивного белого гауссова шума.

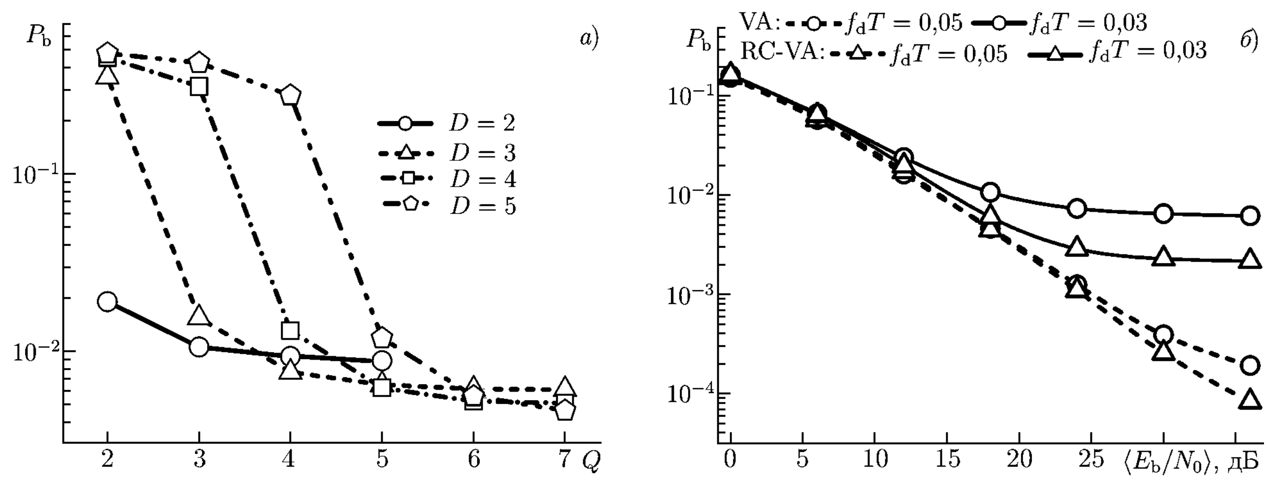

Рис. 2. Помехоустойчивость демодулятора OFDM-сигналов, работающего на основе алгоритма RC-VA. Помехоустойчивость некогерентного приёма сигнала с 4-ЧФРМ-1 в зависимости от параметра ограничения перебора (Q) для различных значений глубины ICI (D) при $f_dT = 0{,}3$ и $\langle E_{\rm b}/N_0\rangle = 18$ дБ (*а*). Сравнение помехоустойчивости когерентных демодуляторов сигналов с 4-ФМ, в которых используются алгоритмы RC-VA ($D = 2$, $Q = 3$) и VA ($D = 1$) с одинаковой сложностью, при $f_{\rm d}T = 0{,}05$ и $0{,}3$ (*б*)

На рис. 2 приведены результаты исследования помехоустойчивости демодулятора, в котором используется алгоритм Витерби с сокращённым перебором (RC-VA). Рисунок 2*а* демонстрирует, что для каждого значения глубины ICI (D) существует значение параметра ограничения перебора $Q^{(\rm opt)} = D + 1$, которое является оптимальным в том смысле, что при $Q < Q^{(\rm opt)}$ происходит резкое снижение помехоустойчивости, а при $Q \geq Q^{(\rm opt)}$ помехоустойчивость алгоритма RC-VA близка к помехоустойчивости «полного» алгоритма Витерби (VA) [19]. Проведённые исследования свидетельствуют об универсальности значения $Q^{(\rm opt)}$, т. к. оно одно и то же как при когерентном, так и некогерентном приёме сигнала и не зависит от скорости замираний и используемой модуляции. Поскольку алгоритм RC-VA при $Q = Q^{(\rm opt)}$ для заданного значения D имеет по сравнению с «полным» алгоритмом Витерби приблизительно в M^D раз меньшую вычислительную сложность, то этот выигрыш по вычислительной эффективности можно «поменять» на выигрыш по помехоустойчивости, если для алгоритма RC-VA использовать удвоенную глубину ICI. Рисунок 2*б* демонстрирует эту возможность на примере помехоустойчивости демодуляторов сигналов с 4-ФМ, в которых используются алгоритмы с приблизительно одинаковой сложностью. Результаты, представленные на рис. 2*б*, показывают, что выигрыш по помехоустойчивости для алгоритма RC-VA по сравнению с алгоритмом VA в этих условиях растёт с увеличением скорости замираний.

Моделирование поэлементных демодуляторов позволило установить интересный эффект. Он заключается в том, что для каждого значения параметра $D_{\rm tx}$, характеризующего уширение интервала обработки по принятым поднесущим и определяющего сложность этих демодуляторов, существует оптимальное значение $D^{(\rm opt)}$ используемой глубины ICI, при котором обеспечивается наилучшая помехоустойчивость. Установлено, что оптимальное значение $D^{(\rm opt)}$ не зависит от используемого алгоритма приёма сигнала. Более детальное исследование этого эффекта было проведено для алгоритмов с обратной связью по решению и сокращённым перебором (RC-DF-EA).

Сначала остановимся на стратегии выбора параметров ограничения перебора (Q) и уширения интервала обработки по принятым поднесущим ($D_{\rm tx}$) для демодуляторов с алгоритмом RC-DF-

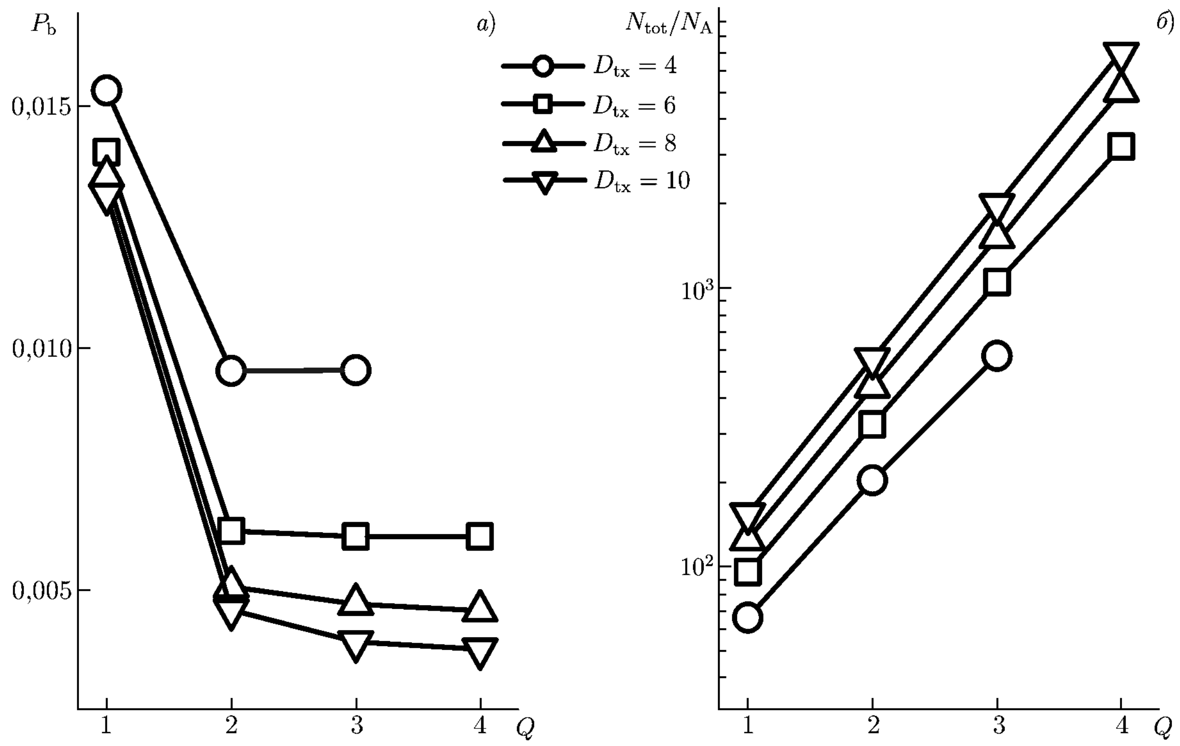

Рис. 3. Помехоустойчивость (*а*) и относительное число вычисляемых метрик (*б*) некогерентного демодулятора сигналов с 4-ОТФМ на основе алгоритма RC-DF-EA-2 в зависимости от параметров ограничения перебора (Q) и уширения интервала обработки по принятым поднесущим (D_{tx}) при $\langle E_b/N_0 \rangle = 18$ дБ и $f_d T = 0{,}3$. В демодуляторе для каждого D_{tx} используется оптимальное значение $D = D^{(opt)}$ глубины ICI

EA. Зависимости помехоустойчивости и числа вычисляемых метрик (N_{tot}) от этих параметров для некогерентного алгоритма RC-DF-EA-2 демодулятора сигналов с 4-ОТФМ представлены на рис. 3. Поскольку зависимость сложности алгоритма от Q степенная, а от D_{tx} — линейная, то для повышения помехоустойчивости демодуляторов с алгоритмом RC-DF-EA целесообразно использовать фиксированные значения $Q = 2$ или 3 и увеличивать значение параметра D_{tx}.

На рис. 4 представлены сводные результаты исследований, направленных на установление оптимального значения $D^{(opt)}$ используемой глубины ICI для поэлементных демодуляторов с когерентным правилом приёма для ФМ и некогерентным — для ЧФРМ-1 и ОТФМ. Приведённые на рис. 4*а* экспериментальные зависимости $D^{(opt)}$ от D_{tx} для демодуляторов сигналов с различными видами модуляции показывают, что значение $Q^{(opt)}$ слабо зависит от вида модуляции и совсем не зависит от позиционности модуляции. Более выраженной является зависимость величины $D^{(opt)}$ от скорости замираний. Так, все экспериментальные данные на рис. 4*а* для $f_d T = 0{,}3$ хорошо аппроксимируются прямой $D^{(opt)} = 3/4 D_{tx} - 1/2$, а для $f_d T = 0{,}1$ — прямой $D^{(opt)} = D_{tx}/2$. Представленные на рис. 4*б* кривые помехоустойчивости в зависимости от D_{tx} для поэлементных демодуляторов, в которых используется оптимальный выбор $D = D^{(opt)}$, демонстрируют, что увеличение этого параметра до значений $D_{tx} \geq 10$ существенно повышает помехоустойчивость при высоких скоростях замираний ($f_d T = 0{,}3$), а при более низких скоростях замираний ($f_d T = 0{,}1$) целесообразно ограничиться $D_{tx} \leq 8$.

Все представленные ниже результаты исследования относятся к поэлементным демодуляторам, в которых используется оптимальный выбор $D = D^{(opt)}$.

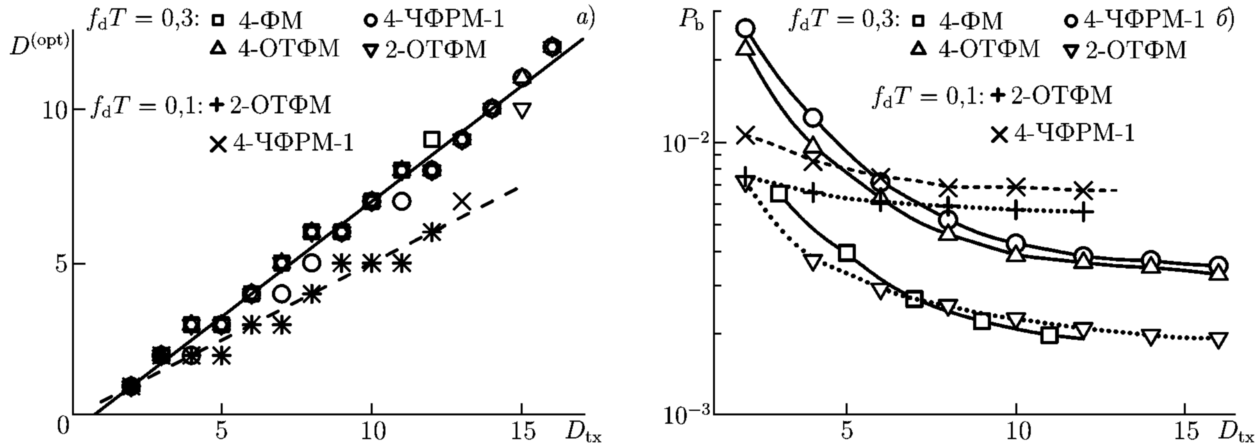

Рис. 4. Оптимальное значение $D^{(\mathrm{opt})}$ используемой глубины ICI (a) и помехоустойчивость при этом значении ($б$) в зависимости от уширения интервала обработки по принятым поднесущим D_tx для поэлементных демодуляторов сигналов с различными видами модуляции при $\langle E_\mathrm{b}/N_0\rangle = 18$ дБ и двух значениях скорости замираний. На панели (a) сплошная линия аппроксимирует все экспериментальные данные для скорости замираний $f_\mathrm{d}T = 0{,}3$, а штриховая линия — для $f_\mathrm{d}T = 0{,}1$

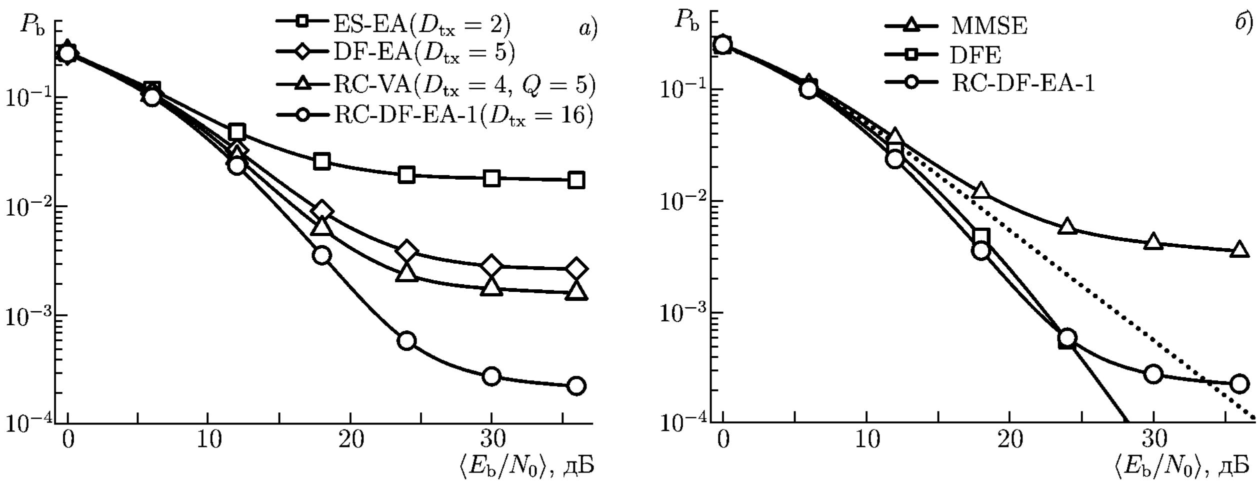

Рис. 5. Сравнение помехоустойчивости некогерентных демодуляторов сигналов с 4-ЧФРМ-1, параметры которых обеспечивают сравнимую вычислительную сложность, при $f_\mathrm{d}T = 0{,}3$. На панели (a) сравнение проводится между предложенными демодуляторами, а на панели ($б$) сопоставляются демодуляторы, в которых используется алгоритм RC-DF-EA-1 и эквалайзеры MMSE и DFE [4] с одинаковым значением глубины ICI $D = 12$. Пунктирной линией на панели ($б$) представлена помехоустойчивость некогерентного приёма сигнала 4-ЧФРМ-1 в однолучевом канале с общими релеевскими замираниями

Сравнение помехоустойчивости демодуляторов, в которых используются предложенные алгоритмы при приблизительно одинаковой вычислительной сложности, приводится на рис. 5a на примере некогерентных демодуляторов сигналов с 4-ЧФРМ-1. Оно показывает, что использование алгоритма RC-DF-EA при поэлементном приёме позволяет в результате увеличения интервала обработки за счёт вычислительной эффективности обеспечить выигрыш по помехоустойчивости не только по сравнению с остальными алгоритмами поэлементного приёма, но и по сравнению с приёмом в целом с использованием алгоритма RC-VA.

На рис. 5$б$ сравниваются помехоустойчивости некогерентного RC-DF-EA-1 демодулятора сиг-

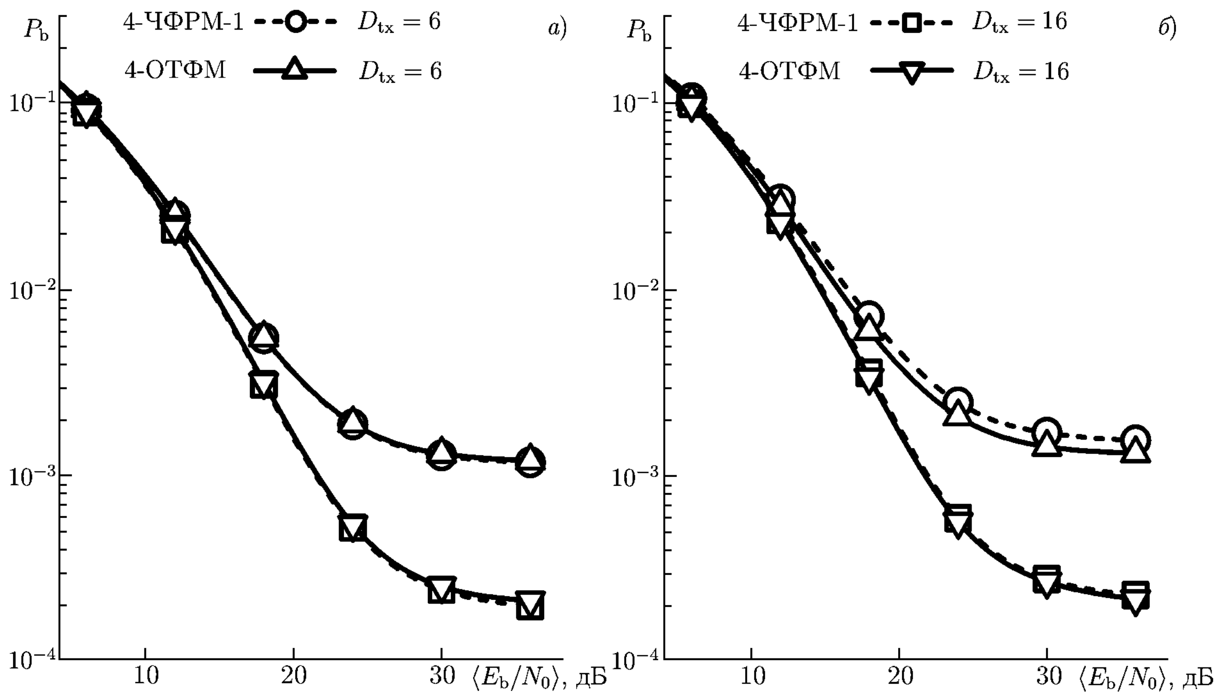

Рис. 6. Сравнение помехоустойчивости когерентных (*а*) и некогерентных (*б*) демодуляторов сигналов с 4-ЧФРМ-1 и 4-ОТФМ, в которых используются алгоритмы RC-DF-EA-1 и RC-DF-EA-2 соответственно, в зависимости от уширения интервала обработки по принятым поднесущим $D_{\rm tx}$ (см. обозначения на рисунке) при $f_{\rm d}T = 0{,}3$

налов с 4-ЧФРМ-1 и демодуляторов, в которых применяются эквалайзеры в частотной области, оптимальные по критерию минимума среднеквадратической ошибки (minimum mean-square error, MMSE). Первый демодулятор (обозначен «MMSE» на рис. 5*б*) использует оценки переданных поднесущих на выходе MMSE-эквалайзера и принимает решения в соответствии с оптимальным некогерентным правилом приёма сигналов с 4-ЧФРМ-1 на минимальном интервале обработки. Второй демодулятор («DFE» на рис. 5*б*) отличается от первого тем, что применяет эквалайзер с обратной связью по решению (decision feedback equalizer, DFE). Представленные результаты получены для MMSE- и DFE-демодуляторов, которые оценивают каждую из переданных поднесущих с использованием коэффициентов эквалайзера, вычисленных на основе прямоугольного участка канальной матрицы с размерами $(2D+1)\times(4D+1)$, а не $(2D+1)\times N$, как в работе [4]. При одинаковых значениях $D = 12$ это обеспечивает сопоставимую сложность DFE-демодулятора и демодулятора на основе алгоритма RC-DF-EA-1 с $D_{\rm tx} = 16$. Используя приведённую на рис. 5*б* кривую помехоустойчивости некогерентного приёма сигнала на минимальном интервале обработки в однолучевом канале с общими релеевскими замираниями ($f_{\rm d}T = 0$) в качестве ориентира, можно увидеть следующее. При $f_{\rm d}T = 0{,}3$ демодуляторы DFE и RC-DF-EA способны повысить помехоустойчивость за счёт использования разнесения во времени, обусловленного быстрыми замираниями, а MMSE-демодулятор нет. Несмотря на то, что при больши́х значениях ОСШ кривая помехоустойчивости демодулятора RC-DF-EA демонстрирует наличие несократимой вероятности ошибки, в практически значимом диапазоне ОСШ при $\langle E_{\rm b}/N_0\rangle \le 24$ дБ предложенный демодулятор RC-DF-EA имеет преимущество по помехоустойчивости и обеспечивает выигрыш по энергетике до 1 дБ относительно DFE-демодулятора.

На рис. 6–8 проведено сравнение помехоустойчивости приёма сигналов с различными видами

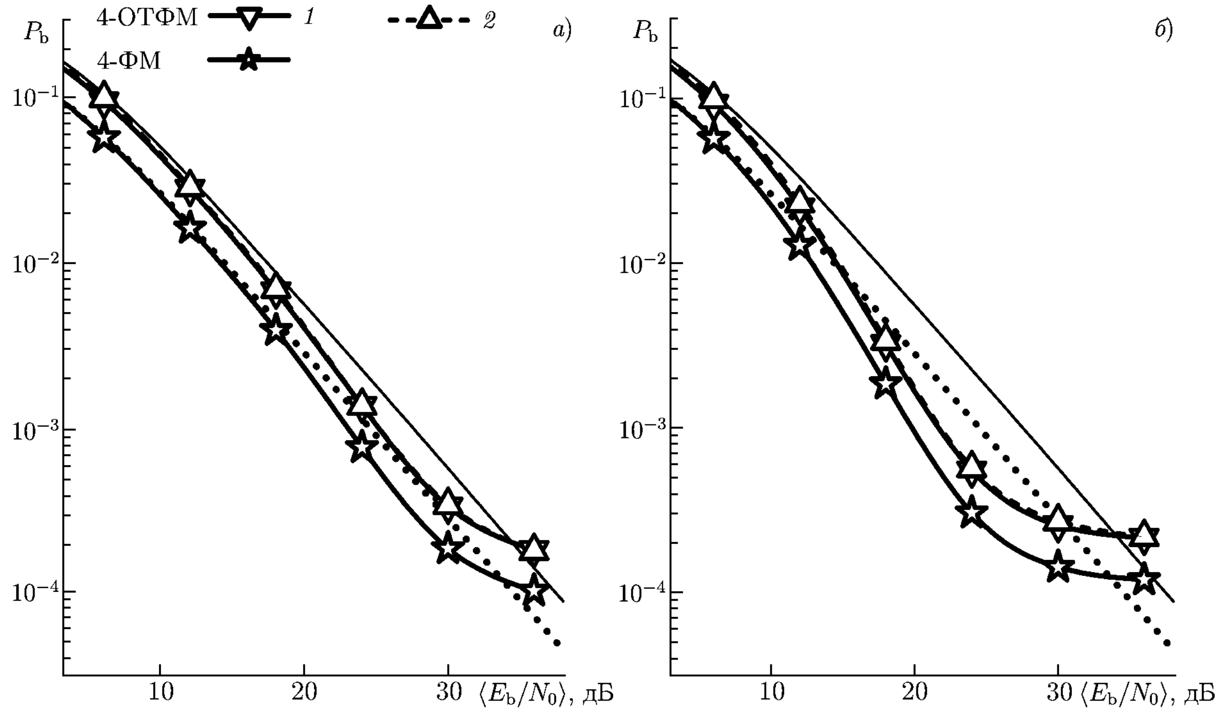

Рис. 7. Сравнение помехоустойчивости когерентного демодулятора RC-DF-EA-1 сигналов с 4-ФМ и демодуляторов сигналов с 4-ОТФМ, в которых используется алгоритм RC-DF-EA-2, с когерентным (*1*) и некогерентным (*2*) приёмом сигнала, при $f_\mathrm{d}T = 0{,}1$ (*а*) и $f_\mathrm{d}T = 0{,}3$ (*б*). В качестве ориентира приведены помехоустойчивости когерентного приёма 4-ФМ (пунктирная линия) и некогерентного приёма 4-ОТФМ (тонкая сплошная линия) в стационарном однолучевом канале с общими рэлеевскими замираниями

модуляции посредством когерентных и некогерентных демодуляторов на основе алгоритма RC-DF-EA.

Как показывает рис. 6*а*, помехоустойчивость когерентных демодуляторов для сигналов с 4-ЧФРМ-1 несколько выше, чем для сигналов с 4-ОТФМ. Однако этот выигрыш весьма незначителен. С другой стороны, как свидетельствуют рис. 6*б*, 4-ОТФМ выигрывает по помехоустойчивости у 4-ЧФРМ-1 при некогерентном приёме и достаточно малых интервалах обработки (малых значениях уширения D_tx). Однако с ростом интервала обработки этот выигрыш уменьшается и помехоустойчивости некогерентного приёма для 4-ОТФМ и 4-ЧФРМ-1 стремятся к помехоустойчивости когерентных демодуляторов для этих сигналов.

Анализ приведённых на рис. 7 результатов моделирования для демодуляторов сигналов с 4-ОТФМ показывает, что в окрестности точки $\langle E_\mathrm{b}/N_0\rangle \approx 18$ дБ при $f_\mathrm{d}T = 0{,}3$ и $D_\mathrm{tx} = 16$ некогерентный приём проигрывает когерентному около 0,2 дБ по энергетике, а при $f_\mathrm{d}T = 0{,}1$ и $D_\mathrm{tx} = 8$ этот проигрыш не превышает 0,1 дБ. Это означает, что достижение при некогерентном приёме помехоустойчивости когерентного приёма при более медленных замираниях осуществляется при меньших интервалах обработки, чем при более быстрых замираниях.

Рисунок 7 демонстрирует, что преимущество когерентного приёма 4-ФМ относительно некогерентного приёма 4-ОТФМ по вероятности ошибки практически не зависит от ОСШ для обоих значений скорости замираний так же, как и в однолучевом канале с общими замираниями. При этом, если выигрыш 4-ФМ по энергетике относительно 4-ОТФМ в однолучевом стационарном канале составляет 3,0 дБ, то в двухлучевом канале при $P_\mathrm{b} = 3\cdot 10^{-3}$ он уменьшается с ростом скорости замираний до 2,1 дБ при $f_\mathrm{d}T = 0{,}1$ и до 1,8 дБ при $f_\mathrm{d}T = 0{,}3$.

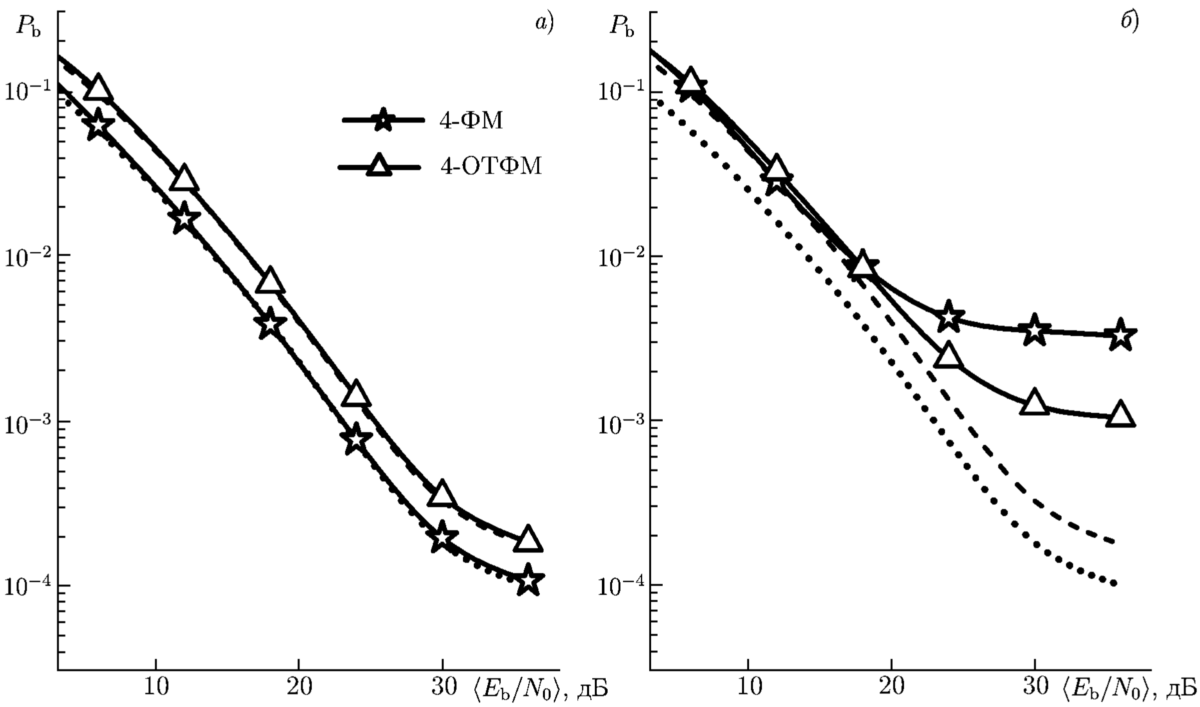

Рис. 8. Помехоустойчивость когерентного демодулятора RC-DF-EA-1 сигналов с 4-ФМ и некогерентного демодулятора RC-DF-EA-2 сигналов с 4-ОТФМ при $f_{\rm d}T = 0{,}1$ и использовании канальной матрицы, измеренной по тестовым OFDM-символам, в условиях синхронизации во времени с высокой (*а*) и низкой (*б*) точностью. В качестве ориентира приведены помехоустойчивости этих демодуляторов для 4-ФМ (пунктирная линия) и 4-ОТФМ (штриховая линия) при известной канальной матрице и идеальной синхронизации

На рис. 8 представлено сравнение помехоустойчивости когерентного приёма 4-ФМ и некогерентного приёма 4-ОТФМ при $f_{\rm d}T = 0{,}1$ в условиях реальной синхронизации во времени и использования измеренной канальной матрицы. Для синхронизации применялся слепой алгоритм [21], основанный на совместном использовании циклического префикса и виртуальных поднесущих и использующий вычисление решающей статистики по $N_{\rm sync}$ последовательным OFDM-символам. Для измерения канальной матрицы применялся оптимальный по критерию наименьших квадратов алгоритм оценивания параметров модели, которая описывает временнóе поведение импульсной характеристики канала в виде разложения по комплексному экспоненциальному базису с передискретизацией в частотной области [23]. В этом алгоритме канал оценивается по последовательности тестовых OFDM-символов, которые периодически вставляются между информационными символами, что отличается от работы MMSE-алгоритма из работы [22] только тем, что при этом не используется априорная информация о статистических характеристиках канала и шума. При высокой точности синхронизации, достигаемой на $N_{\rm sync} = 24$ OFDM-символах, точности оценивания канальной матрицы хватает для того, чтобы помехоустойчивость приёма 4-ФМ и 4-ОТФМ по сравнению с идеальными условиями практически не изменилась (см. рис. 8*а*). Ясно, что для того, чтобы синхронизатор был способен отслеживать изменение задержки по времени, необходимо использовать интервал обработки, который для ожидаемого максимального изменения задержки сигнала $\Delta\tau$ в канале на этом интервале обеспечивает выполнение неравенства $\Delta\tau < \tau_{\rm s}$. Если для удовлетворения этого требования уменьшить интервал обработки в синхронизаторе до $N_{\rm sync} = 10$ символов, то в условиях пониженной точности синхронизации и оценивания канала приём 4-ФМ практически полностью теряет своё преимущество перед некогерентным приёмом 4-ОТФМ, а при $\langle E_\mathrm{b}/N_0\rangle > 18$ дБ он начинает проигрывать последнему (см. рис. 8*б*).

Этот пример демонстрирует, что относительные виды модуляции и некогерентный приём, изобретённые изначально для того, чтобы использовать слепые методы синхронизации и не применять оценивание канала, в условиях ограниченной точности синхронизации и оценивания канала могут успешно конкурировать с абсолютными видами модуляции и когерентным приёмом.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе правила обобщённого максимального правдоподобия синтезированы решающие правила когерентного и некогерентного приёма OFDM-сигналов в каналах с рассеянием во времени и по частоте. Установлено, что, если интервал обработки включает в себя все принятые поднесущие OFDM-сигнала, то выведенные на основе указанного правила алгоритмы приёма в целом и алгоритмы поэлементного приёма эквивалентны. Показано, что известные методы некогерентного приёма на расширенном интервале обработки в простом канале с аддитивным белым гауссовым шумом являются частными случаями полученных алгоритмов.

С целью уменьшения вычислительной сложности разработаны пригодные для практической реализации алгоритмы когерентной и некогерентной демодуляции, в которых используется ограничение анализируемой глубины интерференции между поднесущими. Для приёма в целом предложено использование алгоритма Витерби с сокращённым перебором гипотез. Благодаря увеличению анализируемой глубины интерференции между поднесущими за счёт вычислительной эффективности, этот алгоритм превосходит по помехоустойчивости известный алгоритм Витерби с полным перебором. Для поэлементного приёма предложены алгоритмы демодуляции на конечных интервалах обработки, которые включают в себя принятые поднесущие, близлежащие к демодулируемым элементам сигнала. Среди поэлементных демодуляторов наименьшую вычислительную сложность имеет демодулятор RC-DF-EA, использующий обратную связь по решению и ограничение числа перебираемых вариантов.

На основе компьютерного моделирования проведено исследование помехоустойчивости предложенных алгоритмов при работе в двухлучевом рэлеевском канале с быстрыми замираниями. По результатам этого исследования проведена оптимизация параметров предложенных алгоритмов. Установлено, что наилучшей помехоустойчивостью среди исследованных алгоритмов приёма в целом и поэлементного приёма при сопоставимой сложности обработки обладает демодулятор RC-DF-EA. Это преимущество обеспечивается возможностью увеличения интервала обработки за счёт вычислительной эффективности. Более того, демодулятор RC-DF-EA в практически значимом диапазоне ОСШ превосходит по помехоустойчивости демодуляторы с эквалайзерами, демонстрируя эффективное использование разнесения во времени, обусловленного быстрыми замираниями. Для демодуляторов RC-DF-EA продемонстрировано, что при точном знании характеристик канала связи проигрыш по помехоустойчивости некогерентного приёма OFDM-сигналов с относительными видами фазовой модуляции относительно когерентного приёма с абсолютной фазовой модуляцией уменьшается с ростом скорости замираний. При ограниченной точности синхронизации и оценивания канала некогерентный приём сигналов с относительными видами фазовой модуляции может обладать преимуществом.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 13–07–97037-р_поволжье_а).

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Отказавшись от принципа причинности, справедливого при рассмотрении сигнала во временно́й области, линейную связь информационных фаз с фазами поднесущих можно представить в общей форме

$$\boldsymbol{\psi} = \tilde{\mathbf{A}}\boldsymbol{\theta} = \mathbf{A}\boldsymbol{\theta}^{(\mathrm{inf})} + \mathbf{A}^{(\mathrm{ini})}\boldsymbol{\theta}^{(\mathrm{ini})}, \tag{П1.1}$$

где $\tilde{\mathbf{A}} = (\mathbf{A}, \mathbf{A}^{(\mathrm{ini})})$ — матрица с размером $N_\mathrm{I} \times N_\mathrm{A}$, $\boldsymbol{\theta} = \left(\boldsymbol{\theta}^{(\mathrm{inf})\mathrm{T}}, \boldsymbol{\theta}^{(\mathrm{ini})\mathrm{T}}\right)^\mathrm{T}$, $\boldsymbol{\theta}^{(\mathrm{ini})}$ — вектор из $N_\mathrm{A} - N_\mathrm{I}$ фаз «инициализирующих поднесущих», $\boldsymbol{\theta}^{(\mathrm{inf})}$ — вектор из N_I фаз «информативных поднесущих», $\mathbf{A}^{(\mathrm{ini})}$ — матрица с размером $N_\mathrm{I} \times (N_\mathrm{A} - N_\mathrm{I})$. Для того, чтобы существовал алгоритм синтеза фаз информативных поднесущих

$$\boldsymbol{\theta}^{(\mathrm{inf})} = \mathbf{A}^{-1}(\boldsymbol{\psi} - \mathbf{A}^{(\mathrm{ini})}\boldsymbol{\theta}^{(\mathrm{ini})}), \tag{П1.2}$$

матрица $\mathbf{A}$ с размером $N_\mathrm{I} \times N_\mathrm{I}$ должна быть невырожденной. При ЧФРМ-j на матрицу $\tilde{\mathbf{A}}$ накладывается ряд дополнительных ограничений.

Для обобщённой ЧФРМ-1 $N_\mathrm{I} = N_\mathrm{A} - 1$, в каждой строке матрицы $\tilde{\mathbf{A}}$ содержится $N_\mathrm{E} = 2$ ненулевых элементов, эти элементы равны 1 и -1, и справедливо соотношение

$$\tilde{\mathbf{A}}\mathbf{1}_{N_\mathrm{A}} = \mathbf{0}_{N_\mathrm{A},1}, \tag{П1.3}$$

где $\mathbf{1}_n = (1, \ldots, 1)^\mathrm{T}$ — вектор из n единичных элементов. Ограничение (П1.3) обеспечивает инвариантность информационных фаз (П1.1) к общему фазовому повороту фаз поднесущих. Подкласс вариантов обобщённой ЧФРМ-1, для которых $\mathbf{A} = \mathbf{I}_{N_\mathrm{I}}$ и $\mathbf{A}^{(\mathrm{ini})} = -\mathbf{1}_{N_\mathrm{I}}$, характеризуется тем, что фаза θ_r инициализирующей поднесущей участвует в образовании всех информационных фаз

$$\psi_n = \{\theta_n - \theta_r, 0 \le n < r; \theta_{n+1} - \theta_r, r \le n \le N_\mathrm{I}\} \tag{П1.4}$$

и инициализирующая поднесущая является опорной. Поэтому этот подкласс можно назвать «ЧФРМ-1 с опорной поднесущей» (ОЧФРМ-1). Если фаза опорной поднесущей известна на принимающей стороне, то ОЧФРМ-1 — это фазовая модуляция с одной тестовой поднесущей.

Наиболее общим классом ЧФРМ-2 является ТФМ [14]. Этот класс в качестве разностей фаз 2-го порядка использует трифазы $\arg T(n_1, n_2, n_3)$ — фазы специального вида спектра 4-го порядка (триспектра) $T(n_1, n_2, n_3) = \langle d_{n_1} d_{n_2} d^*_{n_3} d^*_{n_1+n_2-n_3}\rangle$, где при детерминированных амплитудах поднесущих $|d_n|$ и заданных трифазах скобки статистического усреднения можно опустить. Трифазовая модуляция содержит все возможные способы выбора независимых трифаз для поднесущих OFDM-символа. Как показано в работе [14], максимальное число независимых трифаз равно величине $N_\mathrm{I} = N_\mathrm{A} - 2$, в строках матрицы $\tilde{\mathbf{A}}$ ненулевые элементы принимают значения $\{2, -1, -1\}$ или $\{1, 1, -1, -1\}$ и $N_\mathrm{E} = 4$. Для ТФМ кроме соотношения (П1.3) верна формула

$$\tilde{\mathbf{A}}\mathbf{f}_{N_\mathrm{A}} = \mathbf{0}_{N_\mathrm{A},1}, \tag{П1.5}$$

где $\mathbf{f}_n = (0, 1, \ldots, n-1)^\mathrm{T}$. Ограничение (П1.5) обеспечивает инвариантность трифаз к произвольному линейному сдвигу фаз поднесущих.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Таблица 1

Алгоритм демодуляции	Число вариантов $N_j^{(\ldots)}$, перебираемых на каждом шаге с номером j
VA	$\begin{cases} 1, \quad 0 \le j \le N_\mathrm{R}-1; \quad M^{j-N_\mathrm{R}+1}, N_\mathrm{R} \le j \le 2D+N_\mathrm{R}; \\ M^{2D+2}, 2D+N_\mathrm{R}+1 \le j \le N_\mathrm{A}-1; M^{2D+1}, N_\mathrm{A} \le j \le N_\mathrm{A}+2D-1 \end{cases}$
RC-VA	$\begin{cases} 1, \quad 0 \le j \le N_\mathrm{R}-1; \quad M^{j-N_\mathrm{R}+1}, N_\mathrm{R} \le j \le N_\mathrm{R}+Q-1; \\ M^{Q+1}, N_\mathrm{R}+Q \le j \le N_\mathrm{A}-1; M^{Q}, N_\mathrm{A} \le j \le N_\mathrm{A}+2D-1 \end{cases}$ $Q < 2D+1$
ES-EA-1	$\begin{cases} M^{j+N_\mathrm{E}-N_\mathrm{R}+D_\mathrm{tx}}, \quad 0 \le j \le N_\mathrm{R}+D_\mathrm{tx}-1; \\ M^{N_\mathrm{E}+2D_\mathrm{tx}}, \quad N_\mathrm{R}+D_\mathrm{tx} \le j \le \min(N_\mathrm{S}-1-D_\mathrm{tx}, N_\mathrm{S}-1); \\ M^{N_\mathrm{A}+D_\mathrm{tx}-j}, \quad N_\mathrm{S}-D_\mathrm{tx} \le j \le N_\mathrm{S}-1 \end{cases}$
ES-EA-2	$\begin{cases} M^{j+N_\mathrm{E}-N_\mathrm{R}+D_\mathrm{tx}}, \quad 0 \le j \le 2D_\mathrm{tx}; \\ M^{N_\mathrm{E}-N_\mathrm{R}+3D_\mathrm{tx}}, \quad D_\mathrm{tx}+1 \le j \le \min(N_\mathrm{S}-1-D_\mathrm{tx}, N_\mathrm{S}-1); \\ M^{N_\mathrm{S}-1+N_\mathrm{E}-N_\mathrm{R}+2D_\mathrm{tx}-j}, \quad N_\mathrm{S}-D_\mathrm{tx} \le j \le N_\mathrm{S}-1 \end{cases}$
DF-EA	$\begin{cases} M^{D_\mathrm{tx}+N_\mathrm{E}-N_\mathrm{R}}, j=0; M^{D_\mathrm{tx}+1}, 1 \le j \le \min(N_\mathrm{S}-1-D_\mathrm{tx}, N_\mathrm{S}-1); \\ M^{N_\mathrm{S}-j}, N_\mathrm{S}-D_\mathrm{tx} \le j \le N_\mathrm{S}-1 \end{cases}$
RC-DF-EA	$\begin{cases} M^{Q+1}(D_\mathrm{tx}+N_\mathrm{E}-N_\mathrm{R}-Q)+M(M^Q-1)/(M-1), j=0; \\ M^{Q+1}(D_\mathrm{tx}-Q+1)+M(M^Q-1)/(M-1), \\ 1 \le j \le \min(N_\mathrm{S}-1-D_\mathrm{tx}, N_\mathrm{S}-1); \\ M^{Q+1}(N_\mathrm{S}-j-Q)+M(M^Q-1)/(M-1)+M^Q(j+D_\mathrm{tx}+1-N_\mathrm{S}), \\ N_\mathrm{S}-D_\mathrm{tx} \le j \le \min(N_\mathrm{S}-1-Q, N_\mathrm{S}-1); \\ M(M^{N_\mathrm{S}-j}-1)/(M-1)+M^{N_\mathrm{S}-j}(j+D_\mathrm{tx}+1-N_\mathrm{S}), \\ N_\mathrm{S}-Q \le j \le N_\mathrm{S}-1 \end{cases}$ $0 < Q < D_\mathrm{tx}$

Таблица 2

Алгоритм демодуляции	Число метрик $N_\mathrm{tot}^{(\ldots)}$, вычисляемых на OFDM-символе
VA	$M^{2D+2}(N_\mathrm{A}-N_\mathrm{R}-2D-1)+M(M^{2D+1}-1)/(M-1)+2DM^{2D+1}+N_\mathrm{R}$
RC-VA	$M^{Q+1}(N_\mathrm{A}-N_\mathrm{R}-Q)+M(M^Q-1)/(M-1)+2DM^Q+N_\mathrm{R},$ $Q < 2D+1$
ES-EA-1	$M^{N_\mathrm{E}+2D_\mathrm{tx}}(N_\mathrm{S}-N_\mathrm{R}-2D_\mathrm{tx})+M^{D_\mathrm{tx}+N_\mathrm{E}}(2M^{D_\mathrm{tx}}-M^{-N_\mathrm{R}}-1)/(M-1)$
ES-EA-2	$M^{3D_\mathrm{tx}+N_\mathrm{E}-N_\mathrm{R}}(N_\mathrm{S}-1-3D_\mathrm{tx})+$ $+[M^{3D_\mathrm{tx}+N_\mathrm{E}-N_\mathrm{R}}(M+1)-M^{D_\mathrm{tx}+N_\mathrm{E}-N_\mathrm{R}}(M^{D_\mathrm{tx}}+1)]/(M-1)$
DF-EA	$M^{D_\mathrm{tx}+1}(N_\mathrm{S}-1-D_\mathrm{tx}+M^{N_\mathrm{E}N_\mathrm{R}-1})+M(M^{D_\mathrm{tx}}-1)/(M-1)$
RC-DF-EA	$M^{Q+1}\{(D_\mathrm{tx}-Q+1)[N_\mathrm{S}-(D_\mathrm{tx}+Q)/2]+N_\mathrm{E}-N_\mathrm{R}-1\}+$ $+1/2M^Q(D_\mathrm{tx}-Q+1)(D_\mathrm{tx}-Q)+$ $+M(N_\mathrm{S}+D_{tx}-2Q)(M^Q-1)/(M-1)+2M[M(M^Q-1)-$ $-Q(M-1)]/(M-1)^2,$ $0 < Q < D_\mathrm{tx}$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Rohling H. OFDM: concepts for future communication systems. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2011. 266 p.
2. Wang T., Proakis J. G., Masry E., et al. // IEEE Trans. Wireless Commun. 2006. V. 5, No. 6. P. 1 422.
3. Choi Y.-S., Peter J. V., Frank A. C. // IEEE Trans. Commun. 2001. V. 49, No. 8. P. 1 375.
4. Cai X., Giannakis G. B. // IEEE Trans. Commun. 2003. V. 51, No. 12. P. 2 047.
5. Rugini L., Banelli P., Leus G. // IEEE Commun. Lett. 2005. V. 9, № 7. P. 619.
6. Molisch A. F., Toeltsch M., Vermani S. // IEEE Trans. Veh. Technol. 2007. V. 56, No. 4. P. 2 158.
7. Кловский Д. Д. Передача дискретных сообщений по радиоканалам. М.: Радио и связь, 1982. 304 с.
8. Николаев Б. И. Последовательная передача дискретных сообщений по каналам с памятью. М.: Радио и связь, 1988. 264 с.
9. Хабаров Е. О. // Электросвязь. 2008. № 5. С. 50.
10. Окунев Ю. Б. Цифровая передача информации фазомодулированными сигналами. М.: Радио и связь, 1991. 296 с.
11. Simon M. K., Divsalar D. // IEEE Trans. Commun. 1992. V. 40, No. 2. P. 278.
12. Gini F., Giannakis G. B. // IEEE Trans. Signal Processing. 1998. V. 46, No. 11. P. 2 967.
13. Dehghani M. J. // EURASIP J. Wireless Commun. Networking. 2006. V. 2006, No. 2. P. 6.
14. Бочков Г. Н., Горохов К. В., Колобков А. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2010. Т. 53, № 8. С. 543.
15. Zhong K., Tjhung T. T., Adachi F. // IEEE Trans. Commun. 2004. V. 52, No. 4. P. 584.
16. Коржик В. И., Финк Л. М., Щелкунов К. Н. Расчёт помехоустойчивости систем передачи дискретных сообщений: Справочник. М.: Радио и связь, 1981. 232 с.
17. Divsalar D., Simon M. K. // IEEE Trans. Commun. 1990. V. 38, No. 3. P. 300.
18. Окунев Ю. Б. // Радиотехника. 1996. № 11. С. 64.
19. Ohno S. // Proc. IEEE Int. Conf. Acoust. Speech Signal Process (ICASSP-05). 2005. V. 3. P. 849.
20. Watterson C. C., Juroshek J. R., Bensema W. D. // IEEE Trans. Commun. Techn. 1970. V. 18, No. 6. P. 792.
21. Бочков Г. Н., Горохов К. В., Колобков А. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2013. Т. 56, № 3. С. 184.
22. Cui T., Tellambura C., Wu Y. // IEEE Int. Conf. Commun. (ICC). 2005. V. 3. P. 1 980.

Поступила в редакцию 11 декабря 2014 г.; принята в печать 16 июня 2015 г.

DEMODULATION ALGORITHMS FOR THE OFDM SIGNALS IN THE TIME- AND FREQUENCY-SCATTERING CHANNELS

G. N. Bochkov, K. V. Gorokhov, and A. V. Kolobkov

The method based on the rule of the generalized maximum likelihood is considered for solving the problem of the OFDM-signal receiving in the time- and frequency-scattering channels. The coherent and incoherent demodulators effectively using the time scattering due to the fast fading of the signal are developed. Using computer simulation, we performed the comparative analysis of the proposed algorithms and the well-known signal-receiving algorithms with equalizers. The proposed symbol-by-symbol detector with a decision feedback and restriction of the number of the searched variants is shown to have the best bit-error-rate performance. It is shown that under the conditions of the limited accuracy of estimating the communication-channel parameters, the incoherent OFDM-signal demodulators with the relative phase-shift keying types can ensure a better bit-error-rate performance compared with the coherent OFDM-signal demodulators with absolute phase-shift keying.