

УДК 550.388.2

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ПОПЕРЕЧНЫХ СМЕЩЕНИЙ ДЛЯ РАСЧЁТА КОРТКОВОЛНОВЫХ РАДИОТРАСС. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

И. А. Носиков^{1*}, *П. Ф. Бессараб*^{2,3,4}, *М. В. Клименко*^{1,5}

¹ Балтийский федеральный университет им. И. Канта, г. Калининград, Россия

² Королевский технологический институт, г. Стокгольм, Швеция

³ Санкт-Петербургский госуниверситет, г. Санкт-Петербург, Россия

⁴ Университет Исландии, г. Рейкьявик, Исландия

⁵ Западное отделение Института земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н. В. Пушкова РАН, г. Калининград, Россия

Приведены основные положения метода поперечных смещений для расчёта коротковолновых радиотрасс. В его основе лежит вариационный принцип для функционала оптической длины радиолуча, однако он не сводится к решению уравнений Эйлера—Лагранжа. Вместо этого начальное приближение траектории, задаваемое упорядоченным набором точек, последовательно трансформируется в лучевую траекторию, причём её начальная и конечная точки на протяжении всего итерационного процесса остаются закреплёнными в соответствии с положениями передатчика и приёмника радиоволны. Приводится сравнение результатов расчёта радиотрасс методом поперечных смещений с известными аналитическими решениями. Показано, что использование в процедуре оптимизации только поперечных смещений радиолуча играет важную роль для корректного расчёта радиотрасс.

ВВЕДЕНИЕ

К настоящему времени в интерпретации некоторых особенностей ионограмм вертикального и наклонного зондирования ионосферы ещё остаются вопросы. Причины этого заключаются в отсутствии полной и достоверной информации о трёхмерном распределении параметров ионосферы (среды распространения радиоволн) и сложностях, возникающих при решении задачи о расчёте коротковолновых радиотрасс с заданными точками излучения и приёма. Данная работа посвящена проведению такого расчёта.

В исходной волновой задаче ищется поле электромагнитной волны как функция координат. Аналогично строится решение с помощью метода нормальных волн [1, 2]. Наряду с волновым подходом к решению задачи о распространении коротких радиоволн в ионосфере используются метод канонического оператора Маслова [3] и более наглядное для интерпретации экспериментальных данных приближение геометрической оптики [4]. Метод численного решения задачи Коши с начальными условиями для нахождения поля волны в приближении геометрической оптики, когда положение точки приёма не закреплено, был предложен в работе [5] и стал основой многих моделей распространения коротких радиоволн [6–9]. Данные модели широко используются для описания распространения радиоволн в ионосфере [10–13]. Однако с точки зрения практических приложений особенно важной представляется проблема расчёта траектории радиолуча с заданными координатами точек излучения и приёма. Эта задача является краевой и намного более сложной, чем задача Коши.

Можно выделить два принципиальных подхода к расчёту радиотрасс с зафиксированными начальной и конечной точками. Наиболее популярным является метод «стрельбы», в котором

* igor.nosikov@gmail.com

осуществляется выбор направления излучения радиоволны с последующим построением лучевой траектории. Если луч не попадает в точку приёма, то необходимо изменить начальные условия и перестроить радиотрассу. Этот процесс необходимо повторять до тех пор, пока траектория радиолуча не пройдёт в требуемой близости от точки приёма. Этот метод широко применяется на практике при описании распространения радиоволн, в частности для интерпретации реально наблюдавшихся ионограмм [14–19].

Однако метод стрельбы имеет и недостатки. Во-первых, в его рамках необходимо многократно выполнять построение радиотрасс, что приводит к значительным вычислительным затратам. Во-вторых, применение метода стрельбы в случае трёхмерно-неоднородной ионосферы усложняется, поскольку требует поиска двух параметров, определяющих направление радиолуча. Процедура вычисления этих параметров сильно зависит от выбора начального приближения и, вообще говоря, не всегда сходится [20]. Вследствие этого в теории распространения радиоволн представляет интерес разработка альтернативных методов решения граничных задач.

В данной работе предлагается подход, основанный на применении вариационного принципа к функционалу оптической длины пути радиолуча напрямую, без необходимости решать уравнения Эйлера—Лагранжа. Его идея заключается в том, что некая первоначально заданная кривая последовательно трансформируется в лучевую траекторию, причём её начальная и конечная точка на протяжении всего процесса оптимизации зафиксированы в соответствии с граничными условиями. Важным достоинством такого подхода по сравнению с методом стрельбы является автоматическое выполнение граничных условий для радиотрассы: начальная и конечная точки по определению совпадают с положением источника и приёмника радиоволны соответственно. Варианты такого метода последовательных трансформаций известны в различных областях науки, где необходимо находить формы траекторий с закреплёнными точками. В сейсмологии широко применяется метод «изгибания» луча для расчёта траекторий звуковых волн в земной коре [21, 22]. В химии и физике твёрдого тела активно применяется метод «подталкивания упругой нити» [23] для поиска оптимальных механизмов протекания химических реакций [24, 25], магнитных переходов [26] и других активационных процессов в многомерном пространстве параметров, задающих конфигурацию системы. В задачах распространения радиоволн подобные методы практически не применялись. В единственной работе на эту тему [27] предлагается вариант прямого вариационного метода, который, однако, не применим для расчёта сильно искривлённых радиотрасс. В частности, в ней явно использовалась однозначная зависимость вертикальной координаты радиолуча от горизонтальной, что существенно ограничивает область применимости метода: например, он не позволяет моделировать самопересекающиеся трассы или трассы с немонотонным изменением горизонтальной координаты. В данной работе мы предлагаем формулировку прямого вариационного метода для расчёта радиотрасс в приближении геометрической оптики, в которой используются особенности метода изгибания, применяемого в сейсмологии, и метод подталкивания упругой нити, применяемый в химии.

1. МЕТОД ПОПЕРЕЧНЫХ СМЕЩЕНИЙ

Законы геометрической оптики основаны на принципе Ферма, согласно которому траектория луча соответствует экстремуму (минимуму) функционала оптической длины пути

$$S[\gamma] = \int_A^B n(\mathbf{r}) dl. \quad (1)$$

Здесь интегрирование проводится вдоль лучевой траектории γ , которая соединяет точки A и B , $n(\mathbf{r})$ — показатель преломления в точке $\mathbf{r} = (x, y, z)$, лежащей на кривой γ , и dl — элемент длины вдоль γ . Варьируя функционал $S[\gamma]$, можно получить дифференциальные уравнения Эйлера—Лагранжа, описывающие траекторию радиолуча. Далее задача сводится к решению этих уравнений, дополненных граничными условиями. Стандартным методом здесь является метод стрельбы, об ограничениях которого было сказано выше.

Лучевую траекторию можно получить и другим способом. Представим непрерывную кривую γ в виде ломаной, соединяющей N точек в пространстве. Дискретным представлением γ является упорядоченный набор этих точек $\gamma = [\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N]$, первая и последняя из которых закреплены и совпадают с положением передатчика A и приёмника B . Такая параметризация не налагает никаких ограничений на кривую γ , в отличие от подхода, изложенного в статье [27], где вертикальная координата точки вдоль траектории радиотрассы предполагалась однозначной функцией горизонтальной координаты. В результате функционал $S[\gamma]$ становится многомерной функцией векторов $\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N$. Применяя к интегралу (1) метод трапеций, имеем

$$S[\gamma] \approx S(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-1} (n_i + n_{i+1}) |\mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_i|, \quad (2)$$

где $n_i = n(\mathbf{r}_i)$. Поскольку положение первой и последней точки зафиксировано, задача о нахождении траектории радиолуча сводится к поиску минимума функции $S(\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_A, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N = \mathbf{r}_B)$ в многомерном пространстве конфигурационных параметров — координат точек $\mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_{N-1}$.

Многие численные методы поиска минимума многомерной функции основаны на вычислении антиградиента целевой функции

$$\mathbf{F} = -\nabla S = (\mathbf{F}^2, \mathbf{F}^3, \dots, \mathbf{F}^{N-1}). \quad (3)$$

В данном случае i -я компонента антиградиента \mathbf{F}^i имеет смысл силы, действующей на i -ю точку в цепочке:

$$\mathbf{F}^i = -\frac{\partial S}{\partial \mathbf{r}_i}, \quad (4)$$

где $i = 2, \dots, N-1$. Эти силы стремятся выстроить точки вдоль искомой траектории распространения радиоволны. Как показано в работе [23], минимум функционала S соответствует равенству нулю всех сил \mathbf{F}^i . Однако при минимизации сил, определённых по формуле (4), может возникнуть проблема, связанная с дискретным представлением кривой γ . Минимум функции S может соответствовать сильно неравномерному распределению точек, когда существует несколько центров их локализации, между которыми плотность точек крайне мала. В результате информация о траектории в некоторых важных областях может быть потеряна [21, 22]. Пример такой радиотрассы будет рассмотрен ниже. Данную проблему можно решить проецированием силы на перпендикулярную к кривой γ плоскость, как это предложено в методе «подталкивания упругой нити» [23]. Согласно этому методу, сила \mathbf{F} должна быть заменена на силу \mathbf{F}_\perp , каждая компонента которой \mathbf{F}_\perp^i определена по следующей формуле:

$$\mathbf{F}_\perp^i = \mathbf{F}^i - (\mathbf{F}^i \boldsymbol{\tau}_i) \boldsymbol{\tau}_i, \quad (5)$$

где $\boldsymbol{\tau}_i$ — единичный вектор касательной к кривой γ . Вектор $\boldsymbol{\tau}_i$ можно оценить по положению соседних точек в цепочке, задающей дискретное представление γ :

$$\boldsymbol{\tau}_i = \frac{\mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_{i-1}}{|\mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_{i-1}|}. \quad (6)$$

Именно силу \mathbf{F}_\perp нужно использовать в процедуре минимизации функции S . Как видно из определения, сила \mathbf{F}_\perp отвечает за поперечные смещения точек. Для поиска траектории γ важны только такие смещения, поскольку продольные смещения точек не влияют на положение траектории γ в пространстве. В результате распределение точек вдоль траектории можно контролировать.

Для минимизации силы \mathbf{F}_\perp использовалась оптимизация методом проецирования скорости (velocity projection optimization) [28, 29], которая является вариантом моделирования классической динамической системы с трением, где эффекты диссипации воспроизводятся при помощи проецирования скорости на направление силы. Достоинствами такой оптимизации являются простота её реализации и высокая степень надёжности. Как и все градиентные методы, эта процедура сходится к тому решению, которое расположено ближе всего к начальному приближению. Если же решений несколько (а такие случаи известны в задачах распространения радиоволн), то необходимо организовать выборку начальных приближений. Наконец, если решения граничной задачи по тем или иным причинам не существует (это означает либо отсутствие минимума функционала оптической длины пути, либо расположение этого минимума в недостижимых областях пространства: на бесконечности, внутри Земной коры и т. д.), то процедура такой оптимизации либо не будет сходиться, либо будет неустойчивой относительно увеличения числа точек вдоль траектории радиолуча.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЁТОВ

2.1. Апробация метода в простейших средах

Описанный в предыдущем разделе метод был протестирован на задаче о распространении электромагнитной волны между двумя фиксированными точками в среде, где показатель преломления зависит только от высоты и задаётся функцией вида

$$n(y) = \sqrt{e_m + e_2(y - y_m)^2}. \quad (7)$$

Здесь e_m , e_2 и y_m — параметры, для которых были выбраны следующие значения: $e_m = 0,5$, $e_2 = 1,0$, $y_m = 1,0$ (все величины, определяющие пространственные размеры, приводятся в условных единицах). Для данной задачи известно аналитическое решение [3], которое позволяет контролировать точность расчётов.

Оптимальное положение цепочки точек, задающих дискретное представление искомой радиотрассы, в данном случае можно получить на основе прямой минимизации функционала оптической длины пути без использования процедуры проецирования сил. Результаты этих расчётов представлены на рис. 1. Увеличение числа точек повышает точность расчётов. Важным достоинством прямого вариационного метода является то, что в нём автоматически выполняются граничные условия для радиотрассы: начальная и конечная точки по определению совпадают с положением передатчика и приёмника радиоволны соответственно. Положение передатчика и приёмника можно задавать произвольным образом. Рисунок 1 показывает возможности данного метода для расчёта радиотрасс Земля—ионосфера—Земля и Земля—спутник.

Рисунок 2 демонстрирует, как проецирование сил по формуле (5) влияет на результат оптимизации положения 27 точек при расчёте радиотрассы, начальная и конечная точки которой находятся на поверхности Земли. Распределение точек, полученное в результате минимизации сил (4), не зависит от начальных условий (см. рис. 2а, б). Если же в процедуре оптимизации использовать только поперечные компоненты сил (см. формулу (5)), то смещения точек вдоль

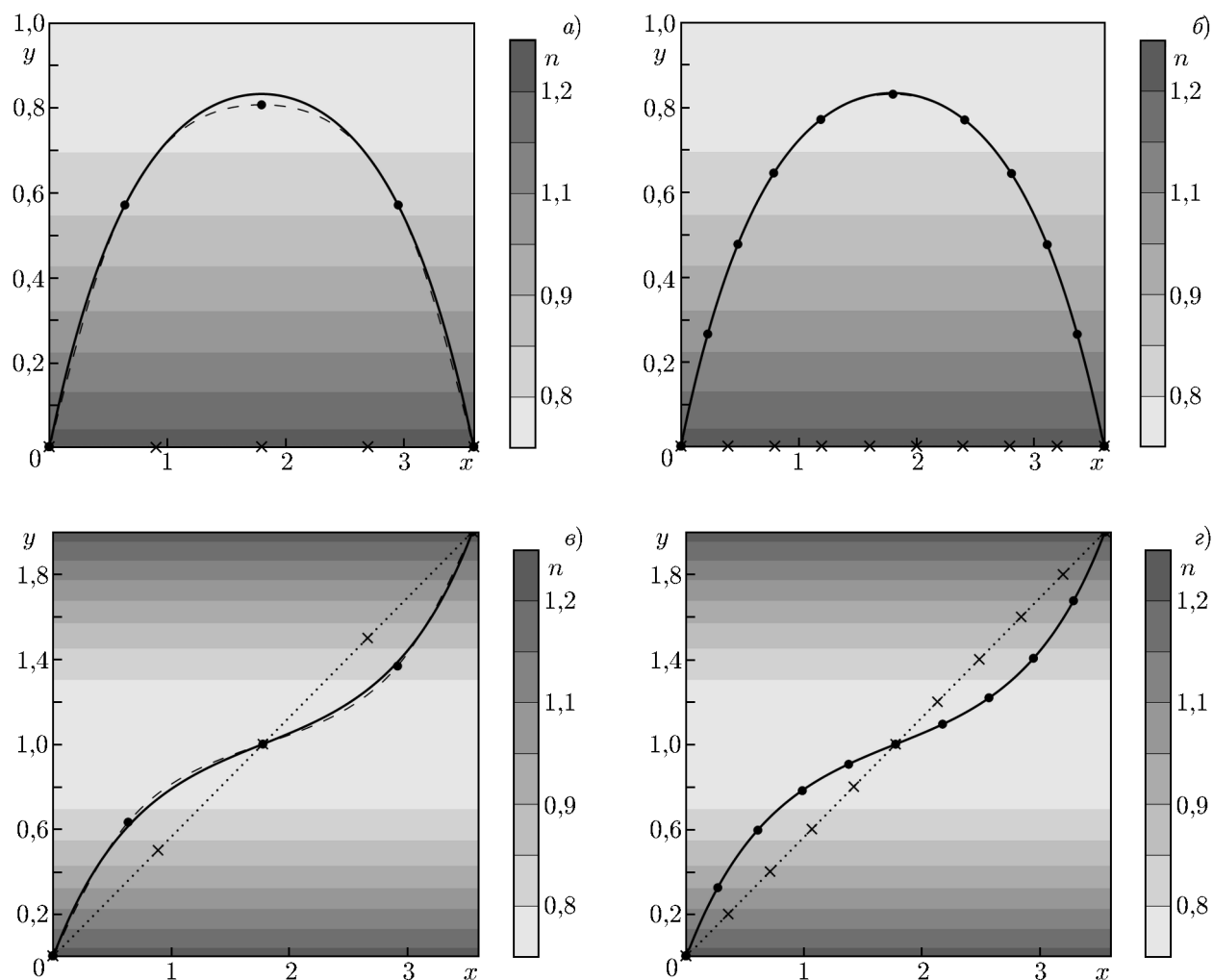


Рис. 1. Результаты расчётов радиотрасс, полученных путём прямой минимизации оптической длины пути радиолуча (без проецирования сил) для отражённой (*а, б*) и уходящей в ионосферу (*в, г*) волн с заданием 5 (*а, в*) и 11 (*б, г*) точек. Радиотрассы построены на фоне изолиний показателя преломления. Аналитическое решение показано чёрной сплошной кривой, численное решение — чёрными кружками, соединёнными штриховой линией (полученной с помощью интерполяции), начальные приближения — крестиками, соединёнными пунктирной линией

траектории будут «заморожены», в результате чего их итоговое распределение зависит от начальных условий. В данном случае это не влияет на положение искомой траектории радиолуча, которая в обоих представленных случаях совпадает с аналитическим решением (см. рис. 2в, г).

Сравнение оценок сходимости прямого вариационного метода (без проецирования) и метода «поперечных смещений» (с проецированием сил) представлено в табл. 1. Число итераций и время расчёта определяют вычислительные затраты, а оценка точности проводилась по значению функционала оптической длины пути для найденного решения при известном значении этого функционала для аналитического решения. Серии расчётов с различным количеством точек показали, что процедура проецирования сил позволяет значительно сократить время расчётов и число итераций при незначительном изменении точности расчёта функционала оптической длины пути луча. Это доказывает обоснованность использования процедуры проецирования сил.

Метод поперечных смещений не всегда приводит к удовлетворительным результатам. Возмож-

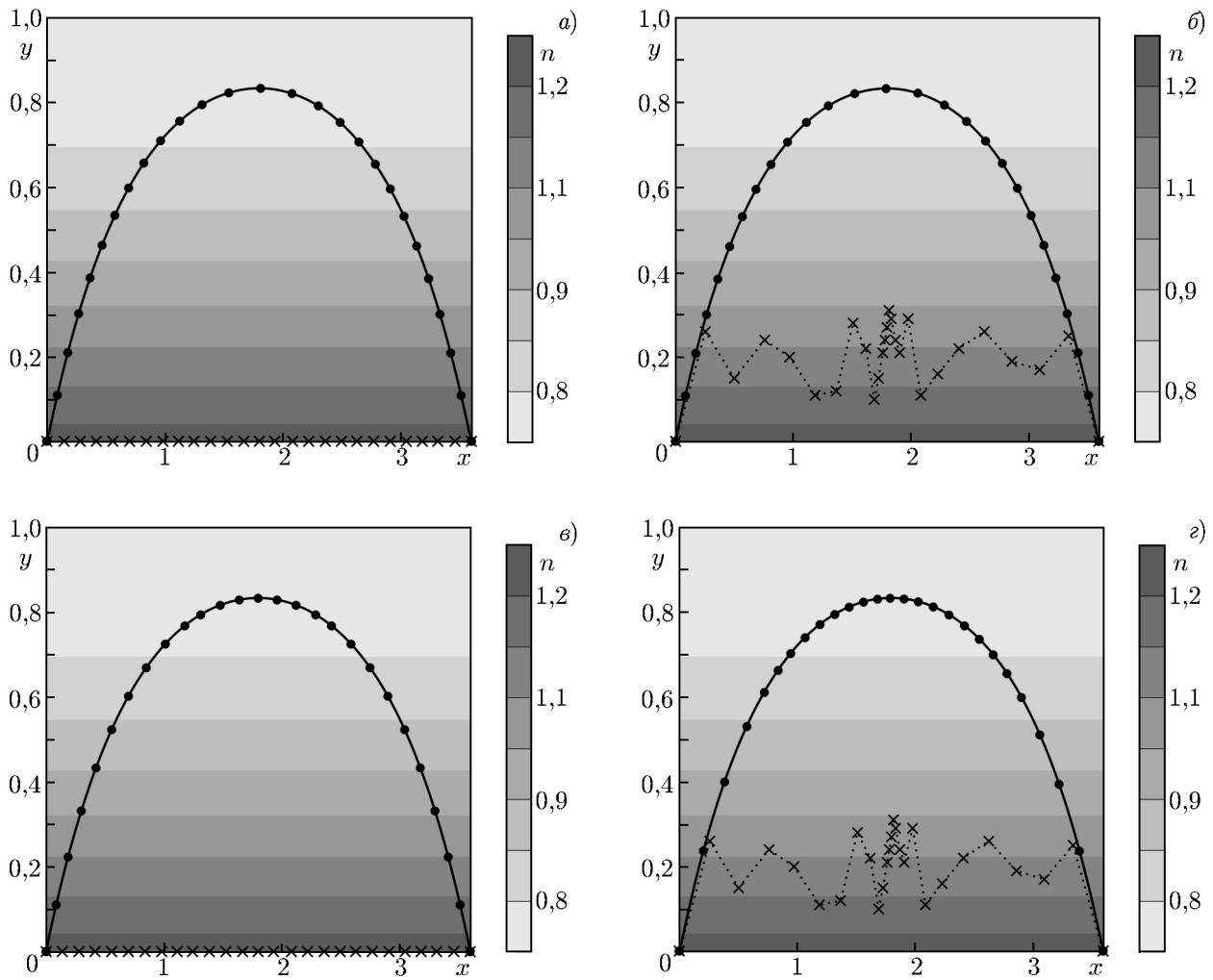


Рис. 2. Результаты расчётов, полученные путём прямой минимизации оптической длины пути радиолуча (без проецирования сил, *a, б*) и методом поперечных смещений (с проецированием сил, *в, г*) при равномерном (*a, в*) и произвольном (*б, г*) распределении 27 точек в начальном приближении. Обозначения те же, что и на рис. 1

Таблица 1. Результаты расчётов с использованием прямого вариационного метода (I) и метода поперечных смещений (II). Оптическая длина пути аналитического решения $S = 3,52539$

число точек	время, с		число итераций		оптическая длина пути		отклонение от аналитического решения, $10^{-1} \%$	
	I	II	I	II	I	II	I	II
5	0,8	0,5	35	37	3,52824	3,53139	0,81	1,70
10	12,6	0,9	997	51	3,52557	3,52568	0,05	0,08
15	67,7	1,9	4382	112	3,52546	3,52548	0,02	0,02
20	207,8	2,3	12871	136	3,52544	3,52544	0,01	0,01

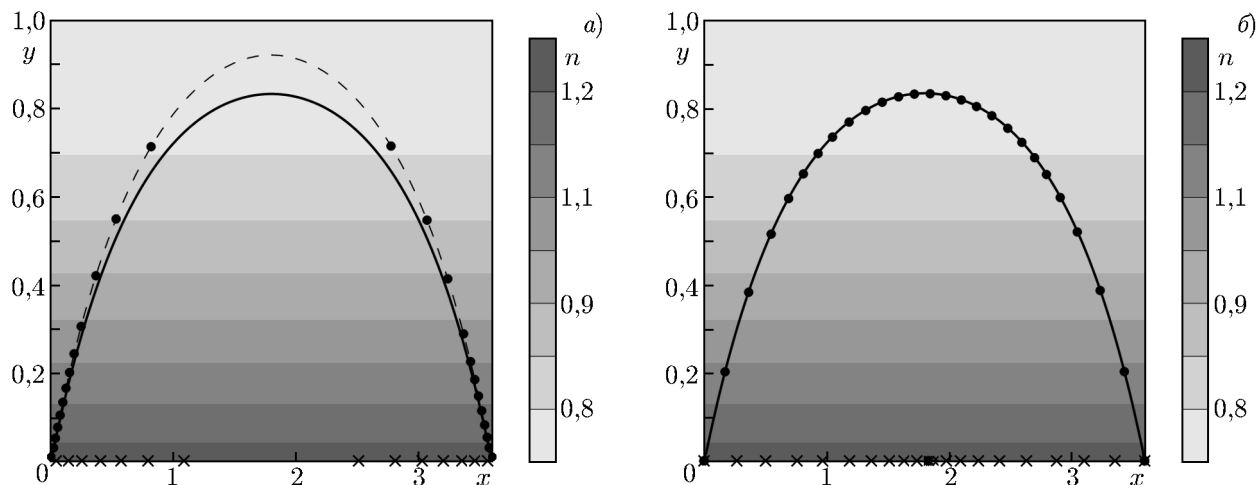


Рис. 3. Результаты расчётов, полученные методом поперечных смещений (с проецированием сил) при различном задании начального приближения и одинаковом количестве точек, равном 27. Обозначения те же, что и на рис. 1

ны ситуации, когда итоговое распределение точек сильно разрежено в областях значительной искривлённости лучевой траектории. В результате информация о траектории в этих важных областях может быть потеряна. Пример такого случая изображён на рис. 3а. Начальное распределение точек выбрано таким образом, что в результате их поперечного смещения в области отражения радиоволны точки отсутствуют. При этом имеются значительные отклонения расчётных точек от аналитического решения. Эти отклонения объясняются тем, что корректность генерации поперечных смещений точки зависит от точности расчёта касательной к траектории в этой точке. Касательная к траектории, в свою очередь, оценивается методом конечных разностей по положению соседних точек (см. формулу (6)). Очевидно, что для обеспечения приемлемой точности необходимо иметь достаточную плотность точек на каждом участке радиотрассы. Однако плотностью распределения точек можно управлять, поскольку поперечные трансформации цепочки точек не влияют на расположение точек вдоль траектории. В частности, изменяя начальные условия, можно добиться необходимой плотности точек, в результате чего их итоговое распределение корректно описывает радиотрассу (см. рис. 3б). В дальнейшем планируется самосогласованно регулировать плотность распределения точек в зависимости от локальной кривизны траектории на каждом шаге процедуры оптимизации. Это можно реализовать путём введения фиктивных сил взаимодействия между точками. Предполагается развитие этого подхода непосредственно при решении задач о построении реальных радиотрасс в сложных неоднородных средах.

Возможность управления распределением точек при использовании метода поперечных смещений позволяет определить траекторию даже в тех случаях, когда прямая минимизация функционала оптической длины (без проецирования сил) не позволяет найти решение. Пример такого случая был рассмотрен в работе [22] при расчёте трасс сейсмических волн в среде, где показатель преломления задавался формулой $n(y) = 2500 / [(y - 50)^2 + 2500]$. Данный случай является аналогом радиотрассы, проходящей в ионосфере между двумя минимумами коэффициента преломления (например, между максимумами электронной концентрации ионосферных слоёв F_1 и F_2). Аналитического решения для радиотрассы в среде с таким показателем преломления не существует. Поэтому, чтобы контролировать точность расчётов, мы построили численное решение с заданным направлением радиолуча (задача Коши) и использовали конечную точку полученной радиотрассы в качестве входного параметра для нашего метода. Результаты показаны на

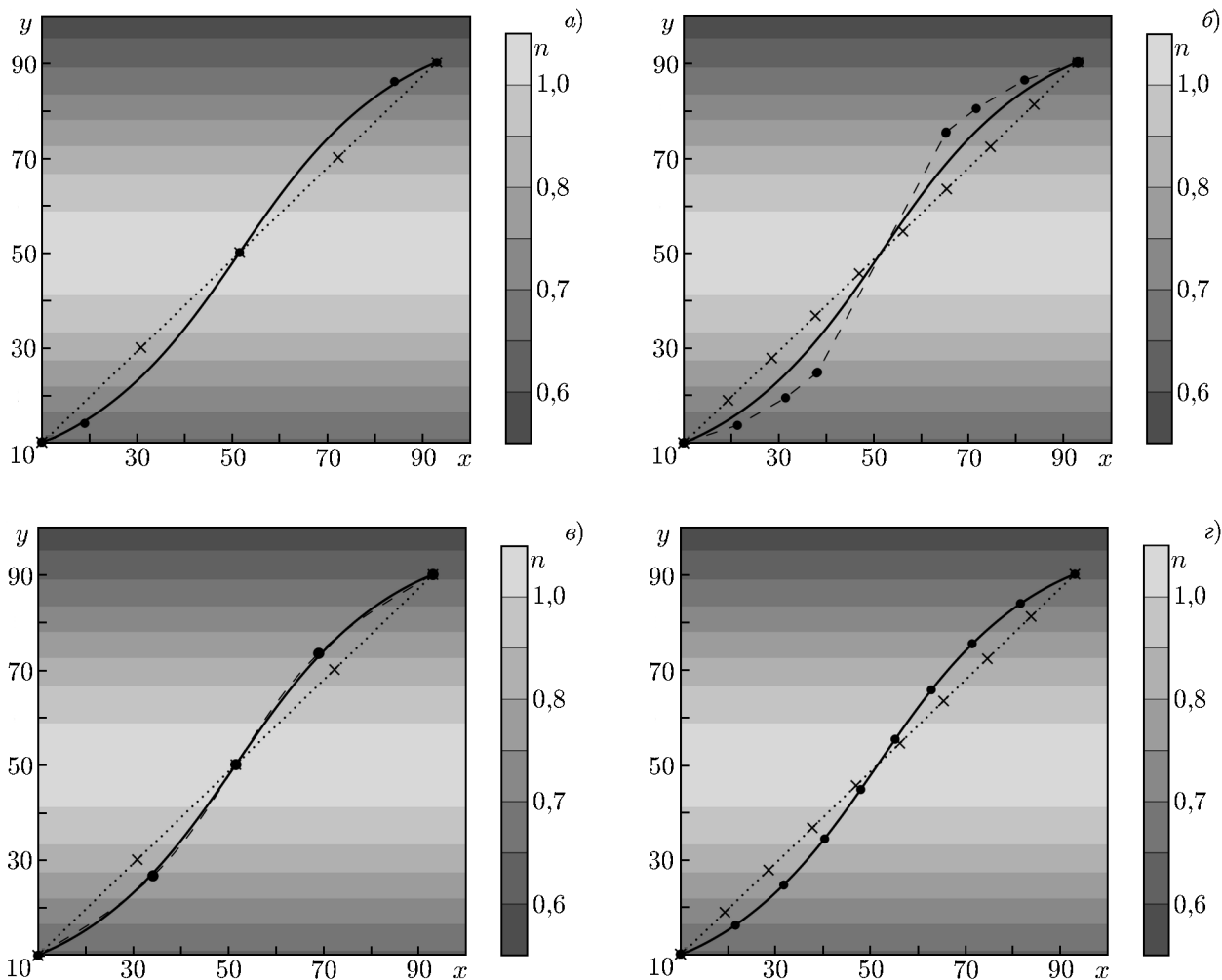


Рис. 4. Результаты расчётов радиотрассы, проходящей через максимум показателя преломления, полученные путём прямой минимизации оптической длины пути радиолуча (без проецирования сил, *a, б*) и методом поперечных смещений (с проецированием сил, *в, г*) сил с заданием 5 (*a, в*) и 10 (*б, г*) точек. Обозначения те же, что и на рис. 1. Прямая минимизация оптической длины радиолуча не позволяет найти решения, поскольку точки «скатываются» к концам радиотрассы

рис. 4. Видно, что в результате расчётов путём прямой минимизации оптической длины пути радиолуча без проецирования сил (рис. 4*a*) точки перемещаются к началу и концу трассы, что приводит к полной потере информации о траектории радиоволны. Напротив, метод поперечных смещений позволяет получить решение, которое хорошо согласуется с численным решением задачи Коши (рис. 4*в*). Увеличение числа точек в расчётах с проецированием сил позволяет улучшить результат (рис. 4*г*), тогда как поиск решения без проецирования сил с большим числом точек снова не приводит к успеху (рис. 4*б*).

Метод поперечных смещений позволяет находить решения в средах с неоднородным распределением показателя преломления. На рис. 5 представлен пример такой модельной среды: предполагается параболическая зависимость показателя преломления от высоты с модельными неоднородностями, заданными в виде гауссовых возмущений на ионосферных высотах. Получение нескольких решений для радиотрасс осуществлялось заданием различных начальных приближений на высотах от 150 до 400 км. Для нахождения других односкачковых радиотрасс использо-

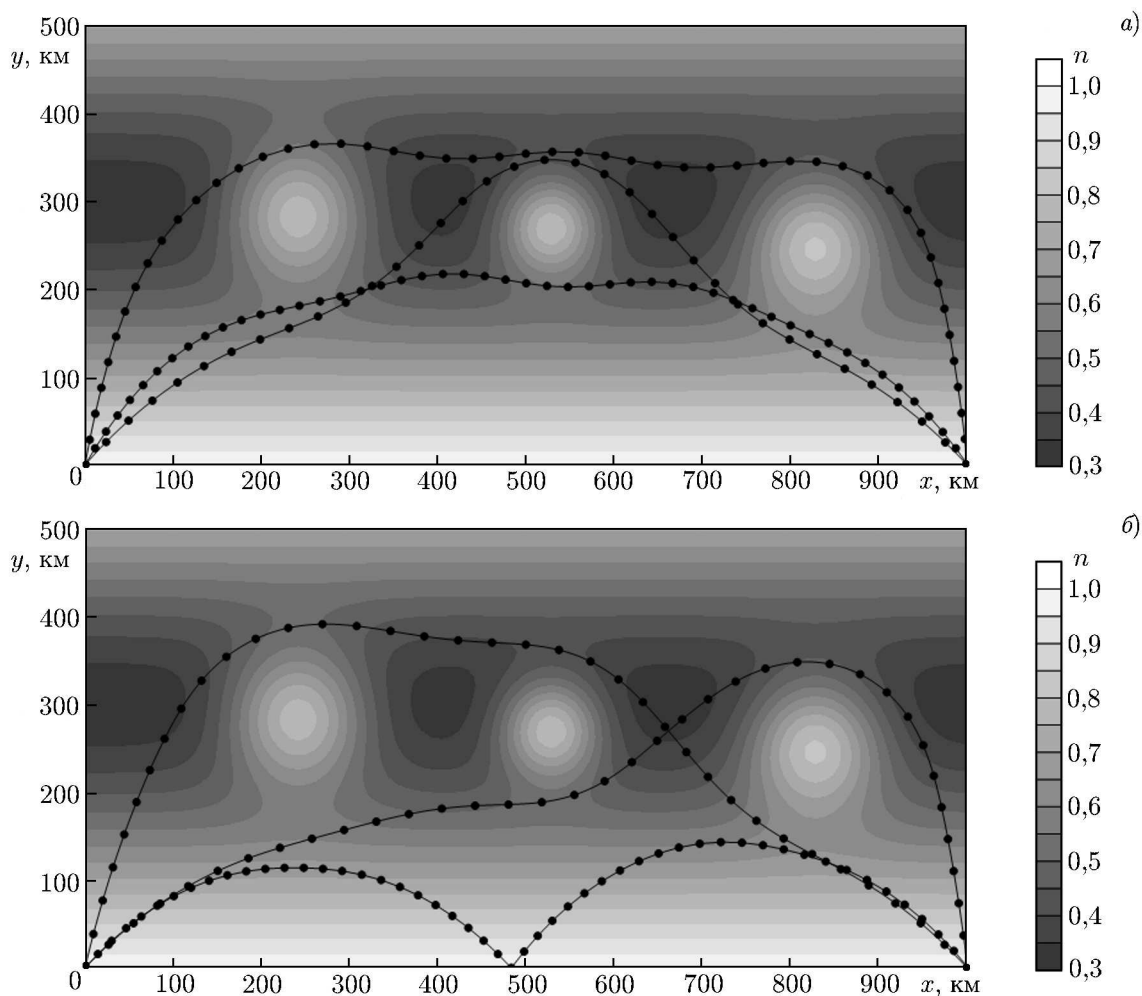


Рис. 5. Результаты расчётов радиотрасс в среде с неоднородным распределением показателя преломления. Численные решения показаны чёрными кружками, соединёнными чёрными сплошными линиями (интерполяция)

валились комбинации начальных приближений, различным образом огибающих неоднородности показателя преломления. Как видно из рис. 5, найденные трассы отражают все особенности модельной среды. Также путём фиксации одной из точек трассы на поверхности Земли получена трасса с двумя скачками (точка на поверхности при этом может перемещаться только по горизонтали). Данный подход позволяет получать многоскачковые трассы с различным числом отражений от земли.

2.2. Применение метода поперечных смещений в модельной ионосфере

Следующим этапом тестирования стало применение метода поперечных смещений для расчёта радиотрасс в модельной изотропной ионосфере, показатель преломления которой зависит от частоты радиоволны и от распределения электронной концентрации, заданного в виде параболического слоя. Зависимость электронной концентрации N_e от высоты y выбрана следующим

образом [30]:

$$N_e(y) = \begin{cases} N_{e\max} \left[1 - \frac{(y - y_0)^2}{y_m^2} \right], & |y - y_0| \leq y_m; \\ 0, & |y - y_0| > y_m, \end{cases} \quad (8)$$

где $y_0 = 300$ км — высота максимума электронной концентрации на ионосферных высотах, $y_m = 220$ км — полутолщина слоя, $N_{e\max} = 10^6$ см⁻³ — максимальное значение электронной концентрации в параболическом слое.

Согласно работе [30], показатель преломления среды при отсутствии магнитного поля и соударений может быть записан в виде

$$n^2 = 1 - \frac{f_p^2}{f^2} = 1 - \frac{80,8 N_e[\text{см}^{-3}](y)}{(f[\text{МГц}])^2}, \quad (9)$$

где f — частота радиоволны, f_p — плазменная частота, определяемая выражением $f_p[\text{МГц}] = 8,99 \sqrt{N_e[\text{см}^{-3}]}$. Таким образом, показатель преломления зависит не только от свойств среды, но и от частоты излучаемой радиоволны. При этом критическая частота параболического слоя определяется по указанной выше формуле для f_p и равна в нашем случае 8,99 МГц.

Были рассмотрены все возможные случаи соотношений между частотой излучения радиоволны, критической частотой f_{cr} и максимальной применимой частотой f_M : $f < f_{cr}$, $f_{cr} < f < f_M$, $f > f_M$. Максимальная применимая частота определялась в ходе выполнения численных экспериментов. Решение в случае $f > f_M$ располагается на поверхности Земли, что указывает на отсутствие трасс, отражённых от ионосферы. Аналогичный результат получается при условии $f < f_M$ при задании местоположения приёмника в мёртвой зоне. Результаты расчётов для $f = 8$ МГц, $f < f_{cr}$, и $f = 12$ МГц, $f_{cr} < f < f_M$, представлены на рис. 6. Следует отметить, что при $f < f_{cr}$ получено одно решение в виде нижнего луча (оптическая длина пути $S = 416,3$ км). Другие решения (верхний луч) при этом отсутствуют, что полностью соответствует теоретическим представлениям о радиотрассах в параболическом слое. В случае $f_{cr} < f < f_M$ заданием различных начальных приближений найдено два решения (нижний и верхний лучи). Заметим, что для случая $f_{cr} < f < f_M$ оптическая длина пути для нижнего луча $S_2 = 850,4$ км превышает длину для верхнего луча $S_1 = 826,6$ км. Таким образом, главный минимум функционала оптической длины пути соответствует решению в виде верхнего луча, а решение, описывающее нижний луч, является локальным минимумом. При этом результаты расчётов, представленные на рис. 6, показывают хорошее согласие с аналитическими решениями.

Сходимость метода для $f = 12$ МГц представлена в табл. 2 (верхний луч) и 3 (нижний луч). Аналогично табл. 1, число итераций и время расчёта определяют вычислительные затраты, а оценка точности проводилась по значению функционала оптической длины пути для найденного решения при известном значении функционала аналогичной величины для аналитического решения. Результаты расчётов показывают, что увеличение числа точек приводит к повышению точности расчёта функционала оптической длины пути при росте времени расчёта и числа итераций. При этом число итераций и расчётное время зависят от выбора начального приближения (чем начальное приближение ближе к искомому решению, тем меньше вычислительные затраты). Отметим, что для поиска нижнего луча использование пяти точек недостаточно, поскольку это приводит к нахождению только верхнего луча.

Метод поперечных смещений позволяет находить главный минимум функционала оптической длины пути (верхний луч) без каких-либо ограничений и в широком диапазоне начальных приближений. В статье [27] указывается на проблему использования прямого вариационного

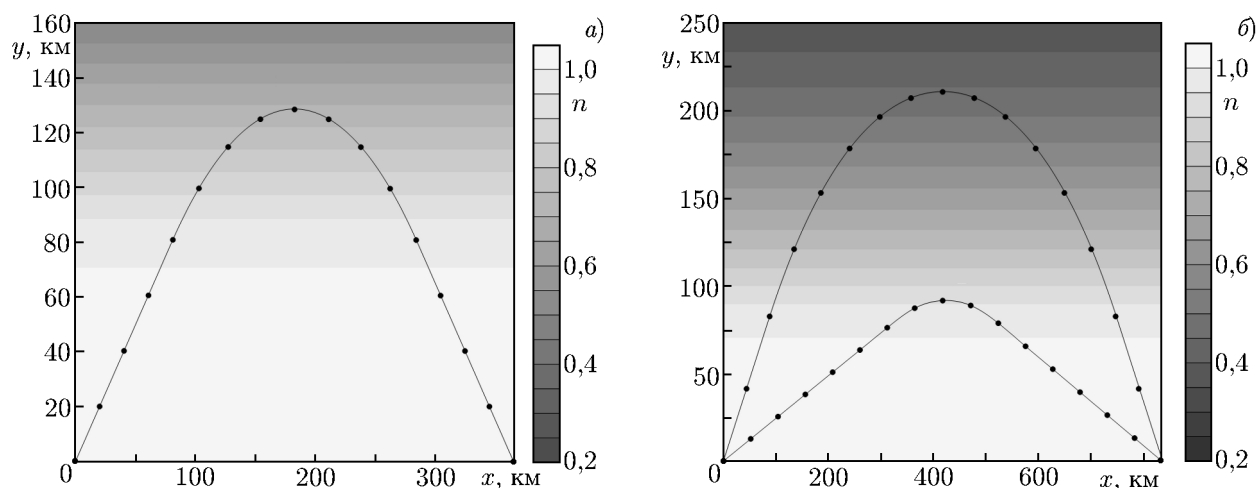


Рис. 6. Результаты расчётов радиотрасс, полученные с помощью метода поперечных смещений в среде с параболическим распределением электронной концентрации для частот 8 (а) и 12 (б) МГц. Аналитическое решение показано чёрной сплошной кривой, численное решение — чёрными кружками

Таблица 2. Результаты расчётов для $f = 12$ МГц (верхний луч) (оптическая длина пути для аналитического решения $S = 826,542$)

число точек	время, с	число итераций	оптическая длина пути, км	отклонение от аналитического решения, 10^{-2} %
5	0,6	30	826,612	8,47
10	1,3	110	826,572	3,63
15	4,8	263	826,545	0,36
20	5,8	369	826,543	0,12

Таблица 3. Результаты расчётов для $f = 12$ МГц (нижний луч) (оптическая длина пути для аналитического решения $S = 850,381$)

число точек	время, с	число итераций	оптическая длина пути, км	отклонение от аналитического решения, 10^{-2} %
5	—	—	—	—
10	3,1	186	850,392	1,29
15	6,4	345	850,388	0,82
20	12,2	594	850,385	0,47

принципа для нахождения нижних лучей. Наши исследования для модельной изотропной среды показали, что метод поперечных смещений позволяет находить нижние лучи при наложении определённых требований на выбор начального приближения, которое должно быть достаточно близким к искомому решению.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе решена задача о расчёте коротковолновых радиотрасс с заданными координатами точек передачи и приёма с использованием прямого вариационного метода, в котором учитываются поперечные смещения радиолуча. В рамках предложенного метода начальное приближение траектории, задаваемое упорядоченным набором точек, последовательно трансформируется в лучевую траекторию. При этом её начальная и конечная точки на протяжении всего итерационного процесса остаются закреплёнными в соответствии с граничными условиями. Поперечные смещения радиотрассы определяются свойствами среды, в которой распространяется радиоволна. В отличие от работы [27], используемая нами параметризация радиотрассы позволяет не накладывать никаких ограничений на вид траектории. Дано обоснование введения процедуры проецирования сил и показано преимущество её использования при минимизации функционала в тех случаях, когда решение этой задачи без использования данной процедуры невозможно.

Предложенная методика апробирована для различных сред. Показано, что метод поперечных смещений позволяет:

- 1) получать несколько решений в неоднородных средах, в том числе многоскачковые трассы;
- 2) находить решения в виде верхних и нижних лучей при рассмотрении среды, заданной в виде классического параболического слоя. При этом во всех представленных случаях различные решения получаются с помощью задания различных начальных приближений.

Показано, что введение процедуры проецирования сил при минимизации функционала приводит к необходимости контролировать расположение точек вдоль траектории для увеличения разрешения дискретизации в критических областях радиотрассы. В противном случае плотность распределения точек в некоторых областях траектории радиоволны может оказаться недостаточной, в результате чего информация о радиотрассе в этих областях будет утеряна. В дальнейшем расстановку точек вдоль радиолуча планируется контролировать введением фиктивных упругих сил, которые не влияют на положение радиотрассы в пространстве, поскольку действуют вдоль неё и приводят лишь к продольным смещениям точек. Плотность распределения точек целесообразно регулировать в зависимости от локальной кривизны траектории. В рамках метода поперечных смещений для расчёта коротковолновых радиотрасс такую регулировку можно осуществить, используя пружины с переменной жёсткостью.

Предметом дальнейших исследований является применение метода поперечных смещений для расчёта коротковолновых радиотрасс в трёхмерно неоднородной анизотропной ионосфере. Опыт, накопленный в других областях науки, показывает, что аналогичные методы могут использоваться для решения задач в многомерном пространстве. Так, известный в химии метод подталкивания упругой нити [23], являющийся аналогом нашего подхода, с успехом применялся для поиска путей в конфигурационных пространствах, размерность которых достигала нескольких тысяч.

Авторы выражают благодарность Ф. С. Бессарабу, В. В. Клименко, И. В. Карпову, В. Е. Захарову, Ю. Н. Коренькову и Х. Йонссону за участие в обсуждении постановки задачи и полученных результатов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Президента РФ (грант МК-4866.2014.5) (Носиков И. А., Клименко М. В.) и РФФИ (грант 14-35-50780 мол_нр) (Бессараб П. Ф.). Работа проводилась в рамках проекта «Физические механизмы формирования реакции верхней атмосферы и ионосферы на процессы в нижней атмосфере и на поверхности Земли» (государственное задание Министерства образования и науки РФ, конкурсная часть, задание 3.1127.2014/К). П. Ф. Бессараб выражает благодарность фонду Горана Густафссона за поддержку.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Куркин В. И., Орлов И. И., Попов В. Н. Метод нормальных волн в проблеме коротковолновой радиосвязи. М.: Наука, 1981. 122 с.
2. Пономарчук С. Н., Ильин Н. В., Пензин М. С. // Солнечно-земная физика. 2014. Вып. 25. С. 33.
3. Лукин Д. С., Палкин Е. А. Численный канонический метод в задачах дифракции и распространения электромагнитных волн в ионосферных средах. М.: МФТИ, 1982. 159 с.
4. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980. 304 с.
5. Haselgrove J. // J. Atmospher. Solar-Terr. Phys. 1963. V. 25. P. 397.
6. Jones R. M., Stephenson J. J. // OT Report, 75–76, U.S. Department of Commerce, Office of Telecommunication, U.S. Government Printing Office, Washington, USA, 1975. 185 p.
7. Lockwood M. // Radio Sci. 1981. V. 16, No. 3. P. 385.
8. Евлашина М. Л., Мингалев В. С., Аладьев Г. А. // Геомагнетизм и аэрномия. 1986. Т. 26. С. 82.
9. Захаров В. Е., Черняк А. А. // Вестник РГУ. 2007. № 3. С. 36.
10. Благовещенский Д. В., Борисова Т. Д., Рогов Д. Д. // Изв. вузов. Радиофизика. 2010. Т. 53, № 3. С. 161.
11. Котова Д. С., Клименко М. В., Клименко В. В., Захаров В. Е. // Изв. вузов. Радиофизика. 2014. Т. 57, № 7. С. 519.
12. Вертоградов Г. Г., Урядов В. П., Вертоградов В. Г. // Изв. вузов. Радиофизика. 2005. Т. 48, № 6. С. 455.
13. Zaalov N. Y., Warrington E. M., Stocker A. J. // Radio Sci. 2003. V. 38, No. 3. P. 1052.
14. Андреев М. Ю., Благовещенский Д. В., Выставной В. М. и др. // Геомагнетизм и аэрномия. 2007. Т. 47, № 4. С. 534.
15. Blagoveshchensky D. V., Andreyev M. Yu., Mingalev V. S., et al. // Adv. Space Res. 2009. V. 43, No. 12. P. 1974.
16. Жбанков Г. А., Карпачев А. Т., Телегин В. А., Цыбуля К. Г. // Геомагнетизм и аэрномия. 2010. Т. 50, № 1. С. 123.
17. Azzarone A., Bianchi C., Pezzopane M., et al. // Computers Geosci. 2012. V. 42. P. 57.
18. Карпачев А. Т., Жбанков Г. А., Телегин В. А. // Геомагнетизм и аэрномия. 2013. Т. 53, № 6. С. 809.
19. Settini A., Pezzopane M., Pietrella M., et al. // Radio Sci. 2013. V. 48. P. 167.
20. Калиткин Н. Н. Численные методы. М.: Наука, 1978. С. 266.
21. Um J., Thurber C. // Bull. Seismolog. Soc. Amer. 1987. V. 77, No. 3. P. 972.
22. Moser T. J., Nolet G., Snieder R. // Bull. Seismolog. Soc. Amer. 1992. V. 82, No. 1. P. 259.
23. Mills G., Jonsson H. // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 72. P. 1124.
24. Xu L., Henkelman G., Campbell C. T., Jonsson H. // Phys. Rev. Lett. 2005. V. 95, No. 14. Art. no. 146103.
25. Henkelman G., Jonsson H. // Phys. Rev. Lett. 2003. V. 90, No. 11. Art. no. 116101.
26. Bessarab P. F., Uzdin V. M., Jonsson H. // Phys. Rev. B. 2013. V. 88, No. 21. Art. no. 214407.
27. Coleman C. J. // Radio Sci. 2011. V. 46, No. 5. Art. no. RS5016.
28. Jonsson H., Mills G., Jacobsen K. W. Classical and Quantum Dynamics in Condensed Phase Simulations. Singapore: World Scientific, 1998. 385 pp.
29. Sheppard D., Terrell R., Henkelman G. // J. Chem. Phys. 2008. Т. 128, No. 13. P. 134106.
30. Яковлев О. И., Якубов В. П., Урядов В. П., Павельев А. Г. Распространение радиоволн. М.:

Ленанд, 2009. 496 с.

Поступила в редакцию 25 декабря 2014 г.; принята в печать 25 ноября 2015 г.

**METHOD OF TRANSVERSE DISPLACEMENTS FOR CALCULATING
THE HF RADIO WAVE PROPAGATION PATHS. STATEMENT
OF THE PROBLEM AND PRELIMINARY RESULTS**

I. A. Nosikov, P. F. Bessarab, and M. V. Klimenko

Fundamentals of the method of transverse displacements for calculating the HF radio wave propagation paths are presented. The method is based on the direct variational principle for the optical path functional, but it does not involve solving the Euler—Lagrange equations. Instead, a chain of points which gives a discrete representation of the ray is brought to an optimal configuration by iterative displacements, while the endpoints of the path are kept fixed throughout the entire optimization procedure. The results of calculation by the method of transverse displacements are compared with known analytical solutions. The importance of using only transverse displacements of the radio wave paths in the optimization procedure is also demonstrated.