

УДК 533.9

## ДИНАМИКА САМОСОГЛАСОВАННОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ И ДИФФУЗИОННОЕ РАССЕЯНИЕ ИОНОВ В ПЛАЗМЕ С СИЛЬНОЙ АНИЗОТРОПИЕЙ ТЕМПЕРАТУРЫ

*Л. В. Бородачѳв<sup>1</sup>, М. А. Гарасѳв<sup>2</sup>, Д. О. Коломиец<sup>1</sup>, Вл. В. Кочаровский<sup>2</sup>,  
В. Ю. Мартъянов<sup>3</sup>, А. А. Нечаев<sup>2\*</sup>*

<sup>1</sup> Московский госуниверситет им. М. В. Ломоносова, г. Москва;

<sup>2</sup> Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

<sup>3</sup> Intel Corp., Chandler, USA

Проведено численное моделирование нелинейной стадии вейбелевской неустойчивости в двухкомпонентной плазме с сильной анизотропией температуры и сравнимыми энергиями электронной и ионной фракций. Проанализирована пространственно-временная динамика филаментов тока и магнитного поля, создаваемых электронами или ионами. Обнаружено, что магнитное поле, появившееся в результате электронной неустойчивости, приводит к рассеянию ионов, уменьшая степень анизотропии их распределения по импульсам и подавляя развитие ионной неустойчивости. Показано, что долговременное поддержание и эволюция крупномасштабного квазистационарного магнитного поля обусловлены ионными токами, индуцированными затухающим магнитным полем и со временем начинающими преобладать над электронными. Обсуждается возможность реализации рассмотренного сценария вейбелевской неустойчивости в неравновесной лазерной плазме.

### 1. ПРИБЛИЖЕНИЕ ДАРВИНА

Для неравновесной бесстолкновительной плазмы вейбелевская неустойчивость [1] играет важнейшую роль в процессах генерации магнитных полей. Она обусловлена анизотропией распределения частиц по импульсам и типична для космических условий, где возникает, например, в ударных волнах и джетах, в активных областях короны и хромосферы Солнца и других звезд, а также, возможно, при образовании первичных магнитных полей во Вселенной [2–6]. С недавних пор вейбелевская неустойчивость наблюдается в лабораторных экспериментах с лазерной плазмой [7, 8]. До самого последнего времени аналитические и численные исследования динамики этой неустойчивости в основном ограничивались анализом вклада только одной фракции частиц, обладающей наибольшей энергией и доминирующей в инкременте роста магнитного поля.

В данной работе теоретически, с помощью численного моделирования кодом DARWIN [9], в котором реализован метод частиц в ячейках на основе модели Власова–Дарвина [10, 11], впервые изучена вейбелевская неустойчивость в нерелятивистской электрон-ионной максвелловской плазме со сравнимыми энергиями и анизотропиями температур обеих этих фракций. Подобная ситуация редка для космической плазмы, но вполне реализуема в лазерных экспериментах, где возможны подогрев электронов (например, фемтосекундным импульсом) и выравнивание их энергосодержания и энергосодержания потока ионов, образующегося в результате лазерной абляции какой-либо мишени. При этом наибольший интерес представляет стадия, следующая за истощением анизотропии электронного распределения по импульсам, когда существенным оказывается согласованное воздействие обеих заряженных компонент на динамику затухающего магнитного поля.

---

\* ant.a.nech@gmail.com

Низкочастотная природа вейбелевской неустойчивости позволяет вычислять электромагнитные поля с использованием дарвиновского (безызлучательного) приближения, т. е. в пренебрежении поперечным током смещения, что с вычислительной точки зрения значительно эффективнее решения точных уравнений Максвелла. Уравнения дарвиновского приближения имеют вид

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{B} &= \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}_\ell}{\partial t}, & \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E}_t &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, & \operatorname{div} \mathbf{E}_\ell &= 4\pi\rho, \\ \mathbf{E} &= \mathbf{E}_\ell + \mathbf{E}_t, & \operatorname{rot} \mathbf{E}_\ell &= 0, & \nabla \mathbf{E}_t &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $\mathbf{E}_t$ ,  $\mathbf{E}_\ell$  и  $\mathbf{E}$  — напряжённости поперечного, продольного и полного электрического поля,  $\mathbf{B}$  — индукция магнитного поля,  $\mathbf{j}$  и  $\rho$  — плотности тока и электрического заряда соответственно,  $c$  — скорость света в вакууме,  $t$  — время.

Несмотря на пренебрежение полем излучения, в дарвиновской схеме сохраняются интересные нас эффекты индуктивности (в соответствии с законом Фарадея) и удовлетворяется закон сохранения (непрерывности) заряда благодаря учёту продольной компоненты тока смещения.

В проведённых расчётах изучалась динамика плазмы в 5-ти мерном (2D3V) фазовом пространстве  $(x, y, v_x, v_y, v_z)$ , где  $(x, y, z)$  — декартова система координат,  $v_x, v_y, v_z$  — соответствующие компоненты вектора скорости. При этом ось  $z$ , соответствующая большей температуре частиц, лежала поперёк плоскости  $xy$ , и развитие неустойчивости приводило к формированию филаментов тока вдоль этой оси (случай ориентации оси анизотропии в плоскости моделирования, а также ограниченные трёхмерные расчёты типа 3D3V рассмотрены, например, в работах [12–14]). Эволюция сравнимых по энергосодержанию электронной и ионной фракций плазмы описывалась уравнениями движения макрочастиц

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \left( \mathbf{E} + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{B}}{c} \right), \quad \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{v}$  и  $\mathbf{r}$  — скорость и радиус-вектор конкретной макрочастицы соответственно,  $q_\alpha/m_\alpha$  — отношение заряда частицы к её массе для фракции  $\alpha$ , где индекс  $\alpha = e, i$  отвечает электронам и ионам соответственно.

Для выяснения ответа на основной вопрос о долговременном влиянии ионов (с зарядом  $q_i = e$ , где  $e$  — элементарный заряд) на эволюцию квазистационарного магнитного поля, созданного электронами, было проведено два расчёта. Первый — на сетке с размерами  $L_x = L_y = 100c/\omega_{pe}$  с периодическими граничными условиями и отношением масс ионов и электронов, равным 36. Число узлов сетки было взято равным  $512 \times 512$ , общее число частиц составляло  $2,4 \cdot 10^9$ . Моделирование проводилось до момента времени  $T = 22\,000/\omega_{pe}$ . Второй расчёт проведён на сетке с размерами  $L_x = L_y = 125c/\omega_{pe}$  с периодическими граничными условиями и отношением масс ионов и электронов, равным 100. Число узлов сетки было взято равным  $768 \times 768$  при прежнем общем числе частиц. Моделирование проводилось до момента  $T = 8\,000/\omega_{pe}$ . Точность сохранения энергии контролировалась: отклонения полной энергии от начальной не превышали 0,5% на всём протяжении расчёта. Здесь  $\omega_{p\alpha} = \sqrt{4\pi q_\alpha^2 n_0/m_\alpha}$  — плазменная частота,  $n_0$  — концентрация частиц (одинаковая для обеих фракций). Детали и анимацию расчётов можно посмотреть на сайте [15].

Результаты моделирования приведены в разделах 2, 3 и 4, посвящённых соответственно стадии доминирования электронной вейбелевской неустойчивости (на которых характеристики ионов практически не меняются), стадии диффузионного рассеяния ионов и индукционного формирования их токов (пока эти токи не превышают электронные токи) и стадии преобладания ионных

токов, определяющих долговременную эволюцию крупномасштабного магнитного поля. Общие выводы даны в заключении.

## 2. ЛИНЕЙНАЯ СТАДИЯ И НАСЫЩЕНИЕ ЭЛЕКТРОННОЙ ВЕЙБЕЛЕВСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

Анализ вейбелевской неустойчивости [14, 16] в интересующем нас случае двухтемпературной (с температурами  $T_{\perp\alpha}$  и  $T_{\parallel\alpha}$  поперёк и вдоль оси  $z$  для частиц сорта  $\alpha$  соответственно) плазмы с функциями распределения фракций по скоростям

$$f_{\alpha} = \frac{m_{\alpha}^{3/2}}{(2\pi)^{3/2} T_{\perp\alpha} T_{\parallel\alpha}^{1/2}} \exp \left[ -\frac{m_{\alpha}(v_x^2 + v_y^2)}{2T_{\perp\alpha}} - \frac{m_{\alpha}v_z^2}{2T_{\parallel\alpha}} \right] \quad (3)$$

и возмущений магнитного поля  $\{B_x, B_y\} \propto \exp[i(\mathbf{k}_{\perp} \mathbf{r}_{\perp} - \omega t)]$  с волновыми векторами  $\mathbf{k}_{\perp}$ , ортогональными оси анизотропии  $z$ , приводит к следующему дисперсионному соотношению:

$$k^2 c^2 - \omega^2 = \sum_{\alpha} \omega_{p\alpha}^2 [A_{\alpha} + (A_{\alpha} + 1) \xi_{\alpha} \varpi(\xi_{\alpha})]. \quad (4)$$

Здесь  $k \equiv k_{\perp}$  — величина волнового вектора возмущения,  $\omega$  — его частота,  $\xi_{\alpha} = i\omega/(kc\beta_{\perp}^{\alpha})$ ,  $\beta_{\perp}^{\alpha} = \sqrt{2T_{\perp\alpha}/m_{\alpha}c^2}$ ,  $\varpi(\xi_{\alpha})$  — функция плазменной дисперсии [17] и введён параметр анизотропии  $A_{\alpha} = T_{\parallel\alpha}/T_{\perp\alpha} - 1$ , который во всех расчётах в начальный момент брался равным 9 как для ионов, так и для электронов. Начальные значения температуры равны  $T_{\perp} = 1$  кэВ и  $T_{\parallel} = 10$  кэВ.

Воспользовавшись разложением  $\varpi(\xi_{\alpha}) \approx i\sqrt{\pi}$  для малых аргументов, которое достаточно для проводимого ниже качественного анализа, имеем следующее приближённое выражение для инкремента вейбелевской неустойчивости электрон-ионной плазмы:

$$\Omega \approx K \frac{\beta_{\perp}^e}{\sqrt{\pi}} \frac{A_e + A_i m_e/m_i - K^2}{1 + A_e + m_e \beta_{\perp}^e (1 + A_i)/(m_i \beta_{\perp}^i)}, \quad (5)$$

где  $\Omega = \text{Im} \omega/\omega_{pe}$ ,  $K = kc/\omega_{pe}$  — нормированные инкремент и волновое число соответственно. Как видно из уравнения (4), в общем случае нарастание поля является аperiодическим для всех длинноволновых возмущений с волновыми числами вплоть до  $K = K_{\max} = \sqrt{A_e + A_i m_e/m_i}$ . Максимальный инкремент  $\Omega_{\max} = \Omega(K_{\text{opt}})$  и соответствующий ему масштаб магнитного поля и филаментов плотности продольного тока  $j_z$  находятся из соотношения  $d\Omega(K_{\text{opt}})/dK = 0$ ,

$$K_{\text{opt}} = \frac{1}{\sqrt{3}} K_{\max} = \sqrt{\frac{A_e + m_e/m_i A_i}{3}}, \quad (6)$$

и определяются преимущественно электронами, т.е. значением  $A_e$ , т.к. ионная фракция может повлиять на развитие неустойчивости только при условии крайне малой анизотропии электронов — при  $A_i \gtrsim \sqrt{m_i/m_e} A_e$ . Правая и левая части этого неравенства в наших расчётах становятся сравнимыми на нелинейной стадии, на временах больше  $150\omega_{pe}^{-1}$  или  $270\omega_{pe}^{-1}$  для отношения масс  $m_i/m_e = 36$  или 100 соответственно. При этом, как будет ясно из дальнейшего, говорить о росте магнитного поля в рамках представлений об ионной вейбелевской неустойчивости (4) не приходится, т.к. созданное электронами магнитное поле в широком интервале волновых чисел в окрестности  $K_{\text{opt}}$  подавляет эту неустойчивость. Для волновых чисел вне указанного интервала обусловленный ионами инкремент мал и рост магнитного поля мог бы проявиться только на больших временах, порядка нескольких тысяч  $\omega_{pe}^{-1}$ . Последнее, впрочем, в наших расчётах

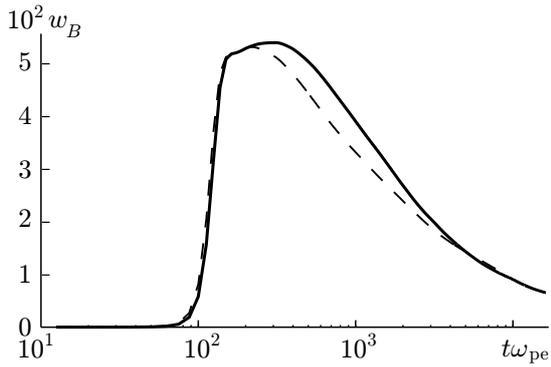


Рис. 1. Средняя по области моделирования безразмерная плотность энергии магнитного поля  $w_B = B^2/[8\pi n_0 (T_{\parallel} + 2T_{\perp})]$ , нормированная на начальную плотность энергии частиц, в зависимости от времени для отношений масс  $m_i/m_e = 36$  и  $100$  (сплошная и штриховая кривые соответственно)

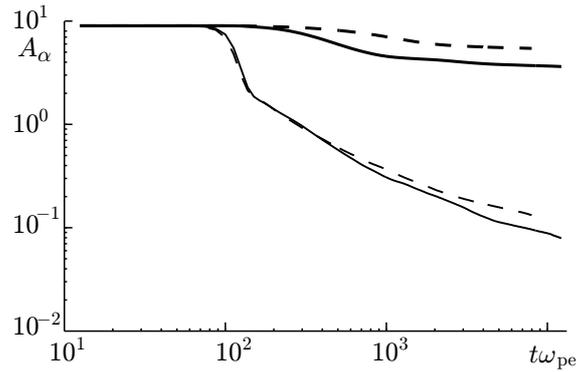


Рис. 2. Параметры анизотропии электронов (тонкие кривые) и ионов (толстые) в зависимости от времени для отношений масс  $m_i/m_e = 36$  и  $100$  (сплошные и штриховые кривые соответственно)

не происходит вследствие замагничивания электронов магнитным полем ионных токов, которые индуцированы затухающим магнитным полем, связанным с первоначальными электронными токами (см. разделы 3 и 4). В подавление ионной веibelевской неустойчивости могут давать вклад и эффективные столкновения частиц, плохо контролируемые, но неизбежно вносимые используемой дискретной схемой численного метода.

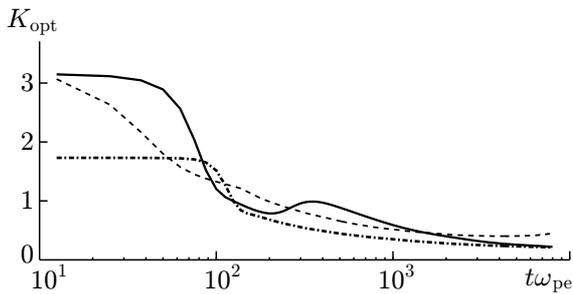


Рис. 3. Средние по спектру нормированные волновые числа плотностей продольного тока электронов (штриховая линия) и ионов (сплошная линия) в зависимости от времени для отношения масс  $m_i/m_e = 100$ . Штрихпунктирная кривая соответствует временной зависимости волнового числа (6) наиболее неустойчивых возмущений

оказывается выполненным для весьма широкого интервала волновых чисел, граница которого достигает на временах  $t \approx 150\omega_{pe}^{-1}$  значения  $K_{max} \approx 2,3$  и опускается до значения  $K_{min} \approx 0,8$  (и даже ниже) на больших временах. При этом возникает большое число случайно расположенных филаментов тока и их характерный масштаб монотонно увеличивается со временем (см. рис. 3). В среднем он следует оптимальному масштабу веibelевской неустойчивости (см. формулу (6)), рассчитанному по мгновенному значению параметра анизотропии электронов  $A_e(t)$ . Этот процесс сначала происходит без заметного влияния ионов, т.е. повторяет развитие веibelевской неустойчивости в однокомпонентной плазме (см., например, [9, 12, 13]). Однако начиная примерно со времени  $t \sim 200\omega_{pe}^{-1}$  вклад ионов становится существенным. Именно с этого времени

Переход от линейной к нелинейной стадии электронной веibelевской неустойчивости хорошо виден на рис. 1 и 2, где представлена эволюция плотности энергии магнитного поля и параметров анизотропии, усреднённых по области моделирования. Стадия насыщения начинается (см., например, [18] и указанную там литературу), как только гирочастота электронов  $\omega_B = eB/(m_e c)$  сравнивается с инкрементом, а их гирорадиус  $r_L = \beta_{\perp}^e c/\omega_B$  — с масштабом  $c\pi/(K_{opt}\omega_{pe})$  наиболее быстро растущих филаментов тока, т.е. примерно при  $t \approx 100\omega_{pe}^{-1}$ . Этому моменту отвечает заметный излом на графике зависимости параметра электронной анизотропии от времени (см. рис. 2). В дальнейшем указанное условие замагниченности электронов

становятся заметны отличия плотностей энергии магнитного поля и параметров анизотропии для двух рассмотренных соотношений масс ионов к электронам (36 и 100).

Отметим, что если бы (как, например, в работах [14, 19]) ось анизотропии распределения лежала в расчётной плоскости  $xy$ , в которой расположены допустимые волновые векторы возмущений магнитного поля и тока, то вместо указанных квазицилиндрических филаментов возникали бы квазиодномерные токовые слои и квазиодномерные структуры магнитных силовых линий, в которых важнейшую роль играет компонента магнитного поля, ортогональная плоскости расчёта. В этом случае максимальным инкрементом обладают возмущения с волновыми векторами, ортогональными оси анизотропии, которые в полной мере учитываются в наших расчётах. Однако на поздней стадии развития неустойчивости успевают нарасти и возмущения с волновыми векторами, образующими острый угол с осью анизотропии, которых нет в наших расчётах. С данным обстоятельством связаны отличия топологической структуры магнитного поля и динамики его эволюции в двух указанных случаях (см. также [12]). К сожалению, именно на анализе этих двух частных случаев основаны современные представления о нелинейной стадии вейбелевской неустойчивости, расчёты которой в полностью трёхмерном случае в достаточно широкой области волновых чисел пока недоступны.

### 3. ДИФФУЗИОННОЕ РАССЕЙЯНИЕ ИОНОВ И ДИНАМИКА ИНДУКТИВНЫХ ТОКОВ

Изменяющееся во времени мелкомасштабное магнитное поле, созданное электронными токами, вызывает индукционные токи ионов. Возникновение этих токов сопровождается небольшим увеличением кинетической энергии продольного движения ионов начиная с  $t \approx 100\omega_{pe}^{-1}$ , которая достигает максимума (0,2 % от начального значения) к моменту  $t \approx 150\omega_{pe}^{-1}$ , и дальнейшим спаданием на несколько процентов за время порядка  $1000\omega_{pe}^{-1}$ . Поскольку переменное магнитное поле является мелкомасштабным по сравнению с ионным гирорадиусом, движение ионов имеет характер диффузионного рассеяния.

Обозначая угол между вектором скорости (с длиной  $v_i$ ) иона и осью  $z$  как  $\Phi$  и используя соотношения  $v_{i\parallel} = v_i \cos \Phi$ ,  $v_{i\perp} = v_i \sin \Phi$ , с учётом малости  $\Phi$  имеем следующую качественную оценку для параметра анизотропии:

$$A_i = \frac{\langle v_{i\parallel}^2 \rangle}{\langle v_{i\perp}^2 \rangle} - 1 \sim \frac{\langle \cos^2 \Phi \rangle}{\langle \sin^2 \Phi \rangle} - 1 \sim \langle \Phi \rangle^{-2}. \quad (7)$$

Выше угловыми скобками обозначено усреднение по функции распределения. За характерное время пролёта типичного филамента тока  $\Delta t \sim 1/(k_{opt}v_{i\perp})$  вектор скорости иона поворачивается на угол  $\Delta\Phi = \omega_{Bi} \Delta t$ , где  $\omega_{Bi}$  — гирочастота иона,  $k_{opt} = \omega_{pe}K_{opt}/c$ . Тогда, считая, что на больших трассах средний угол поворота равен нулю ( $\overline{\Delta\Phi} = 0$ ) и учитывая соотношения  $\overline{[\Phi(t) + \Delta\Phi]^2} = \overline{\Phi^2(t)} + \overline{\Delta\Phi^2}$  и  $d\overline{\Phi^2}/dt \approx \overline{\Delta\Phi^2}/\Delta t$  (чертой обозначено усреднение по трассе), получим

$$\frac{d\overline{\langle \Phi \rangle^2}}{dt} \approx \overline{\langle \omega_{Bi}^2 \rangle \Delta t} \sim \frac{\overline{\omega_{Bi}^2}}{2k_{opt}v_i \langle \Phi \rangle} = \frac{D_i(t)}{\langle \Phi \rangle}. \quad (8)$$

Здесь  $D_i(t)$  — коэффициент диффузии. Правая часть уравнения диффузии (8) отличается от известной из квазилинейной теории (см. [14, 20]) множителем  $4\Omega_{max}/(K_{opt}\beta_{\perp}^1)$ , который составляет величину порядка 2 в наших расчётах для обоих значений отношения  $m_i/m_e$ .

На рис. 4 показана эволюция среднего угла  $\langle \Phi \rangle$ , рассчитанная согласно (7) по результатам моделирования для  $m_i/m_e = 100$  (сплошная кривая). Кругами представлен результат аппрок-

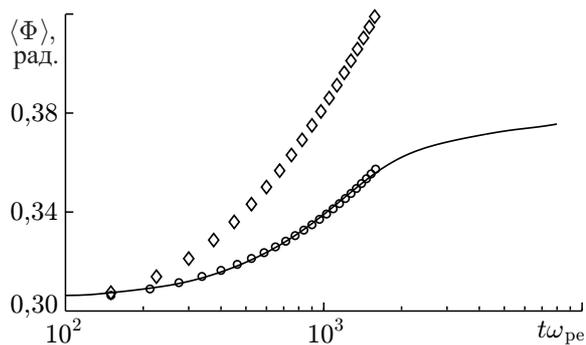


Рис. 4. Временная зависимость усреднённого по функции распределения угла между осью  $z$  и вектором скорости иона для отношения масс  $m_i/m_e = 100$  (сплошная кривая), её аппроксимация при постоянном коэффициенте диффузии (круги) и зависимость, полученная решением уравнения (8) с эволюционирующим коэффициентом диффузии  $D_i(t)$  (ромбы)

мым, но количественно не очень точным, что, по-видимому, обусловлено относительно небольшими скоростями ионов, успевающих пролететь всего несколько филаментов за характерное время изменения магнитного поля.

Благодаря насыщению электронной вейбелевской неустойчивости распределение электронов быстро изотропизуется и перестаёт поддерживать рост мелкомасштабных филаментов на временах  $t > 150\omega_{pe}$ , когда  $A_e < 1$ . После указанного момента эти филаменты распадаются, формируются всё более крупномасштабные филаменты и характерный масштаб плотности тока, определяемой электронами, растёт. Так, согласно рис. 3 он увеличивается более чем вдвое на интервале времени от  $200\omega_{pe}^{-1}$  до  $2000\omega_{pe}^{-1}$ , что сопровождается многократным уменьшением параметра анизотропии электронов до величины  $A_e \sim 0,2$  (и ещё меньших значений с дальнейшим ходом времени) и относительно небольшим уменьшением параметра анизотропии ионов до  $A_i \approx 6$  и  $4,2$  при  $m_i/m_e = 100$  и  $36$  соответственно с дальнейшей стабилизацией на этом уровне (причём в случае  $m_i/m_e = 36$  эта стабилизация наступает уже при  $t \approx 1000\omega_{pe}^{-1}$ , см. рис. 2). При этом имеется широкий интервал волновых чисел, в котором электроны являются замагниченными (см. рис. 5 на интервале времени  $(200 \div 2000)\omega_{pe}^{-1}$ ), т. е. обратное волновое число превышает гирорадиус, вычисленный по магнитному полю, волновые числа спектральных компонент которого меньше этого волнового числа:

$$\kappa_\alpha(n) = \left[ r_{L\alpha}(n) \frac{K_n \omega_{pe}}{\pi c} \right]^2 = \left[ v_{e\perp} \frac{m_e c}{e B_\alpha(n)} \frac{2n}{L_x} \right]^2 < 1, \tag{9}$$

где

$$B_\alpha^2(n) = w_B \frac{\sum_{s=1}^n 2\pi s |B_{\alpha s}|^2}{\sum_{s=1}^\infty 2\pi s (|B_{es}|^2 + |B_{is}|^2)} = w_B \frac{\sum_{s=1}^n |j_{\alpha s}|^2/s}{\sum_{s=1}^\infty (|j_{es}|^2 + |j_{is}|^2)/s}. \tag{10}$$

Далее, ориентируясь на среднестатистическую независимость спектра филаментов от азимутального угла, мы характеризуем волновое число  $s$ -й моды плотности продольного тока величиной  $K_s = 2\pi s c / (\omega_{pe} L_x)$  и используем соотношение между амплитудами мод магнитного

симации  $\langle \Phi \rangle(t)$  линейной функцией в соответствии с диффузионным уравнением (8) в предположении  $D_i = \text{const}$ , хорошо работающим на временах  $t = (150 \div 1600)\omega_{pe}^{-1}$ . Ромбами показана зависимость угла от времени, полученная решением уравнения (8) с известным из моделирования коэффициентом  $D_i(t)$ , по порядку величины равным  $4 \cdot 10^{-6}\omega_{pe}$  для  $m_i/m_e = 100$ . Согласно этому рисунку погрешность диффузионного приближения для обоих значений  $m_i/m_e$  составляет около 18%, что приводит к ошибке в оценки анизотропии  $2 \cdot 18\% = 36\%$ . Правая граница промежутка времён, где хорошо работает приближение диффузии (8), близка к точке второго излома на графике временной зависимости ионной анизотропии  $A_i(t)$  (см. рис. 2). Таким образом, как и в работе [14], приближение диффузионного рассеяния оказывается качественно вполне приемлемым, но количественно не очень точным, что, по-видимому, обусловлено относительно небольшими скоростями ионов, успевающих пролететь всего несколько филаментов за характерное время изменения магнитного поля.

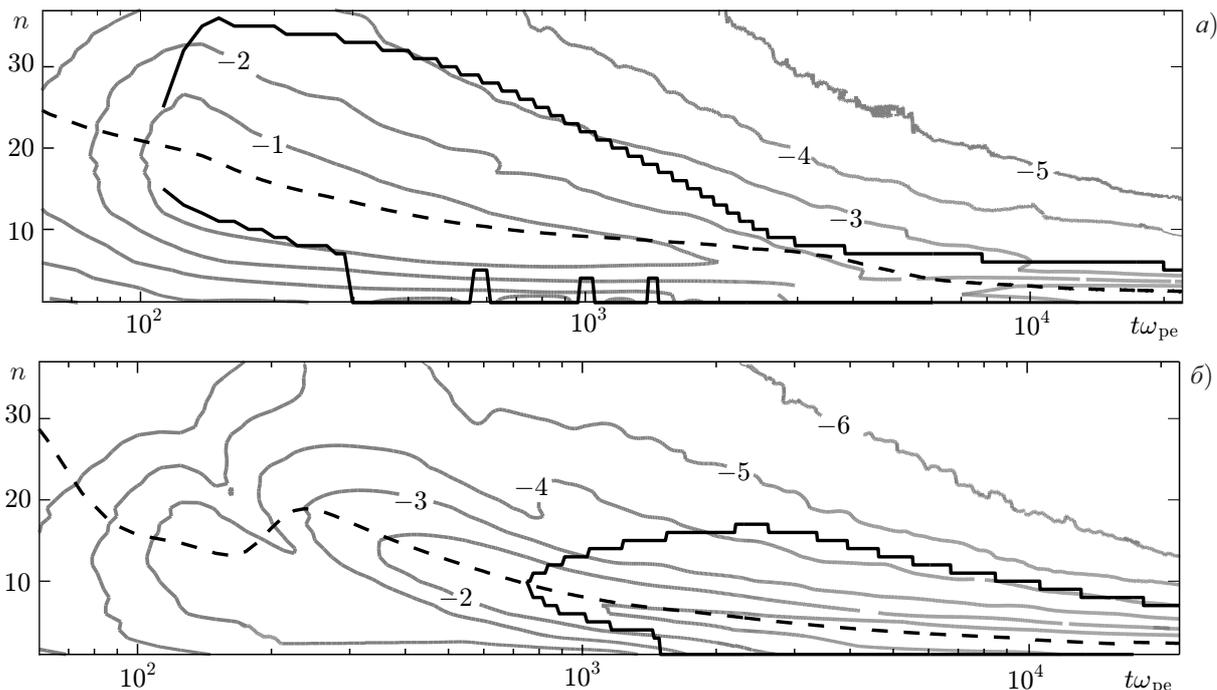


Рис. 5. Динамический спектр плотностей продольного тока электронов (а) и ионов (б) для отношения масс  $m_i/m_e = 36$ . По вертикали отложен номер моды  $n = k_n L_x / 2\pi$  плотности тока, где  $k_n$  — волновое число  $n$ -й моды. Логарифм относительной мощности  $n$ -й моды отмечен серыми линиями равного уровня (числа показывают значения логарифма). Чёрными кривыми обозначены границы спектральных областей (номеров мод), внутри которых электроны замагничены в поле электронных или ионных токов соответственно, т. е.  $\{\kappa_e, \kappa_i\} < 1$  (см. (9)). Штриховые кривые показывают номер средней по спектру моды (аналогично рис. 3)

поля ( $B_{\alpha s}$ ) и тока ( $j_{\alpha s}$ ), создаваемых  $\alpha$ -фракцией плазмы, следующее из первого уравнения системы (1) в пренебрежении производной по времени:  $|B_{\alpha s}| = 2L_x |j_{\alpha s}| / (cs)$ . Величина  $\kappa_\alpha(n)$  — параметр замагниченности электрона в магнитном поле, образованном всеми крупномасштабными модами тока фракции  $\alpha$  вплоть до моды с номером  $n$ ,  $r_{L\alpha}$  — гирорадиус частиц сорта  $\alpha$ ,  $v_{e\perp}$  — поперечная тепловая скорость электронов.

В широком интервале волновых чисел затухание спектральных компонент магнитного поля и плотности тока оказывается степенным (а не экспоненциальным, как следовало бы из дисперсионного уравнения (4) в отсутствие замагниченности), см. рис. 6. При этом затухание мелко-масштабных структур, связанных с легко расфазировавшимися токами электронов, начинается раньше и происходит немного быстрее, чем затухание крупномасштабных структур, в которых больше вклад ионных токов и которые образуются позже, отчасти за счёт слияний мелко-масштабных филаментов. К сожалению, вследствие плотного расположения и сильного взаимодействия филаментов тока трудно судить о том, есть ли среди них самосогласованные долгоживущие обра-

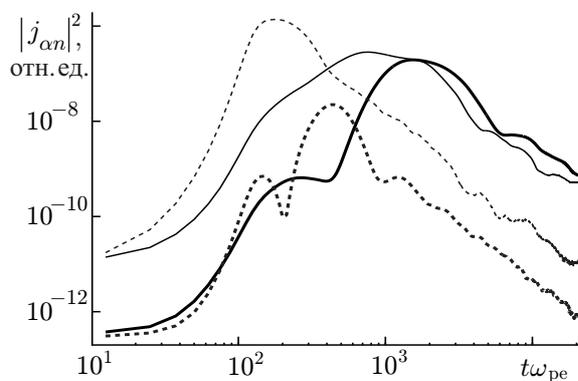


Рис. 6. Эволюция усреднённых по азимуту амплитуд спектральных компонент плотностей продольного тока для волновых чисел  $K_6 = 0,4$  (сплошные кривые) и  $K_{15} = 0,9$  (штриховые кривые) при  $m_i/m_e = 36$ . Тонкие кривые соответствуют электронной фракции, толстые — ионной

зования, хотя наблюдение за различными типами траекторий и баунс-осцилляциями отдельных частиц и изучение вариаций локальной анизотропии распределения частиц косвенно свидетельствуют о наличии некоторой, очевидно нелинейной, структурной согласованности магнитного поля, плотности тока и концентрации плазмы. Этот круг физических вопросов, как и локальный процесс пересоединения силовых линий магнитного поля, проявляющийся, например, во всплесках величин электрического поля или спиральности  $\mathbf{V} \times \text{rot } \mathbf{V}$ , требует специального исследования и перехода к трёхмерному моделированию.

Интересно, что, несмотря на большую инерционность ионов, характерный пространственный масштаб индукционных ионных токов значительно (на десятки процентов) меньше масштаба электронных токов (см. рис. 3), пока в целом электронные токи преобладают над ионными. По-видимому, это связано с отсутствием замагниченности ионов, для которых в наших расчётах параметр замагниченности в полном поле велик ( $\kappa(n) > 1$ ) для всех мод  $n$  на всех временах.

#### 4. ИОННЫЕ ТОКИ И ДОЛГОВРЕМЕННАЯ ЭВОЛЮЦИЯ КРУПНОМАСШТАБНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Характерные масштабы ионных и электронных филаментов тока сближаются тогда, когда сравниваются вклады электронов и ионов в полный ток, а именно при  $t \sim 2000\omega_{pe}^{-1}$  или  $4000\omega_{pe}^{-1}$  (для отношения масс  $m_i/m_e = 36$  или  $100$  соответственно). После этого момента времени динамика магнитного поля в основном определяется токами ионов, а электроны играют всё меньшую и меньшую роль (см. рис. 5). Указанный переход сопровождается индукционной перестройкой электронных токов, меняющих своё направление в областях максимума полного тока. В дальнейшем направление электронных токов меняется и на границах филаментов, так что электронные и ионные токи становятся противоположно направленными.

При этом, несмотря на постепенное убывание среднеквадратичной величины магнитного поля, электроны остаются замагниченными благодаря долгие нарастающему и, следовательно, долгие существующему крупномасштабному магнитному полю. Поддержание такого поля (в нашем случае на уровне порядка 10 % от равномерного значения  $B_0 = \sqrt{8\pi n_0 (T_{\parallel} + 2T_{\perp})}$ ) и замедление скорости убывания его энергии (см. рис. 1) обусловлены остающейся сильной анизотропией температуры (рис. 2), а следовательно, неравновесностью ионной фракции. Последняя в отсутствие замагниченности электронов и даже без учёта анизотропии их температуры ( $A_e \sim 0,1$ ) в принципе могла бы обеспечить экспоненциальный рост, пусть небыстрый, крупномасштабного магнитного поля согласно формуле для вейбелевского инкремента (5) при  $K < K_{\max}$ . Поскольку, однако, энергосодержание ионов сравнимо (а не много больше) с энергосодержанием электронов, наличие замагниченности электронов (ср. [3]) подавляет вейбелевскую неустойчивость при  $K < K_{\max}$  и модифицирует затухание при  $K > K_{\max}$ , заменяя экспоненциальные законы динамики, характерные для слабых линейных возмущений поля и тока, на степенные законы, характерные для нелинейно-турбулентных самосогласованных образований поля и тока и полученные в проведённых расчётах (см. рис. 6). Так, время затухания тока и согласованного с ним магнитного поля в филаменте оказывается гораздо больше времени пролёта через филамент токообразующих частиц, движущихся с тепловой скоростью. Со временем электроны становятся замагниченными — в смысле неравенства (9) — для всё более крупных филаментов, см. рис. 5. Как ясно из этого рисунка, уже при  $t \sim 4000\omega_{pe}^{-1}$ , когда токи ионов примерно на порядок превышают токи электронов, движение электронов оказывается замагниченным для всех филаментов, имеющих в области моделирования.

Замагниченность электронов сохраняется вплоть до времён  $t \sim 20000\omega_{pe}^{-1}$ , дальше которых

расчёты не проводились, так что ионная вейбелевская неустойчивость не успевает проявиться для используемых условий моделирования. Впрочем, для таких больших времён делать определённые физические выводы нельзя вследствие малого числа и дискретности оставшихся сколько-нибудь энергетически значимых мод поля. Вместе с тем можно определённо утверждать, что на интервале времени от  $2000\omega_{pe}^{-1}$  или  $4000\omega_{pe}^{-1}$  (при  $m_i/m_e = 36$  или  $100$  соответственно) до  $10000\omega_{pe}^{-1}$ , когда число энергонесущих мод ещё велико, магнитное поле, сгенерированное электронными токами и затухшее в  $2\div 3$  раза, поддерживается ионными токами, созданными благодаря этому затуханию. В то же время электроны перестают быть основной токнесущей фракцией, а выполняют роль инерционного нелинейного «балласта», препятствующего экспоненциальному нарастанию или затуханию магнитного поля из-за ионной вейбелевской неустойчивости или баллистической (кинетической) расфазировки ионных токов соответственно. Разумеется, для реальных тяжёлых ионов, массы которых превышают массу электрона в 1836 (для протона) и более раз, время создания заметных и тем более доминирующих ионных токов может быть больше или порядка  $10^4\omega_{pe}^{-1}$ , а величина поддерживаемого ими магнитного поля может составлять всего лишь доли процента от равномерного значения. Однако рассматриваемые эффекты замагничивания электронов ионными токами, влияния последних на динамику магнитного поля, уменьшения скорости его затухания и временного или частичного (в некоторой области волновых чисел) подавления ионной вейбелевской неустойчивости, по-видимому, сохранятся в широкой области сравнимых значений начальных энергосодержания и параметров анизотропий распределений электронов и ионов.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведённое моделирование поведения бесстолкновительной плазмы со сравнимыми энергосодержанием и параметрами анизотропий фракций электронов и ионов впервые демонстрирует, что быстро развивающаяся электронная вейбелевская неустойчивость на нелинейной стадии насыщения и затухания магнитного поля может индуцировать крупномасштабные ионные токи, которые со временем превышают электронные и определяют долговременную динамику магнитного поля. В результате реализуется длительная стадия нелинейного (близкого к степенному) затухания магнитного поля турбулентного ансамбля филаментов тока, постепенно эволюционирующих от мелкомасштабных электронных к крупномасштабным ионным и направленным преимущественно вдоль оси наибольших энергий анизотропного максвелловского распределения частиц, которая в рассмотренном пространственно двумерном случае ориентирована поперёк плоскости моделирования  $xy$ . Основная масса электронов (практически изотропизованных) в большинстве этих филаментов тока, в том числе преимущественно ионных, замагничена, что исключает либо существенно задерживает развитие ионной вейбелевской неустойчивости, которая в противном случае могла бы эффективно генерировать крупномасштабное магнитное поле в плоскости  $xy$  за счёт долгосохраняющегося сильного различия температур ионов в этой плоскости и поперёк неё.

Для выяснения реальных законов пространственно-временной эволюции указанной филаментационной квазимагнитостатической турбулентности требуется полноценное трёхмерное моделирование. Оно представляет несомненный интерес для интерпретации возможных экспериментов по лазерной абляции мишеней, например при наличии двух встречных потоков слабостолкновительной плазмы, в которых электроны могут быть разогреты фемтосекундным лазерным импульсом до энергий, сравнимых с энергиями направленного движения ионов. Такой лазерно-плазменный поток может налетать на покоящуюся плазму или быть создан в ней (предварительно разогретой, в том числе анизотропно) другим фемтосекундным импульсом. В пространственно неоднородной постановке подобной задачи возможно формирование бесстолкновительных ударных волн с крупномасштабным долгоживущим магнитным полем, существенно меняющем струк-

туры их фронтов, а также характер ускорения и излучения частиц в области фронтов. Насколько нам известно, рассмотренная конкуренция электронной и ионной вейбелевских неустойчивостей и нелинейная смена поддерживающих магнитное поле токов с электронных на ионные до сих пор не исследовалась ни теоретически, ни экспериментально.

Работа М. А. Гарасёва, В. В. Кочаровского и А. А. Нечаева проводилась в рамках государственного задания ИПФ РАН (проект 16.29); работа Л. В. Бородачёва и Д. О. Коломийца поддержана РФФИ (проект 16-01-00690). Авторы признательны Л. М. Зелёному и Е. В. Деришеву за участие в постановке задачи и обсуждении предварительных результатов исследования.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Weibel E. S. // Phys. Rev. Lett. 1959. V. 2. P. 83.
2. Gruzinov A. // Astrophys. J. Lett. 2001. V. 563. P. L15.
3. Lyubarsky Y., Eichler D. // Astrophys. J. 2006. V. 647. P. 1250.
4. Garasev M., Derishev E. // Month. Not. Royal Astron. Soc. 2016. V. 461 (1). P. 641.
5. Medvedev M. V., Loeb A. // Astrophys. J. 1999. V. 526. P. 697.
6. Spitkovsky A. // Astrophys. J. Lett. 2008. V. 682. P. L5.
7. Huntington C. M., Finza F., Ross J. S., et al. // Nat. Phys. 2015. V. 11. P. 173.
8. Sakawa Y., Morita T., Kuramitsu Y., Takabe H. // Advances in Physics: X. 2016. V. 1, No. 3. P. 425.
9. Borodachev L. V., Kolomiets D. O. // J. Plasma Phys. 2011. V. 77, Iss. 2. P. 277.
10. Darwin C. G. // Phil. Mag. 1920. V. 39. P. 537.
11. Бородачёв Л. В., Мингалев И. В., Мингалев О. В. Энциклопедия низкотемпературной плазмы Б. Т. 7. М.: Янус-К, 2008. С. 136.
12. Silva L. O. // AIP Conf. Proc. 2006. V. 856. P. 109.
13. Dieckmann M. E. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2009. V. 51. Art. no. 124042.
14. Ruyer C., Gremillet L., Debayle A., Bonnaud G. // Phys. Plasmas. 2015. V. 22. Art. no. 032102.
15. <http://darwincode.org/results/>.
16. Дэвидсон Р. Основы физики плазмы / под ред. А. А. Галеева и Р. Судана. М.: Энергоатомиздат, 1983. Т. 1. С. 443.
17. Fried B. D., Conte S. D. The plasma dispersion function. New York: Academic Press, 1961. 419 p.
18. Кочаровский В. В., Кочаровский Вл. В., Мартьянов В. Ю., Тарасов С. В. // Успехи физ. наук. 2016. Т. 186. С. 1267.
19. Stockem A., Dieckmann M. E., Schlickeiser R. // Plasma Phys. Contr. Fusion. 2009. V. 51. Art. no. 075014.
20. Davidson R. C., Hammer D. A., Haber I., Wagner C. E. // Phys. Fluids. 1972. V. 15. P. 317.

Поступила в редакцию 18 сентября 2016 г.; принята в печать 20 ноября 2016 г.

### DYNAMICS OF A SELF-CONSISTENT MAGNETIC FIELD AND DIFFUSIVE SCATTERING OF IONS IN A PLASMA WITH STRONG THERMAL ANISOTROPY

*L. V. Borodachev, M. A. Garasev, D. O. Kolomiets, V. V. Kocharovskiy, V. Yu. Mart'yanov, and A. A. Nechaev*

We numerically simulate the nonlinear phase of the Weibel instability of a two-component plasma with strong thermal anisotropy and comparable energies of the electron and ion fractions.

Spatiotemporal dynamics of the current filaments and the magnetic field created by the electrons or ions is analyzed. It is found that the magnetic field resulting from the electron instability leads to the scattering of ions, decreasing the degree of their momentum distribution anisotropy and suppressing the development of the ion instability. It is shown that the long-term maintenance and evolution of a large-scale quasistationary magnetic field are due to the ion currents which are induced by the decaying magnetic field and start to dominate the electrons with time. The possibility of the considered scenario of the Weibel instability in a nonequilibrium laser-produced plasma is discussed.