

УДК 535.361

## ТЕОРИЯ ЛАЗЕРНОЙ БАТИМЕТРИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭФФЕКТА МНОГОКРАТНОГО ОТРАЖЕНИЯ СВЕТОВОГО ИМПУЛЬСА ОТ МОРСКОГО ДНА

*В. Л. Вебер\*, Л. С. Долгин*

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

Статья посвящена проблеме использования лидара для измерения предельно малых глубин, при которых разность времён прихода эхо-сигналов от поверхности и дна моря становится меньше длительности зондирующего импульса. Для решения этой проблемы предложено использовать эффект многократного отражения света от морского дна, который приводит к появлению дополнительных эхо-сигналов с временами запаздывания, превышающими время двукратного прохождения светового импульса через водный слой. Показано, что двукратно отражённый сигнал, в принципе, может быть использован для уменьшения минимальной измеряемой глубины моря примерно в 2,5 раза при сохранении длительности зондирующего импульса.

### ВВЕДЕНИЕ

Самолётный батиметрический лидар зарекомендовал себя в качестве эффективного средства картографирования мелководных участков морского дна и экологического мониторинга прибрежной зоны океана [1–3]. Совместное использование лазерного батиметра с измерителем спектральной яркости выходящего из воды солнечного излучения, реализованное в системе SHOALS+CASI (Scanning Hydrographic Operational Airborne Lidar Survey+Compact Airborne Spectrographic Imager) позволило не только регистрировать рельеф дна, но и синтезировать его цветные изображения, а также получать спектральные данные об оптических характеристиках морской воды [4–6]. Эта информация успешно используется для наблюдения процесса эрозии берегов, изменений рельефа дна и переноса взвеси на мелководье, определения типа осадков и наличия растительности на дне, контроля мутности воды и регистрации загрязнений. Как отмечают разработчики указанной системы, один из её недостатков заключается в трудности измерения глубины моря в непосредственной близости от кромки берега, где разность времён прихода эхо-сигналов от поверхности и дна моря становится меньше их длительности.

Данная работа посвящена анализу возможности повышения точности измерения малых глубин лидарным методом за счёт использования эффекта многократного отражения светового импульса от морского дна. Приводятся формулы для расчёта характеристик эхо-сигналов, возникающих в результате однократного, двукратного и трёхкратного отражения импульса от дна. Проводится сравнительный анализ характеристик однократно и двукратно отражённых сигналов и оцениваются возможности определения глубины моря по однократно и двукратно отражённым сигналам в условиях, когда длительность зондирующего импульса превышает время двукратного прохождения сигнала через водный слой.

### 1. ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ ЭХО-СИГНАЛОВ

Расчёт эхо-сигналов от дна проводился при следующих предположениях:

— лидар располагается на высоте  $H$  над плоской морской поверхностью (см. рис. 1);

---

\* w.weber@hydro.appl.sci-nnov.ru

— морское дно (плоскость  $z = \text{const}$ ) диффузно рассеивает падающий на него свет и характеризуется коэффициентом диффузного отражения (альбедо)  $R_b$ ;

— диаграммы направленности излучателя и приёмника соосны, ориентированы по нормали к морской поверхности, имеют гауссову форму и ширину (по уровню  $1/e$ )  $2\vartheta_s$  и  $2\vartheta_r$  соответственно;

— для упрощения задачи рассеяние света в воде не учитывалось, ослабление яркости излучения при его прохождении через водный слой определялось по формуле Бугера.

При сделанных предположениях мощность  $P_1$  однократно отражённого сигнала определяется из уравнения (см. Приложение)

$$P_1(t) = A_1 \frac{\Omega_r}{\Sigma} f(1 - 2z/v_w), \quad (1)$$

где  $A_1 = P_s R_b \Sigma_r \exp(-2cz)/(\pi m^2)$ ,  $\Sigma = \Sigma_s + \Sigma_r + (\Omega_s + \Omega_r) L^2$ ,  $L = H + z/m$ ,  $\Omega_s = \pi\vartheta_s^2$ ,  $\Omega_r = \pi\vartheta_r^2$ ,  $P_s$  — пиковая мощность источника,  $m$  — показатель преломления воды,  $c$  — показатель ослабления воды,  $\Sigma_s$  и  $\Sigma_r$  — площади апертур излучателя и приёмника соответственно,  $\Omega_s$  и  $\Omega_r$  — телесные углы излучения и приёма,  $v_w$  — скорость света в воде,  $v$  — скорость света в вакууме, время  $t$  отсчитывается от момента падения лазерного импульса на морскую поверхность. Функция  $f(t-r/v)$  описывает форму эхо-сигнала от точечной цели, находящейся в свободном пространстве на расстоянии  $r$  от лидара. Эта функция удовлетворяет условию  $f(0) = 1$  (эта функция представляет собой свёртку излучаемого сигнала и отклика приёмника на  $\delta$ -импульсный сигнал).

Расчёт мощности двукратно отражённого сигнала требует вычисления интеграла (см. приложение)

$$P_2(t) = A_2 \frac{\Omega_r}{\Sigma} 2\pi \int_0^\infty \exp\left(-\frac{\pi\rho^2}{\Sigma}\right) \Phi(\mu) f\left[t - \frac{2z}{v_w} \left(1 + \frac{1}{\mu}\right)\right] \rho d\rho, \quad (2)$$

где

$$A_2 = A_1 R_b / (4\pi z^2), \quad \Phi(\mu) = \mu^4 R_f(\mu) \exp(-2cz/\mu), \quad \mu(\rho) = 2z / \sqrt{\rho^2 + 4z^2}. \quad (3)$$

Здесь  $R_f$  — френелевский коэффициент отражения для неполяризованного света, падающего снизу на границу раздела вода—воздух под углом  $\vartheta = \arccos \mu$ :

$$R_f(\mu) = (R_1^2 + R_2^2)/2, \quad (4)$$

где

$$R_1 = \frac{\mu - m\sqrt{1 - m^2 + m^2\mu^2}}{\mu + m\sqrt{1 - m^2 + m^2\mu^2}}, \quad R_2 = \frac{m\mu - \sqrt{1 - m^2 + m^2\mu^2}}{m\mu + \sqrt{1 - m^2 + m^2\mu^2}} \quad (5)$$

при  $\mu \geq \sqrt{m^2 - 1}/m$ ,

$$R_1 = R_2 = 1 \quad (6)$$

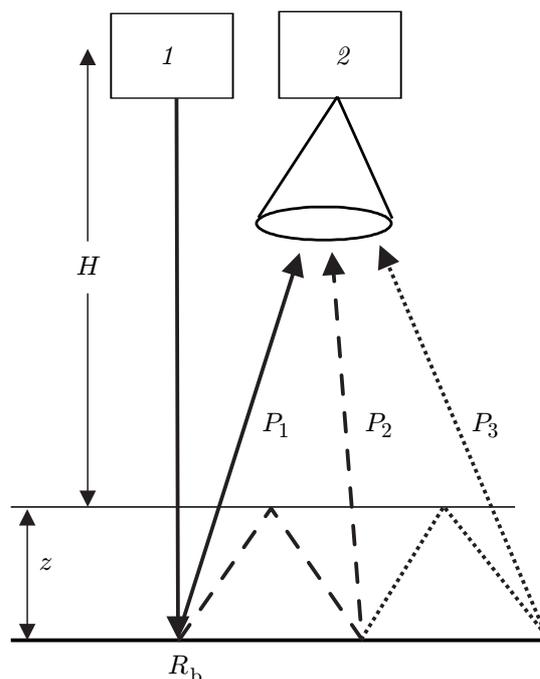


Рис. 1. Схема локации: 1 — источник излучения, 2 — оптический приёмник,  $H$  — высота носителя,  $z$  — глубина моря,  $P_1$ ,  $P_2$  и  $P_3$  — однократно, двукратно и трёхкратно отражённые сигналы

при  $\mu < \sqrt{m^2 - 1}/m$ .

Аналогичное выражение для мощности трёхкратно отражённого сигнала имеет вид (см. приложение)

$$P_3(t) = A_3 \frac{\Omega_r}{\Sigma} (2\pi)^2 \int_0^\infty \int_0^\infty \exp\left[-\frac{\pi(\rho_1^2 + \rho_2^2)}{\Sigma}\right] I_0\left(\frac{2\pi}{\Sigma} \rho_1 \rho_2\right) \Phi(\mu_1) \Phi(\mu_2) \times \\ \times f\left[t - \frac{2z}{v_w} \left(1 + \frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2}\right)\right] \rho_1 \rho_2 d\rho_1 d\rho_2, \quad (7)$$

где  $A_3 = A_2 R_b / (4\pi z^2)$ ,  $\mu_i = \mu(\rho_i)$ ,  $i = 1, 2$ ;  $I_0(\xi)$  — модифицированная функция Бесселя нулевого порядка.

## 2. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК ОДНОКРАТНО И ДВУКРАТНО ОТРАЖЁННЫХ СИГНАЛОВ

При выполнении расчётов мы задавали  $f(t)$  в виде гауссовой функции:

$$f(t) = \exp[-(2t/\Delta t)^2]. \quad (8)$$

Параметр  $\Delta t$  характеризует эффективную длительность зондирующего импульса (с учётом его искажений фотоприёмником) и определяет продольный размер импульсного объёма

$$\Delta z = v_w \Delta t / 2. \quad (9)$$

Кроме того, предполагалось выполненным условие  $\vartheta_r \gg \vartheta_s$ , позволяющее обобщить формулу (2) на случай «ступенчатых» диаграмм направленности источника и приёмника.

Для анализа различия между характеристиками однократно и двукратно отражённых сигналов (по их мощности и временам прихода) оказалось удобным перейти от переменных  $t, z, c$  к безразмерным переменным

$$t_\Delta = t/\Delta t, \quad z_\Delta = z/\Delta z, \quad \Delta\tau = 2c\Delta z = cv_w \Delta t. \quad (10)$$

При этом нормированная на максимум мощность однократно отражённого сигнала даётся формулой

$$P_1(t_\Delta)/P_1(t_\Delta = z_\Delta) = \exp[-4(t_\Delta - z_\Delta)^2], \quad (11)$$

а отношение мощности двукратно отражённого сигнала к пиковой мощности однократно отражённого сигнала рассчитывается по формуле

$$P_2(t_\Delta)/P_1(t_\Delta = z_\Delta) = 2R_b \int_0^X \mu^4 R_f(\mu) \exp\{-\Delta\tau z_\Delta \mu^{-1} - 4[t_\Delta - z_\Delta(1 + \mu^{-1})]^2\} x dx, \quad (12)$$

$$\mu = (1 + x^2)^{1/2}, \quad X = \vartheta_r L / (2z). \quad (13)$$

При малых глубинах максимум сигнала  $P_2$  соответствует кольцевому участку дна  $S_2$ , на который падает свет, отражённый поверхностью к дну под углами, близкими к углу полного внутреннего отражения (см. рис. 2). Радиус этого кольцевого участка оценивается по формуле  $r_2 \approx 2z$ . Поэтому верхний предел интегрирования  $X$  в правой части (12) можно рассматривать как отношение радиуса участка дна, попадающего в поле зрения приёмника, к величине  $r_2$ :  $X \approx \vartheta_r L / r_2$ .

Рис. 2. Лучевая картина однократного и двукратного отражения сигнала от дна 2:  $S_1$  — лоцируемый элемент дна,  $P_1$  — однократно отражённый сигнал,  $S_2$  — участок дна, на который возвращается однократно отражённый дном свет в результате его полного внутреннего отражения от границы раздела вода—воздух 1,  $P_2$  — двукратно отражённый сигнал,  $r_2$  — радиус кольцевого участка дна, от которого приходит максимум сигнала  $P_2$

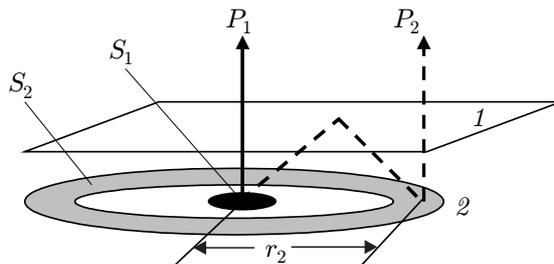


Рис. 3. Относительная мощность двукратно отражённого от дна сигнала (сплошные кривые) в зависимости от безразмерного времени  $t_\Delta$  при  $\Delta\tau = 0,1$ ,  $R_b = 0,5$  и различных значениях  $z_\Delta$  (указаны на рисунке); пунктирная кривая соответствует однократно отражённому сигналу при  $z_\Delta = 0,2$ ;  $\Delta t$  — эффективная длительность зондирующего импульса,  $\Delta z$  — размер элемента разрешения по глубине,  $\Delta\tau$  — оптическая длина светового импульса

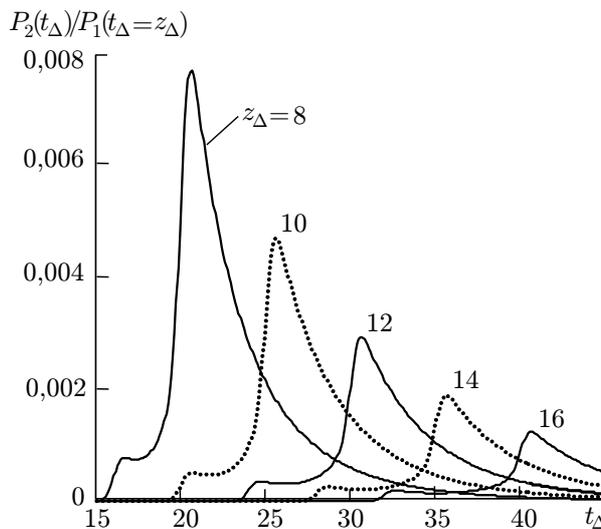
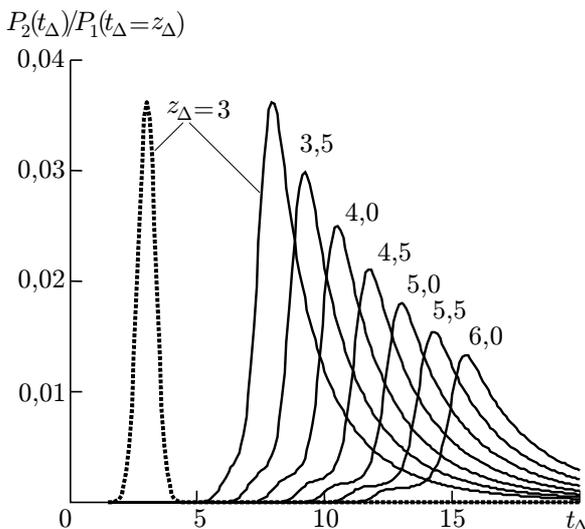
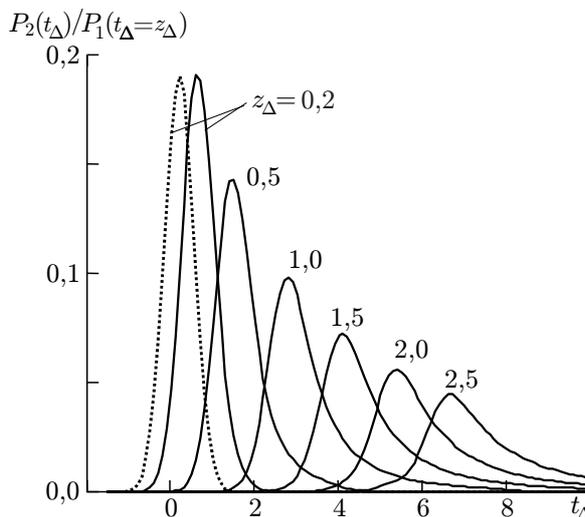


Рис. 4. То же, что на рис. 3, при других значениях  $z_\Delta$

Рис. 5. То же, что на рис. 3, для двукратно отражённых сигналов при  $\Delta\tau = 0,1$  и  $R_b = 0,5$ . Значения  $z_\Delta$  приведены на рисунке

На рис. 3–7 представлены результаты расчётов сигнала  $P_2$  по формуле (12) при  $X = 5$ . Наряду с сигналами  $P_2$  на рис. 3 и 4 пунктиром показаны сигналы  $P_1$ , приходящие с той же глубины, что и сигналы  $P_2$ , которые следуют непосредственно за ними. Для удобства сравнения формы сигналов максимальное значение мощности сигнала  $P_1$  уменьшено и сделано таким же, как и мощности сигнала  $P_2$ .

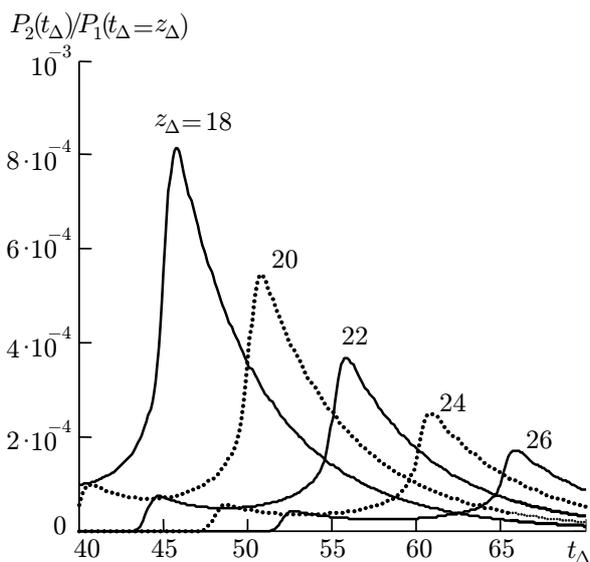


Рис. 6. То же, что на рис. 5, при других значениях  $z_\Delta$

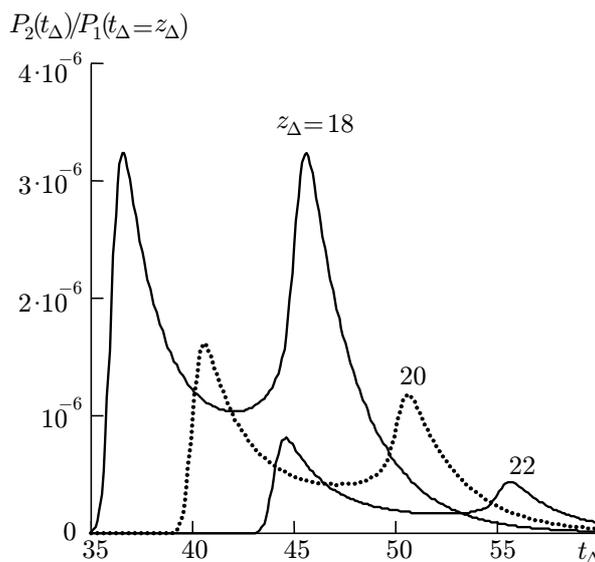


Рис. 7. То же, что на рис. 6, при  $\Delta\tau = 0,3, R_b = 0,5$ . Значения  $z_\Delta$  приведены на рисунке

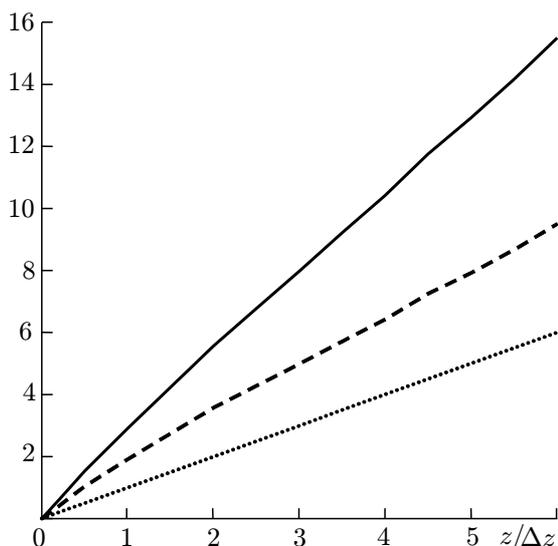


Рис. 8. Сравнительные данные о временах задержки однократно и двукратно отражённых сигналов при  $2c \Delta z = 0,1$ : сплошная, штриховая и пунктирная линии соответствуют зависимостям  $t_2/\Delta t, (t_2 - t_1)/\Delta t$  и  $t_1/\Delta t$  от  $z/\Delta z$

Из рис. 3 и формулы (12) видно, что при очень малых глубинах ( $z \ll \Delta z$ ) отношение максимальных значений мощностей сигналов  $P_2$  и  $P_1$  примерно равно  $0,4R_b$ . Разность времён прихода соответствующих сигналов становится заметной уже при глубинах  $z \approx 0,2 \Delta z$ . С ростом глубины отношение максимальных значений мощностей однократно и двукратно отражённых сигналов убывает и уменьшается до величины порядка  $0,01R_b$  при  $z \approx 10 \Delta z$  (см. рис. 4 и 5). Сигнал  $P_2$  имеет вид импульса с «предвестником», который формируется светом, отражённым поверхностью под углами, меньшими угла полного внутреннего отражения. Относительный вклад этого света в сигнал  $P_2$  возрастает с увеличением глубины и показателя ослабления воды (см. рис. 5–7). Как видно из рис. 7, при больших глубинах двукратно отражённый сигнал может разделяться на два импульса с примерно одинаковыми амплитудами; первый импульс приходит от элемента дна  $S_1$  (см. рис. 2), а второй — от поверхности  $S_2$ .

Сплошная кривая на рис. 8 изображает зависимость времени прихода  $t_2$  максимума сигнала  $P_2$  от глубины  $z$ . На этом же рисунке для сравнения приведены зависимости времени задержки однократно отражённого сигнала  $t_1 = 2z/v_w$  и задержки сигнала  $P_2$  относительно  $P_1$ , т. е. разности времён прихода максимумов этих сигналов  $t_2 - t_1$ , от  $z$ . Из рисунка хорошо видно, что время задержки сигнала  $P_2$  чувствительнее к изменению глубины по сравнению с временем задержки сигнала  $P_1$ .

Отдельным вопросом, обособленным от темы данного исследования, является вопрос о влиянии ветрового волнения на характеристики импульсных сигналов различной кратности рассеяния от дна водоёма. Сразу следует сказать, что этот вопрос является довольно сложным в математическом плане. Однако простые оценки для волн на поверхности воды, имеющих длину порядка и больше двух глубин водоёма, показывают, что наличие волнения практически не влияет на время прихода максимума сигнала  $P_2$ . При этом все основные выводы данной работы сохраняются и в условиях волнения на водной поверхности.

### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сравнительный анализ характеристик эхо-сигналов, возникающих в результате однократного и двукратного отражения светового импульса от дна, позволяет сделать следующие выводы.

1) При малой глубине моря (порядка нескольких длин импульсного объёма) двукратно отражённый дном сигнал  $P_2$  может быть зарегистрирован при условии раздельного приёма сигналов однократного ( $P_1$ ) и двукратного отражения.

2) Однократно и двукратно отражённые сигналы приходят от различных участков дна, что обеспечивает принципиальную возможность их раздельного приёма. Для приёма сигнала  $P_2$  можно использовать специальный фотоприёмник с полем зрения в виде кольца, прилегающего к наблюдаемому элементу дна (см. рис. 2).

3) При условии раздельного приёма парциальных сигналов  $P_1$  и  $P_2$  и опорного сигнала  $P_0$  глубину водоёма  $z$  можно оценивать тремя способами:

— традиционным, т. е. по разнице времён прихода  $t_1 = 2z/c$  однократно отражённого сигнала  $P_1$  и опорного  $P_0$ ;

— по разнице времён прихода  $t_2$  двукратно отражённого сигнала  $P_2$  и опорного  $P_0$ ;

— по разнице времён прихода  $t_2 - t_1$  двукратно и однократно отражённых сигналов  $P_2$  и  $P_1$ .

Если времена прихода указанных трёх сигналов флуктуируют одинаково и измеряются с одинаковой погрешностью, то использование второго способа вместо традиционного позволит уменьшить в  $2,5 \div 3$  раза минимальную глубину водоёма, которая может быть измерена лидаром с заданной продольной разрешающей способностью. При тех же условиях третий способ позволит уменьшить минимальную измеряемую глубину в  $1,5 \div 2$  раза. Вместе с тем в случае сильных флуктуаций сигнала  $P_0$ , обусловленных, например, волнением, третий способ может оказаться наиболее полезным благодаря тому, что он позволяет измерять глубину водоёма без использования сигнала, отражённого поверхностью.

Авторы благодарят Г. Х. Туэлла (G. H. Tuell), В. И. Фейгельса и Ю. И. Копилевича за полезные обсуждения проблем лазерной батиметрии и помощь в выполнении данной работы. Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 15-45-02610p\_повожье\_a) и CRDF (проект RUG1-1675\_NN-07).

### ПРИЛОЖЕНИЕ. ВЫВОД ФОРМУЛ ДЛЯ РАСЧЁТА ЭХО-СИГНАЛОВ

Пусть на высоте  $H$  над водной поверхностью расположен импульсный источник света с распределением яркости  $B_s D_s^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{n})$ , где  $B_s$  — яркость центрального луча, апертурные функции источника удовлетворяют условиям  $D_s^{(0)}(0, 0) = 1$ ,  $D_s(0) = 1$ . Здесь и далее  $\mathbf{r}$  — двумерные радиус-векторы точек в горизонтальной плоскости,  $\mathbf{n}$  — проекции единичных векторов, характеризующих направление световых лучей, на горизонтальную плоскость. Источник света облучает поверхность воды по нормали к ней. Световое излучение, прошедшее через поверхность,

достигает дна и изотропно рассеивается на нём (коэффициент отражения дна равен  $R_b$ ). Часть рассеянного излучения достигает поверхности, проходит через неё и попадает в фотоприёмник лидара с апертурной функцией  $D_r^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{n})D_r(t)$  (нормировки те же).

Мощность сигнала однократного рассеяния от дна  $P_1$  описывается известным соотношением малоугловой теории переноса излучения:

$$P_1(t) = B_s \frac{R_b}{\pi m^2} \int_{-\infty}^{+\infty} E_1(\mathbf{r}) E_r(\mathbf{r}) D_{sr}(t - l_1/v_w) d^2r, \quad (\text{П1})$$

где  $E_1(\mathbf{r})$  — распределение освещённости на дне в точке  $\mathbf{r}$ , создаваемое источником света,  $E_r(\mathbf{r})$  — распределение освещённости, которое создавал бы источник света с апертурной функцией фотоприёмника лидара,  $D_{sr}$  — свёртка временных функций источника света и фотоприёмника,  $l_1 = 2z$  — расстояние, проходимое световым импульсом под водой,  $v_w$  — скорость света в воде.

Часть светового излучения, рассеянного дном и достигшего поверхности, отражается поверхностью обратно в воду, достигает дна и вторично рассеивается вверх. Достигнув поверхности, это излучение проходит через неё и попадает в фотоприёмник лидара, формируя сигнал двукратного рассеяния от дна. Мощность этого сигнала (сигнала двукратного отражения от дна) можно описать соотношением, подобным (П1):

$$P_2(t) = B_s \frac{R_b}{\pi m^2} \int_{-\infty}^{+\infty} E_2(\mathbf{r}) E_r(\mathbf{r}) D_{sr}(t - l_1/v_w - l_2/v_w) d^2r, \quad (\text{П2})$$

где  $E_2(\mathbf{r})$  — распределение освещённости на дне, которое создаётся ламбертовым источником, расположенным на дне в точке  $\mathbf{r}_1$  (это эффективный источник, соответствующий однократно отражённому от дна свету), с учётом отражающей поверхности раздела воздух—вода,  $l_2 = 2z/\mu_1$ ,  $\mu_1 = \cos \theta_1$ ,  $\theta_1$  — угол первого отражения на границе вода—воздух.

При выводе формулы для  $E_2$  пренебрежём эффектами рассеяния света в воде. В этом случае расчёт, проведённый по классическим законам фотометрии, даёт следующее выражение:

$$E_2(\mathbf{r}) = \frac{R_b}{4\pi z^2} \int_{-\infty}^{+\infty} E_1(\mathbf{r}_1) \Phi(\mu_1) d^2r_1, \quad (\text{П3})$$

где  $\Phi(\mu_1) = \mu_1^4 R_r(\mu_1) \exp(-2cz/\mu_1)$ ,  $R_r$  — френелевский коэффициент отражения света от границы раздела вода—воздух,  $\mu_1 = 2z/\sqrt{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r})^2 - (2z)^2}$ ,  $c$  — показатель ослабления света в воде.

Часть светового излучения, двукратно отражённого от дна, вновь отражается обратно в воду, достигает дна и в третий раз рассеивается вверх. Достигнув поверхности, это излучение проходит через неё и попадает в фотоприёмник лидара, формируя сигнал трёхкратного рассеяния от дна. Мощность этого сигнала описывается соотношением, подобным (П2):

$$P_3(t) = B_s \frac{R_b}{\pi m^2} \int_{-\infty}^{+\infty} E_3(\mathbf{r}) E_r(\mathbf{r}) D_{sr}(t - l_1/v_w - l_2/v_w - l_3/v_w) d^2r, \quad (\text{П4})$$

где  $E_3(\mathbf{r})$  — распределение освещённости на дне, которое создаётся ламбертовым источником, расположенным на дне в точке  $\mathbf{r}_2$  (это эффективный источник, соответствующий двукратно отражённому от дна свету), с учётом отражающей поверхности раздела воздух—вода,  $l_3 = 2z/\mu_2$ ,  $\mu_2 = \cos \theta_2$ ,  $\theta_2$  — угол второго отражения на границе вода—воздух.

Поскольку

$$E_3(\mathbf{r}) = \frac{R_b}{4\pi z^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} E_2(\mathbf{r}_1) \Phi(\mu_1) d^2 r_1,$$

то, с учётом соотношения (П3), получаем

$$E_3(\mathbf{r}) = \left( \frac{R_b}{4\pi z^2} \right)^2 \iint_{-\infty}^{+\infty} d^2 r_1 \iint_{-\infty}^{+\infty} E_1(\mathbf{r}_2) \Phi(\mu_1) \Phi(\mu_2) d^2 r_2, \quad (\text{П5})$$

где  $\mu_2 = 2z / \sqrt{(\mathbf{r}_2^2 - \mathbf{r}_1^2) - (2z)^2}$ .

В дальнейшем будем предполагать, что лидар построен по моностатической схеме (отсутствие «базы» источник—приёмник) с коаксиальной геометрией (оси диаграмм направленности источника и приёмника совмещены).

Конкретизируем функции, входящие в выражения для мощности эхо-сигнала одно-, двух- и трёхкратного отражения излучения от дна водоёма. Аппроксимируем апертурные функции источника света и фотоприёмника лидара гауссовыми функциями:

$$D_\alpha^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = \exp \left[ - \left( \frac{\pi r^2}{\Sigma_\alpha} + \frac{\pi n^2}{\Omega_\alpha} \right) \right], \quad (\text{П6})$$

где индекс  $\alpha$  принимает значения  $s$  (источник) и  $r$  (приёмник),  $\Sigma_\alpha$  — площадь апертуры,  $\Omega_\alpha$  — телесный угол излучения или приёма. В условиях пренебрежения эффектами рассеяния в воде выражения для  $E_1$  и  $E_r$  имеют следующий вид:

$$E_1(\mathbf{r}) = B_s \exp(-cz) \iint_{-\infty}^{+\infty} D_s^{(0)}(\mathbf{r} - L\mathbf{n}, \mathbf{n}) d^2 n, \quad (\text{П7})$$

$$E_r(\mathbf{r}) = \exp(-cz) \iint_{-\infty}^{+\infty} D_r^{(0)}(\mathbf{r} - L\mathbf{n}, \mathbf{n}) d^2 n, \quad (\text{П8})$$

где  $c$  — показатель ослабления воды.

Подставляя (П6)–(П8) в (П1), получим в результате преобразований выражение для мощности эхо-сигнала однократного отражения от дна:

$$P_1(t) = A_1 \frac{\Omega_r}{\Sigma} D_{sr} (1 - 2z/v_w), \quad (\text{П9})$$

где  $A_1 = P_s R_b \Sigma_r \exp(-2cz) / (\pi m^2)$ ,  $P_s = B_s \Sigma_s \Omega_s$ ,  $\Sigma = \Sigma_s + \Sigma_r + (\Omega_s + \Omega_r) L^2$ ,  $L = H + z/m$ .

Подставляя выражения (П3), (П6)–(П8) в (П2), получим в результате преобразований выражение для мощности эхо-сигнала двукратного отражения от дна:

$$P_2(t) = A_2 \frac{\Omega_r}{\Sigma} \iint_{-\infty}^{+\infty} \exp \left( - \frac{\pi \rho^2}{\Sigma} \right) \Phi(\mu_1) D_{sr} \left[ t - \frac{2z}{v_w} \left( 1 + \frac{1}{\mu_1} \right) \right] d^2 \rho, \quad (\text{П10})$$

где  $A_1 = A_1 R_b / (4\pi z^2)$ ,  $\mu_1 \equiv \mu_1(\rho) / \sqrt{\rho^2 + 4z^2}$ .

Подставляя выражения (П5)–(П8) в (П4), получим в результате преобразований выражение для мощности эхо-сигнала трёхкратного отражения от дна

$$P_3(t) = A_3 \frac{\Omega_r}{\Sigma} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} d^2 \rho_1 \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[ - \frac{\pi (\rho_1^2 + \rho_2^2)}{\Sigma} \right] \Phi(\mu_1) \Phi(\mu_2) D_{sr} \times \\ \times \left[ t - \frac{2z}{v_w} \left( 1 + \frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} \right) \right] d^2 \rho_2, \quad (\text{П11})$$

где  $A_3 = A_2 R_b / (4\pi z^2)$ ,  $\mu_i \equiv \mu(\rho_i)$ ,  $i = 1, 2$ .

Кратность интегралов в формулах (П10) и (П11) может быть понижена, если заметить, что подынтегральные функции в них зависят от модуля вектора  $\rho$ . В результате простых преобразований получаем приведённые выше формулы (2) и (7).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Feygels V. I., Kopilevich Y., Tuell G. H., et al. // Proc. SPIE. 2007. V. 6 615. Art. no. 66150F.
2. Kopilevich Y., Feygels V. I., Tuell G. H., Surkov A. // Proc. SPIE. 2005. V. 5 885. Art. no. 5 8850D.
3. Tuell G. H., Feygels V. I., Kopilevich Y., et al. // Proc. SPIE. 2005. V. 5 885. Art. no. 5 8850E.
4. Wozencraft J. M., Lee M., Tuell G. H., Philpot W. D. // Proc. SPIE. 2003. V. 5 093. P. 517.
5. Tuell G. H., Park J. Y. // Proc. SPIE. 2004. V. 5 412. P. 185.
6. Tuell G. H., Park J. Y., Aitken J., et al. // Proc. SPIE. 2005. V. 5 806. P. 816.

Поступила в редакцию 21 августа 2015 г.; принята в печать 6 апреля 2016 г.

### THE THEORY OF LASER BATHYMETRY USING THE EFFECT OF MULTIPLE REFLECTION OF A LIGHT PULSE FROM THE SEA BOTTOM

*V. L. Weber and L. S. Dolin*

This work deals with the problem of lidar using for measuring the extremely small depths at which the difference between the times of arrival of the echo signals from the surface and the sea bottom becomes smaller than the sounding-pulse duration. To solve this problem, we propose to use the effect of multiple reflection of light from the sea bottom, which leads to appearance of additional echo signals with the delay times exceeding the time of the double light-pulse passing through the water layer. It is shown that the two-time reflected signal can actually be used for decreasing the minimum-measured sea depth by a factor of about 2.5 with the sounding-pulse duration remaining unchanged.