

УДК 534.2

## ВЫРОЖДЕННОЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В ИНТЕНСИВНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ПУЧКАХ

*С. Н. Гурбатов*<sup>1</sup>, *М. С. Дерябин*<sup>\* 2</sup>, *Д. А. Касьянов*<sup>3</sup>, *В. В. Курин*<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского;

<sup>2</sup> Институт прикладной физики РАН;

<sup>3</sup> Научно-исследовательский радиофизический институт ННГУ им. Н. И. Лобачевского,  
г. Нижний Новгород, Россия

Рассматривается вырожденное параметрическое взаимодействие в интенсивных акустических пучках. Показано, что на больших временах поле имеет универсальную структуру, определяемую только периодом волны. В то же время дистанция, на которой происходит установление этой универсальной формы волны, сильно зависит от тонкой структуры начального поля. Основная часть работы посвящена экспериментальному исследованию вырожденного взаимодействия в интенсивных акустических пучках. Используемая экспериментальная техника позволяет менять фазовые соотношения между излучаемыми сигналами и исследовать процессы формирования универсальной формы сигнала на больших расстояниях в зависимости от начальных условий.

### ВВЕДЕНИЕ

Исследования, представленные в данной работе, связаны с изучением нелинейных взаимодействий в интенсивных акустических пучках, распространяющихся в квадратично-нелинейных средах. Рассматривается случай многочастотных пучков. Эти вопросы в нелинейной акустике изучались либо в связи с параметрической генерацией звука, либо при исследовании поглощения (усиления) звука звуком [1–11]. Необходимо, тем не менее, отметить, что большинство существующих на данный момент экспериментальных исследований, касающихся взаимодействия полей с кратными частотами, проведены для «слабых» нелинейных взаимодействий, т. е. рассматривался случай взаимодействия волн с существенно различной интенсивностью. Во многом это связано с недостаточностью экспериментальной базы, часто не позволяющей анализировать профили сильно нелинейных волн и динамику их спектра из-за ограниченности полосы регистрирующей аппаратуры или из-за отсутствия её должной калибровки.

Экспериментальное исследование эффектов, проявляющихся в акустическом поле, где нелинейные взаимодействия интенсивных акустических волн происходят на значительных волновых дистанциях и приводят к появлению узких волновых фронтов, требует аппаратуры с высоким частотно-временным разрешением [12–15]. Особенно это необходимо для исследований динамики тонкой структуры входного сигнала, информация о которой, по мере распространения волны пропадает вследствие совместного влияния высокочастотной диссипации и нелинейного затухания [16], что приводит к формированию на больших расстояниях автомодельных режимов распространения акустической волны [3, 4].

В начале работы в рамках нелинейной геометрической акустики рассмотрена качественная картина формирования универсальных структур в акустическом поле и определено основное направление экспериментальных исследований.

Далее представлена серия экспериментов, где в качестве «накачки» используется пучок, в котором присутствуют две волны с частотами мегагерцового диапазона. Эти частоты отличаются

\* mmm1984@inbox.ru

в целое число раз. Сигналы излучаются независимо и имеют сравнимые начальные амплитуды в районе 1 МПа. Экспериментальная техника также позволяет менять фазовые соотношения между излучаемыми сигналами. Приёмный тракт имеет абсолютную калибровку в диапазоне до 40 МГц, что позволяет, с достаточной уверенностью в получаемых результатах, изучить трансформацию профиля нелинейных волн в области взаимодействия и динамику их спектра, а также экспериментально исследовать процессы формирования универсальной структуры поля.

## 1. ЭВОЛЮЦИЯ ПЛОСКИХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ВОЛН В СРЕДЕ С ИСЧЕЗАЮЩЕ МАЛОЙ ВЯЗКОСТЬЮ

Наиболее полное на настоящий момент описание распространения интенсивного акустического пучка в параксиальном приближении можно получить в рамках уравнения Хохлова—Заболотской—Кузнецова [1, 3–4, 17]. Однако решение данного уравнения, особенно при сложном распределении поля на начальной апертуре, приходится находить численными методами, что часто приводит к потере наглядности результатов.

Для качественного рассмотрения особенностей эволюции периодических сигналов рассмотрим одномерное уравнение Бюргерса, записанное в безразмерном виде.

$$\frac{\partial V}{\partial z} - V \frac{\partial V}{\partial t} = \Gamma \frac{\partial^2 V}{\partial t^2}. \quad (1)$$

Здесь

$$V = p/p_0, \quad z = x/l_{\text{SH}}, \quad (2)$$

$p$  — акустическое давление,  $p_0$  — акустическое давление на апертуре излучателя,  $z$  — координата вдоль акустической оси,  $t$  — безразмерное время в системе координат, движущейся вместе с волной со скоростью звука  $c_0$ ,  $\Gamma$  — обратное акустическое число Рейнольдса (число Гольдберга),  $l_{\text{SH}}$  — расстояние, на котором образуется разрыв в плоской гармонической волне. Расстояние  $l_{\text{SH}}$  можно вычислить по формуле

$$l_{\text{SH}} = \frac{c_0^3 \rho_0}{\varepsilon \omega p_0}, \quad (3)$$

где  $\rho_0$  — плотность среды,  $\varepsilon$  — параметр квадратичной нелинейности,  $\omega$  — характерная круговая частота,  $c_0$  — скорость звука. При исчезающе малой вязкости ( $\Gamma \rightarrow 0$ ) решение уравнения Бюргерса имеет следующий вид [3, 4, 18, 19]:

$$V(t, z) = - \frac{t - \tau_*(t, z)}{z}. \quad (4)$$

Здесь  $\tau_*(t, z)$  — координата абсолютного максимума функции  $G(\tau, t, z)$  по переменной  $\tau$ :

$$G(\tau, t, z) = S_0(\tau) - \frac{(\tau - t)^2}{2z}, \quad S_0(t) = \int_0^t V(t') dt'. \quad (5)$$

Будем считать, что начальный потенциал (действие)  $S_0(t)$  является также периодической функцией с безразмерным периодом  $T$  (это означает, что в поле  $V_0(t)$  нет постоянной составляющей) и абсолютные максимумы  $S_0(t)$  расположены на концах интервала  $[0, T]$ :  $S_0(0) = S_0(T) = S_{\text{max}}$ . Предположим также, что все остальные локальные максимумы удовлетворяют условию  $S_n(t_n) < S_{\text{max}}$ .

Процедура отыскания абсолютного максимума допускает наглядную графическую интерпретацию, см., например, [3, 4, 18, 19].

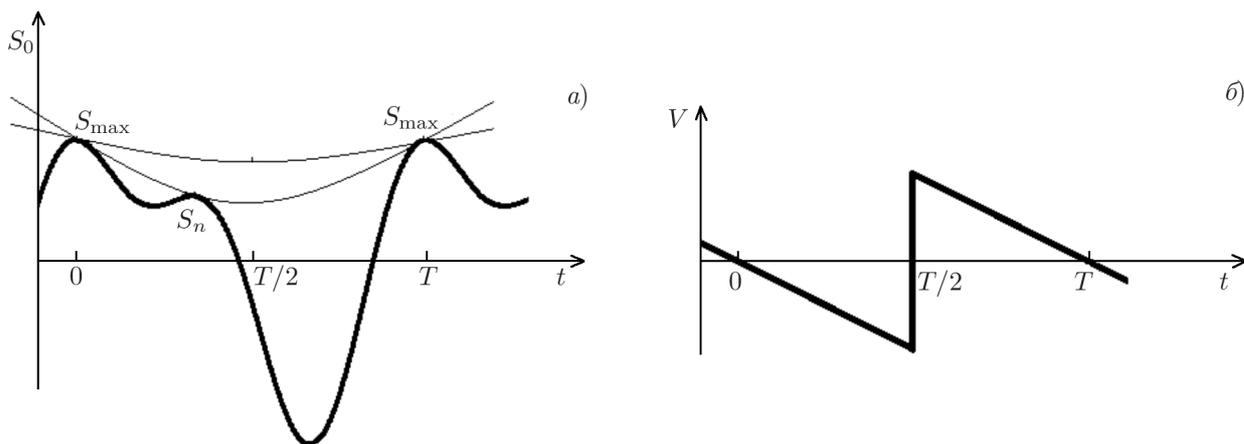


Рис. 1. Графическая процедура отыскания абсолютного максимума функции  $G(\tau, t, z)$  (5) для начального действия  $S_0(\tau)$  в виде двухчастотного сигнала (а) и универсальный вид поля на больших расстояниях (б)

Очевидно, что абсолютный максимум функции  $G(\tau, t, z)$  [7] совпадает с первой точкой касания функции  $S_0(\tau)$  и параболы

$$P(\tau, t, z) = h + \frac{(\tau - t)^2}{2z} \tag{6}$$

при уменьшении параметра  $h$  из бесконечности.

Подставляя координату точки касания  $\tau_*(t, z)$  в выражение (4), мы получим поле  $V(t, z)$  в момент времени  $t$  на расстоянии  $z$ . При малых  $z$  и при любых временах точка касания параболы и начального действия единственна при всех  $t$  (функция  $G(\tau, t, z)$  [7] имеет единственный максимум) и, следовательно, поле  $V(t, z)$  непрерывно. По мере удаления от источника (увеличения  $z$ ) парабола становится всё более пологой функцией, и при некоторых  $t_m, m = 1, 2, 3, \dots$ , парабола касается начального действия сразу в двух точках. Такую параболу назовём критической. Это соответствует образованию разрыва в поле  $V(t, z)$  с координатой  $t_m$ , который совпадает с центром критической параболы. С ростом  $z$  возникают тройные точки касания параболы и начального действия, что соответствует слиянию соседних разрывов с координатами  $t_m$  и  $t_{m-1}$ . Таким образом, для сложных сигналов по мере удаления от источника происходит многократное слияние разрывов и упрощение внутренней структуры поля.

Очевидно, что на больших временах остаётся только одна критическая парабола, касающаяся малых окрестностей абсолютных максимумов, а её центр находится в середине интервала:  $t_* = T/2$  (см. рис. 1а). На больших временах поле скорости на каждом из периодов имеет универсальную структуру (см. рис. 1б):

$$V(t, z) = -\frac{t}{z}, \quad 0 < t < T/2; \quad V(t, z) = -\frac{t - T/2}{z}, \quad T/2 < t < T. \tag{7}$$

Таким образом, на больших временах происходит полная потеря информация о тонкой структуре поля на периоде. Спектр при этом также имеет универсальный закон спада, при котором амплитуды гармоник поля с периодом  $T$  уменьшаются обратно пропорционально своему номеру.

Оценку расстояния, на котором устанавливается универсальная структура поля, можно получить из условия касания параболы  $P(\tau, T/2, z)$  (6) и начального действия в трёх точках:  $S_0(0) = S_0(T) = S_{\max}, S_0(t_n) < S_{\max}$ . Из этих уравнений мы имеем следующее выражение для расстояния  $z_*$ , на котором происходит последнее слияние внутренних разрывов и установление универ-

сальной структуры:

$$z_* = \frac{t_n(T - t_n)}{2[S_{\max} - S_0(t_n)]}. \quad (8)$$

Из уравнения (8) видно, что дистанция  $z_*$ , на которой происходит установление разрыва, определяются как амплитудой, так и положением максимума  $S_0(t_n)$ . В частности, если входной сигнал представляет суперпозицию гармонических сигналов, то это расстояние зависит как от амплитуд, так и от фаз взаимодействующих волн.

Если же первоначальное возмущение имеет  $L + 1$  одинаковых максимумов действия на периоде, т. е.  $S_{\max} = S_0(0) = S_0(t_1) = S_0(t_2) = \dots = S_0(t_m) = \dots = S_0(t_L)$ , то асимптотический профиль волны будет иметь  $L + 1$  нулей с универсальным градиентом поля  $V(t, z) = -t/z$ . Координаты разрывов при этом равны  $(t_{m+1} - t_m)/(2z)$ , их амплитуды  $(t_{m+1} - t_m)/(2z)$ .

Основной целью представленных в данной работе экспериментов являлось исследование вырожденного параметрического взаимодействия расфазированных в начальный момент времени интенсивных параксиальных пучков на основе приведённого качественного анализа. Далее представлены как результаты самих экспериментов, так и условия их проведения с описанием экспериментальной техники, накладывающей известные ограничения на реализацию теоретических представлений.

## 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ТЕХНИКА

Первый вопрос, с которым приходится сталкиваться при реализации планируемых экспериментов, это эффективность излучения двухчастотного сигнала с контролируемыми характеристиками. Обычный подход связан с использованием пьезокерамических преобразователей: либо широкополосного излучателя с полосой больше октавы, либо излучателя, работающего на частотах существенно ниже его собственной резонансной частоты. При этом имеется, по крайней мере, два неконтролируемых фактора: фазовые соотношения между основными излучаемыми сигналами и вид начального спектра. Неконтролируемость связана с практически непредсказуемой зависимостью этих факторов от подаваемого на активный элемент напряжения.

Для экспериментов был изготовлен двухэлементный пьезокерамический излучатель. Два пьезокерамических элемента объединены в один корпус (корпус изготовлен из полипропилена). Внешний диаметр корпуса составляет 50 мм. Пьезокерамическая пластина № 1 была изготовлена в виде кольца с внешним диаметром 41 мм и внутренним 20 мм. Внутренняя пластина № 2 имела диаметр 18 мм. В промежутке между пьезокерамическими пластинами находится изолирующее кольцо, изготовленное из материала (резины) с высоким коэффициентом затухания звука. Резонансная частота пластины № 1 составляет 1,2 МГц при значении добротности около 5, резонансная частота пластины № 2 составляет 2,4 МГц при значении добротности около 7. На пьезокерамические элементы подаются сигналы возбуждения отдельно по двум различным каналам, при этом конструкция излучателя минимизирует воздействие пьезокерамических элементов друг на друга. Размеры начальной апертуры подбирались таким образом, чтобы максимально совместить в пространстве дифракционные поля на разных частотах. Экспериментально измеренные распределения амплитуд полей будут представлены ниже.

Исследования проводились на экспериментальной установке, схожей с установкой, описанной в работе [15]. Главными особенностями данной экспериментальной установки являются применение независимой двухканальной накачки и использование для регистрации акустического сигнала мембранного гидрофона. Блок-схема установки представлена на рис. 2.

Экспериментальная установка создавалась на базе измерительного комплекса фирмы «Precision Acoustics» (Ultrasound Measurement System Control Centre). Комплекс включает в себя ванну

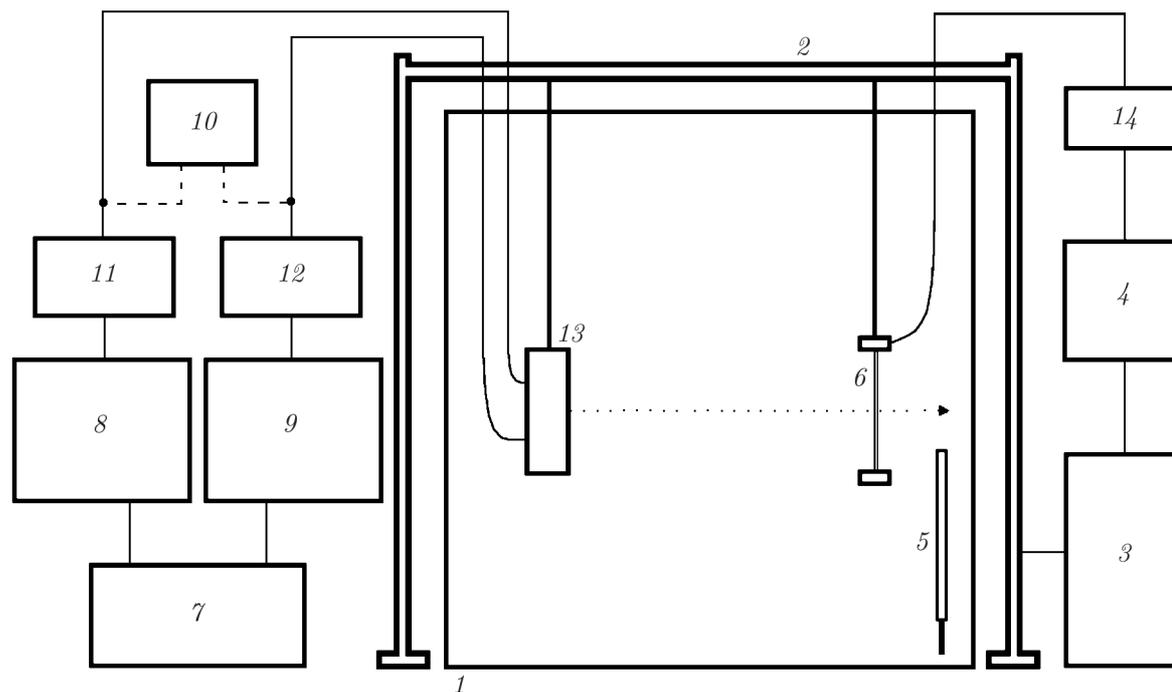


Рис. 2. Блок-схема экспериментальной установки

из оргстекла 1 с размерами  $1 \times 1 \times 1$  м, металлический каркас 2, на котором смонтированы манипуляторы для гидрофона и излучателя, управляющий компьютер 3 и осциллограф «Agilent DSO-X 3034» 4. Абсолютная точность перемещения с помощью манипулятора составляет 6 мкм. В ванну заливалась особо чистая дегазированная и деионизированная вода с удельным сопротивлением не менее  $18 \text{ МОм} \cdot \text{см}$ , произведённая установкой на базе мембранного дистиллятора ДМ-4Б (Россия). Температура воды контролировалась термометром 5 и составляла в экспериментах  $22 \pm 0,1$  °С.

Для регистрации профиля интенсивных акустических волн использовался мембранный PVDF-гидрофон (DH0902) 6 фирмы «Precision Acoustics». Чувствительный элемент данного гидрофона изготовлен из PVDF-плёнки с толщиной 9 мкм и имеет размер 0,2 мм. Гидрофон калиброван производителем в диапазоне частот до 40 МГц. При этом неравномерность чувствительности в данном диапазоне частот не превышает 20 %.

Излучающая часть установки состоит из задающего двухканального генератора 7 «Tektronix AFG3022», двух усилителей мощности 8 и 9 «Amplifier Research 800A100A», контрольного цифрового двухканального осциллографа 10 «Tektronix TDS3032B», двух согласователей импедансов 11 и 12 «IT2001 Amplifier Research» и двухэлементного излучателя 13. На пьезокерамическую пластину № 1 подавался сигнал возбуждения в виде радиоимпульса с частотой заполнения  $f_1 = 1,2$  МГц, количество периодов в импульсе равно 20. На пластину № 2 подавался радиоимпульс с частотой заполнения  $f_2 = 2,4$  МГц, количество периодов в импульсе равно 40. Период следования импульсов составлял 50 мс. Каналы генератора синхронизованы, в экспериментах обеспечивалась заданная задержка между каналами от 0 до 416,6 нс. Задержка в 416,6 нс соответствует периоду сигнала на частоте  $f_2 = 2,4$  МГц.

Принятый сигнал с гидрофона 6 подавался на предусилитель «Power Supply» фирмы «Precision Acoustics» 14 и предварительно анализировался осциллографом «Agilent DSO-X 3034» 4, а затем записывался на компьютер 3.

### 3. УСЛОВИЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Измерения проводились на акустической оси излучателя  $x$ . При измерениях гидрофон оставался неподвижным, а излучатель перемещался вдоль акустической оси. Автоматизированный комплекс позволяет проводить детальные измерения структуры акустического поля. В экспериментах поле измерялось в диапазоне расстояний от начальной апертуры 35÷475 мм, с шагом 1 мм. В первую очередь исследовалось «линейное» поле излучателя, отдельно для каждого излучающего элемента. На рис. 3 показано распределение амплитуды давления вдоль акустической оси излучателя для пластины № 1 ( $f_1 = 1,2$  МГц) пластины № 2 ( $f_2 = 2,4$  МГц). Измерения проводились при малых давлениях на апертурах излучателя. Погрешность измерений амплитуды поля составляла не более 2% (на рис. 3 не указана). Последний дифракционный максимум распределения амплитуды поля для пластины № 1 соответствует координате  $x = 200$  мм, а для пластины № 2  $x = 120$  мм. Таким образом, область эффективного взаимодействия квазиплоских пучков на разных частотах, где амплитуды полей отличаются менее чем в два раза, весьма значительна (от 120 до 350 мм).

В экспериментах амплитуда давления на апертурах излучателя составляла  $p_0 \approx 1$  МПа. Данная величина оценивалась по амплитуде напряжения, подаваемого на пластины. Зависимость амплитуды давления от подаваемого напряжения измерялась в области последнего дифракционного максимума для каждой из частот при малых напряжениях. Далее эта зависимость аппроксимировалась в область больших напряжений в предположении линейности пьезоэффекта. По данной аппроксимации, с использованием линейной теории дифракции и в предположении равномерности распределения давления на начальных апертурах, проводилась оценка начальной амплитуды акустического давления на излучателе.

При проведении экспериментов также была возможность контролируемым образом изменять фазовые соотношения между волнами накачки с учётом условностей, налагаемых экспериментальной техникой. Дело в том, что из-за отличия в начальных апертурах заданные фазовые соотношения между сигналами накачки не сохраняются по мере распространения сигналов, по крайней мере до области квазиплоского распространения волн накачки. Для определённости в эксперименте было сделано следующее допущение. Для расфазирования волн накачки между ними вводилась задержка при излучении. На расстоянии 450 мм от начальной апертуры в «линейном» режиме излучения измерялась разность фаз между волнами с различными частотами. Далее путём изменения задержки при излучении измеряемая разность фаз доводилась до нуля. В дальнейшем считалось, что данная задержка при излучении соответствует синфазному излучению волн накачки, т. е. выполняется следующее граничное условие на начальной апертуре:

$$p|_{x=0} = \begin{cases} p_0 \cos(2\pi f_1 t'), & 20 \text{ мм} < r < 41 \text{ мм}; \\ p_0 \cos(2\pi f_2 t' + \chi), & r < 18 \text{ мм}, \end{cases} \quad (9)$$

где  $r$  — радиальная координата, перпендикулярная акустической оси  $x$ ,  $t'$  — текущее время,  $\chi$  — фазовый сдвиг.

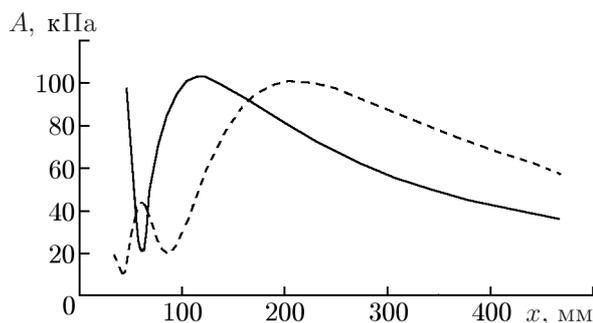


Рис. 3. «Линейное» поле, создаваемое отдельно пьезокерамическими пластинами № 1 ( $f_1 = 1,2$  МГц, сплошная линия) и № 2 ( $f_2 = 2,4$  МГц, пунктирная линия)

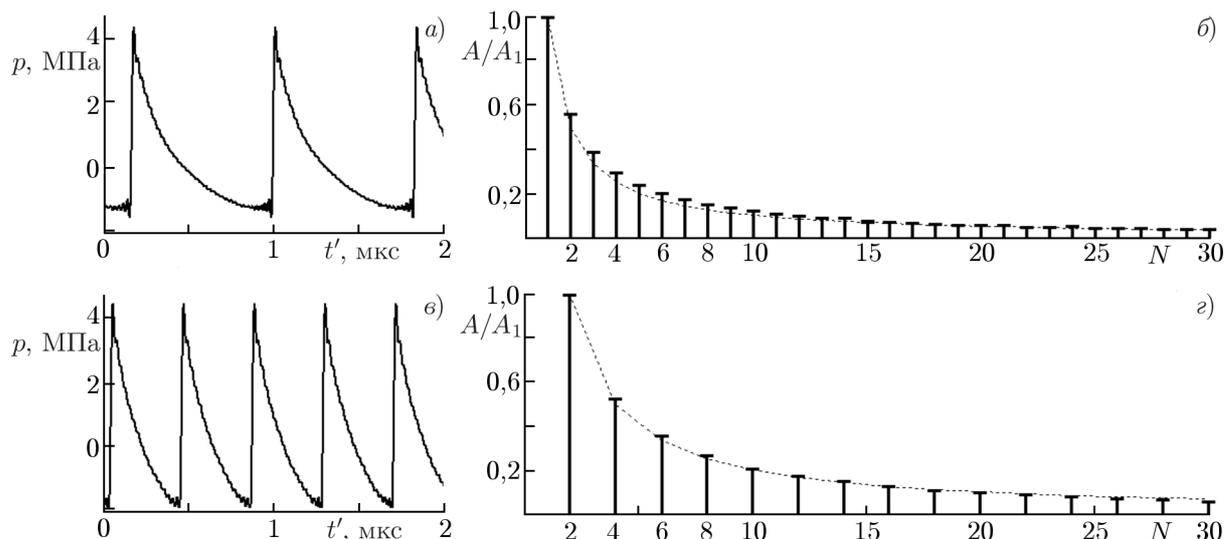


Рис. 4. Формы профилей и спектры ударных фронтов для каждой из излучаемых волн. Пунктирной линией на панели б изображена зависимость  $1/N$ , где  $N = f/f_1$ , на панели г — зависимость  $1/N'$ , где  $N' = f/f_2$

Эксперименты проводились при изменении фазы высокочастотной волны в диапазоне  $0^\circ \div 360^\circ$ .

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

В рассматриваемых экспериментальных условиях ударные фронты полностью формируются в пучке на частоте  $f_1 = 1,2$  МГц на расстоянии 220 мм от апертуры излучателя, а в случае  $f_2 = 2,4$  МГц — на расстоянии 120 мм.

На рис. 4 для примера приведены формы профилей волн (после нормировки на калибровочную кривую гидрофона), образующихся в одночастотных пучках на расстоянии 120 мм от начальной апертуры для частоты  $f_2$  и на расстоянии 220 мм для частоты  $f_1$ . Из вида приведённых на рис. 4а и в профилей волн видно, что регистрация волны происходит в ограниченной полосе частот (на приведённых профилях волн есть осцилляции, соответствующие максимальной регистрируемой частоте в эксперименте, равной 40 МГц).

На рис. 4б, г также приведены спектры профилей волн. Данные спектры имеют типичный для одночастотного автомодельного режима распространения вид типа  $1/N$  и  $1/N'$ , где  $N$  — номер гармоники частоты  $f_1$ , а  $N'$  — номер гармоники частоты  $f_2$ .

Перед рассмотрением экспериментальных результатов, полученных при исследовании вырожденного взаимодействия расфазированных пучков, необходимо отметить следующее. Вообще говоря, характерным расстоянием формирования автомодельного режима для сложного входного сигнала надо считать дистанцию, на которой профиль волны совпадает с автомодельным профилем одночастотного входного сигнала на низкой частоте на больших расстояниях. Такой профиль реализуется после слияния разрывов в двухчастотном входном сигнале. Процесс установления универсальной структуры удобно отслеживать, рассматривая высокочастотную асимптотику спектра. Пусть в профиле волны имеются два разрыва с амплитудами  $a_1 = a_1(x)$  и  $a_2 = a_2(x)$  и временной задержкой  $\Delta = \Delta(x)$  между ними. Тогда для модуля квадрата амплитуды высокочастотной

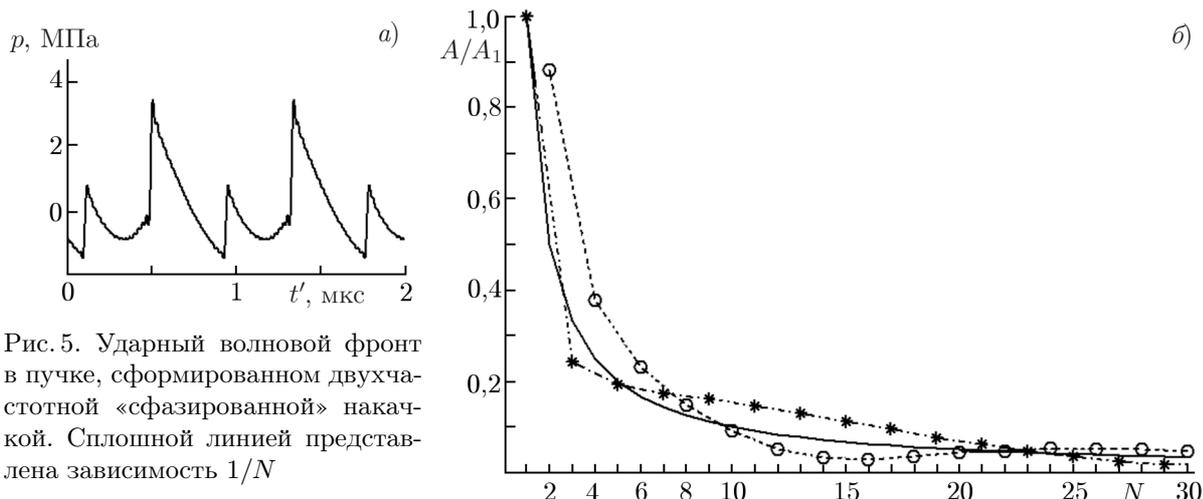


Рис. 5. Ударный волновой фронт в пучке, сформированном двухчастотной «сфазированной» накачкой. Сплошной линией представлена зависимость  $1/N$

стотной части спектра имеем

$$|A_N|^2 = \frac{1}{N^2} \left[ a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos\left(\frac{2\pi N \Delta}{T_1}\right) \right]. \tag{10}$$

Здесь  $T_1$  — безразмерный период волны на частоте  $f_1$ . Таким образом, после слияния разрывов формируется универсальная высокочастотная зависимость вида  $1/N$ , где  $N$  — номер гармоники.

Рассмотрим результаты эксперимента по исследованию процесса формирования ударного фронта волны в пучке с двухчастотной «сфазированной» накачкой (задержка  $\chi$  при излучении отсутствует).

Характерной особенностью, на которую необходимо обратить внимание, является то, что в области интенсивного взаимодействия пучков с кратными частотами (в нашем экспериментальном случае начиная со 120 мм) формируется два ярко выраженных ударных фронта, как показано на рис. 5. На рис. 5а дана форма профиля, полученная при  $x = 120$  мм, на рис. 5б приведён спектр профиля волны, нормированный на амплитуду первой гармоники (чётные и нечётные гармоники в спектре показаны для наглядности разными символами). При этом пока оба ударных фронта ярко выражены, а задержка между разрывами  $\Delta \approx T_1/2$ , спектр имеет устойчивый вид.

Для представленного эксперимента подобная «независимость» распределения чётных и нечётных гармоник сохраняется примерно до дистанции 180 мм, после чего распределения как по чётным, так и по нечётным гармоникам теряют свою «независимость», что связано с уменьшением задержки между разрывами из-за их движения. Следующая далее область немонотонности спектра имеет небольшие пространственные размеры и за ней (в данном эксперименте после 210 мм) начинается область стабилизации спектра, где высокочастотные гармоники стремятся к распределению вида  $1/N$  ( $N = f/f_1$ ).

Динамика профиля нелинейных волн и его спектра представлена на рис. 6. Спектры изображены в двойном логарифмическом масштабе.

Рост амплитуды ударного фронта регистрируемого в эксперименте акустического сигнала при увеличении дистанции связан с дифракционной структурой поля, создаваемого излучателем.

Если пучок «расфазирован», т. е. между излучаемыми волнами введена задержка, соответствующая условной разности фаз  $180^\circ$  ( $\chi = \pi$ ), то динамика как профиля нелинейных волн, так и его спектра схожа со случаем «сфазированных» сигналов накачки. Но все описанные выше фазы трансформации профиля и его спектра имеют большую пространственную протяжённость. Динамика профиля и его спектр для случая «расфазированного» пучка представлены на рис. 7.

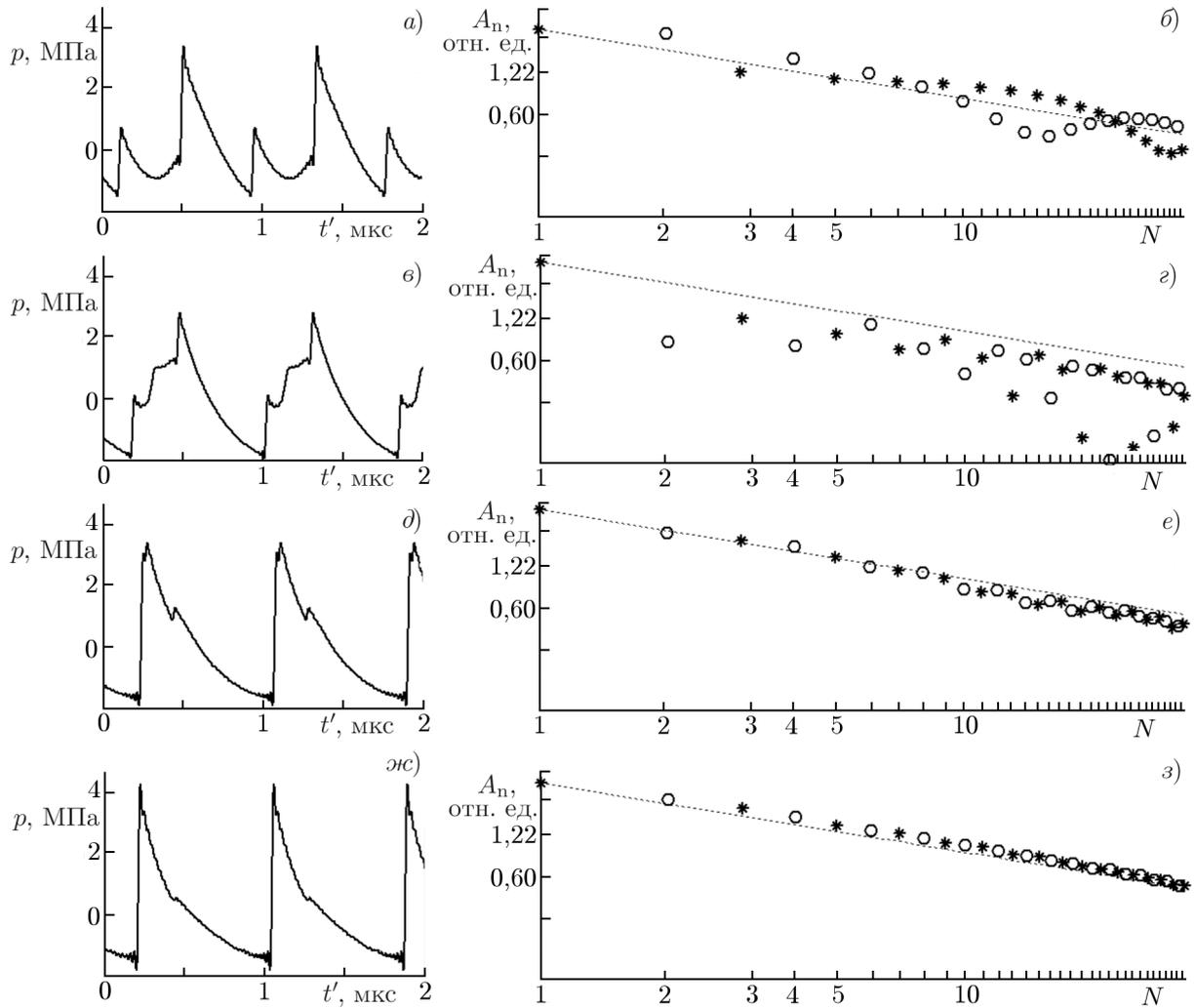


Рис. 6. Профили акустической волны (*а, в, д, жс*) и их спектры в двойном логарифмическом масштабе (*б, г, е, з*), зарегистрированные на различных расстояниях от апертуры излучателя (*а, б* —  $x = 120$  мм, *в, г* —  $x = 150$  мм, *д, е* —  $x = 180$  мм, *жс, з* —  $x = 210$  мм). Режим «сфазированного» излучения ( $\chi = 0$ )

Обсудим основные отличия вырожденного нелинейного взаимодействия пучков от модели плоской волны, распространяющейся при исчезающе малой вязкости и описываемой решениями (4) и (5). Как уже отмечалось выше, установление универсального одноразрывного решения для пучков зависит от расфазировки между частотами и растёт до условной разности фаз в  $180^\circ$  ( $\chi = \pi$ ). Такая же тенденция имеет место и для плоских волн, однако для плоской волны при условной разности фаз  $180^\circ$  реализуется вырожденный режим, в котором асимптотически на периоде остаются два неподвижных разрыва. Такой режим для двухчастотных пучков, по всей видимости, экспериментально не реализуется.

Отличия эволюции волновых пучков связаны в первую очередь с тем, что для них формирование полей на разных частотах имеет немонотонный характер (см. рис. 3). Для интенсивных пучков (в представленной экспериментальной ситуации) на расстоянии  $x = 80$  мм поле представляет собой практически сформированную «пилообразную» волну на частоте  $f_2$ , и дальнейшее взаимодействие приводит фактически к амплитудно-фазовой модуляции этой высокочастотной

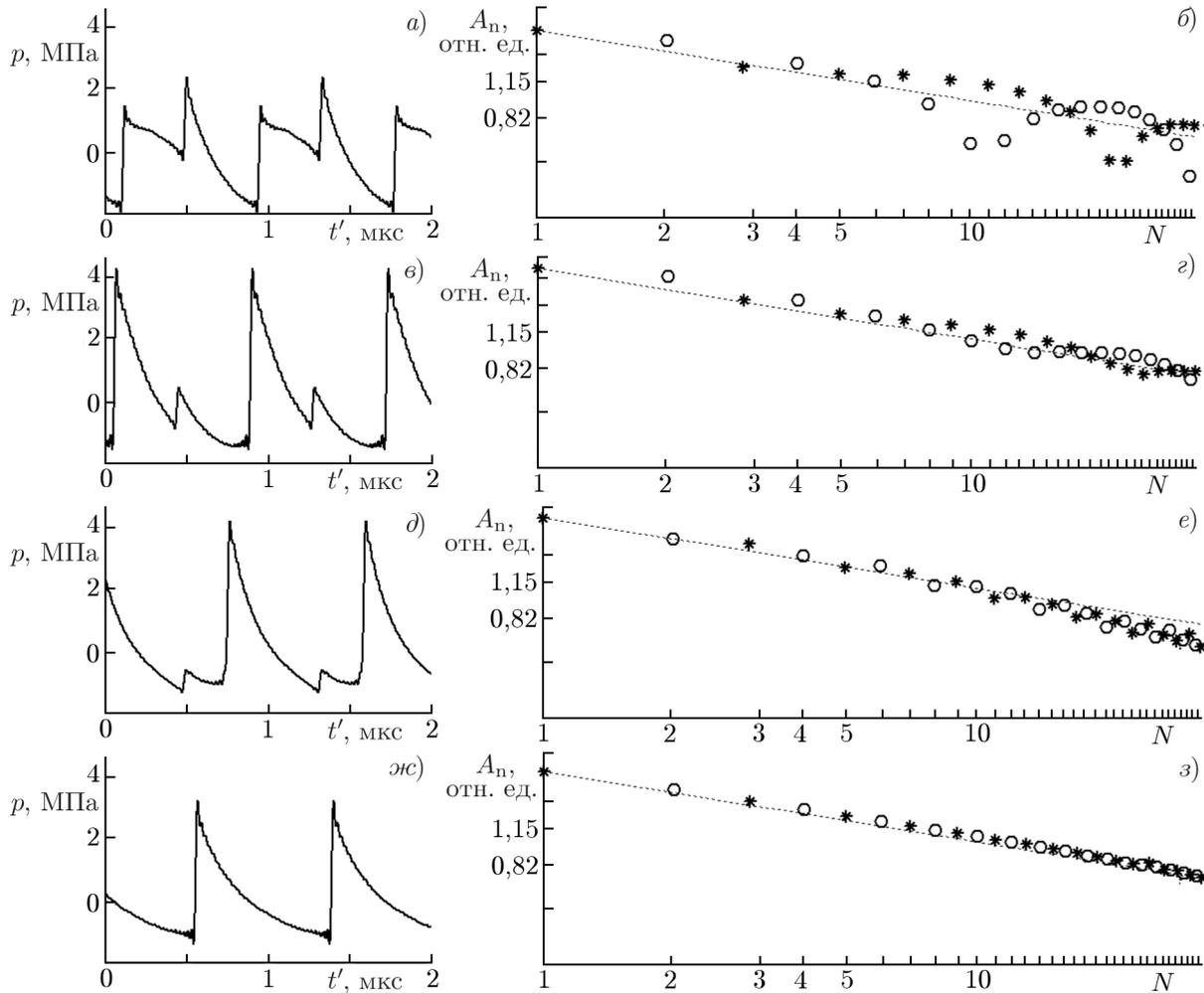


Рис. 7. Профили акустической волны (а, б, д, ж) и их спектры в двойном логарифмическом масштабе (б, г, е, з), зарегистрированные на различных расстояниях от апертуры излучателя (а, б —  $x = 120$  мм, в, г —  $x = 150$  мм, д, е —  $x = 200$  мм, ж, з —  $x = 280$  мм). Режим «расфазированного» излучения ( $\chi = \pi$ )

волны, формирующейся на больших расстояниях низкочастотной волной. Этим процесс взаимодействия пучков принципиально отличается от взаимодействия плоских волн.

Кроме того, в экспериментах реализовывался случай больших, но тем не менее конечных чисел Рейнольдса. Если небольшой ударный фронт находится на фронте большого ударного фронта, то для его описания можно использовать решение Хохлова [3, 4], показывающее, что его амплитуда убывает пропорционально  $1/x$  и, следовательно, ширина фронта растёт пропорционально  $x$ . Когда текущее число Рейнольдса слабого ударного фронта  $Re(x) \approx 1$ , слабый ударный фронт «рассасывается», и с точки зрения эксперимента мы имеем один разрыв на периоде и реализацию универсального профиля и спектра волны.

Вообще говоря, здесь ещё раз необходимо отметить сложность экспериментальной реализации нелинейного распространения плоских интенсивных волн с кратными частотами. В данной экспериментальной ситуации какое-то время разночастотные пучки распространяются независимо, а их интенсивное взаимодействие начинается в области их квазиплоского распространения, т. е., кроме формально заданной разности фаз, на результат их взаимодействия влияет их «дифракци-

онная» история. Это может приводить к интересным экспериментальным результатам, которые трудно интерпретировать в рамках уравнения Бюргерса.

В эксперименте была исследована зависимость координаты стабилизации  $x_{st}$  профиля нелинейных волн в пучке от задержки между частотными компонентами накачки. Само определение «координата стабилизации» весьма условно, т. к. необходимо задать некие критерии, определяющие понятие стабилизации.

Теоретически, условием стабилизации профиля волны является существование единственного ударного фронта на периоде низкой частоты. Однако при выборе экспериментального критерия необходимо учитывать ограниченность пространственно-временного разрешения используемой экспериментальной техники. В данном случае естественным кажется сравнение спектра профиля регистрируемой в эксперименте волны со спектром вида  $1/N$ , при этом критерием стабилизации будет попадание нормированных амплитуд гармоник в интервал с заданным предельным отклонением их величин от значений, определяемых зависимостью  $1/N$ .

На рис. 8 представлены результаты обработки экспериментальных данных при определении зависимости координаты стабилизации от временной задержки между частотными компонентами накачки (шаг между соседними экспериментальными точками соответствует сдвигу фаз между компонентами накачки в  $\pi/6$ ). Предельное отклонение амплитуд гармоник составляет  $\pm 5\%$ .

Данная зависимость демонстрирует существенную немонотонность, необъяснимую с точки зрения «плоского» анализа. Эта немонотонность означает, что небольшое изменение начальной разницы фаз между частотными компонентами приводит к тому, что расстояние, на котором происходит стабилизация профиля волны и его спектра, резко увеличивается. Другими словами, это небольшое изменение начальной разницы фаз приводит к скачкообразному изменению способности системы «помнить» своё первоначальное состояние. Здесь, естественно, считается, что достижение спектром сигнала устойчивого состояния вида  $1/N$  означает полную потерю информации о начальной структуре волнового поля.

Особенность рассматриваемой ситуации состоит в том, что вид двухчастотного сигнала, попадающего в область квазиплоского распространения (в которой практически отсутствует дополнительный набег фаз, связанный с дифракционными явлениями), существенно зависит от начальной разности фаз (т. е. задержки между излучаемыми волнами), см., например, рис. 6 и 7. При этом для рассматриваемой экспериментальной ситуации вид данного двухчастотного сигнала весьма характерен: это профиль с двумя ударными фронтами. Следует заметить, что именно взаимное положение ударных фронтов и соотношение их амплитуд, существенно зависящие от начальной разности фаз, определяют координату окончательной стабилизации профиля волны. При этом минимальной координате окончательной стабилизации спектра соответствует случай, когда в начале области квазиплоского распространения ударные фронты накладываются друг на друга.

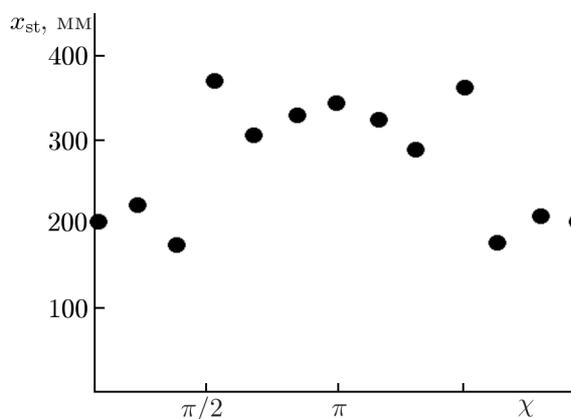


Рис. 8. Зависимость координаты стабилизации от задержки между сигналами накачки при предельном отклонении амплитуд гармоник  $\pm 5\%$  от распределения вида  $1/N$

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлено экспериментальное исследование вырожденного параметрического взаимодействия интенсивных параксиальных пучков, в частности расфазированных в начальный момент времени пучков, и эволюции структуры такого акустического поля к универсальной форме. Особое внимание уделено предсказанному качественной теорией явлению зависимости момента (координаты) установления универсальной формы поля от степени расфазированности пучков.

Экспериментальная ситуация, обсуждаемая в работе, далеко не исчерпывает всех вариантов реализации интенсивных двухчастотных пучков, однако, как кажется авторам, выявляет общие закономерности, проявляющиеся при интенсивных нелинейных взаимодействиях при распространении подобных волновых структур.

При экспериментальных исследованиях удалось выделить область квазиплоского распространения двухчастотного пучка, где разность фаз между его частотными компонентами составляющими практически не меняется. При этом форма профиля нелинейных волн и их спектр перед областью квазиплоского распространения целиком зависят от дифракционных особенностей, обусловленных размерами начальных апертур, и начальной разности фаз частотных компонент.

Начальная область квазиплоского распространения характеризуется тем, что профиль нелинейных волн имеет два ударных фронта. При этом, пока оба ударных фронта ярко выражены, спектр имеет устойчивый вид, а чётные и нечётные гармоники подчиняются своим собственным распределениям. В следующей далее пространственной области распределения как по чётным, так и по нечётным гармоникам теряют свою «независимость». Данная область имеет небольшие пространственные размеры, и за ней начинается область стабилизации спектра, где гармоники стремятся к распределению вида  $1/N$ .

Стремление к спектру вида  $1/N$  в рассматриваемой волновой структуре имеет особенности. Расстояние, на котором происходит окончательная стабилизация спектра, во многом определяется дифракционной ситуацией, зависящей от начальной апертуры двухчастотного излучателя и начальных фазовых соотношений между частотными компонентами.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант 14-12-00882).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Руденко О. В., Солуян С. И. Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975. 287 с.
2. Васильева О. А., Карабутов А. А., Лапшин Е. А., Руденко О. В. Взаимодействие одномерных волн в средах без дисперсии. М.: Изд-во МГУ, 1983. 152 с.
3. Гурбатов С. Н., Руденко О. В., Саичев А. И. Волны и структуры в нелинейных средах без дисперсии. Приложения к нелинейной акустике. М.: Физматлит, 2008. 496 с.
4. Gurbatov S. N., Rudenko O. V., Saichev A. I. Waves and Structures in Nonlinear Nondispersive Media: General Theory and Applications to Nonlinear Acoustics. Berlin and Heidelberg: Springer-Verlag GmbH & Co. Kg, 2011. 439 p.
5. Новиков Б. К., Руденко О. В. // Акуст. журн. 1976. Т. 22, № 3. С. 461.
6. Гурбатов С. Н., Малахов А. Н. // Акуст. журн. 1979. Т. 25, № 1. С. 53.
7. Гурбатов С. Н. // Акуст. журн. 1980. Т. 26, № 4. С. 551.
8. Гурбатов С. Н. // Акуст. журн. 1981. Т. 27, № 6. С. 859.
9. Руденко О. В. // Успехи физ. наук. 1995. Т. 165, № 9. С. 1011.
10. Гаврилов А. М., Савицкий О. А. // Акуст. журн. 1992. Т. 38, № 4. С. 671.

11. Гаврилов А. М., Батрин А. К. // Акуст. журн. 2007. Т. 53, № 2. С. 185.
12. Sapozhnikov O., Khokhlova V., Cathinol D. // J. Acoust. Soc. Am. 2004. V. 115, No. 5. Pt. 1. P. 1982.
13. Дерябин М. С., Касьянов Д. А., Курин В. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2014. Т. 57, № 4. С. 291.
14. Грязнова И. Ю., Дерябин М. С., Касьянов Д. А., Курин В. В. // Сб. трудов Научной конф. «Сессия Научного совета РАН по акустике и XXIV сессия Российского акустического общества», Саратов, 12–15 сентября 2011. Т. 1. С. 158.
15. Дерябин М. С., Касьянов Д. А., Курин В. В., Гарасев М. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 2015. Т. 58, № 12. С. 1052.
16. Гурбатов С. Н., Руденко О. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2015. Т. 15, № 7. С. 515.
17. Rudenko O. V. // Acoust. Phys. 2010. V. 56, No. 4. P. 457.
18. Руденко О. В., Гурбатов С. Н., Хедберг К. М. Нелинейная акустика в задачах и примерах. М.: Физматлит, 2007. 176 с.
19. Rudenko O. V., Gurbatov S. N., Hedberg C. M. Nonlinear acoustics through problems and examples. Trafford, Victoria, BC, Canada, 2010. 178 p.

Поступила в редакцию 12 апреля 2016 г.; принята в печать 18 июня 2016 г.

## DEGENERATE PARAMETRIC INTERACTION IN INTENSE ACOUSTIC BEAMS

*S. N. Gurbatov, M. S. Deriabin, D. A. Kasyanov, and V. V. Kurin*

We consider degenerate parametric interaction in intense acoustic beams. The field at large times is shown to have universal structure which is determined only by the wave period. At the same time, the distance, in which this universal waveform is established, strongly depends on the fine structure of the initial field. The main part of this work is devoted to an experimental study of degenerate interaction in the powered acoustic beams. The employed experimental tools allow one to change the phase relationships among the radiated signals and study the processes of formation of the universal signal waveform at large distances depending on the initial conditions