УДК 621.385

ВОЗМОЖНОСТИ НЕПРЕРЫВНОГО ИЗМЕНЕНИЯ ЧАСТОТЫ В ТЕРАГЕРЦОВЫХ ГИРОТРОНАХ С НЕПЕРЕСТРАИВАЕМЫМИ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

В. Л. Братман ^{1,2}, А. В. Савилов ^{1,3} *, Т. Х. Чанг ⁴

¹ Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия
² Ариэльский университет, г. Ариэль, Израиль
³ Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, Россия

⁴ Национальный университет Тсинг Хуа, г. Синьчжу, Тайвань

Большие омические потери в резонаторах терагерцовых гиротронов могут приводить к перекрытию спектра продольных мод резонатора. В ряде экспериментальных работ это свойство используется для получения сравнительно широкополосной перестройки частоты излучения путём изменения величины рабочего магнитного поля и/или ускоряющего напряжения гиротрона. Как и в системах с нефиксированной продольной структурой высокочастотного электромагнитного поля и низкой дифракционной добротностью, обусловленными слабым отражением рабочей волны от коллекторного конца электродинамической системы, при таких изменениях монотонно изменяется продольный индекс рабочей моды и осуществляется переход от гиротронного режима генерации к режиму гиротронной лампы обратной волны. Теоретическое сравнение двух указанных методов, проведённое на основе обобщения самосогласованных уравнений гиротрона, которое позволяет учитывать изменение продольных импульсов частиц, показывает, что системы с низким отражением могут обеспечить более высокую эффективность и монотонность перестройки частоты излучения.

ВВЕДЕНИЕ

Развитие источников когерентного терагерцового излучения для высокополевой ЭПР-спектроскопии и динамической поляризация ядер в ЯМР-спектроскопии стимулирует возрастающий интерес к высокочастотным гиротронам (см., например, [1-5]). Эти источники основаны на использовании вынужденного циклотронного излучения пучков электронов, движущихся по винтовым траекториям в очень сильном однородном магнитном поле. В принципе, терагерцовые гиротроны способны обеспечить мощность генерации на уровнях, во много раз превосходящих потребности указанных приложений. Однако несмотря на обнадёживающие достижения в разработке значительно более компактных терагерцовых приборов, таких как клинотроны [6], оротроны [7] и клистроны с распределённым взаимодействием [8], требующих для своей работы намного меньшие магнитные поля, до сих пор не удалось эффективно использовать эти приборы в высокополевой спектроскопии, и пока в ней в подавляющем числе экспериментов используются гиротроны.

С точки зрения спектроскопических приложений, наряду с высокой стабильностью частоты и мощности выходного излучения, гораздо более привлекательной, чем изменение магнитного поля спектрометра, является возможность перестройки частоты терагерцового генератора или, как минимум, её непрерывной подстройки к резонансным значениям на величину порядка 1%. Следует заметить, что такая полоса перестройки невозможна в подавляющем большинстве гиротронов миллиметрового диапазона длин волн, т. к. в них используются неперестраиваемые по частоте резонаторы с относительно высокой добротностью Q. Поэтому полоса непрерывной перестройки частоты $\Delta \omega \sim \omega/Q$, которая может быть обеспечена изменением рабочего магнитного

^{*} savilov@appl.sci-nnov.ru

поля или напряжения при фиксированной рабочей продольной моде, обычно не превосходит 0,1% (здесь ω — рабочая частота). В то же время очень высокий уровень омических потерь в стенках терагерцового резонатора может привести к перекрытию полос, соответствующих соседним продольным модам. Этот эффект уже позволил продемонстрировать сравнительно широкополосную и непрерывную перестройку частоты излучения путём последовательного изменения продольного индекса рабочей моды [9–13].

Следует отметить, что указанный «омический» метод перестройки частоты обладает очевидным недостатком, связанным с большими потерями в стенках резонатора и, соответственно, низкой эффективностью генерации. В этой связи, в соответствии с работами [14–18] (см. также работы [19–20]) в терагерцовых гиротронах, было бы естественно использовать для перестройки частоты наряду с более или менее неизбежными «омическими» также и полезные «дифракционные» потери. Иными словами, по возможности следует увеличить долю потерь, связанных с выводом излучения. Это достигается переходом от высокодобротных резонаторов к низкодобротным электродинамическим системам с малым отражением рабочей волны от коллекторного конца. Такой подход повышает эффективность источника, а также обеспечивает более плавную перестройку частоты излучения.

В настоящей работе изучается роль дифракционных и омических потерь в перестройке частоты терагерцовых гиротронов, осуществляемой за счёт смены продольного индекса моды. В разделе 1 рассмотрены механизмы квазинепрерывной перестройки частоты гиротронов. Такая перестройка может быть достигнута, если режим возбуждения волны в гиротроне перестаёт иметь «модовый» характер, так что продольная структура рабочей волны на выходе из пространства взаимодействия не фиксируется электродинамической системой и определяется условиями взаимодействия электронов с волной. Для исследования таких систем в разделе 2 проводится обобщение системы стационарных уравнений гиротрона с нефиксированной продольной структурой рабочей волны на случай заметных изменений продольных импульсов частиц с целью одновременного описания возбуждения как квазикритических продольных мод (гиротронный режим), так и мод, достаточно далёких от отсечки (режим гиро-ЛОВ). На основе полученных уравнений в разделе 3 на примере моделирования генератора, параметры которого близки к параметрам перестраиваемого гиротрона с рабочими частотами около 330 ГГц, исследованного в эксперименте [13], иллюстрируются возможности и ограничения квазинепрерывной перестройки частоты.

1. НЕПРЕРЫВНАЯ ПЕРЕСТРОЙКА ЧАСТОТЫ В ГИРОТРОНЕ

Теория перестройки частоты в гиротронах с неперестраиваемыми электродинамическими системами была развита в работах [14–18] главным образом для резонаторов с малыми омическими потерями и низкой (в том числе минимальной) дифракционной добротностью. В частности, в этих работах было исследовано влияние электронного пучка на продольную структуру сверхвысокочастотного (СВЧ) поля и рабочую частоту гиротрона и показано, что изменением рабочего магнитного поля и/или энергии электронов при достаточно больших токах можно обеспечить непрерывное и монотонное изменение продольной структуры поля и частоты генерации даже в высокодобротных резонаторах. Однако такое изменение оказывается гораздо более плавным в электродинамических структурах с низкой дифракционной добротностью.

Для обсуждения проблем перестройки частоты напомним основные свойства традиционного гиротронного резонатора, образованного отрезком квазирегулярного аксиально-симметричного волновода (рис. 1). В качестве рабочей в таком резонаторе обычно используется поперечная электрическая мода TE_{mpq} с частотой ω , близкой к частоте отсечки ω_{cr} регулярной части вол-



Рис. 1. Схема гиротронного резонатора (толстая линия) и структуры поля низшей продольной моды при сильных (сплошная линия) и слабых (птриховая линия) отражениях от коллекторного конца резонатора. Здесь и далее z — продольная координата, L — длина волновода

новода. Для таких мод взаимное переотражение «попутной» и «встречной» компонент стоячей рабочей волны на концах волновода оказывает весьма эффективным даже при небольших нерегулярностях поперечного сечения на концах волновода. Как правило, катодный конец волновода ограничен закритическим сужением, которое преобразует встречную компоненту стоячей волны в попутную компоненту с коэффициентом отражения, близким к единице. На коллекторном конце регулярный отрезок волновода переходит в расширяющийся выходной волновод, что обеспечивает дифракционный вывод попутной волны и одновременно её переотражение во встречную волну.

Дифракционная добротность гиротронного резонатора Q_d определяется длиной его регулярной части L, групповой скоростью рабочей волны $V_{\rm gr}$, а также коэффициентами отражения волны K_1 и K_2 от катодного и коллекторного концов соответственно. В отсутствие омических потерь и в предположении, что отражение от обоих концов пренебрежимо мало, а рабочая поперечная мода селективно возбуждается внутри волновода с длиной L, эффективная добротность (так называемая минимальная дифракционная добротность) определяется отношением характерного времени высвечивания волны $L/V_{\rm gr}$ и периода волны $2\pi/\omega$ [14–18, 21]:

$$Q_{\min} = \omega L / V_{\rm gr}.\tag{1}$$

При полном отражении волны от закритического катодного сужения ($|K_1| = 1$) и отражении от коллекторного расширения с коэффициентом $K = |K_2|$ характерное время вывода излучения из резонатора и дифракционная добротность последнего увеличиваются по сравнению с величиной (1) в α раз, где $\alpha = (1 - K)^{-1}$:

$$Q_{\rm d} = \alpha Q_{\rm min}.\tag{2}$$

В условиях, когда можно пренебречь трансформацией поперечных мод внутри резонатора и пользоваться приближением фиксированной поперечной структуры, в стационарном (установившемся) режиме генерации гиротрона частота ω и функция f(z), описывающая продольную структуру собственной моды резонатора, при любом коэффициенте отражения K могут быть найдены из самосогласованной системы уравнений [14], включающей в себя уравнение неоднородной струны [22] для продольной структуры резонаторной моды:

$$\frac{\mathrm{d}^2 f}{\mathrm{d}z^2} + h^2 f = \rho. \tag{3}$$

В уравнении (3)

$$h(z) = \sqrt{(\omega/c)^2 - k_{\perp}^2(z)}, \qquad k_{\perp} = \mu_{m,p}/R_{\rm w}(z)$$
 (4)

— продольное и поперечное волновые числа для рабочей моды соответственно, $\mu_{m,p} - p$ -й положительный корень уравнения $J'_m(\mu) = 0$, где $J_m(\mu) - функция Бесселя первого рода$ *m*-го $порядка, <math>R_w(z)$ — радиус электродинамической системы в поперечном сечении с координатой z, c — скорость света в вакууме, m и p — азимутальный и радиальный индексы моды соответственно. Фактор возбуждения волны электронным пучком ρ находится из уравнений движения частиц

в статическом магнитном поле и в поле резонансной компоненты резонаторной моды [14] (см. также раздел 2). В качестве граничных условий для уравнения (3) будем использовать простейшее нулевое условие для поля волны на входе (z = 0) в рабочий резонатор:

$$f(0) = 0, (5)$$

а также условие безотражательного вывода излучения (условие излучения), которое поставим в плавно расширяющемся выходном волноводе на достаточном удалении от коллекторного конца резонатора в сечении с координатой z_{out} , где частота волны достаточно далека от частоты отсечки:

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}z} = ihf|_{z=z_{\mathrm{out}}}.\tag{6}$$

В случае сильного отражения от коллекторного конца резонатора ($K \approx 1$), когда дифракционная добротность велика по сравнению с её минимальным значением, при рабочих токах, не слишком значительно превышающих стартовое значение, продольные структуры собственных мод могут считаться фиксированными и близкими к «холодным» (т. е. найденным без учёта влияния электронного пучка) структурам мод закрытого резонатора, в котором «нулевое» граничное условие (5) поставлено как на входном, так и на выходном концах:

$$f_q \approx \sin h_q z,$$
 (7)

где $h_q \approx \pi q/L$, q = 1, 2, ... — продольный индекс. Строго говоря, гиротронным режимом генерации может быть названо возбуждение только низших продольных мод с индексами q = 1, 2, частоты которых наиболее близки к частоте отсечки и продольные волновые числа минимальны (рис. 2*a*). Для этих мод условие электронно-волнового резонанса на *s*-й циклотронной гармонике

$$\omega \approx s\omega_{\rm c},\tag{8}$$

где $s = 1, 2, ..., \omega_c$ — циклотронная частота, одновременно выполняется для попутной и встречной волн. Для более высоких продольных мод (рис. 2*a*) имеет место селективное резонансное взаимодействие частиц с попутной им компонентой стоячей волны (режим гиро-ЛБВ):

$$\omega - h v_{\parallel} \approx s \omega_{\rm c},\tag{9}$$

или со встречной компонентой (режим гиро-ЛОВ):

$$\omega + h v_{\parallel} \approx s \omega_{\rm c}.\tag{10}$$

Здесь v_{\parallel} — продольная скорость частиц. Эффект доплеровского смещения частоты, который описывается слагаемыми hv_{\parallel} в правых частях уравнений (9) и (10), сдвигает (по отношению к случаю гиротронного взаимодействия) резонансные значения магнитных полей для таких режимов (рис. 2*a*), а также делает их более чувствительными к разбросу частиц по продольным скоростям.

Исследуем возможность изменения частоты за счёт переходов с одной продольной моды на другую. Для квазинепрерывности такой перестройки частотные полосы соседних мод должны перекрываться. При наличии значительных омических потерь в стенках это возможно в принципе и при высокой дифракционной добротности. Если спектр продольных волновых чисел близок к «холодному» спектру собственных мод с волновыми числами h_q , то, в соответствии с формулой (2), их дифракционная добротность описывается соотношением

$$Q_{\rm d} = \alpha Q_0/q,\tag{11}$$



Рис. 2. Дисперсионные диаграммы (a) и соответствующие зависимости силы стартового тока $I_{\rm st}$ от циклотронной частоты (b) для мод в режимах гиротрона и гиро-ЛБВ и гиро-ЛОВ. Точки 1 соответствуют моде q = 1, точки 2 и 3 — моде q = 2, распространяющейся вдоль или против направления движения частиц пучка соответственно, точки 4 и 5 — моде q = 3, распространяющейся вдоль или против направления движения частиц пучка соответственно. Штриховые кривые на рисунке (b) иллюстрируют эволюцию характера стартовых диаграмм (от дискретного к монотонному) при переходе от режима фиксированной резонатором структуры СВЧ поля к режиму с нефиксированной структурой поля волны

где $Q_0 = 4\pi (L/\lambda)^2$ — минимальный фактор для низшей продольной моды с индексом $q = 1, \lambda$ — длина волны. В случае фиксированного резонатором частотного спектра продольных мод

$$\frac{\omega_{\rm q}}{c} \approx \sqrt{k_{\perp}^2 + \left(\frac{q\pi}{L}\right)^2} \approx k_{\perp} \left[1 + \frac{q^2}{8} \left(\frac{\lambda}{L}\right)^2\right],$$

расстояние между соседними модами определяется формулой

$$\frac{\omega_q - \omega_{q-1}}{ck_\perp} = \frac{\pi(2q-1)}{2Q_0}.$$
 (12)

Пренебрежём отличием омической добротности $Q_{\rm ohm}$ от номера продольной моды и будем считать, что она в β раз меньше минимальной дифракционной добротности: $Q_{\rm ohm} = Q_0/\beta$. Ширина резонансной полосы моды $\Delta \omega_q$ определяется потерями, которые обратно пропорциональны полной добротности:

$$\Delta\omega_q \approx \frac{2}{Q_0} \left(\frac{q}{\alpha} + \beta\right). \tag{13}$$

Перекрытие «холодных» резонансных кривых двух соседних продольных мод возникает, когда модуль разности их частот меньше полусуммы ширин полос мод. Соответственно, перекрытие полос фиксированного спектра продольных мод и квазинепрерывная перестройка частоты возможны лишь при очень больших потерях:

$$\beta \ge \left(q - \frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{\pi}{2}\right). \tag{14}$$

Рассмотрим в качестве примера перестройку при смене индекса продольных мод от q = 1 до q = 4. Даже при минимальных отражениях, когда α порядка единицы, необходимый для непрерывной перестройки фактор β омических потерь примерно равен 2. При этом отношение мощности омических потерь $P_{\rm ohm}$ к мощности СВЧ излучения P_{Σ} электронного пучка

$$\frac{P_{\rm ohm}}{P_{\Sigma}} = \frac{\beta}{\beta + q/\alpha} \tag{15}$$

В. Л. Братман, А. В. Савилов, Т. Х. Чанг

2015

равно 2/3 для первой и 1/3 для четвёртой продольных мод. Если же коэффициент отражения от выходного конца резонатора K = 0,7 ($\alpha = 2$), то необходимый для непрерывной перестройки фактор омических потерь увеличивается до $\beta \approx 4$, а доля омических потерь, определённая в равенстве (15), близка к 0,9 для первой и к 2/3 для четвёртой мод.

Приведённые оценки справедливы, если электродинамическая система гиротрона фиксирует близкий к дискретному спектр продольных мод. Такая ситуация имеет место, когда отражение от выходного конца резонатора достаточно велико, а сила рабочего тока гиротрона не слишком сильно превышает стартовое значение. С другой стороны, для высоких индексов *q* гиротроный режим трансформируется в режим гиро-ЛБВ или гиро-ЛОВ (рис. 2*a*) [15, 16, 18]. В этом случае частота моды далека от отсечки и соответствующие волны слабо отражаются от нерегулярностей электродинамической системы, которая в этом случае близка по своим свойствам к волноводу с непрерывным спектром продольных мод.

Фиксированный квазидискретный спектр продольных мод соответствует изолированным зонам самовозбуждения гиротрона (рис. 2δ), на границах которых стартовый ток стремится к бесконечности. Эти зоны разделены «запрещёнными» зонами, внутри которых работа гиротрона невозможна. Если же, в отличие от рассмотренного выше идеализированного граничного условия, на коллекторном конце резонатора не фиксируется нуль поля волны, то изменение рабочего магнитного поля или ускоряющего напряжения ведёт к трансформации продольной структуры СВЧ поля и, соответственно, частоты генерации под воздействием электронного пучка даже при пренебрежимо малых омических потерях [16, 18]. При этом при больших дифракционных добротностях (т. е. больших значениях α) трансформация структуры мод и перестройка частоты происходят в основном в запрещённых зонах. Уменьшение отражений волны от коллекторного конца ослабляет фиксацию продольной структуры мод и облегчает её изменение под воздействием электронного пучка. Если магнитное поле уменьшается и гиротронный режим переходит в режим гиро-ЛБВ, то максимум величины электрического поля низшей продольной моды смещается от середины резонатора к его коллекторному концу (рис. 1). В противоположном случае увеличения магнитного поля гиротронный режим переходит в режим гиро-ЛОВ. В этом случае максимум величины СВЧ поля сдвигается к катодному концу резонатора и постепенно появляются другие максимумы, так что низшая продольная мода со структурой, близкой к одной арке (полупериоду) синусоиды, переходит во вторую моду, затем в третью и т. д. Такая непрерывная смена рабочих мод делает возможным возбуждение гиротрона при любом магнитном поле, соответствующем области гиро-ЛОВ. При этом зависимость стартового тока от величины магнитного поля остаётся немонотонной, так что стартовый ток в запрещённых зонах приблизительно в α раз выше, чем в областях её минимумов. Следует отметить, что соответствующая квазинепрерывная перестройка частоты наблюдается в эксперименте лишь при достаточно больших рабочих токах. При предельно низкой дифракционной добротности, когда α порядка единицы, преобразование структуры моды и перестройка частоты монотонны во всей области магнитных полей, соответствующих режиму гиро-ЛОВ, и зависимость силы стартового тока от магнитного поля также имеет плавный и монотонный характер. При небольших отражениях от коллекторного конца перестройка частоты является слегка немонотонной.

Итак, для достижения монотонной квазинепрерывной перестройки частоты в гиротроне достаточно минимизировать отражения от коллекторного конца электродинамической системы и обеспечить тем самым условия, при которых продольная структура поля СВЧ волны не является фиксированной.

2. УРАВНЕНИЯ, ОПИСЫВАЮЩИЕ РАБОТУ ГЕНЕРАТОРА В РЕЖИМАХ ГИРОТРОНА И ГИРОТРОННОЙ ЛАМПЫ ОБРАТНОЙ ВОЛНЫ

Если частота рабочей моды близка к частоте отсечки, то электронно-волновое взаимодействие в гироприборе не приводит к изменению продольного импульса электрона. Уравнения гиротрона с нефиксированной структурой электрического поля волны были получены в работе [14] именно в таком приближении. Однако при широкополосной перестройке частоты изменение магнитного поля может привести к изменению индекса продольной моды от q = 1 до столь высокого значения, что мода становится далёкой от отсечки. При этом возрастает величина поперечной компоненты высокочастотного магнитного поля волны и продольный импульс электрона перестаёт сохраняться, что делает необходимым обобщение гиротронных уравнений на такой случай.

Если продольная структура CBЧ волны не фиксирована, а радиус аксиально-симметричной электродинамической системы (волновода) $R_{\rm w}(z)$ плавно меняется с продольной координатой, то в полярной системе координат (r, ϕ) , где r — полярный радиус, ϕ — азимутальный угол, поле поперечной электрической моды волновода может быть представлено в виде

$$E_{+} = -ik \exp(i\phi) \left\{ J'_{m}(k_{\perp}r) \operatorname{Re}[iA(z)\exp(i\varphi)] - \frac{imJ_{m}(k_{\perp}r)}{r} \operatorname{Re}[A(z)\exp(i\varphi)] \right\},$$

$$B_{+} = \exp(i\phi) \left\{ J'_{m}(k_{\perp}r) \operatorname{Re}\left[\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}z}\exp(i\varphi)\right] + \frac{imJ_{m}(k_{\perp}r)}{r} \operatorname{Re}\left[i\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}z}\exp(i\varphi)\right] \right\},$$

$$B_{z} = k_{\perp}^{2} J_{m}(k_{\perp}r) \operatorname{Re}[A\exp(i\varphi)].$$

Здесь $E_+ = E_x + iE_y = \exp(i\phi)(E_r + iE_{\phi})$ и $B_+ = B_x + iB_y$ — комплексные комбинации поперечных компонент электрического и магнитного полей соответственно (оси x и y декартовой системы координат лежат в поперечной плоскости), k — волновое число, $\varphi = m\phi - \omega t$ — фаза волны, t — время. Комплексная амплитуда волны A(z) нормирована таким образом, что переносимая волной мощность P_{wave} описывается следующим выражением:

$$P_{\text{wave}} = \frac{ck}{4} N \operatorname{Re}\left(iA \frac{\mathrm{d}A^*}{\mathrm{d}z}\right),\tag{16}$$

где $N = J_m^2(\mu_{m,p})(\mu_{m,p}^2 - m^2)$ — не зависящая от координаты норма волны, а звёздочка означает комплексное сопряжение.

В частном случае приосевого электронного пучка, который используется в так называемых гиротронах с большой орбитой, все электроны двигаются по винтовым траекториям вокруг оси волновода и их осцилляторное поперечное движение описывается формулами

$$r_{+} = r_{\rm c} \exp(i\Psi), \qquad V_{+} = iV_{\perp} \exp(i\Psi),$$

где Ψ , r_c , V_{\perp} — циклотронная фаза, циклотронный радиус и поперечная скорость электрона, $r_+ = x + iy$, $V_+ = V_x + iV_y$, V_x и V_y — проекции поперечной скорости электрона на оси x и y. При такой конфигурации пучка взаимодействие электронов с СВЧ волной на *s*-й циклотронной гармонике происходит только при совпадении номера этой гармоники с азимутальным индексом рабочей поперечной моды m. Соответствующие релятивистские уравнения движения для лоренцфактора (безразмерной энергии) $\gamma = (1 - V^2/c^2)^{-1/2}$, где V — скорость электрона, нормированных компонент импульса $p_{\perp} = \gamma V_{\perp}/c$ и $p_z = \gamma V_z/c$ и фазы электрона относительно волны $\theta = s\Psi - \omega t$ могут быть записаны в следующей форме:

$$\frac{\mathrm{d}\gamma}{\mathrm{d}z} = -\chi \mathrm{Re}[f \exp(i\theta)], \qquad \frac{\mathrm{d}p_z}{\mathrm{d}z} = -\frac{\chi}{k} \mathrm{Re}\left[\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}z} \exp(i\theta)\right],$$

$$\frac{\mathrm{d}p_{\perp}}{\mathrm{d}z} = -\chi_{\perp} \mathrm{Im} \left[\left(\frac{\gamma f}{p_z} + \frac{i}{k} \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}z} \right) \exp(i\theta) \right], \qquad \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}z} = \frac{sk_{\mathrm{c}} - \gamma k}{p_z} + F.$$
(17)

Здесь $\chi_{\perp} = k_{\perp} J'_s(k_{\perp} r_c), \ \chi = \chi_{\perp} p_{\perp} / p_z$ — фактор взаимодействия электронов с волной, $k_c = eB_0/(m_ec^2)$ — нормированное магнитное поле, B_0 — индукция внешнего магнитного поля, m_e — масса электрона, e — элементарный заряд. В правой части уравнения для фазы электрона наряду с «инерционным» первым членом учтён также и так называемый «силовой» член F.

В более общем случае трубчатого электронного пучка поперечная комплексная координата электрона имеет более сложный вид:

$$r_{+} = R_{\rm e} \exp(i\varphi) + r_{\rm c} \exp(i\Psi),$$

где $R_{\rm e}$ — радиус ведущих центров электронного пучка. В этом случае усреднение уравнений движения по азимутальной координате ϕ снова приводит к уравнениям вида (17), в которых фактор связи электронов с волной определяется выражением $\chi_{\perp} = k_{\perp} J_{s-m}(k_{\perp} R_{\rm e}) J'_{s}(k_{\perp} r_{\rm c})$.

В случае достаточно плавного профиля электродинамической системы продольная структура безразмерной комплексной амплитуды рабочей волны $f(z) = ekA(z)/(m_ec^2)$ определяется уравнением неоднородной струны (3) с граничными условиями (5) и (6). При этом в уравнении (3) фактор возбуждения имеет вид

$$\rho = -G \left\langle \chi \exp(-i\theta) \right\rangle$$

где $G = 4eIk/(m_ec^3N)$, угловые скобки обозначают усреднение по начальным фазам электронов, I — ток пучка.

В пренебрежении омическими потерями квадрат продольного волнового числа $h^2(z)$ — вещественная функция. В этом случае электронный коэффициент полезного действия (КПД) системы

$$\eta_{\rm el} = \frac{\langle \gamma_0 - \gamma \rangle}{\gamma_0 - 1}$$

совпадает с нормированной на мощность электронного пучка мощностью выходной волны

$$\eta_{\text{wave}} = \frac{1}{(\gamma_0 - 1)G} \operatorname{Re}\left(if \frac{\mathrm{d}f^*}{\mathrm{d}z}\right),$$

так что из уравнений (16) и (17) следует закон сохранения энергии:

$$P_{\rm el} = m_{\rm e} c^2 I \langle \gamma_0 - \gamma \rangle / e = P_{\rm wave}.$$

Здесь γ_0 — лоренц-фактор частиц на входе в пространство взаимодействия, $P_{\rm el}$ и $P_{\rm wave}$ — потеря кинетической мощности пучка электронов и мощность, переносимая волной, соответственно. Для учёта омических потерь в резонаторе следует добавить соответствующее мнимое слагаемое к квадрату волнового числа: $h^2 \rightarrow h^2 + ik^2/Q_{\rm ohm}$. В этом случае выполняется неравенство $\eta_{\rm el} > \eta_{\rm wave}$, а мощность омических потерь (также нормированная на мощность электронного пучка) даётся формулой $\eta_{\rm ohm} = \eta_{\rm el} - \eta_{\rm wave}$.

Для квазикритической волны справедлива оценка $df/dz \sim hf \ll kf$, а изменения продольного импульса частицы пренебрежимо малы. В этом случае уравнения (3) и (17) сводятся к уравнениям гиротрона с нефиксированной структурой поля СВЧ волны, выведенным в работе [14]. В противоположном предельном случае далёкой от отсечки попутной или встречной резонансной компоненты волны, когда $f(z) = \hat{f}(z) \exp(\pm ihz)$, где $\hat{f}(z)$ — некоторая функция, уравнения (3) и (17) преобразуются в уравнения гиро-ЛБВ или гиро-ЛОВ [23].

В. Л. Братман, А. В. Савилов, Т. Х. Чанг

2015



Рис. 3. Результаты эксперимента [13] с частотноперестраиваемым гиротроном: мощность и частота выходного излучения в зависимости от величины рабочего магнитного поля



Рис. 4. Три профиля рабочего резонатора гиротрона, исследованные в численных расчётах



Рис. 5. Собственные частоты (a) и стартовые токи гиротрона (b) в зависимости от величины рабочего магнитного поля для резонаторов с профилями А (толстая линия), В (тонкая линия) и С (штриховая линия)

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕСТРОЙКИ ЧАСТОТЫ В ТЕРАГЕРЦОВОМ ГИРОТРОНЕ

Применим уравнения (3) и (17) с граничными условиями (5) и (6) к расчёту генератора с параметрами, близкими к параметрам гиротрона с рабочей частотой около 330 ГГц, реализованного в эксперименте [11]. В этом гиротроне при ускоряющем напряжении 10,1 кВ трубчатый электронный пучок с током 200 мА и питч-фактором 1,8 возбуждал моду $TE_{-4,3}$ на второй циклотронной гармонике (знак «минус» в азимутальном индексе моды означает, что направление азимутального вращения электрического поля моды противоположно направлению циклотронного вращения электронов). Оценка омической добротности для этой моды $Q_{\rm ohm} = 10^4$, в то время как минимальная дифракционная добротность для использованного в эксперименте резонатора с длиной 3 см была $Q_{\rm ohm} = 1.4 \cdot 10^4$. Такие значения добротностей соответствуют доле омических потерь 60 % для низшей продольной моды, что находится в согласии с оценками (14) и (15), полученными для слабых отражений от выходного конца резонатора (α порядка единицы).

В этом эксперименте наблюдалась непрерывная перестройка частоты в процессе последовательной смены индексов продольных мод от q = 1 до q = 7 (рис. 3). Перестройка происходила





Рис. 6. Выходной (сплошные кривые) и электронный (штриховые линии) коэффициенты полезного действия гиротрона, а также нормированный сдвиг частоты генерации (жирные пунктирные кривые) для резонаторов с профилями A (*a*), В (*б*) и C (*e*) при силе рабочего тока 200 мА

в условиях, когда рабочий ток был порядка 200 мА и существенно превышала стартовый порог, равный примерно 30 мА. Следует отметить, что исследование перестройки частоты при рабочем токе, значительно превышающем стартовое значение, на основе стационарных одночастотных уравнений (3) и (17) оказывается не вполне адекватным, т. к. при этом не учитывается конкуренция «горячих» продольных мод, возбуждающихся на разных частотах (см. ниже). По этой причине будем исследовать возбуждение более короткого резонатора с длиной 2 см, для которого стартовый ток близок к 60 мА, а превышение указанного значения над пороговым не слишком велико. Рассмотрим три вида расширения выходного волновода (рис. 4): в виде конуса с большим углом раскрыва 6° (профиль А) и двух более плавных параболических профилей В и С.

На стартовых характеристиках для профиля A четыре продольные моды $q = 1 \div 4$ явно разделены между собой (рис. 5), а для более плавных профилей B и C они плавно переходят друг в друга. В то же время минимальные значения стартовых токов для каждой из продольных мод практически не меняются с изменением выходного профиля.

Согласно расчёту в нелинейном режиме при рабочем токе 200 мА для профиля А увеличение магнитного поля также приводит к последовательному возбуждению трёх продольных мод с индексами $q = 1 \div 3$ с разделёнными полосами генерации (рис. 6). Зависимости выходного и электронного коэффициента полезного действия от величины магнитного поля имеют максимумы, соответствующие собственной частоте каждой из этих трёх мод. В промежутках между этими максимумами мощность выходного сигнала опускается почти до нуля или вообще отсутствует. Четвёртая продольная мода не возбуждается, т. к. её стартовый ток превышает выбранный рабочий ток. Зависимость частоты генерации от индукции магнитного поля, $\omega(B)$, медленная в областях, соответствующих генерации собственной моды с высокой мощностью выходного сигнала, и быстрая в областях с малой мощностью генерации, соответствующих переходу от одной

В. Л. Братман, А. В. Савилов, Т. Х. Чанг



Рис. 7. Выходной (сплошные кривые) и электронный (штриховые кривые) КПД гиротрона, а также нормированный сдвиг частоты генерации (жирные пунктирные кривые) для резонаторов с профилями A (*a*) и C (*б*) при силе рабочего тока 400 мA

продольной моды к другой. Всё это свидетельствует о «модовом» характере работы гиротрона, когда сильное отражение от сравнительно резкой неоднородности на выходном раскрыве в значительной степени фиксирует дискретный спектр мод резонатора и их структуру.

При использовании более плавного профиля В продольные моды с индексами $q = 1 \div 3$ всё ещё разделены между собой (рис. 6), но переход от одной моды к другой оказывается более плавным, чем в случае профиля А. Кроме того, при дальнейшем увеличении магнитного поля после срыва генерации происходит также и переход к генерации моды с индексом q = 4. В случае ещё более плавного профиля С зоны генерации мод с индексами $q = 2 \div 4$ практически не разделены, так что зависимость мощности выходного излучения от частоты является плавной, а перестройка частоты — монотонной. Это означает, что электродинамическая система с выходным профилем С не фиксирует продольную структуру мод и дискретный спектр их частот.

Важно отметить, что соотношение между электронным и выходным коэффициентами полезного действия и, следовательно, доля омических потерь в случаях профилей В и С примерно одинаковы. Это означает, что переход от раскрыва В к более плавному раскрыву С не приводит к заметному уменьшению отражения волны от выходного конца и дифракционной добротности. Другими словами, переход от профиля В к профилю С не ведёт к существенному изменению «холодных» свойств электродинамической системы, близкой к отрезку волновода. Это означает, что более плавная перестройка частоты в случае профиля С вызвана более плавным выходом электронов из взаимодействия с электромагнитной волной.

При токе 200 мА генерация на четвёртой продольной моде характеризуется низкой мощностью выходного сигнала, поскольку этот ток близок к соответствующему этой моде стартовому току. Для достижения более широкополосной перестройки необходимо повысить рабочий ток. Так, при токе 400 мА для профиля С дискретная структура продольных мод практически исчезает, за исключением первой моды, а частота генерации меняется непрерывно, монотонно и плавно при последовательном переходе от моды с q = 1 к моде с q = 4 (рис. 7).

Таким образом, плавная непрерывная перестройка частоты обеспечивается следующими условиями: 1) рабочий ток существенно превышает стартовый ток возбуждения нескольких продольных мод; 2) плавный переход от пространства взаимодействия к расширяющемуся выходному волноводу, обеспечивающий плавный выход электронов из резонансного взаимодействия с СВЧ полем; 3) продольная структура волны имеет «горячий» нефиксированный характер, существен-

В. Л. Братман, А. В. Савилов, Т. Х. Чанг



Рис. 8. Эволюция продольной структуры поля возбуждаемой СВЧ волны в процессе изменения величины рабочего магнитного поля в диапазоне, соответствующем переходу от моды с q = 2 к моде с q = 3, в резонаторе с профилем С при токе 200 и 400 мА. Толстая линия соответствует случаю $\Delta B/B_0 = 0.26$ %, тонкая — случаю $\Delta B/B_0 = 0.46$ %



Рис. 9. Переход от моды с q = 2 к моде с q = 4 в резонаторе с профилем С (толстая линия на врезке) при токе 400 мА. Штриховые кривые иллюстрируют ситуацию, когда электронно-волновое взаимодействие резко «выключается» на выходе из резонатора, что соответствует скачкообразному изменению величины рабочего магнитного поля в этой области

но отличный от фиксированных резонатором распределений для дискретного набора «холодных» мод (рис. 8).

Важность плавного прекращения взаимодействия электронов с полем волны можно дополнительно проиллюстрировать, изменяя величину магнитного поля в выходном волноводе при фиксированном профиле С (рис. 9). Выходной КПД в случае однородного поля и постепенного прекращения взаимодействия в выходном расширении за счёт увеличения продольного волнового числа волны и выхода электронов из циклотронного резонанса с ней выше, чем в случае резкого прекращения взаимодействия за счёт скачкообразного изменения магнитного поля. Если магнитное поле однородно, то область резонансного взаимодействия частиц с низшей, ближайшей к отсечке модой q = 1 ограничена регулярной частью резонатора, в то время как для более высоких продольных мод область взаимодействия включает в себя также и часть расширения волновода и оказывается длиннее. Таким образом, плавный выход электронов из взаимодействия с волной должен обеспечиваться не только плавностью расширения выходного волновода, но и медленным изменением магнитного поля в начале выходной секции.

Как уже отмечалось, стационарная одночастотная модель, описываемая уравнениями (3) и (17), перестаёт быть корректной в ситуации, когда ток существенно превышает стартовое значение. Так, при увеличении тока от 600 до 800 мА эта модель демонстрирует расщепление непрерывного решения уравнений на две ветви (рис. 10). При этом в некоторой области значений магнитного поля существуют два решения одночастотных уравнений, соответствующих разным частотам и мощностям выходного излучения, а также разным продольным структурам СВЧ поля (рис. 10 δ). Одна из этих «горячих» мод близка по своей структуре к первой, «одногорбой» моде «холодного» резонатора, а другая является аналогом второй, «двугорбой», моды. Такой результат хорошо согласуется с линейной теорией [18], предсказывающей существование разных мод при одном и том же рабочем магнитном поле (рис. 2 δ). В этой ситуации ответ на вопрос о том, какая из двух мод реально установится при данных параметрах генератора, может быть дан



Рис. 10. Переход от моды с q = 1 к моде с q = 2 в резонаторе с профилем С при токе 600 (штриховые линии) и 800 (сплошные линии) мА (*a*). Продольные структуры электрических полей двух «горячих» собственных мод, которые могут быть возбуждены при силе тока 800 мА и при одном и том же магнитном поле, отвечающем $\Delta B/B_0 = -0.04\%$ (*б*)

на основе использования нестационарного многочастотного анализа (см., например, работу [24]). Две конкурирующие собственные моды характеризуются близкими мощностями генерации, но слегка разными частотами (рис. 10*a*). При больши́х токах переход от первой продольной моды ко второй сопровождается небольшим скачком частоты. Возможно, такой эффект наблюдается при малом изменении поля около величины 6 Тл на рис. 3, взятом из экспериментальной работы [13].

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Открытый коллекторный конец традиционного гиротронного резонатора, через который осуществляется дифракционный вывод излучения, при любом коэффициенте отражения допускает перестройку продольной структуры поля волны при изменении рабочего магнитного поля и/или ускоряющего напряжения, сопровождаемую непрерывной перестройкой частоты генерации [16– 18]. Увеличение магнитного поля (или ускоряющего напряжения) ведёт к переходу от режима гиротронной генерации низшей моды с одной продольной вариацией к режиму гиро-ЛОВ, в которой возбуждаются высокие продольные моды. При больших коэффициентах отражениях от выходного конца переходы генерации с одной продольной моды на другую происходят через «запрещённые» зоны, существование которых вызвано тем, что резонатор в значительной степени определяет продольную структуру мод и их квазидискретный спектр. В таких условиях для достижения непрерывной перестройки частоты необходимо большое превышение током стартового значения. Это является важным фактором, влияющим на плавность частотной перестройки гиротрона. Стационарный подход, справедливый при относительно небольшом превышении током стартового значения, показывает, что с ростом рабочего тока «горячая» структура возбуждаемого в резонаторе поля становится всё более отличной от структур продольных резонаторных мод и, соответственно, дискретный «холодный» спектр продольных мод сменяется квазинепрерывным

В. Л. Братман, А. В. Савилов, Т. Х. Чанг

спектром «горячих» мод. Дальнейший рост рабочего тока приводит к возникновению конкуренции существующих при одном и том же рабочем магнитном поле двух или нескольких «горячих» продольных мод с разными собственными частотами. В этой ситуации для моделирования системы необходимы численные коды, развитые на основе нестационарного многочастотного анализа (см., например, работы [24, 25]).

При слабых отражениях волны от выходного конца изменение продольной структуры возбуждаемой волны и перестройка её частоты достигаются при меньшем превышении рабочего тока над порогом генерации и имеют более плавный характер. Наряду с этим механизмом перестройки на высоких частотах важным фактором являются большие омические потери, которые обеспечивают перекрытие продольных мод резонатора и также помогают добиться относительно монотонной частотной перестройки. Эти выводы были подтверждены в экспериментах [9–13]. Поскольку омические потери снижают генерируемую электронами мощность выходного сигнала, то для одновременного достижения в терагерцовом гиротроне плавной перестройки частоты и относительно высокого коэффициента полезного действия необходимо, чтобы дифракционная добротность резонатора была порядка или ниже омической добротности.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 14-12-00887).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Nanni E. A., Barnes A. B., Griffin R. G., Temkin R. J. // IEEE Trans. THz Sci. Tech. 2011. V. 1, No. 1. P. 145.
- 2. Griffin R. G., Prisner T. F. // Phys. Chem. 2010. V. 12, No. 22. P. 5737.
- 3. Bratman V., Glyavin M., Idehara T., et al. // IEEE Trans. Plasma Sci. 2008. V. 36, No. 1. P 36.
- Bratman V. L., Glyavin M. Yu., Kalynov Yu. K., et al. // Int. J. IR MM THz Waves. 2011. V. 32, No. 3. P. 371.
- 5. Братман В. Л., Литвак А. Г., Суворов Е. В. // Успехи физ. наук. 2011. Т. 181, № 8. С. 867.
- Левин Г. Я., Бородкин А. И., Кириченко А. Я. и др. Клинотрон. Киев: Наукова думка, 1992. 200 с.
- 7. Bratman V. L., Dumesh B. S., Fedotov A. E. // IEEE Trans. Plasma Sci. 2010. V. 38, No. 6. P. 1466.
- 8. Steer B., Roitman A., Horoyski P., et al. Extended-interaction klystron technology at millimeter and sub-millimeter wavelengths. http://www.cpii.com/docs/related/40/EIK
- Hornstein M. K., Bajaj V. S., Griffin R. G., et al. // IEEE Trans. Electron. Devices. 2010. V. 52. P. 798.
- 10. Chang T. H., Fan C. T., Pao K. F., et al. // Appl. Phys. Lett. 2007. V. 90. Art no. 191 501.
- Torrezan A. C., Seo-Tae H., Shapiro M. A., et al. // Proc. 33rd Int. Conf. on Infrared, Millimeter and Terahertz Waves, Pasadena, 15–19 сентября 2008. P. 1.
- 12. Chang T. H., Idehara T., Ogawa I., et al. // J. Appl. Phys. 2009. V. 105. Art no. 063304.
- Torrezan A. C., Shapiro M. A., Sirigiri J. R., et al. // IEEE Trans. Electron Devices. 2011. V. 58, No. 8. P. 2777.
- 14. Братман В. Л., Моисеев М. А., Петелин М. И., Эрм Р.Э. // Изв. вузов. Радиофизика. 1973. Т. 16, № 4. С. 622.
- 15. Братман В. Л. // Изв. вузов. Радиофизика. 1974. Т. 17, № 10. С. 1544.
- 16. Братман В. Л., Моисеев М. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1975. Т. 18, № 7. С. 1045.
- 17. Братман В. Л., Новожилов С. Л., Петелин М. И. // Электронная техника. Сер. 1. 1976. № 11. С. 46.

- Братман В. Л., Моисеев М. А., Петелин М. И. Гиротроны. Горький: ИПФ АН СССР, 1981. С. 122.
- 19. Завольский Н.А., Запевалов В.Е., Моисеев М.А., Седов А.С. // Труды XV науч. конф. по радиофизике, посвящённой 110-й годовщине со дня рождения А.А. Андронова, 10–13 мая 2011. Нижний Новгород: ННГУ, 2011. С. 43.
- 20. Блохина Е.В. Режимы сложной динамики в распределённых системах типа электронный поток—электромагнитная волна с нефиксированной структурой поля: Дис. ... канд. физ.мат. наук. Саратов, 2005. 201 с.
- 21. Власов С. Н., Жислин Г. М., Орлова И. М. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1969. Т. 12, № 8. С. 1 236.
- 22. Каценеленбаум Б. З. Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами. М.: Изд-во АН СССР, 1961. 261 с.
- 23. Bratman V. L., Ginzburg N. S., Nusinovich G. S., et al. // Int. J. Electron. 1981. V. 51. P. 541.
- 24. Ginzburg N.S., Nusinovich G.S., Zavolsky N.A. // Int. J. Electron. 1986. V. 61. P. 881.
- 25. Zapevalov V. E., Moiseev M. A., Zavolsky N. A. // 38th Int. Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves, IRMMW-THz, 1–6 September 2013; Mainz; Germany; Art. no. 6665709.

Поступила в редакцию 27 мая 2015 г.; принята в печать 3 сентября 2015 г.

POSSIBILITIES FOR CONTINUOUS FREQUENCY TUNING IN TERAHERTZ GYROTRONS WITH NON-TUNABLE ELECTRODYNAMIC SYSTEMS

V. L. Bratman, A. V. Savilov, and T. H. Chang

Large ohmic losses in the cavities of terahertz gyrotrons may lead to the overlapping of the axial mode spectra. In a number of gyrotron experiments, this effect has been used to provide a fairly broadband frequency tuning by changing appropriately the operating magnetic field and/or accelerating voltage of the gyrotron. Similar to the systems with non-fixed axial structure of the RF electromagnetic field and low diffraction quality, which are due to weak reflections of the operating wave from the collector end of the electrodynamic system, this changing leads to a monotonic change in the axial index of the operating wave and transition from the gyrotron regime to the gyro-BWO regime. According to the theoretical comparison of these two methods performed on the basis of the generalization of self-consistent gyrotron equations taking into account variations in the axial electron momenta, the systems with low reflections can provide higher efficiency and monotonicity of the frequency tuning.