

УДК 621.385.6

## КОНКУРЕНЦИЯ АЗИМУТАЛЬНО-НЕСИММЕТРИЧНЫХ МОД В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЛАМПЕ ОБРАТНОЙ ВОЛНЫ

Э. Б. Абубакиров, А. С. Сергеев

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

Проанализирована работа релятивистской лампы обратной волны, в которой с пучком электронов одновременно взаимодействуют две волны с противоположным направлением вращения азимутальной структуры высокочастотного поля. На основе нестационарной модели этой лампы выявлен ряд характерных особенностей динамики такой системы как в автономном варианте её работы, так и при воздействии источника внешнего сигнала. Среди этих особенностей — неустойчивость генерации стоячих по азимуту волн, существование устойчивых режимов стационарной генерации двух разночастотных волн с противоположным направлением вращения, возможность пространственной автомодуляции выходного излучения высокочастотного генератора.

### ВВЕДЕНИЕ

Применение протяжённых сверхразмерных электродинамических систем является естественным направлением развития мощной высокочастотной электроники, позволяющим обеспечить транспортировку как интенсивного микроволнового излучения, так и сильноточного пучка электронов. Для релятивистских приборов черенковского типа, в которых используются прямолинейные пучки электронов, с ростом поперечного сечения электродинамических систем спектр мод, взаимодействующих с пучком, неизбежно расширяется за счёт азимутально-несимметричных мод. Такие медленные электромагнитные волны, или медленные пространственные гармоники, эффективно взаимодействуют с трубчатыми потоками электронов и могут быть использованы в качестве рабочих, в том числе и в осесимметричных замедляющих системах (см., например, работы [1–3]). Особенности взаимодействия электронов с несколькими электромагнитными волнами с разной поперечной структурой в релятивистской лампе обратной волны (ЛОВ) рассматривались, в частности, в работе [4], однако учёт азимутальной несимметрии имеет свою специфику. Во-первых, из-за зависимости амплитуды волны от азимутального угла интенсивность и характер взаимодействия высокочастотного поля и электронов отличается для частиц с разными угловыми положениями. Во-вторых, несимметричные волны в осесимметричной системе всегда вырождены по отношению к направлению вращения поперечной структуры или к синусоидальному (в зависимости от выбранного базиса разложения) азимутальному распределению амплитуд. В связи с этим представляется, что анализ черенковского взаимодействия пучка электронов с электрическим полем нескольких азимутально-несимметричных волн нуждается в специальном рассмотрении, чему и посвящена настоящая работа. Отметим, что близкая задача рассматривалась при анализе конкуренции мод в гиротронах [5], где, однако, из-за гиротропии винтового потока электронов вырождение волн с разным направлением вращения снимается, а интенсивность взаимодействия волн с частицами существенно зависит от соотношения направлений вращения структуры волны и электронов.

Э. Б. Абубакиров, А. С. Сергеев

683

## 1. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ЛАМПА ОБРАТНОЙ ВОЛНЫ С НЕСИММЕТРИЧНЫМИ ВОЛНАМИ. ОСОБЕННОСТИ МОДЕЛИ

Исследование взаимодействия электронов с полем нескольких азимутально-несимметричных волн проведём на примере релятивистской ЛОВ как наиболее простого и вместе с тем наиболее распространённого генератора высокочастотного излучения, работающего на сильноточных пучках электронов. В качестве основы для такого анализа примем нестационарную модель релятивистской ЛОВ [6], в которой учтём азимутальную неоднородность высокочастотного электрического поля. Для этого представим это поле в виде суммы электрических полей двух волн, поперечные структуры которых вращаются в противоположных направлениях. Тогда продольная компонента  $E_z$  напряжённости электрического поля, действующего на электроны, может быть записана как

$$E_z = \operatorname{Re} \left\{ E_1(z, t) \exp[i\omega_0(t - z/V_0) + i\varphi] + E_2(z, t) \exp[i\omega_0(t - z/V_0) - i\varphi] \right\}. \quad (1)$$

Здесь  $E_1(z, t)$  и  $E_2(z, t)$  — комплексные амплитуды напряжённости электрического поля волн, медленно зависящие от времени  $t$  и продольной координаты  $z$ ,  $\varphi$  — азимутальный угол,  $\omega_0$  — несущая круговая частота,  $V_0$  — начальная скорость электронов. В качестве несущей круговой частоты  $\omega_0$  выбрано значение, соответствующее точному черенковскому синхронизму волн и электронов,  $\omega_0/h(\omega_0) \equiv V_{\text{ph}} = V_0$  (здесь  $V_{\text{ph}}$  — фазовая скорость волн,  $h$  — продольное волновое число). Поскольку мы предполагаем, что электродинамическая система, направляющая рабочие волны, осесимметрична, то дисперсионные характеристики  $h(\omega)$ , где  $\omega$  — круговая частота, не зависят от направления вращения поперечных структур и, следовательно, одинаковы для обеих волн. Обе волны предполагаются обратными, т.е. их групповые скорости  $V_{\text{gr}}$  направлены навстречу электронному потоку. Движение электронов в поле (1) зависит от углового положения частиц, поэтому уравнения, описывающие это движение, записываются для каждого азимутального угла, а расчёт возбуждения волн и вычисление эффективности взаимодействия волн должны включать в себя усреднение по угловой координате  $\varphi$ . Считая, что электроны движутся только вдоль оси  $z$ , а их энергия  $\varepsilon$  велика по сравнению с энергией покоя, т.е.  $\gamma \equiv \varepsilon/(mc^2) \gg 1$ , где  $m$  — масса электрона,  $c$  — скорость света в вакууме, запишем самосогласованную систему уравнений для ЛОВ с двумя вращающимися волнами в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial \zeta} &= -\operatorname{Re}[S_1 F_1 \exp(i\varphi) + S_2 F_2 \exp(-i\varphi)] \exp(i\theta), & \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} &= W^{-2} - 1, \\ \frac{\partial F_1}{\partial \tau} - \frac{\partial F_1}{\partial \zeta} &= -\frac{S_1}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} \int \exp(-i\theta - i\varphi) d\theta_0 d\varphi, \\ \frac{\partial F_2}{\partial \tau} - \frac{\partial F_2}{\partial \zeta} &= -\frac{S_2}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} \int \exp(-i\theta + i\varphi) d\theta_0 d\varphi. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $W = \gamma/\gamma_0$  — нормированная на начальное значение энергия электронов,  $\gamma_0 = \varepsilon_0/(mc^2)$ ,  $\varepsilon_0$  — начальная энергия электронов,  $F_i = [2E_i\gamma_0 e/(mc\omega_0)]$  — безразмерная амплитуда электрического поля  $i$ -й волны,  $\zeta = kz/(2\gamma_0^2)$  — безразмерная продольная координата,  $k = \omega/c$  — волновое число в вакууме,  $\theta = \omega_0(t - z/V_0)$  — «продольная» фаза электрона относительно волны, не включающая в себя фазовую азимутальную зависимость электрического поля волны,  $e$  — элементарный заряд,  $S_i = [2\gamma_0^3 e J_k Z_i / (mc^2)]^{1/2}$ ,  $Z_i$  — сопротивление связи электронов с  $i$ -й волной,  $J_k$  — сила

конвекционного тока пучка электронов,

$$\tau = \frac{\omega_0 (t + z/V_0)}{2\gamma_0^2 (1 + V_0/V_{gr})}$$

— нормированное время. Фазовый угол  $\theta$  зависит от начальной фазы  $\theta_0$ , по которой ведётся интегрирование. Уравнения (2) представляют собой обобщение уравнений нестационарной ЛОВ, полученных в работе [6], на случай двух взаимодействующих волн и параметрической зависимости движения электронов от азимутального угла  $\varphi$ . В этих уравнениях влияние высокочастотного пространственного заряда для упрощения считается пренебрежимо малым. Граничные условия к уравнениям (2)

$$W(\zeta, \tau) = 1, \quad \theta(\zeta, \tau) = \theta_0, \quad \theta_0 \in [0, 2\pi), \quad F_1(\zeta_k, \tau) = F_2(\zeta_k \tau) = 0,$$

где  $\theta_0 \in [0, 2\pi)$ , соответствуют немодулированному потоку электронов на катодном конце пространства взаимодействия ( $\zeta = 0$ ) и отсутствию входных электромагнитных волн с его коллекторной стороны ( $\zeta = \zeta_k$ ,  $\zeta_k$  — безразмерная длина рабочего пространства). В качестве начального условия к системе (2) задавалось пространственное распределение амплитуд волн в виде  $F_{1,2}(\zeta, \tau = 0) = F_{s,i} \sin(\pi\zeta/\zeta_k)$ , где  $F_{s,i}$  — постоянная,  $F_{s,i} \ll 1$ ,  $i = 1, 2$ .

Эффективность взаимодействия электронов с волнами в рассматриваемой модели рассчитывается как относительная потеря энергии частиц  $\eta(\tau)$  на выходе из пространства взаимодействия, усреднённая по их фазе влёта  $\theta_0$  и по азимутальному углу  $\varphi$ :

$$\eta(\tau) = 1 - \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} W(\zeta_k, \tau, \theta_0, \varphi) d\theta_0 d\varphi. \quad (3)$$

Стационарные уравнения ЛОВ, которые могут быть получены их системы (2) при представлении амплитуд полей в виде  $F_i(\zeta, \tau) = A_i(\zeta) \exp[i(1-\delta)(\tau+\zeta)]$ , где  $i = 1, 2$ , а  $A_i(\zeta)$  — функции переменной  $\zeta$ ,  $\delta$  — безразмерная отстройка частоты, совпадают по форме с уравнениям релятивистской лампы бегущей волны с параллельным усилением двух азимутально-несимметричных волн [7], отличаясь от них только знаками в правых частях уравнений возбуждения электромагнитных волн. Соответственно, как было показано в работе [7], взаимодействие электронов только с одной вращающейся волной происходит полностью аналогично случаю азимутально-симметричного поля, причём излучение волны с противоположным направлением вращения в этой ситуации не происходит.

## 2. ХАРАКТЕРНЫЕ РЕЖИМЫ ГЕНЕРАЦИИ АЗИМУТАЛЬНО-НЕСИММЕТРИЧНЫХ ВОЛН

Общая динамика поведения генератора с двумя несимметричными волнами по мере роста параметра связи сходна с той, которую демонстрирует обычная ЛОВ [6]: режим стационарной одночастотной генерации сменяется автомодуляцией выходного сигнала с нарастающим усложнением его спектра вплоть до стохастической модуляции высокочастотного излучения. В то же время наличие двух взаимодействующих волн особенным образом влияет на реализацию этих режимов.

При относительно небольшом превышении порога генерации по току одновременная генерация двух волн с близкими амплитудами и с противоположными направлениями вращения поперечной структуры, т. е. стоячей по азимуту волны, оказывается неустойчивой. Это проявляется в том, что при сколь угодно малом превышении начальной амплитуды одной волны над другой или

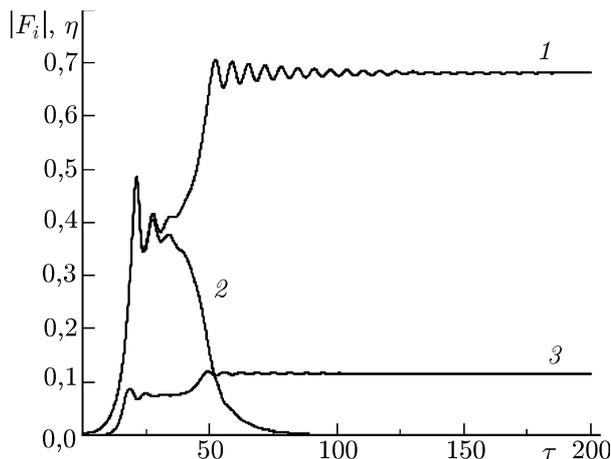


Рис. 1. Установление стационарной генерации одной из волн. Кривые 1 и 2 — амплитуды  $|F_1|$  и  $|F_2|$  1-й и 2-й волн на выходе из пространства взаимодействия соответственно, кривая 3 — коэффициент полезного действия электронов  $\eta$  при  $\zeta_k = 5$ ;  $S_1 = 0,2501$ ;  $S_2 = 0,25$

но бóльшую начальную амплитуду (или, при близких начальных условиях, заметно больший коэффициент связи с пучком), то, как и при стационарной генерации, происходит подавление второй волны (рис. 2а). Когда волны характеризуются близкими начальными параметрами, возможно установление состояния со стационарной генерацией обеих волн (рис. 2б). Оба этих случая во многом аналогичны, что подтверждается, в частности, тем, что спектр выходного излучения  $S_f(0)$  в первом случае практически идентичен суммарному (по волнам с обоими направлениями вращения) спектру во втором случае (рис. 3). Здесь

$$S_f(\zeta) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T F_{1,2}(\tau, \zeta) \exp(-if\tau) d\tau. \tag{4}$$

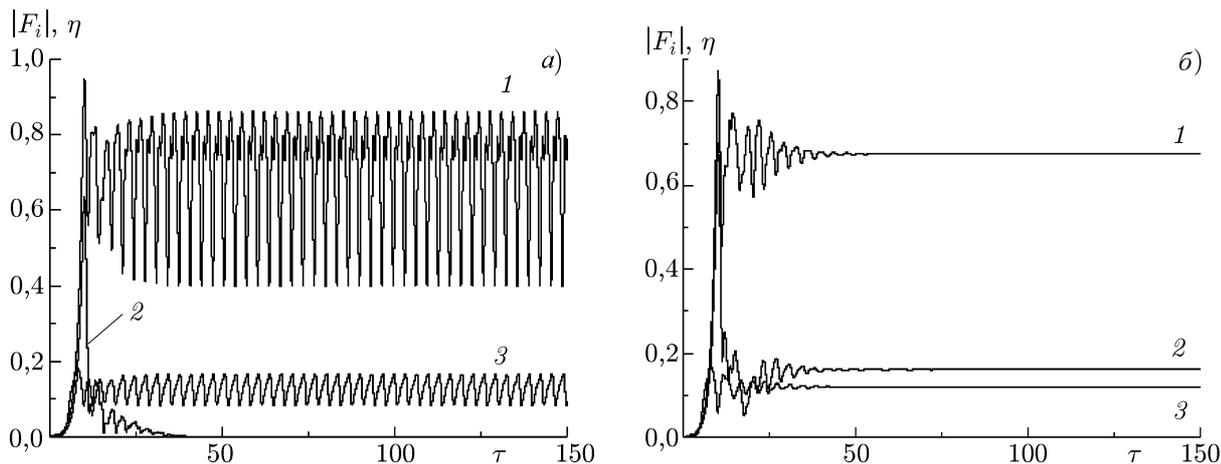


Рис. 2. Режимы периодической автомодуляции одной волны (а) и стационарной генерации двух волн (б). Кривые 1 и 2 — амплитуды  $|F_1|$  и  $|F_2|$  1-й и 2-й волн на выходе из пространства взаимодействия соответственно, кривая 3 — коэффициент полезного действия электронов  $\eta$  при  $\zeta_k = 5$ ,  $S_1 = S_2 = 0,4$  и начальных амплитудах полей  $F_{s,1} = 0,006$  (а),  $F_{s,1} = 0,005$  (б) и  $F_{s,2} = 0,004$  (а, б)

при малой вариации параметров связи волн с пучком электронов происходит быстрая эволюция системы в состояние с полным подавлением одной из волн (рис. 1). Отметим, что такая картина характерна для динамики двухмодовых систем с энергетической связью мод [8]. Очевидно, что эффективность генерации при таком переходе возрастает, поскольку с вращающейся волной взаимодействуют все электроны пучка, в то время как в стоячей по азимуту волне часть электронов трубчатого потока оказывается в электрическом поле, амплитуда которого недостаточна для существенного торможения частиц.

При дальнейшем увеличении рабочего тока в ЛОВ развивается генерация с периодической автомодуляцией амплитуды выходного сигнала. Наиболее интересным представляется то, что в этом случае в зависимости от начальных условий реализуются два режима установившейся генерации (рис. 2). Если одна из волн имеет существенно бóльшую начальную амплитуду (или, при близких начальных условиях, заметно больший коэффициент связи с пучком), то, как и при стационарной генерации, происходит подавление второй волны (рис. 2а). Когда волны характеризуются близкими начальными параметрами, возможно установление состояния со стационарной генерацией обеих волн (рис. 2б). Оба этих случая во многом аналогичны, что подтверждается, в частности, тем, что спектр выходного излучения  $S_f(0)$  в первом случае практически идентичен суммарному (по волнам с обоими направлениями вращения) спектру во втором случае (рис. 3). Здесь

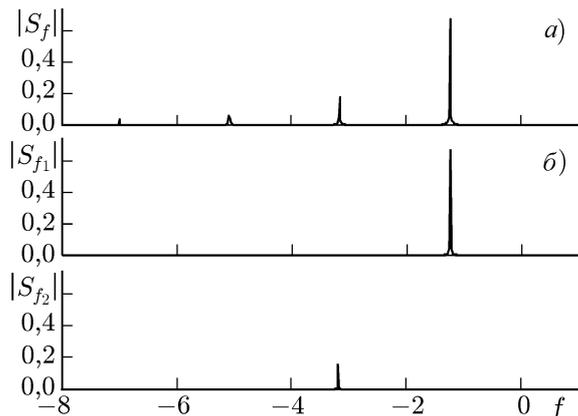


Рис. 3. Спектры выходного излучения для режимов, изображённых на рис. 2

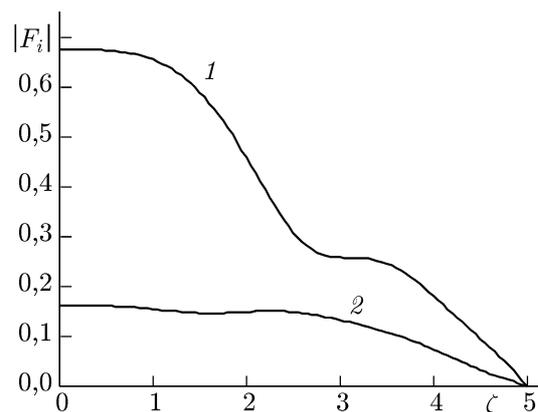


Рис. 4. Продольные распределения амплитуд полей  $|F_1|$  и  $|F_2|$  1-й (кривая 1) и 2-й (кривая 2) волн соответственно в режиме стационарной генерации (параметры те же, что на рис. 2б)

Важно отметить следующее. Хотя по механизму взаимодействия рассмотренные ситуации близки, его проявление оказывается принципиально различным: в случае, соответствующем рис. 1а, излучается волна с одной пространственной структурой с изменяющейся амплитудой, т. е. мы имеем дело с временной модуляцией амплитуды выходного поля; в случае, соответствующем рис. 1б, генерируются две волны с разными частотами и с противоположными направлениями вращения, а их суперпозиция соответствует полю излучения, амплитуда которого переменна как во времени, так и в пространстве. Анализируя частоты генерации рабочих волн (рис. 3) и продольные распределения амплитуд полей (рис. 4), заметим, что они близки по форме к тем профилям, которые можно получить, решая стационарные уравнения «одноволновой» ЛОВ [9] для различных собственных продольных мод. Кроме того, такие же продольные распределения амплитуд можно получить, выделяя фурье-компоненты (4) на характерных частотах спектра генерации полного поля внутри пространства взаимодействия в случае автомодуляционного режима генерации одной волны.

Таким образом, в рассматриваемой системе удаётся наглядно интерпретировать автомодуляцию как одновременную генерацию нескольких продольных мод, отличающихся частотами и пространственными структурами полей.

С дальнейшим ростом отношения силы рабочего тока и стартового тока, как и в «обычной» ЛОВ [6], картина автомодуляции усложняется. Важно отметить, что и в этой ситуации сохраняется зависимость характера установившегося режима от начальных условий. В частности, возможна генерация одной волны со сложной модуляцией амплитуды или двух модулированных волн с разными значениями их средних интенсивностей. Очевидно, что в последнем режиме автомодуляция носит как временной, так и пространственный характер. Отметим, что суммарные спектры излучения в этих случаях, как и в рассмотренном выше примере, оказываются схожими, по крайней мере для основных компонент. В целом, зависимость автомодуляционной (как периодической, так и стохастической) генерации в двухволновой ЛОВ от управляющих параметров и начальных условий имеет достаточно сложный характер и поэтому потребует, по всей видимости, отдельного исследования.

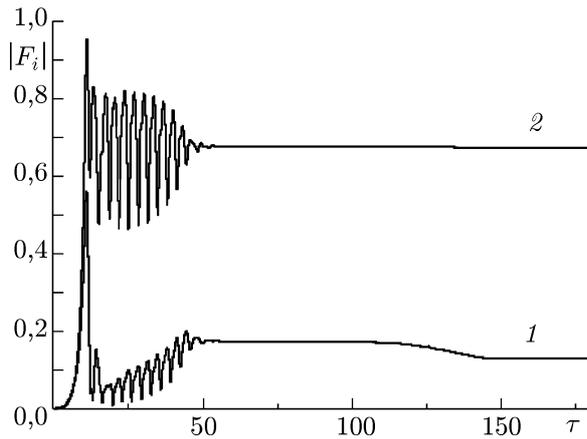


Рис. 5. Управление генерацией внешним сигналом при  $\zeta_k = 5$ ,  $S_1 = 0,35$ ,  $S_2 = 0,39$ ,  $\delta_{ext} = -3$ ,  $F_0 = 0,03$ ,  $\tau_{ext} = 40$ ; внешний сигнал выключен в момент времени  $\tau = 100$ . Кривая 1 соответствует волне 1, кривая 2 — волне 2

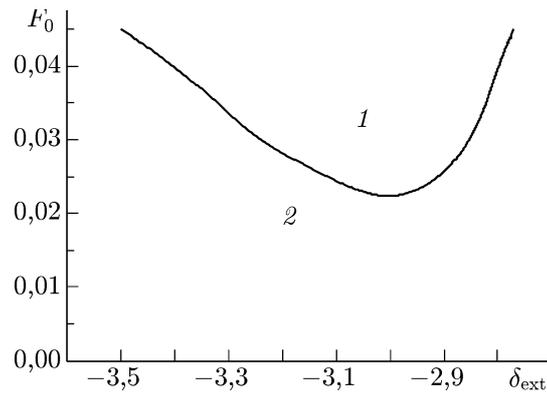


Рис. 6. Граница между зоной захвата частоты и стабилизации амплитуды волны 1 внешним сигналом (область 1) и зоной автомодуляционной генерации волны 2 (область 2) при  $\zeta_k = 5$ ;  $S_1 = 0,35$ ;  $S_2 = 0,39$

### 3. НЕАВТОНОМНАЯ ГЕНЕРАЦИЯ В ЛАМПЕ ОБРАТНОЙ ВОЛНЫ С АЗИМУТАЛЬНО-НЕСИММЕТРИЧНЫМИ ВОЛНАМИ

Поскольку в исследуемой системе при в одних и тех же условиях существуют несколько установившихся решений, то включение внешнего сигнала может, в частности, обеспечить управляемый переход между этими состояниями. Исследуем далее возможность такого управления. В принятой модели присутствие внешнего высокочастотного сигнала описывается изменением граничного условия для поля одной из волн в системе (2):

$$F_1(\zeta_k, \tau) = F_{ext}(\tau) \exp(i\delta_{ext}\tau). \tag{5}$$

Здесь  $F_{ext}$  и  $\delta_{ext}$  — безразмерные амплитуда и частота внешнего сигнала соответственно. Для исключения влияния процессов, инициируемых фронтом внешнего сигнала, использовалось его плавное включение с характерным временем  $\tau_{ext}$ , превышающем длительность переходных процессов в самой ЛОВ:

$$F_{ext}(\tau) = \begin{cases} F_0 \sin^2[\pi\tau/(2\tau_{ext})], & 0 < \tau < \tau_{ext}; \\ F_0, & \tau > \tau_{ext}, \end{cases} \tag{6}$$

где  $F_0$  — постоянная.

При подаче в ЛОВ внешнего сигнала, возбуждающего одну из рабочих волн, для этой волны при прочих равных условиях создаётся конкурентное преимущество, в результате которого устанавливается режим генерации с доминированием этой волны. В этой ситуации характер дальнейшего влияния внешнего высокочастотного сигнала существенно не отличается от подробно изученного случая неавтономной работы одномодовой ЛОВ. Наиболее отличным от известных ситуаций и потому интересным для исследования представляется случай воздействия внешнего сигнала на ЛОВ, генерирующую одновременно две волны с противоположными направлениями вращения. Чтобы лишить волну, возбуждаемую внешним сигналом, начального преимущества, введём небольшую несимметрию в связь волн с электронами и определим для этой волны меньший параметр связи ( $S_1 < S_2$ ). В этой ситуации при отсутствии входного сигнала устанавливается режим генерации волны 2 с периодической амплитудной автомодуляцией. При включении

внешнего сигнала на начальном этапе возникает автомодуляция волны 2, затем происходит рост амплитуды волны 1 при одновременном уменьшении размаха модуляционных колебаний с последующим переходом в стационарную генерацию обеих волн (рис. 5). Существенно, что наряду с установлением амплитуды волны 1 происходит и захват её частоты внешним сигналом. При этом, в отличие от «обычной» синхронизации (см., например, работу [10]) для захвата частоты рецессивной волны 1 необходим внешний сигнал с конечной амплитудой (рис. 6). При выключении внешнего сигнала режим стационарной двухволновой генерации не разрушается, а наблюдается только смещение частоты волны 1 с небольшим изменением её амплитуды. Отметим, что динамика ЛОВ в данном режиме во многом сходна с той, которую демонстрирует простейшая модель неавтономного генератора с энергетическим взаимодействием двух мод в режиме мультистабильности, исследованная в работе [11]. В частности, наблюдаются пороговый по амплитуде внешнего сигнала характер захвата колебаний, подавление биений в одной из мод при возбуждении другой и прочее.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведённый анализ показывает, что работа лампы обратной волны на азимутально-несимметричных волнах электродинамической системы имеет ряд существенных особенностей, среди которых наиболее значимыми представляются следующие:

1) для большинства комбинаций рабочих параметров реализуется сценарий перехода к генерации волны с одним направлением вращения, следствием этого является неустойчивость генерации стоячих по азимуту волн;

2) при близких коэффициентах связи волн с электронами и умеренном превышении силы рабочего тока над стартовым значением для обеих вращающихся мод в зависимости от начальных условий реализуется один из двух устойчивых режимов работы — периодическая автомодуляция одной волны либо стационарная генерация двух волн с противоположными направлениями вращения на разных несущих частотах. Переключение этих режимов может быть осуществлено, в частности, внешним высокочастотным сигналом, частота которого близка к частоте генерации одной из волн.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 12-08-00719-а).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Abubakirov E. B., Denisenko A. N., Fuchs M. I., et al. // IEEE Trans. Plasma Sci. 2002. V. 30, No. 3. P. 1041.
2. Abubakirov E. B., Denisenko A. N., Goihman M. B., et al. // Amer. Inst. Phys. Proc. BEAMS 2002: 14 th Int. Conf. on High Power Particle Beams. 23–28 Jun. 2002, Albuquerque, N.Y.: AIP, 2002. V. 650. P. 275.
3. Августиневич В. А., Артеменко С. Н., Мащенко А. И. и др. // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36, № 5. С. 103.
4. Гинзбург Н. С., Зайцев Н. И., Иляков Е. В. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1998. Т. 41, № 12. С. 1565.
5. Нусинович Г. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1976. Т. 19, № 11. С. 1875.
6. Гинзбург Н. С., Кузнецов С. П., Федосеева Т. Н. // Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21, № 7. С. 1037.
7. Абубакиров Э. Б., Леонтьев А. Н. // Радиотехника и электроника. 2015. Т. 60, № 7. С. 754.

8. Рабинович М. И., Трубецков Д. И. Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1984. 432 с.
9. Ковалев Н. Ф., Петрухина В. И., Сморгонский А. В. // Радиотехника и электроника. 1975. Т. 20, № 7. С. 1547.
10. Перегородова Е. Н., Рыскин Н. М., Усачева С. А. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2011. Т. 19, № 3. С. 154.

Поступила в редакцию 6 октября 2014 г.; принята в печать 1 декабря 2014 г.

## COMPETITION OF AZIMUTHALLY ASYMMETRIC MODES IN A RELATIVISTIC BACKWARD-WAVE OSCILLATOR

*E. B. Abubakirov and A. S. Sergeev*

We analyze operation of a relativistic backward-wave oscillator, in which two waves with opposite directions of rotation of the azimuthal structure of the high-frequency field interact with the electron beam simultaneously. Basing on the nonstationary model of such a tube, several characteristic features of dynamics of this system are identified, both in the self-contained version of its operation, and under the action of an external-signal source. The list of such features includes instability of azimuthally standing waves, existence of stable regimes of stationary generation of two heterofrequency waves with opposite rotation directions, and the possibility of spatial self-modulation of the output radiation of a high-frequency oscillator.