

УДК 533.86

## НЕЛИНЕЙНЫЕ АВТОМОДЕЛЬНЫЕ ПУЧКИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ВАКУУМЕ

С. Н. Власов

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

Изучаются нелинейные пучки электромагнитных волн в вакууме. Их структура определяется в низшем приближении кубичной самофокусирующей нелинейностью, которая наиболее сильно проявляется при наличии встречных волн. Показано, что поля в пучках не имеют особенностей, если их мощность меньше критической мощности самофокусировки. Найдены зависимости собственных частот мод квазиоптического резонатора от мощности пучка. Структура полей этих мод соответствует автомодельным волновым пучкам.

### ВВЕДЕНИЕ

Нелинейные свойства электромагнитного поля в вакууме описаны в работах [1–4] и часто ассоциируются с пробоем вакуума, для чего требуются экстремально сильные поля [5]. Однако нелинейные эффекты могут проявляться и в допробойных полях [6], поэтому представляет интерес исследование структур таких полей. Были отмечены отсутствие нелинейных эффектов в низшем порядке, кубичном по величине поля, в плоской распространяющейся волне [1–4] и малость этих эффектов в однонаправленных волновых пучках. Эффекты нелинейной поляризации наиболее сильно проявляются во встречных пучках и приводят к изменению их структуры. Изменение структуры полей во встречных пучках, распространяющихся в среде с кубичной нелинейностью [7], в том числе в нелинейном вакууме, можно исследовать для случая автомодельных пучков, эволюция которых по мере распространения сводится только к изменению пространственных масштабов по поперечным координатам. Однонаправленные автомодельные пучки в среде с кубичной нелинейностью были описаны в работе [8]. На существование автомодельных встречных волновых пучков указывалось в статье [9], но исследованы они были только в работе [10]. В настоящей работе описаны свойства автомодельных встречных волновых пучков, обусловленные нелинейностью электромагнитного поля в вакууме. Характеристики этих пучков будут использованы при исследовании квазиоптического нелинейного вакуумного резонатора

### 1. СВОЙСТВА АВТОМОДЕЛЬНЫХ ВСТРЕЧНЫХ ВОЛНОВЫХ ПУЧКОВ

Согласно работам [1–4] электромагнитное поле в приближении Эйлера–Гейзенберга описывается системой уравнений (в гауссовой системе единиц)

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, & \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0, & \operatorname{div} \mathbf{D} &= 0, & \mathbf{D} &= \mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P}, & \mathbf{H} &= \mathbf{B} - 4\pi \mathbf{M}, \\ \mathbf{P} &= \delta [2(\mathbf{E}^2 - \mathbf{B}^2) \mathbf{E} + 7(\mathbf{E}\mathbf{B}) \mathbf{B}], & \mathbf{M} &= \delta [-2(\mathbf{E}^2 - \mathbf{B}^2) \mathbf{E} + 7(\mathbf{E}\mathbf{B}) \mathbf{B}], \\ \delta &= \frac{e^2/(\hbar c)}{180\pi^2 [m^2 c^3 / (e\hbar)^2]}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  — напряжённости электрического и магнитного полей соответственно,  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{B}$  — индукции электрического и магнитного полей соответственно,  $c$  — скорость света,  $t$  — время,  $\mathbf{P}$  —

поляризация,  $\mathbf{M}$  — намагниченность,  $e$  — элементарный заряд,  $m$  — масса электрона,  $\hbar$  — постоянная Планка. Учитывая, что  $e^2/(\hbar c) \approx 1/137$  (постоянная тонкой структуры), для величины  $\delta$  имеем выражение  $\delta = 4,11 \cdot 10^{-6}/E_0^2$ , где  $E_0 = m^2 c^3/(e\hbar) = 4,41 \cdot 10^{13}$  ед. СГСЕ — характерная величина электрического поля нелинейности вакуума [1].

Рассмотрим линейно поляризованную волну с единственной составляющей электрического поля, перпендикулярной направлению распространения пучков. Представим комплексную амплитуду напряжённости электрического поля  $\tilde{E}$  (используем зависимость от времени в виде  $\exp(i\omega t)$ , где  $\omega$  — круговая частота) в виде суммы двух встречных волн:

$$\tilde{E} = \tilde{E}_+ + \tilde{E}_-,$$

где

$$\tilde{E}_+ = E_+ \exp(-ikz), \quad \tilde{E}_- = E_- \exp(ikz). \quad (2)$$

Здесь  $k = \omega/c$  — волновое число, направление оси  $z$  декартовой системы координат  $(x, y, z)$  совпадает с направлением распространения пучков, а величины  $E_+$  и  $E_-$  являются амплитудами встречных волн и в квазиоптическом приближении удовлетворяют двум связанным параболическим уравнениям [3, 7]

$$\Delta_{\perp} E_+ - 2ik \frac{\partial E_+}{\partial z} + k^2 \varepsilon'_2 |E_-|^2 E_+ = 0, \quad \Delta_{\perp} E_- + 2ik \frac{\partial E_-}{\partial z} + k^2 \varepsilon'_2 |E_+|^2 E_- = 0. \quad (3)$$

Здесь  $\varepsilon'_2$  — коэффициент нелинейности, который определяется выражением  $\varepsilon'_2 = 2,066 \cdot 10^{-4}/E_0^2 = 1,06 \cdot 10^{-31}$  ед. СГСЕ,  $\Delta_{\perp} = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$  — оператор Лапласа по поперечным координатам  $x$  и  $y$ .

Перейдём к безразмерным координатам  $\mathbf{r}_{\perp d} = k\mathbf{r}_{\perp}$ , где  $\mathbf{r}_{\perp} = (x, y)$ , и  $z_d = kz$  и функциям  $E_{+d} = \sqrt{\varepsilon'_2} E_+$  и  $E_{-d} = \sqrt{\varepsilon'_2} E_-$ , опуская индекс «d», перепишем уравнения (3) в виде

$$\Delta_{\perp} E_+ - 2i \frac{\partial E_+}{\partial z} + |E_-|^2 E_+ = 0, \quad \Delta_{\perp} E_- + 2i \frac{\partial E_-}{\partial z} + |E_+|^2 E_- = 0. \quad (4)$$

Для определения полей воспользуемся следующими заменами [9]:

$$\mathbf{r}_{\perp} = \frac{\mathbf{u}}{\sigma(\eta)}, \quad \frac{dz}{d\eta} = \frac{1}{\sigma^2(\eta)}, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \Psi_+(\eta, \mathbf{u}) &= \frac{1}{\sigma(\eta)} E_+[z(\eta), \mathbf{r}_{\perp}(\mathbf{u}, \eta)] \exp\left[-i \frac{1}{\sigma(\eta)} \frac{\partial \sigma(\eta)}{\partial \eta} \frac{u^2}{2}\right], \\ \Psi_-(\eta, \mathbf{u}) &= \frac{1}{\sigma(\eta)} E_-[z(\eta), \mathbf{r}_{\perp}(\mathbf{u}, \eta)] \exp\left[i \frac{1}{\sigma(\eta)} \frac{\partial \sigma(\eta)}{\partial \eta} \frac{u^2}{2}\right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь  $\sigma(\eta)$  — величина, обратная безразмерной ширине пучка. Тогда система уравнений (3) примет вид

$$\Delta_{\perp u} \Psi_+ - 2i \frac{\partial \Psi_+}{\partial \eta} + \left(\frac{u^2}{\sigma} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial \eta^2} + |\Psi_-|^2\right) \Psi_+ = 0, \quad \Delta_{\perp u} \Psi_- + 2i \frac{\partial \Psi_-}{\partial \eta} + \left(\frac{u^2}{\sigma} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial \eta^2} + |\Psi_+|^2\right) \Psi_- = 0. \quad (7)$$

Здесь  $\Delta_{\perp u}$  — двумерный оператор Лапласа по переменным  $\mathbf{u}$ , аналогичный оператору  $\Delta_{\perp}$  в системе уравнений (3).

Поля автомодельных пучков отвечают решению системы (7) при

$$\frac{1}{\sigma} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial \eta^2} = -C_1, \quad (8)$$

где  $C_1$  — действительная постоянная. Знак минус введён для упрощения сопоставления результатов с работой [8]. Представим решения уравнений (7) в виде

$$\Psi_+ = \Psi_{+,0} \exp(-ih_+\eta), \quad \Psi_- = \Psi_{-,0} \exp(ih_-\eta), \quad (9)$$

где  $h_-$  и  $h_+$  — безразмерные волновые числа,  $\Psi_{+,0} = \Psi_{+,0}(\mathbf{u})$  и  $\Psi_{-,0} = \Psi_{-,0}(\mathbf{u})$  — действительные функции, зависящие только от поперечных координат  $\mathbf{u}$ . Для них получаем систему уравнений

$$\begin{aligned} \Delta_{\perp u} \Psi_{+,0} - 2h_+ \Psi_{+,0} + (-C_1 u^2 + |\Psi_{-,0}|^2) \Psi_{+,0} &= 0, \\ \Delta_{\perp u} \Psi_{-,0} - 2h_- \Psi_{-,0} + (-C_1 u^2 + |\Psi_{+,0}|^2) \Psi_{-,0} &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Рассмотрим простейший случай равенства модулей функций  $\Psi_{+,0}$  и  $\Psi_{-,0}$ , когда можно ограничиться исследованием решений одного уравнения для положительной функции  $\Psi_0 = \Psi_{+,0} = \Psi_{-,0}$  и постоянной  $h = h_+ = h_-$ :

$$\Delta_{\perp u} \Psi_0 - 2h \Psi_0 + (-C_1 u^2 + |\Psi_0|^2) \Psi_0 = 0. \quad (11)$$

Согласно системе (6) амплитуды полей пучков могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} E_+(z, \mathbf{r}_{\perp}) &= \sigma(z) \Psi_0[\eta(z), \mathbf{r}_{\perp} \sigma(z)] \exp \left[ i\sigma(z) \frac{\partial \sigma(z)}{\partial \eta(z)} \frac{r_{\perp}^2}{2} - ih\eta(z) \right], \\ E_-(z, \mathbf{r}_{\perp}) &= \sigma(z) \Psi_0[\eta(z), \mathbf{r}_{\perp} \sigma(z)] \exp \left[ -i\sigma(z) \frac{\partial \sigma(z)}{\partial \eta(z)} \frac{r_{\perp}^2}{2} + ih\eta(z) \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

Для определения зависимости  $\eta(z)$  воспользуемся уравнениями (5) и (8). Более подробно рассмотрим случай  $C_1 > 0$  [8], когда уравнение (11) имеет локализованные решения с конечными значениями величин их интегралов  $P = \int |\Psi_0|^2 u du$ , пропорциональных мощностям пучков.

Записывая решение дифференциального уравнения (8) в виде  $\sigma = A_1 \cos(\sqrt{C_1} \eta + A_2)$ , где  $A_1$  и  $A_2$  — константы, из равенства (5) получаем зависимость  $z(\eta)$ :

$$z = \int \frac{d\eta}{A_1^2 \cos^2(\sqrt{C_1} \eta + A_2)} = \frac{\operatorname{tg}(\sqrt{C_1} \eta + A_2)}{A_1^2 \sqrt{C_1}} + A_3,$$

где  $A_3$  — постоянная интегрирования. Для важного частного случая симметричного распределения амплитуд относительно плоскости  $z = 0$ , которыми будем ограничиваться,  $A_2 = A_3 = 0$ . В этом случае для величины  $1/\sigma^2$  получаем формулу

$$1/\sigma^2 = 1/A_1^2 + C_1 A_1^2 z^2. \quad (13)$$

Величины  $A_1^2$  и  $C_1$  зависят от мощности пучка и его ширины. Для определения этой зависимости введём, следуя работе [11], ширину пучка  $a$  согласно равенству

$$a^2 = \int r^2 |E|^2 r dr / \int |E|^2 r dr \quad (14)$$

и выразим её через функцию  $\Psi_0$ :

$$a^2 = \frac{1}{\sigma^2} \int u^2 |\Psi_0|^2 u du / \int |\Psi_0|^2 u du.$$

При условии выполнения равенства

$$\int u^2 |\Psi_0|^2 u du / \int |\Psi_0|^2 u du = 1 \quad (15)$$

имеем

$$a^2 = 1/\sigma^2. \quad (16)$$

Тогда выражение (13) может быть переписано с использованием ширины пучка:

$$a^2 = a_0^2 + \frac{C_1}{a_0^2} z^2, \quad (17)$$

где  $a_0^2$  — значение минимальной ширины пучка при  $z = 0$ .

Согласно работе [11] для коллимированного пучка, распределение электрического поля в котором имеет вид  $E = \sigma\Psi_0$  при  $z = 0$ , величина  $a^2$  удовлетворяет соотношению

$$a^2 = a_0^2 + \frac{z^2}{a_0^2} K (1 - P/P^*), \quad (18)$$

где  $K = \int (\nabla\Psi_0)^2 u du / \int \Psi_0^2 u du = \int (\nabla\Psi_0)^2 u du / P$  — параметр, характеризующий расходимость пучка,  $P^* = 2 \int \Psi_0^2 u du \int (\nabla\Psi_0)^2 u du / (\int \Psi_0^4 u du)$  — «достаточная критическая» (по терминологии работы [11]) мощность пучка. При этой мощности пучка, распределение электрического поля в котором определяется функцией  $\Psi_0$ , исчезает его расходимость: его ширина перестаёт зависеть от координаты  $z$ .

Из сравнения равенств (13) и (17) получаем связь между величиной  $C_1$  и параметрами  $K$ ,  $P$  и  $P^*$ :

$$C_1 = K (1 - P/P^*), \quad a_0^2 = 1/A_1^2.$$

При  $C_1 = 0$  мощность пучка, описываемого уравнением (11), равна мощности таунсова пучка  $P_T$  [12] в среде с кубической нелинейностью,

$$P_T = \frac{5,85c}{4\pi k^2 \varepsilon_0'} = 3,33 \cdot 10^{24} \text{ Вт.}$$

Приведённое численное значение  $P_T$  соответствует длине волны  $\lambda = 10^{-4}$  см. В этом случае величина  $P^*$ , зависящая от структуры пучка, совпадает с мощностью таунсова пучка:  $P^* = P_T$ .

Условие (15) однозначно определяет параметры пучка: его амплитуду на оси  $\Psi_0(0)$  и постоянную  $h$ , которые находятся путём численного решения уравнения (11) с граничными условиями  $\Psi_0 \rightarrow 0$  при  $u \rightarrow \infty$ . На рис. 1 приведены зависимости от нормированной мощности пучка  $P/P_T$  параметров  $h$ ,  $P/P^*$ ,  $K$ ,  $\Psi_0$  и  $C_1$ . В линейном случае ( $P = 0$ ) уравнения (10) описывают два встречных локализованных не взаимодействующих между собой пучка. Они являются гауссовыми:  $\Psi_0 \sim \exp(-u^2/2)$ . При увеличении мощности  $P$  до величины  $P_T$  эти пучки модифицируются:

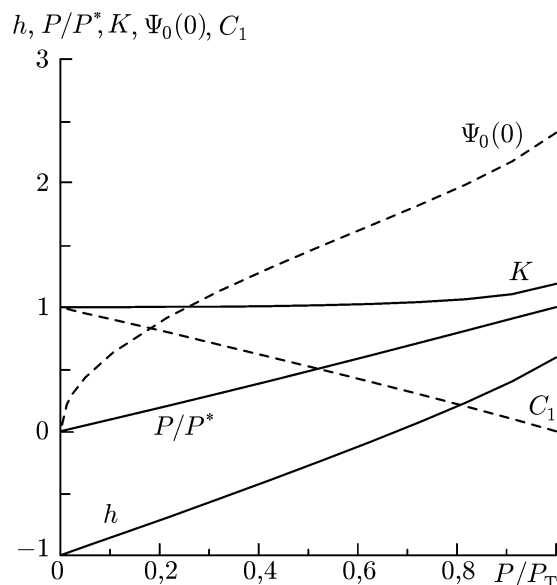


Рис. 1. Зависимость параметров  $h$ ,  $P/P^*$ ,  $K$ ,  $\Psi_0(0)$  и  $C_1$  от мощности  $P/P_T$

собственные значения  $h(P)$  начинают зависеть от мощности  $P$ , постоянная  $h$  возрастает от  $h = -1$  (линейный случай) до  $h \approx 0,595$ , амплитуда поля на оси возрастает от нуля до  $\Psi_0 \approx 2,4065$ , величина  $K$  незначительно увеличивается от  $K = 1$  до  $K \approx 1,19$ ; параметр  $C_1$  монотонно уменьшается от  $C_1 = 1$  до нуля. При этом оказывается, что  $P/P^* \approx P/P_T$ .

Автомодельные пучки описываемого типа не имеют особенностей в распределении поля во всём пространстве при  $P < P^*$ . При  $P = P^* = P_T$  они являются коническими: согласно равенствам (5) и (8), их ширина при условии симметрии относительно плоскости  $z = 0$  описывается формулой

$$a = \theta |z|,$$

где  $\theta$  — угол конуса, характеризующий расходимость пучка. Обращение в нуль ширины пучка, а его амплитуды — в бесконечность указывает на некорректность квазиоптического описания. При этом функция  $\eta(z)$  при  $z = 0$  обращается в бесконечность и терпит разрыв.

Подставляя выражение для  $\sigma^2$  из равенства (13) в уравнение (5), найдём зависимость  $\eta(z)$ :

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{C_1}} \operatorname{arctg} \left( \frac{z}{a_0^2} \sqrt{C_1} \right). \tag{19}$$

## 2. ИССЛЕДОВАНИЕ КВАЗИОПТИЧЕСКОГО НЕЛИНЕЙНОГО ВАКУУМНОГО РЕЗОНАТОРА

Равенства (12) перепишем в виде

$$\begin{aligned} E_+(z, \mathbf{r}_\perp) &= \sigma(z) \Psi_0[\eta(z), \mathbf{r}_\perp \sigma(z)] \exp [ir_\perp^2 / (2R) + ih\eta(z)], \\ E_-(z, \mathbf{r}_\perp) &= \sigma(z) \Psi_0[\eta(z), \mathbf{r}_\perp \sigma(z)] \exp [-ir_\perp^2 / (2R) - ih\eta(z)] \end{aligned} \tag{20}$$

и введём радиус кривизны фазового фронта волновых пучков  $\tilde{R}$  согласно уравнению

$$\frac{1}{\tilde{R}} = \sigma(z) \frac{\partial \sigma(z)}{\partial \eta(z)} = -\frac{1}{a} \frac{\partial a}{\partial z}. \tag{21}$$

Поля встречных волн (2) запишем в виде

$$\begin{aligned} \tilde{E}_+(z, \mathbf{r}_\perp) &= \sigma(z) \Psi_0[\eta(z), \mathbf{r}_\perp \sigma(z)] \exp [ir_\perp^2 / (2R) + ih\eta(z) - iz], \\ \tilde{E}_-(z, \mathbf{r}_\perp) &= \sigma(z) \Psi_0[\eta(z), \mathbf{r}_\perp \sigma(z)] \exp [-ir_\perp^2 / (2R) - ih\eta(z) + iz]. \end{aligned} \tag{22}$$

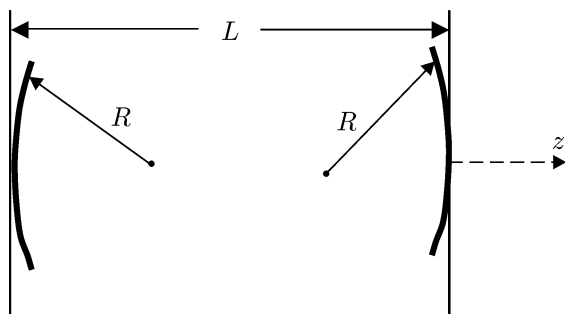


Рис. 2. Схема резонатора

Равенства (22) описывают поля в двухзеркальном резонаторе с безразмерной длиной  $L$  (рис. 2), образованном зеркалами с радиусами кривизны

$$R = \tilde{R} \tag{23}$$

и коэффициентами отражения  $R_+ = R_- = 1$ , где  $R_+$  и  $R_-$  — коэффициенты отражения на левой и правой стенке соответственно. Собственные частоты определяются характеристическим уравнением, получающимся из условия кратности набега фазы вдоль резонатора с длиной  $L - 2h\eta(L/2, a_0^2, C_1)$  целому числу  $\pi$ :

$$L - 2h\eta(L/2, a_0^2, C_1) = \pi s. \tag{24}$$

Здесь  $s$  — продольный индекс колебаний (целое число). При написании формулы (24) предполагается, что при  $z = 0$  величина  $\eta = 0$ , что соответствует середине резонатора. Согласно соотношению (19) функция  $\eta$  зависит от поля в резонаторе, а именно от ширины пучка и его мощности (т. е. от параметра  $C_1$ ). Используя условие совпадения радиуса кривизны фазового фронта с радиусом кривизны зеркал (23), найдём ширину  $a_0$ :

$$a_0^2 = \sqrt{K(1 - P/P^*)} (LR/2 - L^2/4). \quad (25)$$

Отметим, что как ширина, так и мера расходимости пучка, равная  $K(1 - P/P^*)/a_0^2$  согласно формуле (18), с ростом мощности уменьшаются. Исключая из равенства (24) ширину  $a_0$  и используя широко распространённый параметр открытых резонаторов  $g = 1 - L/R$  [13], перепишем это равенство в виде

$$L - 2h(P) \frac{1}{\sqrt{K(1 - P/P^*)}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1-g}{1+g}} = \pi s \quad (26)$$

или, в размерных переменных,

$$kL - 2h(P) \frac{1}{\sqrt{K(1 - P/P^*)}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1-g}{1+g}} = \pi s. \quad (27)$$

Из этого уравнения найдём изменение волнового числа  $\Delta k$  при мощности пучка, близкой к нулю:

$$\Delta k = \frac{2}{L} \operatorname{arctg} \left( \sqrt{\frac{1-g}{1+g}} \right) \left[ h'_{P/P_T} \frac{1}{\sqrt{K(1 - P/P^*)}} - \frac{h}{2K \sqrt{K(1 - P/P^*)}} K'_{P/P_T} + \frac{h}{2(1 - P/P^*) \sqrt{K(1 - P/P^*)}} \frac{P_T}{P^*} \right] \frac{P}{P_T}, \quad (28)$$

где  $h'_{P/P_T}$  и  $K'_{P/P_T}$  — некоторые коэффициенты. Подставляя при  $P \rightarrow 0$  в равенство (28) численные значения  $K = 1$ ,  $h = -1$ ,  $h'_{P/P_T} = 1,405$ ,  $K'_{P/P_T} \approx 0,0024$ , найдём

$$\Delta k = \frac{1,9 \operatorname{arctg} \sqrt{(1-g)(1+g)}}{L} \frac{P}{P_T}.$$

Предполагая теперь, что коэффициенты отражения  $R_+ = R_-$  всё же меньше единицы, найдём добротность резонатора

$$Q = \frac{kL}{1 - |R_+ R_-|} \quad (29)$$

и ширину его резонансной кривой  $\delta k = (1 - |R_+ R_-|)/L$ . Определим также мощность пучка, при которой сдвиг резонансной кривой больше её ширины ( $\Delta k > \delta k$ ):

$$\frac{P}{P_T} > \frac{1 - |R_+ R_-|}{1,9 \operatorname{arctg} [\sqrt{(1-g)(1+g)}]}.$$

В концентрическом резонаторе ( $g \rightarrow -1$ ) для выполнения этого неравенства требуется меньшая мощность пучка, чем в плоском ( $g \rightarrow 1$ ). Принимая во внимание время установления колебаний в резонаторе  $\tau = 1/\Delta\omega = Q/\omega$ , где  $\Delta\omega$  — ширина резонансной кривой, и учитывая равенство (29), получаем, что для возникновения нелинейного эффекта необходима энергия в импульсе  $W$ , превышающая величину  $\tau P$ :

$$W \geq \tau P = P_T \frac{L}{1,9c \operatorname{arctg} \sqrt{(1-g)(1+g)}} \approx P_T \tau_t,$$

где  $\tau_t = L/c$  — время пробега волны через резонатор.

Рассмотрим однородные пучки с шириной, не зависящей от продольной координаты, и с мощностью  $P = P_T$ . Уравнение (24) в этом случае принимает вид

$$L - 2h(P_T) L/a_0^2 = L + 0,595\pi s L/a_0^2. \quad (30)$$

Оно описывает собственные частоты резонатора со структурой таунсова пучка, ширина  $a_0$  которого в квазиоптическом приближении не зависит от мощности [12].

В настоящей статье описана только низшая колоколообразная собственная функция. Уравнениями (10) с условиями (23) описываются также высшие собственные функции со структурой, аналогичной комбинированным пучкам с эллиптической поляризацией [14, 15].

### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе показано, что наличие зеркал и использование двухзеркального резонатора обеспечивают оптимальную структуру поля в виде встречных волн, при которой снижаются пороги нелинейных эффектов, например смещения собственной частоты в зависимости от мощности, но наблюдение этих эффектов всё же остаётся за пределами возможностей современной аппаратуры.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Релятивистская квантовая теория. Ч. 2. М.: Наука, 1971. 288 с.
2. Александров Е. Б., Ансельм А. А., Москалев А. Н. // ЖЭТФ. 1985. Т. 89, № 4(10). С. 1181.
3. Розанов Н. Н. // ЖЭТФ. 1993. Т. 103, № 6. С. 1996.
4. Денисов В. И., Кравцов Н. В., Кривченков И. В. // Квантовая электроника. 2003. Т. 33, № 10. С. 938.
5. Буланов С. С., Нарожный Н. Б., Мур В. Д., Попов В. С. // ЖЭТФ. 2006. Т. 129, № 1. С. 938.
6. Кочаровский Вл. В., Мартьянов В. Ю. Нелинейные волны. 2004. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2005. С. 206.
7. Таланов В. И. // Аннотации докладов на III Всесоюз. симп. по нелинейной оптике. Ереван, 1967. С. 38.
8. Таланов В. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1966. Т. 9, № 2. С. 410.
9. Литвак А. Г., Фрайман Г. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1972. Т. 15, № 9. С. 1341.
10. Власов С. Н. // Изв. вузов. Радиофизика. 2011. Т. 54, № 6. С. 451.
11. Власов С. Н., Таланов В. И. Самофокусировка волн. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 1997. 218 с.
12. Chiao R. Y., Garmire E., Townes C. H. // Phys. Rev. Letts. 1964. V. 13, No. 15. P. 479.
13. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988. 440 с.
14. Янкаускас З. К. // Изв. вузов. Радиофизика. 1966. Т. 9, № 2. С. 412.
15. Власов С. Н., Гапонов В. А., Еремина И. В., Пискунова Л. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21, № 4. С. 521.

Поступила в редакцию 1 октября 2014 г.; принята в печать 16 марта 2015 г.

**NONLINEAR SELF-SIMILAR BEAMS OF ELECTROMAGNETIC WAVES  
IN VACUUM***S. N. Vlasov*

We study nonlinear beams of electromagnetic waves in vacuum. Within the lowest approximation, their structure is determined by the cubic self-focusing nonlinearity, which manifests itself with the maximum intensity in the presence of counterpropagating waves. It is shown that the fields in the beams have no peculiarities, if their power is less than the critical power of the self-focusing. The dependencies of the eigenfrequencies of the modes of the quasioptical resonator on the beam power are found. The structure of the fields of these modes corresponds to self-similar wave beams.