

УДК 537.86+519.2

ПРИНЦИП МИНИМУМА ИНФОРМАЦИОННОГО РАССОГЛАСОВАНИЯ В ЗАДАЧЕ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА СЛУЧАЙНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ В УСЛОВИЯХ МАЛЫХ ВЫБОРОК НАБЛЮДЕНИЙ

*В. В. Савченко **

Нижегородский государственный лингвистический университет, г. Нижний Новгород, Россия

Исследована проблема малых выборок наблюдений в задаче спектрального анализа случайных временных рядов. Для её решения предложен теоретико-информационный подход и новый алгоритм, основанный на принципе минимума рассогласования одноимённых спектральных оценок по результатам нескольких независимых наблюдений в информационной метрике Кульбака—Лейблера. Рассмотрен пример его практической реализации и исследованы асимптотические свойства.

ВВЕДЕНИЕ

Спектральный анализ случайных временных рядов принадлежит к числу наиболее динамично развивающихся направлений в области статистической обработки информации. Традиционно актуальной проблемой в данном направлении является проблема малых выборок [1]. Её исследованию посвящено множество работ, которые способствовали прогрессу в области спектрального анализа. К числу наиболее ценных результатов последнего периода относятся, в частности, нелинейные рекуррентные методы [2], характеризующиеся высокой разрешающей способностью в условиях конечных выборок. С их появлением на первый план в современных исследованиях выдвинулась проблема выбора наилучшего математического аппарата — математической модели и метода спектрального анализа — применительно к каждой отдельной задаче.

По существу, речь в данном случае идёт о выборе наилучшей оценки спектральной плотности мощности в пределах конечного множества её альтернатив $\{G_j(f)\}$, полученных по выборкам $\mathbf{x}_j$ с конечными объёмами $n_j < \infty$ [3]. Чем меньше этот объём, тем острее проявляется указанная проблема; её исследованию в такой постановке и посвящена данная работа. На основе информационной метрики Кульбака—Лейблера [4] и нового математического аппарата (принципа минимума информационного рассогласования [5] и метода обеляющего фильтра [6]) в настоящей работе решается задача некорректного анализа: на основе ограниченных априорных данных требуется провести математическое описание наблюдаемого процесса с максимальной (в теоретико-информационном смысле) точностью.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть $\mathbf{x}_j$, где $j = 1, 2, \dots, J$, — последовательность выборок с размерностями n_j из однородного выборочного пространства с неизвестным распределением вероятностей $\mathbf{P}_X(d\mathbf{x})$. Пусть по каждой такой выборке $\mathbf{x}_j$ тем или иным способом получена соответствующая (парциальная) оценка спектральной плотности мощности общего вида

$$G_j(f) = \Psi\{\mathbf{x}_j\}, \quad |f| \leq F. \quad (1)$$

* svv@lunn.ru

Здесь $\Psi\{\mathbf{x}\}$ — спектральный преобразователь, f — частота, F — верхняя граница анализируемого частотного диапазона. В результате будем иметь J -множество вариантов спектральной оценки. В силу вероятностной природы самого понятия «выборка», все эти варианты могут существенным образом отличаться друг от друга. Эти различия будут тем значительнее, чем меньше объёмы выборок n_j . Поэтому в общем случае требуется из множества $\{G_j(f)\}$ определить наилучший вариант спектральной оценки $G^*(f)$.

Стандартный подход [2] к решению такого рода задач основывается на процедуре усреднения оценки спектральной плотности мощности на множестве её имеющихся реализаций $\{G_j(f)\}$:

$$G_{\text{МП}}(f) = J^{-1} \sum_{j=1}^J G_j(f). \quad (2)$$

При определённых условиях согласно выражению (2) формируется, например, известная периодограммная оценка с усреднением [2], или спектральная оценка максимального правдоподобия (МП) в том смысле, что её многомерное обратное фурье-преобразование (дискретный вариант) даёт сильно состоятельную оценку автокорреляционной матрицы случайного временного ряда. Поэтому во многих случаях при условии достаточно большой выборки, когда $\max_j n_j \gg 1$, именно такой оценке спектральной плотности мощности отдают предпочтение исследователи на практике. При этом по-прежнему остаётся актуальной проблема малых выборок [1–3]. Довольно общий подход к её решению сводится к определению оптимальной оценки спектральной плотности мощности в пределах множества её альтернатив и основывается на ряде общих положений теории статистических оценок, отвечающих критерию минимума информационного рассогласования [5–7].

2. ЭЛЕМЕНТЫ ИНФОРМАЦИОННОЙ ТЕОРИИ

Несмотря на существующие отличия в различных реализациях оценки спектральной плотности мощности $G_j(f)$ одного и того же случайного процесса $\mathbf{P}_X$, все они воспринимаются условным наблюдателем как нечто общее, поскольку иначе статистический анализ утратил бы свою информативность. Поэтому можно утверждать, что соответствующие (одноимённые) выборки $\mathbf{x}_j$, $j = 1, 2, \dots, J$ могут быть в общем случае сгруппированы в некоторое конечное множество образцов $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_j\}$ типа кластера (в пределе — статистический образ $\mathbf{P}_X$ [7]) с чётко очерченными границами вокруг своего центра — эталонной реализации данного образа. Ключевое положение информационной теории формулируется следующим образом [6]. Парциальная выборка $\mathbf{x}_\nu \subset \mathbf{X}$ образует информационный центр-эталон (ИЦ-эталон) $\mathbf{x}^*$ рассматриваемого статистического образа $\mathbf{X}$, если в пределах множества одноимённых образцов она отвечает минимуму неотрицательной средней величины

$$\mu_\nu = J^{-1} \sum_{j=1}^J \mu_\nu(\mathbf{x}_j) \geq 0, \quad \nu \leq J, \quad (3)$$

информационного рассогласования по Кульбаку—Лейблеру

$$\mu_i(\mathbf{x}_j) = (2F)^{-1} \int_{-F}^F \{G_j(f)/G_i(f) - \ln[G_j(f)/G_i(f)] - 1\} df \geq 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, J, \quad (4)$$

между j -й и i -й реализациями образа в частотной области.

В определённом смысле ИЦ-эталон $\mathbf{x}^* = \mathbf{x}_\nu$ является аналогом понятия центра массы физического тела. В зависимости от состава и объёма выборки $\mathbf{X}$ положение ИЦ-эталона в пространстве и его спектральный вид (5) будут меняться. Чем больше объём J , тем устойчивее и, следовательно, точнее определяются в теоретико-информационном смысле и ИЦ-эталон, и статистический образ $\mathbf{P}_X$ в целом. Отсюда нетрудно увидеть прямую связь между понятием ИЦ-эталона и оценкой неизвестного распределения $\mathbf{P}_X$ по объединённой выборке наблюдений $\mathbf{X}$ суммарного объёма $V = \max_j n_j J$. В таком случае спектральная оценка из (1), полученная по парциальной выборке наблюдений $\mathbf{x}_\nu$, будет определять оптимальную по критерию (3) оценку спектральной плотности мощности

$$G^*(f) = G_\nu(f), \quad (5)$$

а также оптимальную оценку закона распределения $\mathbf{P}_X$ в рамках распространённой гауссовской аппроксимации данных [7]. Поэтому в дальнейшем, говоря о спектральных оценках по критерию (3), мы будем понимать приведённое выше положение с учётом выражений (3) и (4).

Добавим, что предложенный алгоритм допускает множество разнообразных модификаций за счёт рекуррентных вычислительных процедур корреляционно-спектрального анализа [2]. Среди них наибольший интерес представляет метод обеляющего фильтра [5, 6], основанный на авторегрессионной модели речевого сигнала.

3. ПРИМЕР РЕАЛИЗАЦИИ АЛГОРИТМА

Авторегрессионная модель j -й парциальной выборки $\mathbf{x}_j$

$$x_j(t) = \sum_{i=1}^p a_j(i)x_j(t-i) + \eta_j(t), \quad t = 1, 2, \dots \quad (6)$$

однозначно определяется своим вектором коэффициентов $\{a_j(i), i = 1, \dots, p\}$ заданного порядка $p \leq n$ и дисперсией σ_j^2 порождающего процесса $\{\eta_j(t)\}$ типа белого гауссовского шума. При этом, с одной стороны, она в достаточной степени универсальна [2], а с другой — существенно расширяет возможности программно-аппаратной реализации спектральных оценок по критерию минимума информационного рассогласования (3)–(5). Однако главное достоинство авторегрессионной модели заключается [3] в возможности простой нормировки выборочных данных по величине их удельной энтропии $h(\mathbf{x}_j) = 0,5 \log \sigma_j^2 + \text{const}$, $j = 1, 2, \dots, J$, путём нормировки дисперсий порождающих их процессов из выражения (6) к некоторому постоянному уровню при равенстве $\sigma_j^2 = \sigma_0^2 = \text{const}$.

Применительно к одноимённым выборкам в пределах кластера $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_j\}$ такая нормировка продиктована условием однородности наблюдаемого процесса $\mathbf{P}_X$. В работе [3] показано, что в указанном случае величина информационного рассогласования из выражения (4) примет следующий вид:

$$\mu_i(\mathbf{x}_j) = \mu_{j,i} = (2F)^{-1} \int_{-F}^F [G_j(f)/G_i(f) - 1] df, \quad i = 1, 2, \dots, J, \quad j = 1, 2, \dots, J. \quad (7)$$

Величине (7) соответствует набор оптимальных решающих статистик во временной области

$$\rho_i(\mathbf{x}_j) = \sigma_i^2(\mathbf{x}_j)/\sigma_0^2 - 1, \quad (8)$$

где

$$\sigma_i^2(\mathbf{x}_j) = (n-p)^{-1} \sum_{l=p+1}^n [y_j^{(i)}(l)]^2 \quad (9)$$

— выборочная дисперсия отклика

$$y_j^{(i)}(t) = x_j(t) - \sum_{i=1}^p a_i(i)x_j(t-i), \quad t = 1, 2, \dots, n, \quad (10)$$

i -го обеляющего фильтра [6] на вектор анализируемого сигнала (6) в дискретном времени t в пределах j -й выборки наблюдений $\mathbf{x}_j = \{x_j(t), t \leq n\}$.

Решение в пользу ν -й спектральной оценки (3) принимается в рассматриваемом случае по минимальной сумме выборочных дисперсий откликов ν -го обеляющего фильтра (10) на каждую парциальную выборку $\mathbf{x}_j$ в отдельности. Это классическая формулировка метода обеляющего фильтра [6]. Задача сводится к авторегрессионному анализу объединённой выборки наблюдений $\mathbf{X}$. На практике она решается [2] с применением рекуррентных вычислительных процедур спектрального анализа, обладающих достаточно высокой скоростью сходимости.

Отметим, что метод обеляющего фильтра не только наиболее экономный, но и весьма эффективный вариант реализации оценки по критерию минимума информационного рассогласования.

4. АНАЛИЗ СВОЙСТВ СПЕКТРАЛЬНОЙ ОЦЕНКИ

Перепишем критерий (3) при учёте равенства (7) в виде

$$\mu_\nu = \mu_\nu^{\text{МП}} = J^{-1} \sum_{j=1}^J \left\{ (2F)^{-1} \int_{-F}^F [G_j(f)/G_\nu(f) - 1] df \right\} = (2F)^{-1} \int_{-F}^F [G_{\text{МП}}(f)/G_\nu(f) - 1] df. \quad (11)$$

Из (11) можно заключить следующее. При принятых выше допущениях в отношении нормировки выборочных данных оценка (5) является оптимальной оценкой спектральной плотности мощности наблюдаемого однородного процесса $\mathbf{P}_X$ в пределах конечного множества альтернатив $\{G_j(f)\}$ по критерию минимума её информационного рассогласования $\mu_\nu^{\text{МП}}$ по Кульбаку—Лейблеру относительно усреднённой оценки (2). Во многих случаях (см., например, [8]) такая оценка представляется наиболее предпочтительной с точки зрения как частотного разрешения, так и уровня ложных мод (пиков) в спектре.

Из выражения (11) путём несложных преобразований, использующих равенства (8)–(10), можно получить следующее выражение для минимальной средней величины информационного рассогласования:

$$\begin{aligned} \mu_\nu^{\text{МП}} &= J^{-1} \sum_{j=1}^J \left[\frac{\sigma_\nu^2(\mathbf{x}_j)}{\sigma_0^2} - 1 \right] = J^{-1} \sum_{j=1}^J \left\{ (n-p)^{-1} \sum_{l=p+1}^n \frac{[y_j^{(\nu)}(l)]^2}{\sigma_0^2} - 1 \right\} = \\ &= J^{-1} \sum_{j=1}^J [M^{-1} \chi_{j,M}^2 (1 + \mu_{j,\nu}) - 1], \end{aligned}$$

где $\chi_{j,M}^2$ — случайная величина с $M = n - p$ степенями свободы. Здесь решающее значение имеет величина информационного рассогласования (7) для разных пар выборок из одного кластера,

точнее их коэффициент спектрального рассогласования $\bar{\mu}_{j,i}(M, J) = 1 + \mu_{j,i}(M, J)$ как функция двух параметров M и J . На практике [6] в зависимости от особенностей наблюдаемого процесса он может варьироваться в весьма широких пределах. Используя известные асимптотические свойства χ^2 -распределения [9], в первом приближении имеем

$$\begin{aligned}\mu_\nu^{\text{МП}} &= J^{-1} \sum_{j=1}^J [M^{-1} \chi_{j,M}^2 (1 + \mu_{j,\nu}) - 1] \big|_{M \gg 1} \approx J^{-1} \sum_{j=1}^J [M^{-1} (1 + \mu_{j,\nu}) \text{Norm}_j(M; 2M) - 1] = \\ &= J^{-1} \sum_{j=1}^J \{ \text{Norm}_j[(1 + \mu_{j,\nu}); 2M^{-1} (1 + \mu_{j,\nu})^2] - 1 \} = J^{-1} \sum_{j=1}^J \text{Norm}_j[\mu_{j,\nu}; 2M^{-1} (1 + \mu_{j,\nu})^2] = \\ &= J^{-1} \sum_{j=1}^J \text{Norm}_j[\mu_{j,\nu}; 2M^{-1} (1 + \mu_{j,\nu})^2] = \text{Norm} \left[J^{-1} \sum_{j=1}^J \mu_{j,\nu}; 2(MJ)^{-1} J^{-1} \sum_{j=1}^J (1 + \mu_{j,\nu})^2 \right].\end{aligned}$$

По существу, последнее выражение даёт универсальную [7] гауссовскую аппроксимацию $\text{Norm}\{x\}$ закона распределения вариаций минимальной средней величины информационного рассогласования (3) на множестве альтернативных спектральных оценок (1). Математическое ожидание вариаций равно минимальной средней величине информационного рассогласования (3) в пределах кластера $\mathbf{X}$, а их дисперсия $\theta_\nu^2 = 2(MJ)^{-1} \bar{\mu}_\nu$ прямо пропорциональна среднему квадрату $\bar{\mu}_\nu = J^{-1} \sum_{j=1}^J (1 + \mu_{j,\nu})^2$ величины спектрального рассогласования на множестве альтернатив (1) относительно ИЦ-эталона. При этом указанная дисперсия монотонно убывает по мере увеличения эффективного объёма $V = MJ = (n - p)J$ объединённой выборки $\{\mathbf{x}_j\}$. Нетрудно понять, что именно этот объём и определяет в конечном итоге эффективность и свойства спектральной оценки в статистическом смысле. Чем больше объём, тем меньше дисперсия θ_ν^2 и, следовательно, тем выше точность оценки спектральной плотности мощности по критерию минимума информационного рассогласования (3)–(5).

Следуя стандартной методологии статистических интервальных оценок, определим показатель точности рассматриваемой спектральной оценки как длину доверительного (двустороннего) интервала

$$\Delta(M, J) = 2z_q \theta_\nu(MJ) = z_q \sqrt{8(MJ)^{-1} \bar{\mu}_\nu}. \quad (12)$$

Здесь z_q — коэффициент пропорциональности, зависящий от доверительной вероятности q . Например, при $q = 0,95$ по таблицам гауссовского распределения [9] находим $z_q \approx 1,96$. Величина (12) монотонно убывает до нуля при $M \rightarrow \infty$. При этом для любого $M > 32$ (в условиях малых выборок это типичный случай [1–3]) выполняется неравенство

$$\Delta(M, J) \leq \Delta(J) = \sqrt{J^{-2} \sum_{j=1}^J (1 + \mu_{j,\nu})^2} \leq J^{-1} \sum_{j=1}^J (1 + \mu_{j,\nu}) = 1 + \mu_\nu^{\text{МП}}(J). \quad (13)$$

Поэтому для характеристики динамических свойств спектральной оценки можно воспользоваться минимальной средней величиной информационного рассогласования $\mu_\nu^{\text{МП}}(J)$ из выражения (11). Последнее при этом может быть переписано следующим образом:

$$\delta(J) = J^{-1} \min_{i \leq J} \sum_{j=1}^J \left[(2F)^{-1} \int_{-F}^F G_j(f) / G_i(f) df \right]. \quad (14)$$

Полученный показатель точности используется далее при проведении экспериментальных исследований.

5. ПРИМЕР ПРИМЕНЕНИЯ ПРЕДЛАГАЕМОГО АЛГОРИТМА

Рассмотрим в качестве примера задачу спектрального анализа звукового (речевого) сигнала [10]. Ключевой операцией при обработке речевого сигнала является звуковой или фонетический анализ речи, т. е. выделение из речевого сигнала $\mathbf{X}$ последовательности минимальных речевых единиц (МРЕ) — фонем и их аллофонов.

Данная задача решается в несколько этапов, которые практически реализованы в информационной системе [11]. На первом этапе анализируемый сигнал с суммарной длительностью T разбивается на короткие сегменты данных $\mathbf{x} = \{x(l), l = 0, \dots, L - 1\}$ длительностью $\tau = 15 \div 20$ мс $\ll T$. Для каждого сегмента с использованием общего выражения (1) строится текущая (парциальная) спектральная оценка очередной минимальной речевой единицы, причём заранее неизвестно, какой именно. Чаще всего здесь используется авторегрессионная модель (6) достаточно большого порядка $p = 12 \div 20$. При этом явным образом [10] возникает проблема малых выборок.

В самом деле, при стандартной частоте дискретизации речевого сигнала 8 кГц объём выборки на интервалах его приблизительной стационарности τ не превышает 160 отсчётов. На втором этапе полученные оценки спектральной плотности мощности сопоставляются между собой по степени их близости друг другу. По результатам такого сопоставления они объединяются в несколько разных кластеров-фонем $\mathbf{X}_r$, где $r = 1, \dots, R$. В системе [11] для этих целей используется метод обеляющего фильтра (7)–(11), в котором каждая фонема $\mathbf{X}_r = \{\mathbf{x}_j\}$ объединяет в себе множество подобных друг другу (одноимённых) минимальных речевых единиц, отвечающих ограничению сверху на допустимую (пороговую) величину информационного взаимного рассогласования $\rho_i(\mathbf{x}_j) \leq \rho_0$. Чем больше порог ρ_0 , тем более мягкими становятся требования к степени однородности распределений одноимённых минимальных речевых единиц.

На третьем (заключительном) этапе вычислений по каждому множеству реализаций $\mathbf{X}_r$ согласно критерию минимума информационного рассогласования (3) определяется соответствующий центр-эталон $\mathbf{x}^* = \mathbf{x}_\nu$ (т. е. оптимальная оценка статистического описания данной фонемы). На множестве выделенных фонем $\{\mathbf{X}_r\}$ получаем множество эталонов $\{\mathbf{x}^*\}$, или фонетическую базу данных с конечным объёмом $R < \infty$, описывающую звуковой состав речевого сигнала. Понятно, что качество такого описания зависит главным образом от свойств используемых спектральных оценок (3)–(5), в первую очередь их скорости сходимости. Данные свойства можно проанализировать на основе проведённых экспериментальных исследований.

6. ПРОГРАММА И РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

Для экспериментальных исследований был выбран устный текст объёмом в одну стандартную машинописную страницу, взятый из первой главы романа А. С. Пушкина «Капитанская дочка» и проговоренный в среднем темпе десятью дикторами — мужчинами возраста от 17 до 58 лет. В результате были сформированы 10 пакетов записей речевых сигналов с разными длительностями: от 10 с до 3 мин. При установленной частоте дискретизации сигналов 8 кГц объёмы соответствующих речевых баз данных составили от 80 до 1 440 тысяч отсчётов, или от 500 до 9 000 сегментов данных с длиной 160 отсчётов каждый (20 мс по длительности).

Полученные сигналы сначала были записаны в виде соответствующих звуковых файлов. Для этого применялись специальные программные и аппаратные средства: динамический микрофон AKG D77 S и ламповый микрофонный предусилитель ART TUBE MP Project Series USB.

Затем по каждой записи речевого сигнала были автоматически сформированы кластеры одноимённых минимальных речевых единиц $\{X_r\}$ и их ИЦ-эталоны $\{x_{r,\nu}\}$ согласно выражениям (3)–(7). Для этого использовалась информационная система фонетического анализа слитной речи [11] с ключевым параметром μ_0 (пороговый уровень величины информационного рассогласования). Регулировкой данного параметра определялись границы каждого кластера $\mu_i(x_{r,j}) \leq \mu_0$. Чем выше порог μ_0 , тем менее жёсткие требования предъявлялись к множеству реализаций минимальных речевых единиц $\{x_{r,j}\}$ по степени их подобия авторегрессионной модели (6). При этом порядок такой модели фиксировался равным 20, а для её настройки по обучающей выборке речевого сигнала применялась высокоскоростная рекуррентная процедура Берга–Левинсона. Полученные результаты представлены на рис. 1–3.

На рис. 1 приведён график зависимости объёма фонетической базы данных одного из дикторов от объёма его речевой базы данных N при $\mu_0 = 1,5$. Видно, что здесь имеет место эффект «насыщения» фонетической базы данных: её объём R ограничен сверху величиной $R^* = 90 \div 100$. При этом насыщение происходит при коэффициенте сжатия данных $N/R = 45 \div 50$ и выше. Отметим, что данный результат хорошо согласуется с известными оценками минимально необходимого объёма J^* фонетического кластера $\{x_{r,j}\}$. На рис. 2 и 3 представлены графики зависимости минимальной средней величины информационного рассогласования $\delta(J)$ (14) от объёма J в пределах двух кластеров: фонемы «С» (рис. 2) и фонемы «У» (рис. 3), сформированных по записям речевого сигнала от группы из десяти дикторов. Из сравнения рис. 2 и 3 видно, что в каждом случае величина $\delta(J)$ выходит на постоянное оптимальное значение в пределах кластера, и этот оптимум достигается при $J \approx J^* = 30 \div 40$.

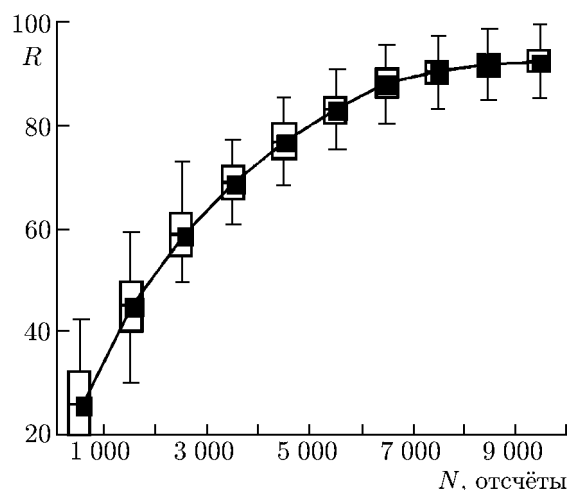


Рис. 1. Эффект насыщения фонетической базы данных

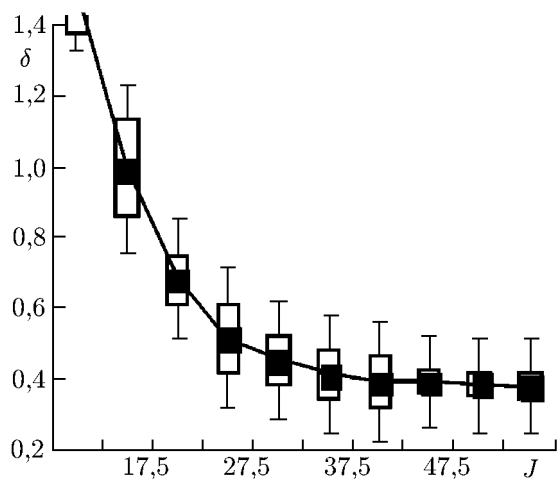


Рис. 2. Фонема «С»

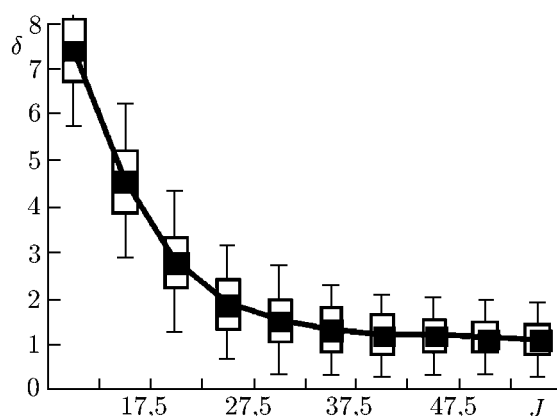


Рис. 3. Фонема «У»

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе теоретически обоснован критерий минимума информационного рассогласования и раскрыт механизм реализации его динамических свойств. Показано, что в общем случае достаточно иметь ограниченное число образцов наблюдений в пределах рассматриваемого образцораспределения, чтобы итоговая оценка спектральной плотности мощности (5) была в достаточной степени эффективной. Несмотря на условность рассматриваемой в статье гауссовской аппроксимации, полученные выше результаты говорят об эффективности спектральной оценки по критерию минимума информационного рассогласования в широком смысле.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белашов В. Ю., Белашова Е. С., Асадуллин А. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 2012. Т. 55, № 9. С. 651.
2. Ковригин В. А., Шахтарин Б. И. Методы спектрального оценивания случайных процессов. М.: Горячая Линия-Телеком, 2011. 256 с.
3. Савченко В. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1997. Т. 40, № 4. С. 530.
4. Кульбак С. Теория информации и статистика. М.: Наука, 1967. 408 с.
5. Акатьев Д. Ю., Савченко В. В. // Автометрия. 2005. № 2. С. 68.
6. Савченко В. В., Пономарёв Д. А. // Автометрия. 2009. № 1. С. 56.
7. Савченко В. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1991. Т. 34, № 3. С. 268.
8. Вовшин Б. М., Лаврукевич В. В., Семеняка А. В. // Труды 8-й Международной научно-практической конф. «Современные информационные и электронные технологии». Одесса, 2012. С. 157.
9. Мюллер П., Нойман П., Шторм Р. Таблицы по математической статистике. М.: Финансы и статистика, 1982. 278 с.
10. Овчинников П. Е., Семин Ю. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 2007. Т. 50, № 4. С. 350.
11. Пат. 2008615442 РФ. Информационная система фонетического анализа слитной речи: Программа для ЭВМ / В. В. Савченко, Д. Ю. Акатьев, И. В. Губочкин и др. Заявка 2008614233 от 15.09.2008.

Поступила в редакцию 3 июля 2014 г.; принята в печать 16 марта 2015 г.

THE PRINCIPLE OF THE INFORMATION-DIVERGENCE MINIMUM IN THE PROBLEM OF SPECTRAL ANALYSIS OF THE RANDOM TIME SERIES UNDER THE CONDITION OF SMALL OBSERVATION SAMPLES

V. V. Savchenko

The issue of small observation samples in the problem of spectral analysis of the random time series is considered. It is proposed to solve the considered problem using the theoretical-informational approach and a new algorithm on the basis of the principle of minimum of divergence of the cognominal spectral estimates by the results of several independent observations in the Kullback-Leybler informational metric. An example of its practical realization is considered and the asymptotic properties are studied.