

УДК 537.876.22

ИСКАЖЕНИЯ КВАЗИЭЛЛИПСОИДАЛЬНОГО ТРЁХМЕРНОГО ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА-ПУЧКА ПРИ ЕГО РАСПРОСТРАНЕНИИ В СВОБОДНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

*Е. И. Гачева**, *А. К. Потёмкин*

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

Вводится понятие квазиэллипсоидального трёхмерного оптического импульса-пучка с размытой границей и решается задача о его распространении в свободном пространстве. Качество дифрагировавшего импульса характеризуется двумя параметрами, отвечающими за искажение поперечного распределения интенсивности и расплывание импульса как целого. Налагая ограничения на эти параметры, можно найти максимальное расстояние, которое импульс преодолевает без критических искажений, и, как следствие, определить необходимую точность продольного позиционирования элементов транслирующей его оптической схемы.

ВВЕДЕНИЕ

В 1959 году Капчинский и Владимирский показали, что трёхмерная эллипсоидальная форма электронных сгустков (банчей) в линейных ускорителях электронов оптимальна с точки зрения достижения минимального эмиттанса электронного пучка [1]. Перспективным способом генерации таких банчей является использование фотокатодов, облучаемых специальной лазерной системой — драйвером. В этом случае требования, предъявляемые к пространственно-временной структуре электронного банча, переносятся на инжектирующий его лазерный импульс. В настоящее время активно ведутся работы по созданию лазерных драйверов для фотоинжекторов с указанной формой импульса [2, 3]. При этом возникает задача описания распространения трёхмерных эллипсоидальных импульсов-пучков в свободном пространстве и в прозрачных диэлектриках. Её рассмотрению посвящена данная статья.

1. ДИФРАКЦИЯ ТРЁХМЕРНЫХ ПУЧКОВ

Эллипсоидальный оптический импульс-пучок представляет собой эллипсоид в трёхмерном пространстве (две ортогональные направлению распространения пучка пространственные координаты и время) с постоянной интенсивностью внутри и нулевой снаружи. Естественно, что импульс с бесконечно резкой границей является некоторой идеализацией. Из-за содержащихся в нём высоких пространственных гармоник передать изображение такого пучка в реальной оптической схеме не представляется возможным. Введём понятие квазиэллипсоидального импульса-пучка с размытой границей. Будем аппроксимировать такой импульс супергауссовой функцией:

$$E(r, t, z = 0) = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\left(\frac{r}{w_1} \right)^2 + \left(\frac{t}{\tau/2} \right)^2 \right]^P \right\}. \quad (1)$$

Степень размытости границы в этом случае характеризуется единственным скалярным параметром P — показателем супергауссовой функции. Назовём толщиной границы импульса в сечении

* gacheva@appl.sci-nnov.ru

$t = 0$ отношение длины отрезка r , на котором интенсивность излучения спадает с 90 до 10% от максимального значения (т. е. её значения на оси), к радиусу пучка w_1 . Введённая таким образом толщина границы квазиэллипсоидального оптического импульса-пучка становится меньше 20 % при $P = 8$. Для дальнейшего рассмотрения зафиксируем показатель супергауссовой функции на этой величине.

Даже после существенного смягчения требований на резкость границы импульса нам приходится иметь дело со структурой, претерпевающей при распространении гораздо более сильные дифракционные искажения по сравнению с гауссовым пучком. Чтобы оценить продольный масштаб, на котором квазиэллипсоидальный импульс-пучок может распространяться без критических искажений, рассмотрим задачу дифракции такого импульса в свободном пространстве.

Воспользуемся методом разложения поля по модам свободного пространства. Моды свободного пространства в параболическом приближении в цилиндрических координатах носят название мод Лагерра—Гаусса. Ограничимся важным для лазерных драйверов фотокатодов случаем осесимметричных пучков. Поле моды с индексом p запишется следующим образом [4]:

$$E_p(r; \rho, w) = \exp\left(\frac{ikr^2}{2\rho} - \frac{r^2}{w^2}\right) L_p^0\left(\frac{2r^2}{w^2}\right), \quad (2)$$

где

$$L_p^0(r) = \frac{1}{p!} \exp(r) \frac{d^p}{dr^p} [r^p \exp(-r)] \quad (3)$$

— осесимметричные полиномы Лагерра.

Моды Лагерра—Гаусса являются автомодельными решениями. Это значит, что при распространении через любую оптическую систему с действительной матрицей ABCD изменяются только параметры ρ и w (эффективный радиус кривизны фазового фронта и радиус пучка), а вид поля сохраняется. Эволюция параметров моды после прохождения участка свободного пространства с длиной z описывается формулами

$$w_2^2 = w_1^2 \left[\left(1 + \frac{z}{\rho_1}\right)^2 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_1^2}\right)^2 \right], \quad (4)$$

$$\frac{1}{\rho_2} = \frac{1}{z} \left[1 - \frac{w_1^2}{w_2^2} \left(1 + \frac{z}{\rho_1}\right) \right]. \quad (5)$$

С учётом закона сохранения энергии в моде можно записать выражение для поля моды с номером p на расстоянии z :

$$E(r, z) = \frac{\exp(ikz)(w_2/w_1)^{2p}}{\left[1 + z \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{i\lambda}{\pi w_1^2}\right)\right]^{2p+1}} E_p(r; \rho_2, w_2), \quad (6)$$

если

$$E(r, z = 0) = E_p(r; \rho_1, w_1), \quad (7)$$

а ρ_2 и w_2 связаны с ρ_1 и w_1 соотношениями (4) и (5).

Чтобы найти результат дифракции произвольного пучка на расстоянии z , необходимо исходное поле разложить по модам Лагерра—Гаусса:

$$E(r, t, z = 0) = \sum_p C_p E_p(r; \rho_1, w_1), \quad (8)$$

$$C_p = \int_0^{\infty} E(r, t, z = 0) \exp\left(-\frac{ikr^2}{2\rho_1} - \frac{r^2}{w_1^2}\right) L_p^0\left(\frac{2r^2}{w_1^2}\right) \frac{4r}{w_1^2} dr. \quad (9)$$

Затем, воспользовавшись выражениями (4)–(6), нужно найти поле на расстоянии z для каждой моды. Результирующее поле представляет собой сумму всех независимо дифрагировавших мод. Заметим, что, как и $E(r, t, z = 0)$ (см. (1)), коэффициенты C_p зависят от времени.

Строгое равенство в выражении (8) достигается при суммировании бесконечного ряда по всем модам. Однако при численном моделировании достаточно рассмотреть конечное число мод. Мы ограничились 500 модами. Необходимое количество мод зависит от вида функции $E(r, t, z = 0)$.

Для дальнейших расчётов принимаем, что в плоскости $z = 0$ поле $E(r, t, z = 0)$ представляет собой «размытый» эллипсоид (1) с радиусом $w_1 = 0,1$ см, толщиной границы 20 % и длительностью $\tau = 27$ пс на длине волны $\lambda = 1\,030$ нм, что соответствует параметрам излучения внутри многопроходного усилителя на активных элементах из Yb:KGW [3]. Многопроходный усилитель — часть лазерного драйвера для фотокатода, в которой излучение преодолевает наибольший оптический путь (примерно 35 м). Поэтому многопроходный усилитель наиболее критичен с точки зрения точности настройки переноса изображения.

Поскольку радиус эллипсоида быстро растёт в начале и резко спадает в конце импульса при фиксированном значении z , в этих областях пучок узкий и быстро расплывается из-за дифракции. Поэтому его сложно передать оптическими элементами с конечной апертурой. Исключим из рассмотрения начало и конец импульса, содержащие по 5 % его энергии. При $P = 8$ и $\tau = 27$ пс отсечка пройдёт по моментам времени $\pm 9,7$ пс.

2. КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ПАРАМЕТРЫ ИСКАЖЕНИЯ ТРЁХМЕРНЫХ ПУЧКОВ

Введём параметры, описывающие искажение импульса-пучка в процессе дифракции. Дифракция оптического импульса с распределением при $z = 0$ в сечении $t = 0$, показанным на рис. 1а, сначала приводит к появлению концентрических колец (рис. 1б), причём кольцо с наибольшей амплитудой образуется по краю пучка. В качестве параметра, описывающего искажения профиля интенсивности, возьмём величину

$$PtV = I_{\max}/I_{\min}, \quad (10)$$

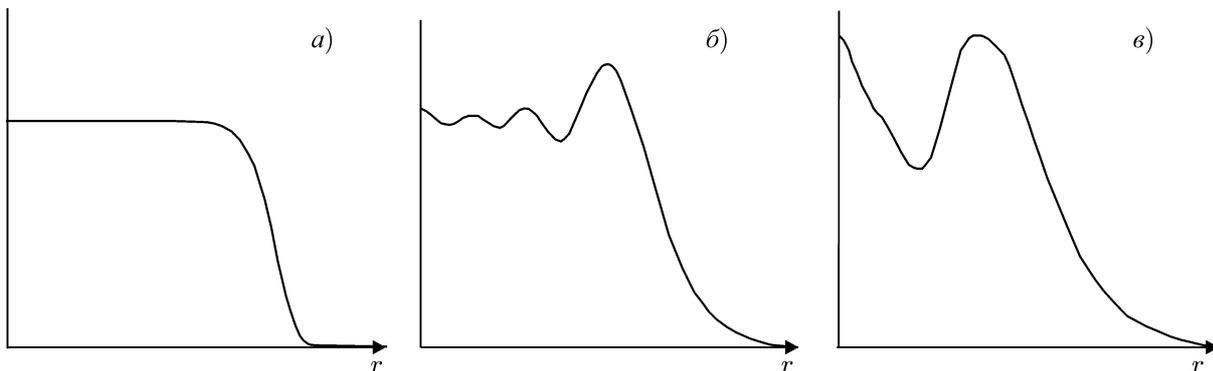


Рис. 1. Дифракция лазерного пучка с профилем интенсивности в виде супер-гауссовой функции с показателем $P = 8$ (квазиэллипсоидального импульса в сечении $t = 0$, где время отсчитывается от момента прихода середины импульса в точку с данной координатой z). Зависимость нормированной интенсивности от радиуса r на разной длине пробега $z=0$ (а), $z = 15$ см (б) и $z=30,5$ см (в)

равную отношению интенсивности в максимуме на крайнем кольце I_{\max} к интенсивности в следующем за ним минимуме I_{\min} (peak-to-valley, PtV). Естественно, использование такого параметра будет уместно только до определённой длины пробега z . По мере распространения пучка количество колец в поперечном распределении уменьшается, а их амплитуда увеличивается. При некотором значении z амплитуда максимума интенсивности при $r = 0$ начинает превышать амплитуду единственного кольца (рис. 1б). Договоримся, что начиная с этого значения z и далее искажения трёхмерной структуры оптического импульса достигли критического уровня и его дальнейшая дифракция нас не интересует.

Одновременно с описанием искажений в поперечном распределении будем следить за расплыванием импульса как целого. Эффективный радиус пучка, найденный по методу моментов [5] для аксиально симметричного случая, выражается формулой

$$a_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{\int_0^{\infty} r^3 |E|^2 dr}{\int_0^{\infty} r |E|^2 dr}}. \quad (11)$$

Вторым параметром служит относительное изменение эффективного радиуса пучка:

$$\Delta a_{\text{eff}}(z) = \frac{a_{\text{eff}}(z) - a_{\text{eff}}(0)}{a_{\text{eff}}(0)} 100 \%. \quad (12)$$

Остановимся подробнее на вопросе продольного масштаба. Учитывая тот факт, что при $z = 0$ излучение имеет плоское распределение фазы, и снова воспользовавшись методом моментов [5], для эволюции эффективного радиуса произвольного пучка можно записать простое уравнение, аналогичное случаю гауссова пучка:

$$\frac{a_{\text{eff}}^2(z)}{a_{\text{eff}}^2(0)} = 1 + \frac{z^2}{z_{d\text{eff}}^2}, \quad (13)$$

которое может служить определением эффективной дифракционной длины $z_{d\text{eff}}$ для произвольного пучка. Для начальных условий (1) и $t = 0$

$$a_{\text{eff}}^2(0) = \frac{w_1^2 \Gamma(2/P)}{\Gamma(1/P)}, \quad (14)$$

$$z_{d\text{eff}}^2 = \frac{4\pi^2 w_1^4 \Gamma(2/P)}{\lambda^2 P^2}. \quad (15)$$

Для $P = 8$ имеем $\Gamma(1/4) = 3,63$; $\Gamma(1/8) = 7,53$. Таким образом, эффективная дифракционная длина рассматриваемого пучка $z_{d\text{eff}} = 1,45$ м, что примерно в пять раз больше расстояния 30,5 см (см. рис. 1б), на котором модуляция поперечного распределения интенсивности достигает критического уровня. Отсюда можно сделать вывод, что для описанного размытого в поперечных координатах и времени квазиэллипсоидального импульса-пучка увеличение эффективного радиуса является более слабым эффектом по сравнению с искажением его профиля (т. е. образованием концентрических колец).

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Теперь, когда мы уточнили начальные условия, пределы шкалы по z (от 0 до 30,5 см) и t ($\pm 9,7$ пс), в которых будет решаться задача, а также параметры, описывающие искажение

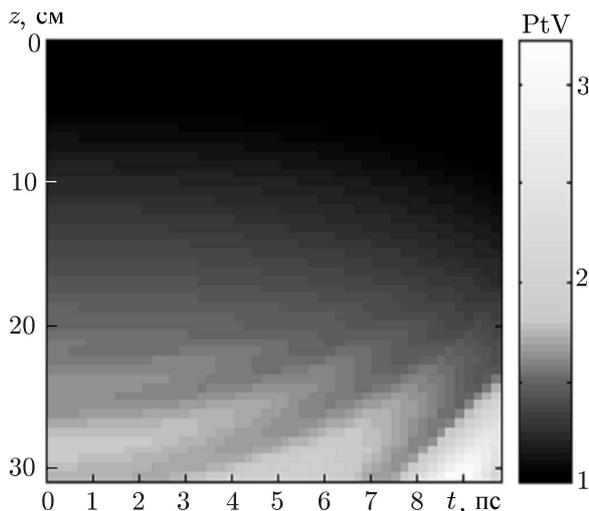


Рис. 2. Зависимость параметра PtV в разных сечениях импульса по времени t от длины пробега z

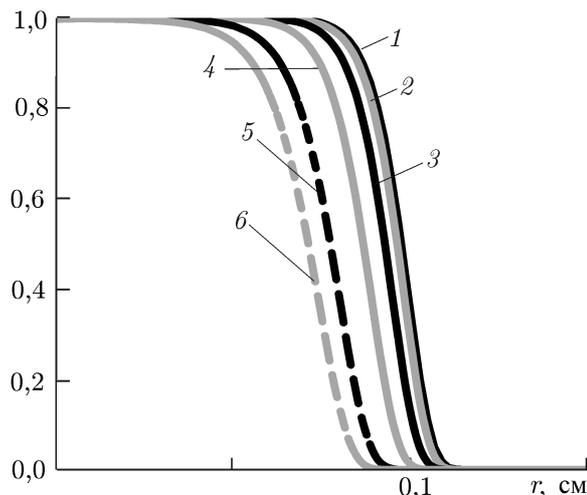


Рис. 3. Интенсивность излучения, нормированная на максимальное значение по эллипсоиду (т.е. значение интенсивности в центре импульса), в зависимости от r в разных сечениях по времени: кривая 1 соответствует $t = 0$ пс, 2 — $t = 2$ пс, 3 — $t = 4$ пс, 4 — $t = 6$ пс, 5 — $t = 8$ пс, 6 — $t = 10$ пс

импульса в процессе дифракции, перейдём к изложению результатов численного моделирования. На рис. 2 представлена зависимость параметра PtV от времени t , отсчитываемого от момента прихода середины импульса в точку z (для отрицательных времён ситуация симметрична), и длины пробега z .

Середина и концы квазиэллипсоидального импульса дифрагируют по-разному (рис. 2). Эта разница обусловлена двумя конкурирующими эффектами. С одной стороны, по мере приближения к концам уменьшается размер поперечного распределения, и пучок должен дифрагировать быстрее. Однако уменьшается и эффективный показатель супергауссовой функции, что должно приводить к уменьшению дифракционных искажений на концах импульса по сравнению с серединой (рис. 3). Диаграмму на рис. 2 можно мысленно разделить на две области. На первом этапе дифракции (z от 0 до примерно 15 см) параметр PtV достигает максимума в середине импульса по времени. Далее (при z от примерно 15 до 30,5 см) параметр PtV имеет несколько максимумов на длительности импульса, причём амплитуда максимумов растёт к концам. Из рис. 4 видно, что, преодолев рассматриваемую дистанцию z , концы квазиэллипсоидального оптического импульса дифрагируют сильнее середины. Поперечное распределение интенсивности на концах импульса представляет собой единственное кольцо с глубоким минимумом в центре.

Однако с практической точки зрения нас интересует область дифракции, в которой пучок претерпевает гораздо меньшие искажения, а отличие параметра PtV от единицы не превышает 20 %. Найдём максимальное значение PtV на длительности импульса, построим его зависимость от z для всей дистанции (рис. 5) и рассмотрим область слабой дифракции (рис. 5, вставка). Ответ на вопрос, на какое расстояние может распространяться квазиэллипсоидальный оптический импульс-пучок без существенных искажений, зависит от условий, накладываемых на максимальное значение параметра PtV на длительности импульса. Если PtV не может превышать 1 %, значение z должно быть меньше 4,5 см, если 5 % — $z < 5,5$ см, для 10 % величина $z < 6,7$ см и т. д. согласно вставке на рис. 5.

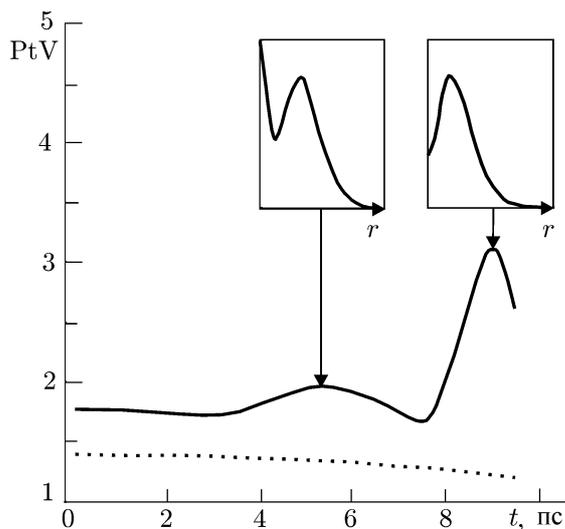


Рис. 4. Зависимость параметра PtV от времени внутри импульса на длине пробега $z = 15$ см (точки) и $z = 30$ см (сплошная линия). На вставках изображены поперечные распределения интенсивности в соответствующих срезах по времени для $z = 30$ см

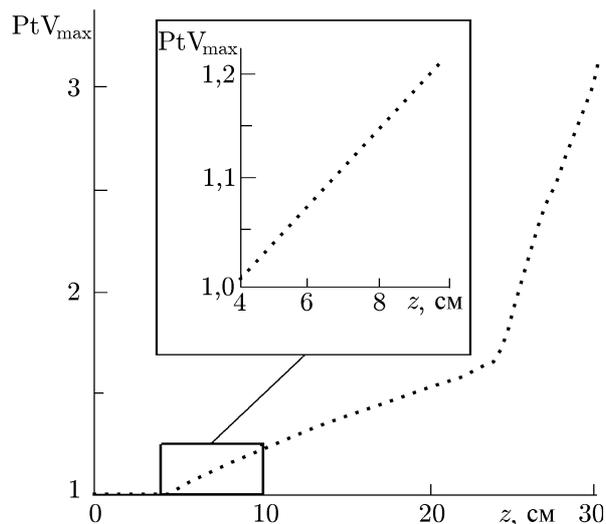


Рис. 5. Зависимость максимального по импульсу значения параметра PtV от продольной координаты z . На вставке участок z от 4 до 10 см показан подробнее; участок зависимости аппроксимируется прямой $z = 25,775PtV - 21,607$

Поскольку квазиэллипсоидальный импульс-пучок не может распространяться на большие расстояния без искажений, оптические схемы лазеров с таким импульсом поддерживают непрерывный перенос изображения. Используемая в лазерном драйвере для фотокатода схема многопроходного усилителя [3] представляет собой зеркальный телескоп Кеплера с многократным переносом изображения между двумя активными элементами, на заднюю грань которых нанесено диэлектрическое зеркало с коэффициентом отражения, близким к 100 %. Тонкая подстройка продольных размеров осуществляется перемещением одного из двух активных элементов и одного из двух сферических зеркал, установленных на трансляторы с микрометрической подвижкой. Поскольку за два полных прохода усилителя пучок совершает 12 возвратных проходов по активному элементу, перемещение последнего на 1 мм вдоль оптической оси изменяет оптический путь излучения на 24 мм. Продольное перемещение сферического зеркала на 1 мм изменяет оптический путь на 40 мм, т. к. за два полных прохода усилителя излучение отражается от него 20 раз. Таким образом, необходимая экспериментальная точность настройки многопроходного усилителя может быть описана простой формулой

$$24 \delta_{AЭ} + 40 \delta_{СЗ} < z(PtV), \quad (16)$$

где $\delta_{AЭ}$ и $\delta_{СЗ}$ — точность продольного позиционирования активного элемента и сферического зеркала соответственно, $z(PtV)$ — найденная по рис. 5 предельная длина распространения в зависимости от выбранного значения PtV .

Как упоминалось выше, параметр Δa_{eff} , характеризующий дифракционное расплывание импульса как целого, накладывает гораздо меньшие ограничения на допустимую длину свободного распространения квазиэллипсоидального импульса-пучка по сравнению с параметром PtV . Действительно, результаты численного моделирования показали, что во всей области $z < 30,5$ см он не превышает 5 %, а в области слабой дифракции $z < 10$ см (по отношению к параметру PtV) $\Delta a_{\text{eff}} < 1$ %.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Используя методику разложения по модам Лагерра—Гаусса, мы вычислили параметры, описывающие искажение квазиэллипсоидального трёхмерного лазерного импульса-пучка при его распространении в свободном пространстве и, как следствие, предельное расстояние, которое такой пучок может преодолевать без существенных искажений. Приведённые расчёты легко адаптируются к любым условиям на размеры импульса, толщину размытия его границы, а также на параметры качества пучка PtV и Δa_{eff} , что позволяет решать широкий класс задач о распространении квазиэллипсоидальных импульсов и определить необходимую точность настройки оптических схем, предназначенных для их транспортировки.

Авторы выражают глубокую благодарность Е. А. Хазанову за ценные советы и замечания. Настоящая работа выполнена при частичной поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (контракт 14.Z50.31.0007) и РФФИ (грант 13-02-91323 СИГ_а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kapchinskij I. M., Vladimirskij V. V. // Proc. Intern. Conf. High Energy Accelerators and Instrumentation, Geneve, 1959. P. 274.
2. Li Y., Chemerisov S., Lewellen J. // Phys. Rev. Special Topics—Accelerators and Beams. 2009. V. 12, No. 2. P. 020702.
3. Gacheva E. I., Zelenogorskii V. V., Andrianov A. V., et al. // Opt. Express. 2015. V. 23, No. 8. P. 9627.
4. Ананьев Ю. А. Оптические резонаторы и лазерные пучки. М.: Наука, 1990. 264 с.
5. Власов С. Н., Петрищев В. А., Таланов В. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1971. Т. 14, № 9. С. 1453.

Поступила в редакцию 6 марта 2015 г.; принята в печать 27 апреля 2015 г.

DISTORTIONS OF A QUASI-ELLIPSOIDAL THREE-DIMENSIONAL LASER PULSE BEAM DURING ITS PROPAGATION IN FREE SPACE

E. I. Gacheva and A. K. Potyomkin

We introduce the notion of a quasi-ellipsoidal three-dimensional optical pulse beam with a diffuse boundary and solve the problem about its propagation in free space. The quality of the diffracted pulse is characterized by two parameters being responsible for distortions in the transverse intensity distribution and blurring of the entire pulse. Imposing constraints on these parameters, one can find the maximum distance, which the pulse can propagate without critically strong distortions and, consequently, determine the required accuracy of the longitudinal positioning of the elements of the optical scheme, which transmits the pulse.