

УДК 537.87+621.371

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ ВНУТРИОБЛАЧНОГО МОЛНИЕВОГО РАЗРЯДА

Д. И. Иудин^{1,2*}, *Ф. Д. Иудин*², *М. Хаякава*³

¹ Институт прикладной физики РАН;

² Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, Россия

³ Токийский университет электротехнологий, г. Токио, Япония

Целью данной работы является анализ широкополосного электромагнитного излучения облачного разряда в диапазоне частот от десятков килогерц до сотен мегагерц. В работе представлена модель формирования внутриоблачного разряда, в рамках которой формирование молнии описывается как стохастический рост ветвящихся проводящих каналов, определяемый электростатическим полем. Динамика электрического поля и распределения заряда при разряде рассчитывается детерминированно. Изучены влияние исходной плотности заряда в облаке и параметров проводящих каналов на пространственно-временные характеристики токов и структуру молниевое разряда. Рассчитано радиоизлучение разряда путём суммирования поля излучения каждого канала в точке наблюдения. В рамках стандартной модели отдельных разрядных токов дана оценка электромагнитного излучения разряда в дальней зоне. Установлено, что полученные частотные спектры излучения хорошо соответствуют универсальным степенным зависимостям. Результаты моделирования согласуются с известными экспериментальными данными.

ВВЕДЕНИЕ

Данная работа посвящена моделированию радиоизлучения внутриоблачного молниевое разряда в диапазоне частот от десятков килогерц до сотен мегагерц. Моделирование молниевое разряда и его электромагнитного излучения является весьма трудной задачей, и интерес к ней не угасает уже в течение нескольких десятилетий [1–10]. Сложность проблемы объясняется, прежде всего, гигантским разбросом пространственных масштабов моделируемых явлений, изменяющихся более чем на 10 порядков величины от межатомных расстояний, актуальных при описании процессов электризации грозового облака, до десятков километров, характерных для движения воздушных масс во всей грозовой системе. Широкомасштабный характер грозовых явлений, отражающий их безусловную сложность, даёт и ключ к пониманию их основных закономерностей. Дело в том, что согласно данным натурных измерений широкомасштабная динамика геофизических систем очень часто приобретает в универсальную форму скейлинга, когда в достаточно широком диапазоне пространственно-временных масштабов явление обладает свойством самоподобия. Самоподобие характерно и для крупномасштабной электрической структуры грозового облака, и для его электромагнитной эмиссии. Пространственно-временной скейлинг проявляется в сильных, спадающих по степенному закону корреляциях, которые типичны для критических явлений. Поэтому активная стадия эволюции грозового облака несёт в себе черты самоорганизующегося и самонастраивающегося критического режима. Явления такого рода недавно были объединены общим наименованием — системы с самоорганизованной критичностью (self-organized criticality) [11–14]. В режиме самоорганизованной критичности система оказывается сложной в том смысле, что для неё не существует единственного характерного размера событий: нет ни временного, ни линейного масштаба, которые бы управляли эволюцией системы. И хотя динамический отклик системы сложен, упрощающим аспектом её поведения является то, что статистические свойства отклика описываются в некотором диапазоне параметров простыми степенными

* iudin_di@nirfi.sci-nnov.ru

законами. Последнее обстоятельство объясняет широкое применение современных методов фрактальной геометрии в задачах грозового электричества [4, 15–17].

Фрактальный подход к моделированию молниевых разрядов был реализован несколькими группами авторов [4, 7, 18–20]. Во всех этих работах численно решается задача о развитии лидерного канала в рамках трёхмерного уравнения Пуассона с учётом внешнего поля и использованием стохастической модели пробоя диэлектрика, восходящей к основополагающим работам [21–23].

При некотором различии деталей алгоритмов все эти модели, объединённые общим происхождением, имеют два существенных ограничения, которые носят, очевидно, наследственный характер. Во-первых, эти модели не допускают одновременного роста различных ветвей разряда. Во-вторых, в них отсутствует временной масштаб, и, как следствие, по ветвям разряда не текут токи. Первое из этих двух ограничений было преодолено в работе [8], где в рамках парадигмы самоорганизованной критичности была предложена перколяционная модель формирования молниевых разрядов. При рассмотрении активной части грозового облака как системы со случайно растущим потенциалом в исследованиях [8, 24] была использована идеология модели лесных пожаров с тем существенным отличием, что в случае грозового облака рост леса (потенциального рельефа) и поджоги (критические перепады напряжения) были обусловлены одним физическим процессом. Перколяционная модель была первоначально реализована на двумерной сети клеточных автоматов, а позднее на основе трёхмерного обобщения были рассчитаны характеристики высокочастотного излучения молниевых разрядов [24]. Работоспособность перколяционной модели была недавно подтверждена в серии экспериментов [25]. Однако работа [24] не снимала полностью второго из обсуждавшихся выше ограничений: при расчёте излучения учитывались только периферийные токи разрядного дерева и, соответственно, результатом моделирования была лишь высокочастотная составляющая спектра электромагнитной эмиссии грозы.

В данной работе представлено развитие результатов работы [24], учитывающее при вычислении радиоизлучения молнии всю иерархию токов внутриоблачного разряда. Основная идея нового подхода к моделированию молниевых разрядов связана с численной реализацией пространственно-временного распределения плотности электрического заряда. Основываясь на распределении заряда, можно вычислить электрический потенциал, поле и токи с учётом влияния проводящей Земли. Физическим носителем заряда могут выступать как внутриоблачные частицы, так и более протяжённые области внутриоблачной среды, получающие заряд в результате процессов внутриоблачной зарядки и развития различных неустойчивостей [26, 27].

Данная статья организована следующим образом. Сначала рассматривается ставшая уже классической четырёхслойная структура заряда в грозовом облаке и вычисляется внутриоблачное поле. Затем с использованием сетей клеточных автоматов строится перколяционная модель внутриоблачного разряда. Рассматривается формирование дерева разряда и его токовой системы, осуществляющей перенос заряда внутри облака. Далее построенная модель применяется для расчёта электромагнитного излучения молнии. Обсуждение полученных результатов составляет содержание заключительного раздела статьи.

1. ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ

Облачная молниевая вспышка переносит электрический заряд между двумя областями в пределах одного грозового облака или между соседними облаками. Наиболее типичные внутриоблачные разряды происходят между основной зоной отрицательного заряда и расположенной выше основной зоной положительного заряда [28]. Моделирование проводилось в области с размером $12 \times 12 \times 12$ км в декартовой системе координат, в которой ось z направлена вертикально. Область моделирования была разделена на элементарные кубические ячейки с длиной ребра $a = 50$ м.

Таблица 1

Заряженный слой	Высота z , км	Толщина h , км	Радиус R , км	Плотность заряда ρ_0 , нКл/м ³	Полный заряд Q , Кл
NS	11,0	0,4	4,0	-0,58	-20,0
P	9,6	0,6	3,5	0,95	40,0
N	6,7	0,6	3,0	-1,96	-60,0
LP	4,5	1,0	2,6	0,33	12,5

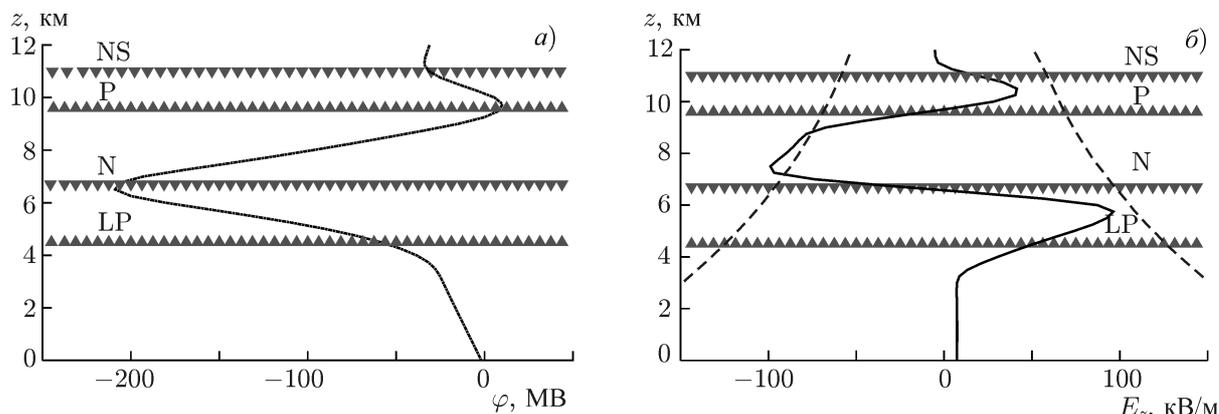


Рис. 1. Распределение потенциала (а) и вертикальной компоненты электрического поля (б) на оси заряженных слоёв в (1) для параметров, представленных в табл. 1. Пунктирными линиями показан высотный профиль порогового поля $\pm E_0$, рядами треугольников отмечены высоты центров заряженных слоёв

Структура электрического заряда в облаке предполагалась состоящей из четырёх слоёв: двух основных — нижнего отрицательного (N) и верхнего положительного (P) — и двух дополнительных — нижнего положительного (LP) и верхнего отрицательного (NS), которые часто называют экранирующими. Слои N, P и LP отвечают общепринятой трипольной структуре облака [29]. Слой N обычно расположен на высотах, соответствующих интервалу температур от -10 до -25 °C, в то время как слой LP — в окрестности и несколько ниже нулевой изотермы. Параметры слоёв, включая величины зарядов, приведены в табл. 1. При выборе параметров зарядовых слоёв использовались данные измерений [9, 30]. При этом суммарный электрический заряд слоёв, вообще говоря, может быть отличен от нуля с учётом роста проводимости с высотой. Однако последовательный учёт этого эффекта выходит за рамки настоящей работы.

Плотность заряда в каждом из слоёв описывалась с помощью модифицированного распределения Гаусса:

$$\rho_i = \rho_i(0) \exp \left[- \left(\frac{z - z_i}{h_i} \right)^{2\gamma} - \left(\frac{r}{R_i} \right)^{2\gamma} \right], \quad (1)$$

где $\rho_i(0)$ — максимальная плотность заряда i -го слоя, z_i , h_i и R_i — его высота, толщина (иногда называемая мощностью слоя) и радиус соответственно. Показатель степени γ определяет ширину $\sigma_\rho \sim R_i/\gamma$ зоны перехода от близкой к максимальному значению $\rho_i(0)$ плотности заряда к нулевому значению вблизи границ заряженной области. В данной работе рассматривались слои со сравнительно узкой зоной перехода: $\gamma = 4$. По заданной величине заряда потенциал электрического поля $\varphi(\mathbf{r})$ находится в пренебрежении слабой проводимостью облачной среды путём решения уравнения Пуассона $\nabla^2 \varphi = -\rho(\mathbf{r})/\varepsilon_0$, где ε_0 — электрическая постоянная, при этом

напряжённость электрического поля

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\nabla\varphi(\mathbf{r}). \quad (2)$$

На рис. 1 показаны высотные профили потенциала и вертикальной компоненты электрического поля, отвечающие распределению заряда (1) с параметрами, приведёнными в табл. 1. На рис. 1б пунктирными линиями показана зависимость от высоты порогового поля инициации молниевое разряда [31]

$$E_0(z)[\text{кВ/м}] = 216 \exp\left(-\frac{z[\text{км}]}{8,4}\right). \quad (3)$$

В модели внутриоблачный разряд начинает развиваться на высоте 7,5 км между двумя ячейками модельной структуры, где электрическое поле достигает максимума и заметно превышает пороговый уровень E_0 . Традиционный подход к моделированию молниевое разряда, изложенный в работе [32], основан на ставшем уже классическим рассмотрении [21], в котором самоподобная структура дерева разряда определена особенностями алгоритма роста так называемых лапласовских фракталов. Дерево разряда растёт в дискретном пространстве времени, причём на каждом шаге модельного времени граф разряда увеличивается на одно ребро, соединяющее некоторую периферийную точку графа с новой точкой ближайшего окружения. Эта точка выбирается случайно на основе следующего распределения вероятности:

$$P(r_i) = \begin{cases} |E(r_i) - E_c^\pm|^m/Z, & E(r_i) \geq E_c^\pm; \\ 0, & E(r_i) < E_c^\pm, \end{cases} \quad (4)$$

где E_c^+ и E_c^- — критическое поле распространения положительного (E_c^+) или отрицательного (E_c^-) лидера, показатель времени m — параметр модели, r_i — координаты периферийных точек графа разряда на модельной решётке, $i = 1, \dots, N$, поле $E(r_i)$ определяется решением уравнения Пуассона, нормировочный коэффициент

$$Z = \sum_{i: E(r_i) \geq E_c^\pm} |E(r_i) - E_c^\pm|^m. \quad (5)$$

Более того, геометрия надкритической области, в которой напряжённость $E(r) > E_c^\pm$, полностью определяет типичные размеры и конфигурацию дерева разряда даже в случае слабой надкритичности, когда $0 < |E - E_c^\pm|/E_c^\pm \ll 1$.

Авторами настоящей работы развивается несколько иной подход к моделированию молниевое разряда [8, 24], который предполагает, что лидеры могут развиваться одновременно в различных периферийных точках дерева разряда. Это достигается использованием распределения вероятности в форме Вейбулла:

$$P(r_i) = \begin{cases} 1 - \exp\left(-\left|\frac{E(r_i) - E_c^\pm}{E_0 - E_c^\pm}\right|^m\right), & E(r_i) \geq E_c^\pm; \\ 0, & E(r_i) < E_c^\pm, \end{cases} \quad (6)$$

где m — индекс Вейбулла (о связи индексов m в выражениях (4) и (6) см. ниже аппроксимацию (10)), E_0 — критическое поле инициации лидера, причём критическое поле инициации лидера существенно превышает критическое поле его распространения: $E_0 \gg \{E_c^+, E_c^-\}$. В лабораторных условиях поле E_c^\pm составляет величину порядка 100 кВ/м [33] и может существенно понижаться в случае лидера молнии [34]. Зависимость (6) для различных параметров m показана на рис. 2.

Значительное понижение критических полей инициации E_0 и распространения лидера E_c^\pm по сравнению с их лабораторными аналогами физически обусловлено наличием сильных неоднородностей в распределении внутриоблачного заряда. Указанные неоднородности возникают в широком диапазоне пространственных масштабов в результате действия различных механизмов. Появление мелкомасштабных неоднородностей с линейными размерами до нескольких метров, влияющих, в первую очередь, на развитие стримеров, связано с локализацией связанного заряда с различным знаком и величиной на внутриоблачных частицах. Предположим, например, что распределение объёмной плотности заряда $\rho(\mathbf{r})$ представляет собой пространственный белый шум, удовлетворяющий соотношению

$$\langle \rho(\mathbf{r}_1) \rho(\mathbf{r}_2) \rangle = Q^2 N_Q \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \quad (7)$$

где N_Q — концентрация облачных частиц, $\delta(\mathbf{r})$ — дельта-функция Дирака, угловые скобки обозначают пространственное усреднение, а произведение $Q^2 N_Q$ характеризует интенсивность шумовых флуктуаций заряда. Тогда в рамках квазиэлектростатического описания ансамбля внутриоблачных зарядов несложно показать [35], что среднеквадратичные флуктуации разности потенциалов $\delta\varphi$ между пространственно-разнесёнными точками системы пропорциональны корню квадратному из расстояния δr между этими точками и могут достигать значительных величин даже в отсутствие регулярного электрического поля:

$$\langle [\delta\varphi(\delta r)]^2 \rangle^{1/2} = 2Q \sqrt{\pi N_Q \delta r}. \quad (8)$$

Из соотношения (8) следует, что квазиэлектростатическое поле, создаваемое заряженными внутриоблачными частицами, характеризуется значительными пространственными флуктуациями и обладает свойством масштабной инвариантности. При этом интенсивность флуктуаций поля пропорциональна концентрации и квадрату характерной абсолютной величины заряда внутриоблачных частиц. Далее, на масштабах от нескольких до десятков и сотен метров существенную роль в формировании неоднородностей электрического поля грозового облака играют турбулентность и пучково-плазменная неустойчивость [26, 27, 36]. Именно наличие сильных неоднородностей электрической структуры внутриоблачной среды приводит к эффективному снижению критических полей, которое феноменологически описывается вероятностным подходом на основе распределения (6).

Заметим, что для полей, близких к критическому, когда

$$\left| \frac{E(r_i) - E_c^\pm}{E_0 - E_c^\pm} \right|^m \ll 1, \quad (9)$$

распределение вероятности (6) трансформируется в следующий простой вид:

$$P(r_i) \propto |E(r_i) - E_c^\pm|^m, \quad (10)$$

что с точностью до нормировки совпадает с выражением (4).

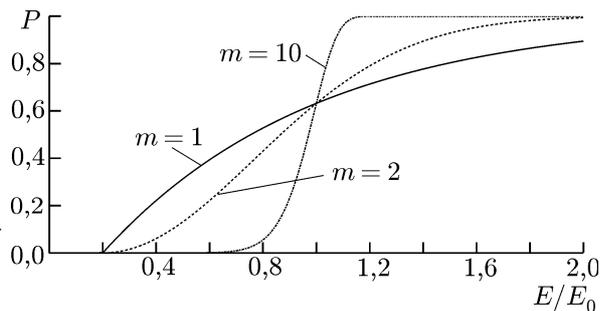


Рис. 2. Распределение вероятности (6) развития лидера в зависимости от напряжённости электрического поля. Критическое поле распространения лидера составляет одну пятую критического поля его инициации: $E_c^\pm = E_0/5$

Возникающее дерево разряда представляет собой направленный граф, вершины и рёбра которого соответствуют узлам и ветвям проводящей структуры дерева. Все вершины этого графа можно разбить на три непересекающиеся группы: 1) периферийные вершины, образующие внешнюю границу дерева, 2) промежуточные вершины, последовательно соединяющие смежные звенья отдельных ветвей, и 3) точки соединения ветвей, или точки ветвления, — вершины, общие для трёх и более звеньев. Индексом вершины называется полное число приходящих в неё и исходящих из неё направленных рёбер (стрелок), причём направление стрелок соответствует направлению тока положительных зарядов. Например, индекс периферийной вершины равен единице, промежуточной вершины — двум и т. д. (см. рис. 3).

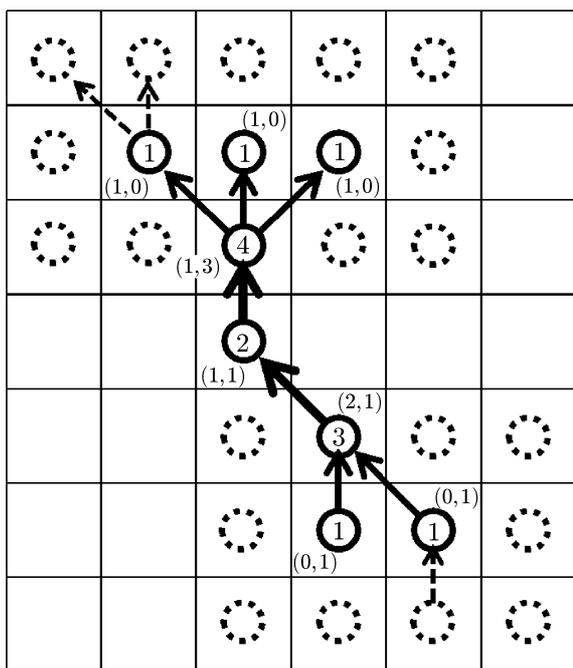


Рис. 3. Схема проводящего кластера. Сплошные окружности соответствуют вершинам проводящего графа, в каждой окружности вписан индекс вершины. В скобках указано число входящих и исходящих направленных ребёр (стрелок) для данной вершины. Направление стрелок соответствует положительному электрическому току

рёбер. Ствол заканчивается парой вершин, одна из которых относится к типу $(1, n)$, а другая к типу $(n, 1)$. Вершины типа $(1, n)$ с $n \geq 2$ и соединяющие их рёбра формируют крону ориентированного дерева, а вершины типа $(n, 1)$ и соединяющие их рёбра формируют его корень (см. рис. 3).

Иерархическая система токов в развивающейся проводящей структуре внутриоблачного разряда принципиально отличает обсуждаемую модель от предшествующих фрактальных моделей молниевых разряда, основанных на предположении об эквипотенциальности дерева разряда на каждом шаге модельного времени [7]. В каналах модельного дерева разряда течёт электрический ток, который, с одной стороны, выравнивает потенциалы в вершинах проводящего графа, а с другой — удовлетворяет закону Кирхгофа при соединении или разделении каналов в точках ветвления [37, 38]. Поэтому силу тока j_A в канале, соединяющем, например, вершины с коорди-

Каждой вершине поставим в соответствие пару чисел (a, b) , равных числу входящих и исходящих рёбер соответственно. Величина $a + b$ совпадает, очевидно, с индексом вершины. Все периферийные вершины при этом разделятся на две группы: вершины типа $(1, 0)$, которые можно условно назвать анодами, и вершины типа $(0, 1)$, которые можно условно назвать катодами (см. рис. 3).

Возникновению разряда соответствует рождению пары смежных вершин, одна из которых относится к типу $(1, 0)$, а другая — к типу $(0, 1)$. На следующем шаге модельного времени состояние активной периферийной вершины типа $(1, 0)$ переходит в состояние типа $(1, n)$, где n — число вновь активированных соседей рассматриваемой вершины (пунктирные стрелки на рис. 3). Аналогично состояние активной периферийной вершины типа $(0, 1)$ переходит в состояние типа $(n, 1)$. Таким образом, вся совокупность вершин эволюционирующей структуры распределяется между типами $(1, n)$ и $(n, 1)$ с целыми неотрицательными n . Стволом дерева разряда является неразветвлённая центральная часть структуры, представляющая собой ориентированную цепь, состоящую из вершин типа $(1, 1)$ и соединяющих их

натами \mathbf{r}_2 и \mathbf{r}_1 , можно представить как сумму двух слагаемых:

$$j_A = \frac{\varphi(\mathbf{r}_2) - \varphi(\mathbf{r}_1)}{\mathfrak{R}L} + j_K, \quad (11)$$

где L — длина проводящего элемента, соединяющего указанные вершины, а \mathfrak{R} — его погонное сопротивление. В данной работе использовалось значение $\mathfrak{R} = 0,1$ МОм/м [39]. Длина канала L совпадает с шагом модельной решётки ($L = a$) для каналов, ориентированных вдоль декартовых осей, либо равна $\sqrt{2}a$ для диагональных элементов (см. рис. 3).

Первое слагаемое в правой части выражения (11) пропорционально разности потенциалов $\varphi(\mathbf{r}_2) - \varphi(\mathbf{r}_1)$, приложенной к этой паре вершин, второе — учитывает ветвление каналов по правилу Кирхгофа: сумма входящих в вершину токов равна сумме исходящих токов. Первое слагаемое меняет заряды в вершинах канала: изменение заряда δq в вершинах с координатами \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 за

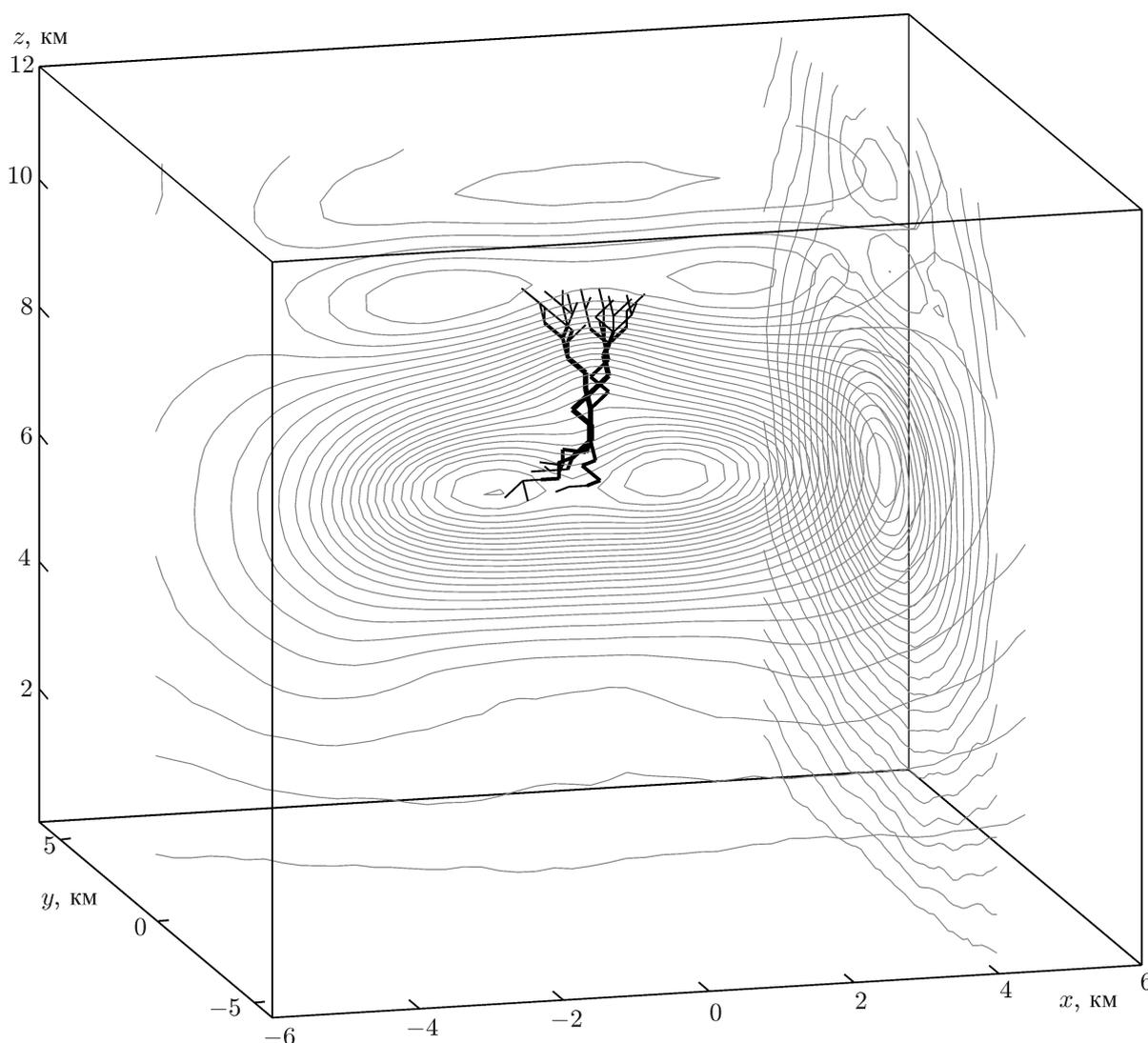


Рис. 4. Результат трёхмерного моделирования внутриоблачного разряда для исходной конфигурации зарядов, соответствующей данным табл. 1, в некоторый момент времени. Структура эквипотенциальных линий $\varphi = \text{const}$ показана в двух ортогональных плоскостях: $x = 4$ км и $y = 0$

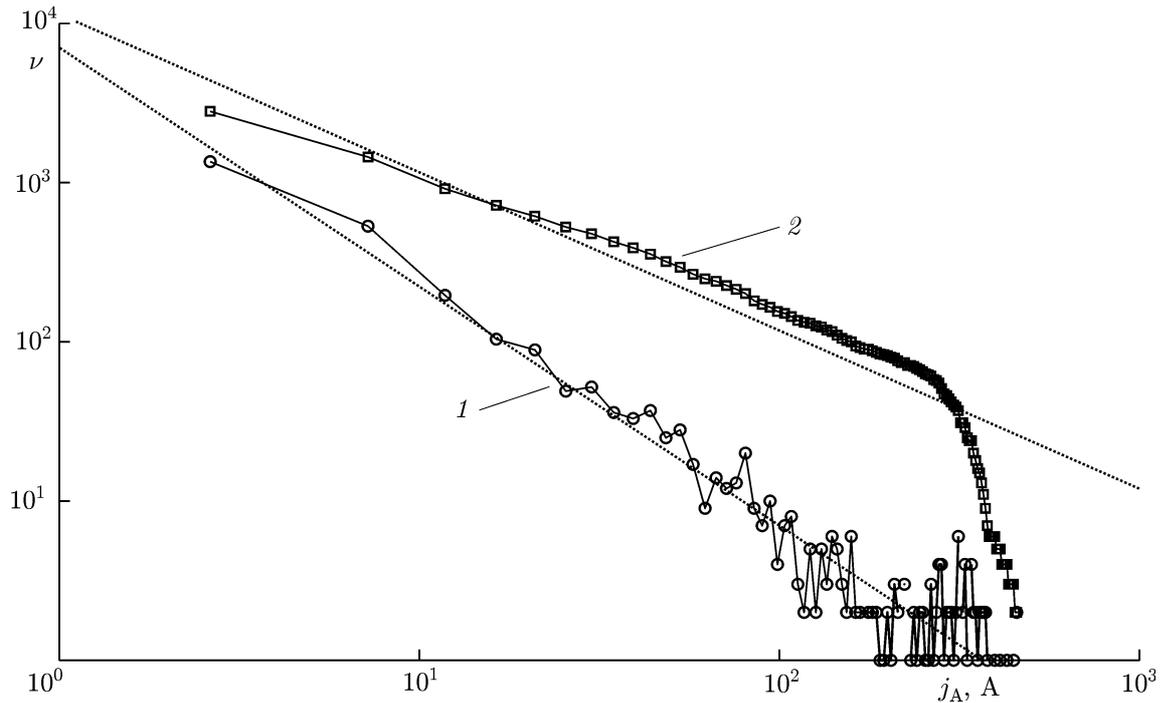


Рис. 5. Гистограмма числа каналов ν дерева модельного разряда по силе протекающего по ним тока

один шаг модельного времени δt равно

$$\delta q(\mathbf{r}_1) = -\delta q(\mathbf{r}_2) = \delta t \frac{\varphi(\mathbf{r}_2) - \varphi(\mathbf{r}_1)}{\mathfrak{R}L}, \quad (12)$$

второе слагаемое описывает интегральный ток дерева и не меняет зарядов вершин. Периферийные вершины типа $(1,0)$ не имеют исходящих токов, а периферийные вершины типа $(0,1)$ не имеют входящих токов, поэтому токи в периферийных ветках дерева разряда не содержат второго «кирхгофсовского» слагаемого. Благодаря второму слагаемому в правой части выражения (11) элементы формирующегося дерева разряда сильно различаются по силе проходящего по ним тока. Например, ток в стволе существенно превосходит токи на периферии разряда, причём по мере движения от периферийных элементов к стволу растёт не только сила тока, но и время существования проводящего ребра. На рис. 4 показана в изометрии характерная конфигурация проводящего дерева, толщина рёбер которого пропорциональна логарифму силы проходящего по ним тока.

Смена конфигурации дерева разряда на каждом шаге моделирования целиком определяется состоянием его периферийных вершин (кружки с единицами на рис. 3). Такой подход даёт возможность последовательно учитывать крупномасштабное поле грозового облака, поскольку именно периферийные вершины являются точками приложения к кластеру внешней разности потенциалов — тем большей, чем сильнее внешнее поле и чем крупнее сам кластер. Используется следующий алгоритм описания динамики периферийных кластеров. Если напряжённость электрического поля между периферийной вершиной и её ближайшими соседями (пунктирные окружности на рис. 3) превышает критическое поле E_c^\pm , то с вероятностью (6) возникает одна или несколько новых проводящих связей и такое же количество новых периферийных вершин (пунктирные стрелки на рис. 3), анализ которых будет проводиться уже на следующем шаге модельного времени. Если же периферийная вершина не активировала соседей, то она исчезает (отмирает) вместе с соответствующим ей проводящим ребром, передавая роль периферии своей

ближайшей предшественнице, если последняя имеет индекс, равный двум, т. е. не является точкой ветвления. В случае, когда вершина отмирающей связи является точкой ветвления, её индекс просто уменьшается на единицу.

Структура дерева разряда является иерархической (каналы расположены в порядке подчинённости) и самоподобной (мелкомасштабные фрагменты разряда в статистическом аспекте воспроизводят особенности всего дерева). Структурные иерархичность и самоподобие дерева разряда отражаются и на его особенностях как системы переноса заряда и излучающей антенны. Скейлинговые свойства токовой системы модельного дерева разряда иллюстрирует рис. 5, на котором в двойном логарифмическом масштабе представлены гистограммы числа каналов разряда в зависимости от силы протекающего по ним тока.

Зависимость 1 на рис. 5 воспроизводит число каналов ν с амплитудой тока в интервале $j_A \pm 1$ А как функцию силы тока j_A . Зависимость 1 хорошо аппроксимируется степенным законом: $\nu(j_A) \propto j_A^{-3/2}$ (пунктирная прямая 1 на рис. 5). Зависимость 2 на рис. 5 воспроизводит число каналов ν с силой тока, превышающей данную величину j_A . Эта накопительная гистограмма имеет непосредственное отношение к особенностям радиоизлучения токовой системы: более сильные и долгоживущие токи дают основной вклад в низкочастотное излучение. Накопительная гистограмма хорошо аппроксимируется зависимостью $\nu(j_A) \propto j_A^{-1}$ (пунктирная прямая 2 на рис. 5).

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ МОЛНИИ

В рамках предложенной модели можно определить характеристики радиоизлучения внутриоблачного молниевых разряда. Для высокочастотной составляющей спектра это было проделано в работах [6, 24], где при расчёте излучения учитывались только периферийные токи разрядного дерева. В данной работе представлено обобщение предыдущих результатов, учитывающее вклад всей иерархии токов внутриоблачного разряда. Предполагается, что точка приёма расположена на небольшой высоте у поверхности земли на расстоянии около 100 км от центра облака (см. рис. 6). В этом случае с учётом отражения от проводящей земли суммарное поле излучения в точке приёма вертикально и приблизительно равно удвоенной вертикальной компоненте поля излучения элементарного тока в вакууме. Используя пространственно-временные характеристики всей совокупности токов модельного разряда, можно найти поле излучения $E_z(\mathbf{r}, t)$ в приближении дальней зоны [24].

В рассматриваемой модели каждая проводящая связь представляет собой линейный ток с характерным пространственным размером L и амплитудой, определяемой выражением (11). Для

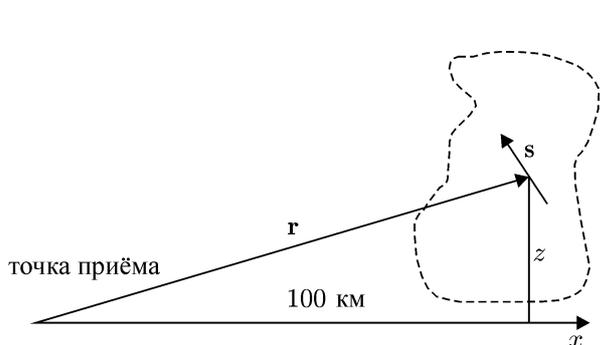


Рис. 6. Схема расчёта радиоизлучения грозового облака

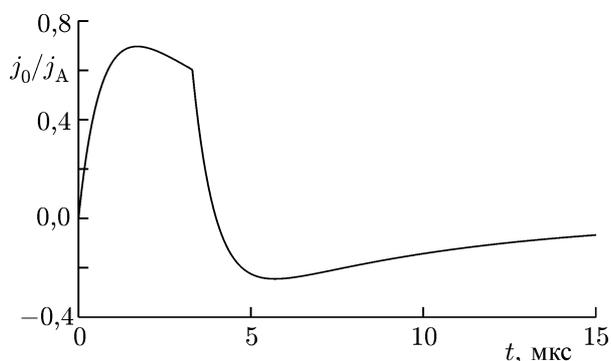


Рис. 7. Временной профиль модельного импульса тока

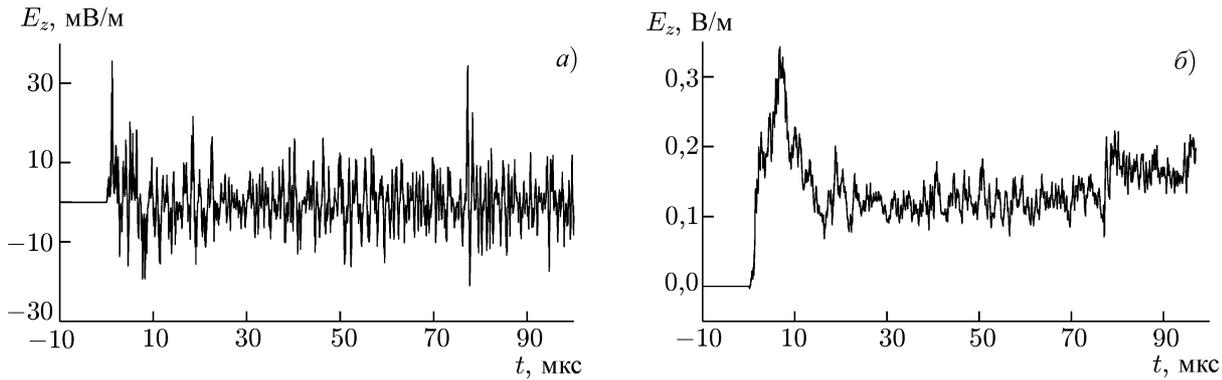


Рис. 8. Осциллограмма модельного радиосигнала, генерируемого внутриоблачным разрядом, в дальней зоне в высокочастотном диапазоне (а) и во всей полосе частот (б)

нахождения амплитуды поля излучения необходимо задать пространственно-временную зависимость тока, которую выберем в следующем виде [6, 24]:

$$j_0(t') = j_A \left[\exp(-\alpha t') - \exp(-\beta t') - \theta(t' - \tau) \left\{ \exp[-\alpha(t' - \tau)] - \exp[-\beta(t' - \tau)] \right\} \right],$$

$$t' = t - \mathbf{rs}/V, \tag{13}$$

где вектор \mathbf{s} задаёт направление вдоль элемента тока, вектор \mathbf{r} соединяет точку приёма с серединой линейного элемента тока (см. рис. 6), $\theta(t)$ — единичная функция Хевисайда, время запаздывания $\tau \sim L/V$ определяется скоростью V распространения фронта ионизации в элементарном мелкомасштабном разряде, коэффициенты α и β определяются внутренней динамикой отдельного микроураза [40]. В конкретных расчётах были выбраны следующие параметры: $\alpha = 2 \cdot 10^5 \text{ c}^{-1}$, $\beta = 2 \cdot 10^6 \text{ c}^{-1}$; длина $L = 50 \text{ м}$ для каналов, ориентированных вдоль декартовых осей, и $L \approx 71 \text{ м}$ для диагональных каналов, скорость $V \approx 1,5 \cdot 10^7 \text{ м/с}$; соответственно, $\tau \approx 3,3 \text{ мкс}$ для каналов, ориентированных вдоль декартовых осей, и $\tau \approx 4,7 \text{ мкс}$ для диагональных каналов. Соответствующая осциллограмма тока (13) представлена на рис. 7.

Согласно работам [6, 15–17, 24] амплитуда электрического поля излучения линейного тока вида (13) в дальней зоне ($r \gg \lambda$, где λ — характерная длина волны излучения) определяется выражением

$$E_z(\mathbf{r}, t) = \frac{Z_0}{2\pi r} \frac{(\nabla z \nabla s)}{c/V - (\nabla r \nabla s)} [j_0(t - t^{(1)}) - j_0(t - t^{(2)})], \tag{14}$$

где Z_0 — импеданс вакуума, c — скорость света в вакууме. Запаздывающие аргументы в (14) имеют вид

$$t^{(1)} = r/c - \left[1 - \frac{(\nabla r \nabla s) V}{c} \right] \frac{\tau}{2}, \quad t^{(2)} = t^{(1)} + \left[1 - \frac{(\nabla r \nabla s) V}{c} \right] \tau. \tag{15}$$

Далее амплитуды (14) суммируются для всех элементов дерева разряда в момент времени t . В высокочастотном диапазоне, когда частота $f > \tau^{-1}$, существенный вклад в поле излучения дают процессы локальной нейтрализации заряда и выравнивания потенциала. В диапазоне низких и средних частот, где $f < \tau^{-1}$, поле излучения определяется крупномасштабными токами, подчиняющимися закону Кирхгофа. На рис. 8 показаны характерные волновые формы высокочастотного широкополосного модельного радиосигнала, генерируемого внутриоблачным разрядом. Отметим, что широкополосный сигнал уже не является биполярным в отличие от высокочастотных компонент, т. к. наибольший вклад в поле излучения дают долгоживущие токовые каналы,

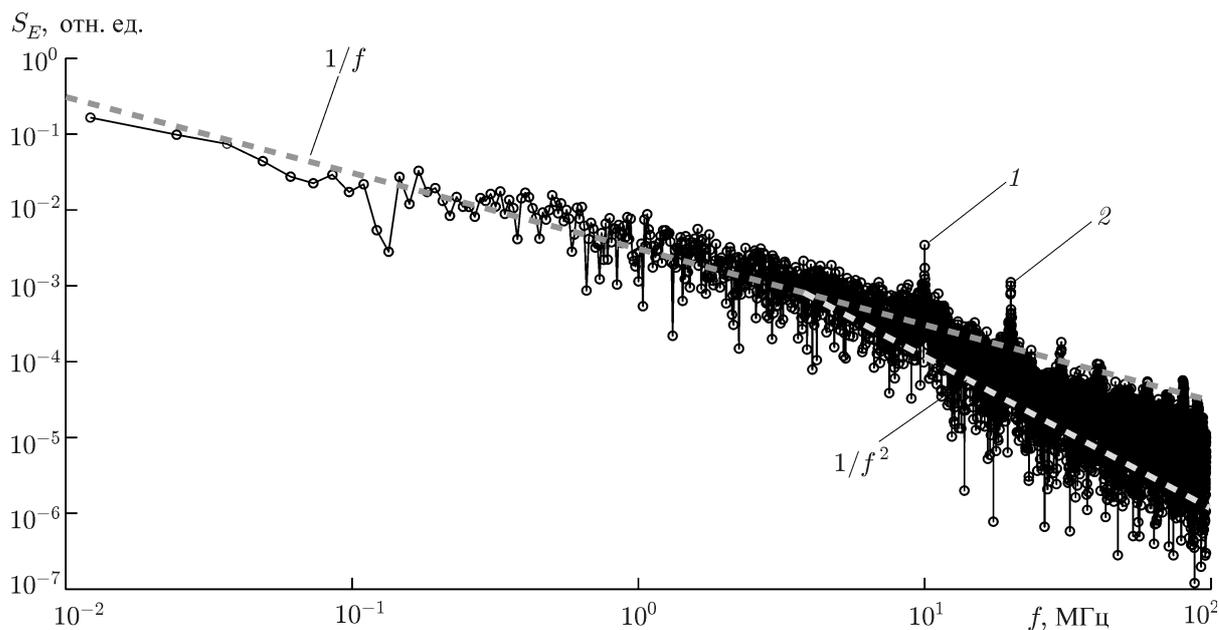


Рис. 9. Спектр электрического поля излучения модельного разряда в двойном логарифмическом масштабе. Пунктирные линии соответствуют аппроксимации расчётных данных зависимостью $1/f$ в области низких и средних частот и зависимостью $1/f^2$ в высокочастотной области. Спектральные максимумы 1 и 2 соответствуют гармоникам частоты $1/\delta t$, где $\delta t = 0,1$ мкс — шаг модельного времени

ориентация которых и определяет поляриность широкополосного сигнала. Из сравнения осциллограмм, приведённых на рис. 8, видно, что амплитуда широкополосного сигнала значительно превосходит амплитуду высокочастотного излучения.

На рис. 9 представлен спектр электрического поля излучения модельного дерева разряда в двойном логарифмическом масштабе. Одна из пунктирных линий соответствует аппроксимации расчётных данных степенной зависимостью $1/f$.

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В данной работе впервые построена модель широкополосного радиоизлучения внутриоблачного молниевых разряда. Формирование структуры разряда рассматривается в условиях типичного пространственного распределения плотности электрического заряда грозового облака (см. рис. 1). Построенная модель не только детально описывает морфологию дерева разряда, допускающая одновременный рост различных его ветвей, но и задаёт разветвлённую токовую систему, осуществляющую перенос электрического заряда внутри облака. Особое внимание при моделировании уделяется, с одной стороны, выравниванию потенциала в вершинах каждой ветки дерева разряда, а с другой — выполнению правила Кирхгофа при соединении или разъединении каналов в точках ветвления. Короткоживущие токи, сливаясь, обеспечивают существование более протяжённых во времени и пространстве токовых элементов. Последние, в свою очередь, поддерживают жизнь элементов, находящихся на следующих уровнях иерархии, и так далее вплоть до формирования пронизывающей всё облако крупномасштабной токовой системы. Иерархичность и самоподобие структуры внутриоблачного разряда подтверждаются универсальным поведением гистограммы числа каналов дерева модельного разряда в зависимости от силы протекающего по ним тока, представленной на рис. 5.

Построенная модель применена для расчёта электромагнитного излучения молнии в широкой полосе частот. Излучение в высокочастотном диапазоне обусловлена процессами пробоя с небольшими токами и пространственными масштабами порядка десятков и сотен метров [2, 41], а наиболее мощное излучение наблюдается в НЧ- и ОНЧ-диапазонах на активной стадии внутриоблачного разряда, когда в предварительно ионизированных каналах возникают сильные крупномасштабные токи. Показано, что пространственно-временной скейлинг возникающих в модельном грозовом облаке иерархических токовых конструкций обуславливает удивительную универсальность электромагнитного излучения грозы в диапазоне частот от нескольких десятков килогерц до сотен мегагерц, которая наблюдается в натуральных экспериментах [1]: спектр амплитуды электрического поля пропорционален зависимости $1/f$ в диапазоне ниже нескольких мегагерц и зависимости $1/f^2$ в более высокочастотной области [8, 24, 42].

Рисунок 9 показывает, что обсуждаемая модель воспроизводит наблюдаемую в натурном эксперименте модификацию критического поведения спектральной амплитуды, сопровождаемую изменением показателя степенного спектра с единицы на двойку в окрестности частоты излома $f_c \approx \tau^{-1}$. Заметим, что универсальность спектра в области низких и средних частот непосредственно связана с универсальным структурированием токов разряда (см. рис. 5): чем ниже частота компоненты излучения, тем более сильные и долгоживущие токи дают в неё основной вклад.

Работа выполнена при поддержке Правительства Российской Федерации (контракт 14.В25.31.0023) и Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 13-05-01100, 13-05-12102-офи_м, 15-01-06612).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Rakov V. A., Uman M. A. *Lightning, physics and effects*. Cambridge University Press, 2003.
2. Proctor D. E. // *J. Geophys. Res.* 1971. V. 76. P. 1478.
3. Thomas R. J., Krehbiel P. R., Rison W., et al. // *Geophys. Res. Lett.* 2001. V. 28, No. 1. P. 143.
4. Иудин Д. И., Трахтенгерц В. Ю. // *Физика атмосферы и океана*. 2000. Т. 5. С. 317.
5. Nickolaenko A. P., Price C., Iudin D. I. // *Geophys. Res. Lett.* 2000. V. 27. P. 3185.
6. Иудин Д. И., Трахтенгерц В. Ю. // *Изв. вузов. Радиофизика*. 2001. Т. 44, № 5–6. С. 419.
7. Mansell E. R., MacGorman D. R., Ziegler C. L., Straka J. M. // *J. Geophys. Res.* D. 2002. V. 107, No. 9. P. 4075.
8. Iudin D. I., Trakhtengertz V. Y., Hayakawa M. // *Phys. Rev. E*. 2003. V. 68. Art. no. 016601.
9. Krehbiel P. R., Rioussset J. A., Pasko V. P., et al. // *Nature*. 2008. V. 1. P. 233.
10. Мареев Е. А., Иудин Д. И., Трахтенгерц В. Ю. и др. // *Проектирование и технология электронных средств*. 2004. Т. 4. С. 7.
11. Bak P., Tang C., Wiesenfeld K. // *Phys. Rev. Lett.* 1987. V. 59. P. 381.
12. Bak P., Tang C., Wiesenfeld K. // *Phys. Rev. A*. 1988. V. 38. P. 364.
13. Bak P. *How nature works (the science of self-organized criticality)*. Oxford Univ. Press, 1997.
14. Jensen H. J. *Self-organized criticality*. Cambridge Univ. Press, 1998.
15. Vecchi G., Labate D., Canavero F. // *Radio Sci.* 1994. V. 29, No. 4. P. 691.
16. Le Vine D. M., Meneghini R. // *Radio Sci.* 1978. V. 13, No. 5. P. 801.
17. Le Vine D. M., Meneghini R. // *J. Geophys. Res.* 1978. V. 83. P. 2377.
18. Hayakawa M., Yokose F., Ida Y., Iudin D. I. // *J. Atmos. Electricity*. 2006. V. 26, No. 2. P. 51.
19. Iudin D. I., Trakhtengerts V. Y., Grigoriev A. N. // *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A*. 2003. V. 502. P. 526.

20. Hayakawa M., Nakamura T., Iudin D., et al. // *J. Geophys. Res. D.* 2005. V. 110, No. 6. Art. no. D06104.
21. Niemeier L., Pietronero L., Wiesmann H. J. // *Phys. Rev. Lett.* 1984. V. 52, No. 12. P. 1033.
22. Wiesmann H. J., Zeller H. R. // *J. Appl. Phys.* 1986. V. 60. P. 1770.
23. Femia N., Niemeier L., Tucci V. // *J. Phys. D.* 1993. V. 26. P. 619.
24. Hayakawa M., Iudin D. I., Trakhtengerts V. Y. // *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 2008. V. 70. P. 1660.
25. Gou X., Chen X. M., Du Y., Dong W. // *Geophys. Res. Lett.* 2010. V. 37. Art. no. L11808.
26. Trakhtengerts V. Y., Iudin D. I., Kulchitsky A. V. // *Phys. Plasmas.* 2002. V. 9, No. 6. P. 2762.
27. Trakhtengerts V. Y., Iudin D. I., Kulchitsky A. V., Hayakawa M. // *Phys. Plasmas.* 2003. V. 10, No. 8. P. 3290.
28. Krehbiel P. R. // *The Earth's electrical environment* / Ed. by R. L. Gardner. Washington: National Academy Press, 1986. P. 90.
29. Williams E. R. // *J. Geophys. Res. D.* 1989. V. 94, No. 11. P. 13151.
30. Rioussset J. A., Pasko V. P., Krehbiel P. R., et al. // *J. Geophys. Res.* 2007. V. 112. Art. no. D15203.
31. Marshall T. C., McCarthy M. P., Rust W. D. // *J. Geophys. Res. D.* 1995. V. 100, No. 4. P. 7097.
32. Pasko V. P., Inan U. S., Bell T. F. // *Geophys. Res. Lett.* 2000. V. 27, No. 23. P. 497.
33. Райзер Ю. П. Физика газового разряда. Долгопрудный: Изд. дом «Интеллект», 2009. 736 с.
34. Gallimberti I., Vacchiaga G., Bondiou-Glergerie A., Lalande P. // *Comptes Rendus-Physique.* 2002. V. 3, No. 10. P. 1335.
35. Иудин Д. И. // *Нелинейные волны — 2012.* Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2013. С. 67.
36. Трахтенгерц В. Ю. // *Докл. АН СССР.* 1989. Т. 308. С. 584.
37. Adalev S., Hayakawa M., Korovkin N. V., et al. // *IEICE Electronics Express.* 2006. V. 3, No. 10. P. 209.
38. Adalev S., Hayakawa M., Korovkin N. V., et al. // *J. Appl. Phys.* 2007. V. 101. Art. no. 083302.
39. Bazelyan J. M., Raizer Yu. P. *Spark discharge.* Boca Raton, New York: CRC Press, 1998.
40. Boulch M., Hamelin J., Weidman C. // *Lightning Electromagnetics* / Ed. by R. L. Gardner. 1987. P. 287.
41. Proctor D. E., Uytenbogaart R., Meredith B. M. // *J. Geophys. Res. D.* 1988. V. 93, No. 10. P. 12683.
42. MacGorman D. R., Rust W. D. *The electrical nature of storms.* Oxford Univ. Press, 1998. 304 p.

Поступила в редакцию 28 октября 2013 г.; принята в печать 27 марта 2015 г.

MODELING OF THE INTRACLOUD LIGHTNING DISCHARGE RADIO EMISSION

D. I. Iudin, F. D. Iudin, and M. Hayakawa

This paper aims at analyzing the broadband part of electromagnetic emission from thunderstorm clouds in a frequency range of tens of kilohertz to hundreds of megahertz. A model of the intracloud lightning discharge formation is presented. The lightning formation is described as a stochastic growth of the branching discharge channels, which is determined by the electrostatic field. The dynamics of the electric field and of the charge distribution over the lightning structure is calculated deterministically. The effect of the initial charge density in the cloud and the parameters of the conducting channels on spatio-temporal characteristics of the currents and structure of the lightning discharge is studied. The discharge radio emission is calculated by summing up the radiation fields of each channel at the observation point. The standard model for a separate discharge current is adopted, and the electromagnetic radiation in the far zone is estimated. It is found that the obtained frequency spectra exhibit a universal power-law behavior. The results of simulation agree with known experimental data.

Д. И. Иудин, Ф. Д. Иудин, М. Хаякава