УДК 621.385.69

ЗОНЫ ЗАХВАТА ЧАСТОТЫ МНОГОМОДОВОГО ГИРОТРОНА МЕГАВАТТНОГО УРОВНЯ МОЩНОСТИ ВНЕШНИМ СИГНАЛОМ

В. Л. Бакунин [1], *Г. Г. Денисов* [1], *Ю. В. Новожилова* [1,2] *

[1] Институт прикладной физики РАН;
[2] Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, Россия

Для многомодового гиротрона, работающего на частоте 170 ГГц с режимом включения, близким к реальному, исследован захват внешним монохроматическим сигналом частоты колебаний рабочей моды $TE_{28,12}$. На плоскости параметров ток—расстройка по магнитному полю или напряжению найдены зоны захвата, т. е. области одномодовой генерации на частоте внешнего сигнала. Показано, что с увеличением числа конкурирующих мод максимальный достижимый ток уменьшается, а зоны захвата при достаточно высоких токах сужаются.

ВВЕДЕНИЕ

В многомодовых гиротронах мегаваттного уровня мощности получение одномодовой одночастотной генерации с высоким коэффициентом полезного действия (КПД) достаточно проблематично. Это обусловлено, прежде всего, сгущением спектра мод при переходе к модам высокого порядка (рис. 1). Поскольку достижение высокого КПД происходит при жёстком режиме возбуждения колебаний рабочей моды с определённым сценарием включения напряжения и тока, в процессе включения могут последовательно возбуждаться паразитные моды. Другая причина нестабильности частоты генерируемого сверхвысокочастотного излучения — это флуктуации напряжения источника питания [1].

В настоящей работе рассматривается один из привлекательных вариантов обеспечения селекции мод и стабилизации частоты гиротрона — ввод в резонатор заданного монохроматического сигнала. Ранее синхронизация гиротрона внешним сигналом рассматривалась в работах [2–6] для упрощённых моделей с малым числом мод и стационарными параметрами электронного пучка на входе в пространство его взаимодействия с электромагнитным полем. При этом в работах [2–5] использовались феноменологические уравнения, описывающие возбуждение поля внешним сигналом и записанные с точностью до коэффициентов, а полученные в статье [6] уравнения возбуждения оказались некорректными из-за неточной формулировки граничных условий. В работах [7, 8] показана возможность эффективной селекции мод и стабилизации частоты многомодового гиротрона. В них предполагалось, что поступающая из выходного тракта гиротрона монохроматическая волна, источником которой может служить задающий гиротрон со стабилизированной частотой, трансформируется в рабочую моду с помощью квазиоптического преобразователя, недавно предложенного и разработанного в ИПФ РАН [9]. В статье [7] рассматривался захват генерации гиротрона с нефиксированной структурой поля и эквидистантным спектром мод. Для гиротрона со сверхразмерным резонатором моды с одинаковыми радиальными индексами и направлением вращения полей, совпадающим с направлением вращения электронов в магнитном поле, можно считать эквидистантными. Однако в процессе взаимодействия с электронным пучком также могут участвовать моды со встречным вращением, если их коэффициенты связи с пучком достаточно велики (см. рис. 1).

* julia.novozhilova2009@yandex.ru

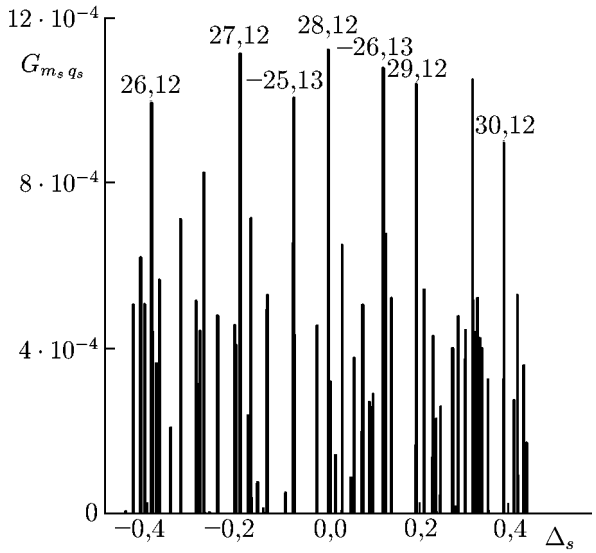

Рис. 1. Коэффициенты связи с электронным пучком мод, близких по частоте к рабочей моде $TE_{28,12}$, в зависимости от безразмерной расстройки Δ_s между собственными частотами каждой из этих мод и рабочей моды. Пары чисел соответствуют индексам мод

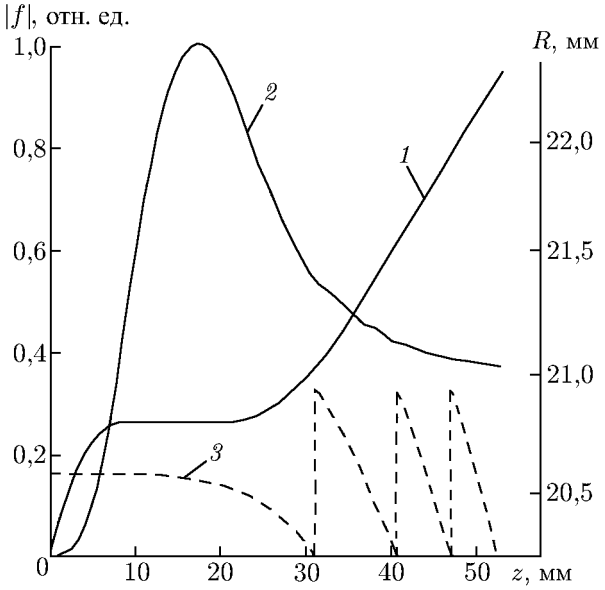

Рис. 2. Зависимость радиуса резонатора R (кривая *1*), модуля f (кривая *2*) и фазы поля φ (кривая *3*) в резонаторе от продольной координаты. Фаза φ изменяется в пределах от 0 до 2π

В настоящей работе численное исследование модели многомодового гиротрона проводилось в приближении фиксированной продольной структуры поля. Алгоритм численного решения задачи о взаимодействии нескольких поперечных мод [10, 11] развит для случая неэквидистантного спектра мод, расстояние между которыми по частоте может быть достаточно большим и сравнимым с шириной линии циклотронного поглощения. Заметим, что в статье [8] при решении аналогичной задачи расстояние между модами предполагалось малым по сравнению с шириной этой линии. В данной работе найдены коэффициенты в уравнении, описывающем возбуждение гиротрона внешним сигналом, поступающим из выходного волновода. Решение полученных уравнений на основе разработанного численного алгоритма позволило найти зоны захвата, т. е. области, в которых осуществляется генерация рабочей моды на частоте внешнего сигнала, для многомодового гиротрона со сценарием включения тока и напряжения, близким к реальному. Эти зоны построены на плоскости параметров ток—расстройка (по магнитному полю и напряжению). Показано, что с ростом числа взаимодействующих мод из-за их конкуренции зоны одномодовой генерации при достаточно больши́х токах сужаются по расстройке, а максимального достижимые значения тока уменьшаются.

1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ И АЛГОРИТМ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Рассмотрим модель многомодового гиротрона мегаваттного уровня мощности (1,5÷2,0 МВт), работающего на частоте 170 ГГц с рабочей модой $TE_{28,12}$. Резонатор гиротрона представляет собой отрезок волновода с закритическим сужением на левом конце, плавно сопряжённый с выходным волноводом на правом конце (рис. 2). Добротности резонатора Q_s для всех взаимодействующих мод предполагаем существенно превосходящими минимальную дифракционную доб-

ротность, так что время пролёта электронов через резонатор $T_{\rm t}$ мало́ по сравнению с временем установления генерации $\tau_s \approx Q_s/\omega_s$ различных мод:

$$T_{\rm t} \ll \tau_s, \tag{1}$$

Здесь s — номер моды (номер рабочей моды примем равным нулю), ω_s — «холодная» (т. е рассчитываемая в отсутствие электронного пучка) собственная частота s-й моды. Будем считать, что внешний сигнал имеет такую же поперечную структуру, как и рабочая мода, и поступает в резонатор из выходного тракта. Входные параметры электронного пучка медленно (по сравнению со всеми переходными процессами) изменяются в процессе включения: напряжение растёт во времени по экспоненциальному закону

$$\tilde{U}(t) = U_{\rm start} + (U - U_{\rm start})\,[1 - \exp(-t/T_{\rm st})], \tag{2}$$

где $\tilde{U}$, $U_{\rm start}$ и U — текущее, начальное и конечное напряжения соответственно, $T_{\rm st}$ — время установления. С ростом поперечного электрического поля на катоде пушки вследствие эффекта Шоттки увеличивается ток:

$$\tilde{I} = I\,\sqrt{\tilde{U}/U}\,, \tag{3}$$

где $\tilde{I}$ и I — текущий и конечный токи соответственно, а также растут энергия, питч-фактор электронов и расстройки по магнитному полю и напряжению (рис. 3). Такой сценарий включения параметров близок к реально используемому для установления режима высокого КПД в гиротроне. В зависимости от конечного тока и магнитного поля этот сценарий обеспечивает мягкое или жёсткое самовозбуждение колебаний. Режиму с наиболее высоким КПД соответствует жёсткое самовозбуждение гиротрона.

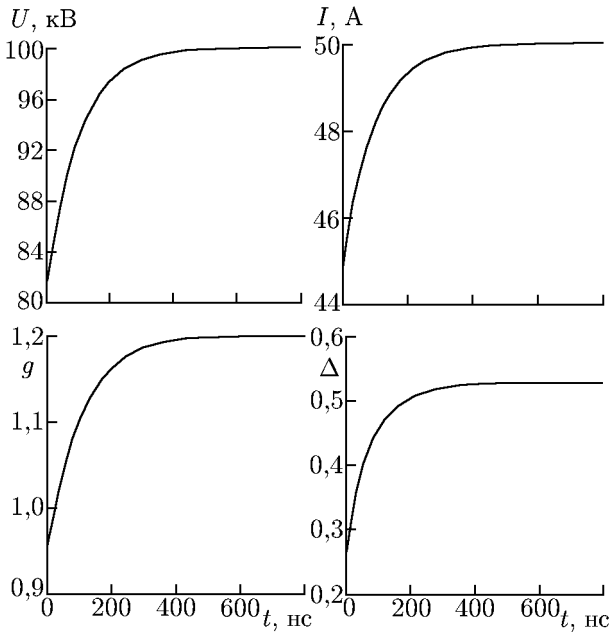

Рис. 3. Временны́е зависимости напряжения U, тока I, питч-фактора g и расстройки циклотронного резонанса Δ в процессе включения гиротрона

Уравнение, описывающее возбуждение рабочей моды, получим путём обобщения стационарного уравнения, связывающего амплитуды по́ля в резонаторе гиротрона и по́ля внешней падающей на гиротрон монохроматической волны [12], для случая, когда амплитуда поля в резонаторе меняется медленно (см. Приложение). Такой подход позволяет в приближении фиксированной структуры поля корректно описать влияние на генерацию гиротрона внешнего сигнала. Уравнения, описывающие возбуждение остальных (паразитных) мод, на которые внешний сигнал влияет только через электронный пучок, и уравнение движения электронов могут быть записаны в традиционном для многомодовых гиротронов виде [10, 11]. Однако при этом предполагается, что входные параметры электронов медленно (по сравнению с временем пролёта электронов через резонатор $T_{\rm t}$) изменяются в соответствии со сценарием включения (см. (1), (2) и рис. 2). Медленность изменения параметров при включении позволяет записать уравнения для амплитуд мод и уравнения движения в том же виде, как и при постоянных параметрах, и на каждом шаге интегрирования по времени считать ток, напряжение,

питч-фактор и расстройку постоянными. В результате самосогласованная система уравнений для исследования взаимодействия мод в гиротроне с внешним сигналом примет вид

$$\frac{2Q_s}{\bar{\omega}_s}\,\frac{\mathrm{d}F_s}{\mathrm{d}t}+\left[1+i\,\frac{2Q_s}{\bar{\omega}_s}\,(\bar{\omega}_s-\omega_s)\right]F_s-2i\delta_{s,0}B_{in}=i\chi_s, \tag{4}$$

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}\zeta}+\frac{\tilde{a}_\perp^2}{\tilde{a}_z}\,(\tilde{\Delta}+|p|^2-1)p=i\,\frac{\gamma}{\tilde{\gamma}\tilde{a}_\perp\tilde{a}_z}\sum_s F_s f(\zeta)\exp(i\Phi_s) \tag{5}$$

с начальными и граничными условиями

$$F_s(t=0)=F_s^{(0)},\qquad p(\zeta=0)=\exp(i\vartheta_0),\quad 0\le\vartheta_0<2\pi. \tag{6}$$

Здесь $F_s=A_s\exp(i\varphi_s)$ — безразмерная комплексная амплитуда поля s-й моды, которая связана с электрическим полем этой моды соотношением

$$\mathbf{E}=\mathrm{Re}\left\{-i\gamma\beta_\perp^3\,\frac{mc^2}{e}\sum_s f(\zeta)F_s(t)\exp(i\bar{\omega}_s t)[\mathbf{z}_0,\nabla_\perp\Psi_s(\mathbf{r}_\perp)]\right\},$$

$\Psi_s(\mathbf{r}_\perp)=J_{m_s}(\kappa_{\perp s}r)\exp(-im_s\psi)$ — мембранная функция, m — масса электрона, e — элементарный заряд, c — скорость света в вакууме, z и r — продольная и поперечная координаты соответственно, $\mathbf{z}_0$ — орт оси z, ψ — азимутальный угол, $\mathbf{r}_\perp=(r,\psi)$, $\nabla_\perp\Psi_s$ — поперечная компонента градиента, $\kappa_{\perp s}$ — поперечное волновое число s-й моды, $J_{m_s}(\kappa_{\perp s}r)$ — функция Бесселя первого рода m_s-го порядка, $p=p_\perp\exp\{i[\vartheta+(m_0-1)\psi]\}/(p_\perp|_{z=0})$ — безразмерный поперечный импульс электрона, $p_\perp$ — его модуль, $\vartheta=\int_0^z\omega_H/(c\beta_z)\,\mathrm{d}z'+\theta^{(\mathrm{in})}-\bar{\omega}_0 t$ — гирофаза электрона, $\vartheta|_{z=0}=\theta^{(\mathrm{in})}-\bar{\omega}_0 t=$ $=\vartheta_0\in[0,2\pi)$ — её значение на входе в пространство взаимодействия, $B_{\mathrm{in}}=B\sqrt{\bar{h}_0}\,/[g'(z_{ex})]$ — безразмерная амплитуда электрического поля внешней волны, заданного формулой

$$\mathbf{E}_{\mathrm{ex}}=\mathrm{Re}\left\{-i\gamma\beta_\perp^3\,\frac{mc^2}{e\sqrt{\bar{h}_0}}\sum_s B\exp(i\omega t)[\mathbf{z}_0,\nabla_\perp\Psi_0(\mathbf{r}_\perp)]\right\}$$

в сечении $z=z_{\mathrm{ex}}$ выходного волновода (см. Приложение),

$$\chi_s=I_s\,\frac{\tilde{I}}{I}\,\frac{\tilde{a}_\perp}{\tilde{a}_z}\int\limits_0^{\zeta_{\mathrm{ex}}}f^*(\zeta)\,\langle\langle p\rangle_\vartheta\exp(-i\Phi_s)\rangle_\psi\,\mathrm{d}\zeta \tag{7}$$

— электронная восприимчивость для s-й моды, индекс звёздочка обозначает комплексное сопряжение, $\zeta=[\beta_\perp^2/(2\beta_z)]/(\omega_0 z/c)$ — безразмерная продольная координата, $f(\zeta)=|f(\zeta)|\exp[i\varphi(\zeta)]$ — функция, описывающая продольную структуру поля, которая предполагается фиксированной на всей длине пространства взаимодействия от $\zeta=0$ до $\zeta=\zeta_{\mathrm{ex}}$ (рис. 2), γ — релятивистский гамма-фактор электрона, $\beta_\perp$ и β_z — поперечная и продольная безразмерные компоненты скорости электрона при $\zeta=0$ после завершения процесса включения напряжения, индекс $s=0$ соответствует рабочей моде, $\delta_{s,0}$ — символ Кронекера, ω_s — действительная часть «холодной» собственной частоты, $\bar{\omega}_s$ — опорная частота s-й моды. Опорная частота рабочей моды выбрана равной частоте внешнего сигнала ω, опорные частоты других мод равны $\bar{\omega}_s=\omega+\omega_s-\omega_0$, так что для каждой моды разность опорной и собственной частот одинакова:

$$\bar{\omega}_s-\omega_s=\omega-\omega_0. \tag{8}$$

Угловые скобки в уравнениях (4) и (5) означают усреднение по начальной фазе циклотронного вращения ϑ и азимутальной координате ведущих центров электронных орбит ψ. Коэффициенты с тильдой в этих уравнениях соответствуют входным параметрам, меняющимся в процессе включения напряжения, а без этого знака — установившимся значениям входных параметров в конце процесса включения. Так, $\tilde{a}_\perp = \tilde{\beta}_\perp/\beta_\perp$, $\tilde{a}_z = \tilde{\beta}_z/\beta_z$, $\tilde{\gamma}$ — масс-фактор в процессе включения,

$$\Phi_s = (\bar{\omega}_s - \bar{\omega}_0)t - (m_s - m_0)\psi \tag{9}$$

— фазы, появившиеся из-за разностей частот и азимутальных индексов мод, $\tilde{\Delta} = (2/\tilde{\beta}_\perp^2)\,[1 - \omega_H\gamma/(\tilde{\gamma}\omega_0)]$ — безразмерная расстройка между циклотронной частотой электронов $\tilde{\omega}_H$ на входе в резонатор и опорной частотой рабочей моды, равной частоте внешнего сигнала (эта расстройка меняется в процессе включения напряжения), Δ — её значение после завершения процесса включения, $I_s = 2{,}35\cdot 10^{-4} I[\mathrm{A}][Q_s G_{m_s q_s}/(\gamma\beta_\perp^2\beta_z)]/N$ — безразмерный параметр тока [10, 11], $N = \int_0^{\zeta_{\mathrm{ex}}} |f(\zeta)|^2\,\mathrm{d}\zeta$ — норма волны, I — ток пучка, $G_{m_s q_s} = [J_{m_s-1}(\nu_{m_s q_s} R_b/R_{\mathrm{r}})/J_{m_s}(\nu_{m_s q_s})]^2/(\nu_{m_s q_s}^2 - m_s^2)$ — коэффициент связи между электронным пучком и модой $\mathrm{TE}_{m_s q_s}$ (m_s и q_s — азимутальный и радиальный индексы соответственно), $\nu_{m_s q_s}$ — q_s-й нуль производной функции Бесселя $J_{m_s}(\xi)$, R_b — радиус трубчатого электронного пучка, R_{r} — радиус резонатора, функция $g(z)$ вводится в Приложении, штрих обозначает производную, $\bar{h}_0$ — значение продольного волнового числа h_0 нулевой моды в сечении $z = z_{\mathrm{ex}}$.

Важно отметить, что опорные частоты были различными для разных мод. Для каждой моды опорная частота выбиралась близкой к собственной «холодной» частоте этой моды (8). Это позволяло пренебрегать изменением комплексных амплитуд всех мод за время пролёта, даже если отстройка собственных частот мод друг от друга сравнима с обратным временем пролёта. Действительно, внешний сигнал эффективно воздействует на рабочую моду только при условии, что абсолютная величина отстройки его частоты от собственной частоты рабочей моды, $|\omega - \omega_0|$, не превышает ширину полосы захвата $|B_{\mathrm{in}}\omega_0/(F_0 Q_0)|$ [2,4]. Следовательно, согласно формуле (8), $|\bar{\omega}_s - \omega_s| \le |B_{\mathrm{in}}\omega_0/(F_0 Q_0)|$, а поскольку в любых практических приложениях мощность внешнего сигнала мала ($|B_{\mathrm{in}}/F_0| \ll 1$), то, согласно соотношению (1), $|\bar{\omega}_s - \omega_s| \ll T_{\mathrm{t}}^{-1}$. Мнимая χ_s'' и действительная χ_s' части восприимчивостей электронного потока (7) в соответствии с соотношениями Крамерса—Кронига являются величинами одного порядка и, как следует из уравнения (4), близки к модулям амплитуд полей взаимодействующих мод: $|\chi_s'| \sim |\chi_s''| \sim |F_s|$. Поэтому изменения модулей амплитуд полей за время пролёта малы (см. уравнение (4)): $\Delta\,|F_s| \sim |F_s|\,\omega_s T_t/Q_s \ll |F_s|$. Набег фаз амплитуд также мал: $\Delta\varphi_s \sim |\chi_s'|\,\omega_s T_{\mathrm{t}}/(|F_s|\,Q_s) \sim \omega_s T_{\mathrm{t}}/Q_s \ll 1$. В результате при интегрировании уравнений движения электронов, следуя предложенной в работе [10] методике, изменением комплексных амплитуд можно пренебречь. Однако фазы полей мод (9) могут сильно отличаться для электронов, оказывающихся в один и тот же момент времени в разных точках пространства взаимодействия, если разнос частот мод сравним с обратным временем пролёта. В этом случае на электроны воздействует поле, образованное биениями разных мод. Период биений может быть сравним с временем пролёта, и при интегрировании уравнений движения следует учесть запаздывание фазы электрона относительно полей мод (9). Время t в соотношении (9) — это тот момент, в который электрон находится в определённом сечении ζ в пространстве взаимодействия. В течение времени пролёта величина t для данного электрона меняется. Поэтому фазы (9) при интегрировании уравнений движения (5) удобно записать в виде

$$\Phi_s = (1/\tilde{a}_z)\,\Delta_s\zeta + (\bar{\omega}_s - \bar{\omega}_0)t_0 - (m_s - m_0)\psi, \tag{10}$$

где $t_0 = t - 2\bar{\zeta}/(\beta_\perp^2\tilde{a}_z\omega_0)$ — время влёта электрона в пространство взаимодействия, зависящее от координаты $\bar{\zeta}$, до которой электрон долетит к моменту времени t; $\Delta_s = (2/\beta_\perp^2)\,(\omega_s/\omega_0 - 1)$ — безразмерная расстройка между реальными частями собственных частот s-й и рабочей мод.

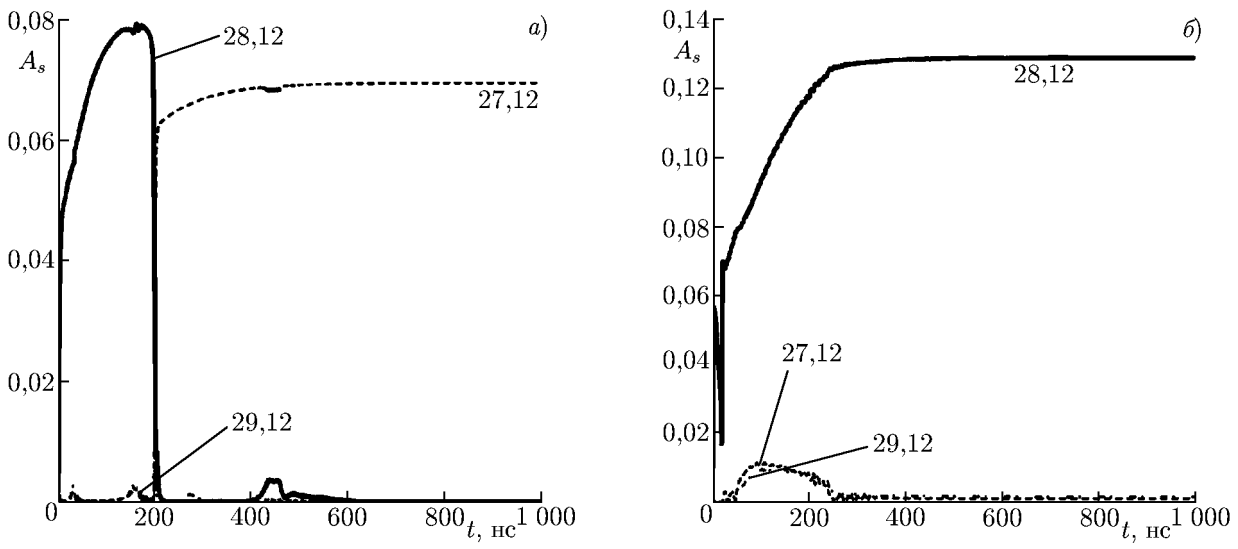

Рис. 4. Временны́е зависимости амплитуд мод при параметрах, оптимальных для достижения максимального КПД в зоне захвата (I = 70 А, Δ = 0,59): без сигнала (*а*) и с сигналом, мощность которого составляет 5 % от мощности излучения (*б*). Радиус электронного пучка равен 8,27 мм

При численном решении системы уравнений (4) и (5) рассматривалось взаимодействие рабочей моды $TE_{28,12}$ с четырьмя модами эквидистантного спектра ($TE_{26,12}$, $TE_{27,12}$, $TE_{29,12}$, $TE_{30,12}$) и двумя модами со встречным вращением ($TE_{-25,13}$ и $TE_{-26,13}$). Все моды отстояли по частоте от рабочей моды на величину, не превышающую $0{,}5T_{\rm t}^{-1}$. Электроны, которые в момент времени t оказывались в пространстве взаимодействия, влетали в резонатор в интервале времени $t_0 \in [t - T_t, t]$. Эти электроны разбивались на несколько (порядка 9) фракций по времени влёта. Комплексные амплитуды каждой из мод F_s, в соответствии с приведёнными выше рассуждениями, задавались для всех этих фракций одинаковыми и находились из уравнения (4) на предыдущем шаге интегрирования. Уравнения движения (5) интегрировались по ζ от нуля до значений $\bar{\zeta} \in [0, \zeta_{\rm ex}]$ с фазами электронов относительно полей мод в виде (10). В результате было найдено распределение поперечных импульсов электронов по длине пространства взаимодействия $p(\bar{\zeta})$ в момент времени t. Затем вычислялась электронная восприимчивость (7) в этот момент времени, при этом входящая в соотношение (7) фаза записывалась в виде (9) с одним и тем же значением t для всех электронов. Шаг интегрирования комплексных амплитуд по времени в уравнении (4) выбирался равным или слегка превышающим время пролёта, что позволило учитывать каждый электрон только на одном шаге интегрирования уравнений возбуждения. В каждой электронной фракции с разным временем влёта задавалось достаточное число электронов, равномерно распределённых по азимуту ψ и начальной фазе циклотронного вращения ϑ.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для численных расчётов были выбраны параметры, близкие к параметрам прототипа гиротрона для ITER, исследуемого в ИПФ РАН [13]: частота $f_0 = \omega_0/(2\pi) = 170$ ГГц, рабочая мода $TE_{28,12}$, мощность 2 МВт, добротность рабочей моды $Q_0 = 1\,370$, энергия электронов менялась в пределах 50÷100 кэВ, ток электронного пучка составлял 60÷95 А. Радиус электронного пучка равен 8,27 мм, радиус резонатора 20,77 мм, длина однородного участка резонатора составляла 12 мм (рис. 2). Заметим, что приближение фиксированной структуры поля справедливо при достаточно большом превышении поля внутри резонатора поля в выходном волноводе. При ука-

занной добротности отношение этих полей примерно равно 3, что позволяет считать полученные результаты пригодными для качественного описания процесса захвата частоты гиротрона. В расчётах конечное напряжение выбиралось равным 100 кВ, мощность внешнего сигнала составляла 5 % от мощности свободного излучения в режиме максимального КПД, частота внешнего сигнала не менялась и выбиралась оптимальной для достижения максимума КПД при токе 50 А в режиме захвата.

На рис. 4 показаны временны́е зависимости амплитуд мод при значениях тока I и расстройки по напряжению и магнитному полю Δ, оптимальных для достижения высокого КПД в режиме захвата частоты гиротрона внешним сигналом. Как видно из приведённых рисунков, в свободном режиме при выбранных параметрах установления одномодовой генерации на рабочей моде не происходит. Следует отметить, что при оптимальном для возбуждения рабочей моды радиусе электронного пучка (8,27 мм) моды со встречным вращением $TE_{-25,13}$ и $TE_{-26,13}$ возбуждались сла́бо как в свободном режиме, так и в режиме захвата. Однако при изменении радиуса электронного пучка в свободном режиме возникала генерация на этих модах (рис. 5).

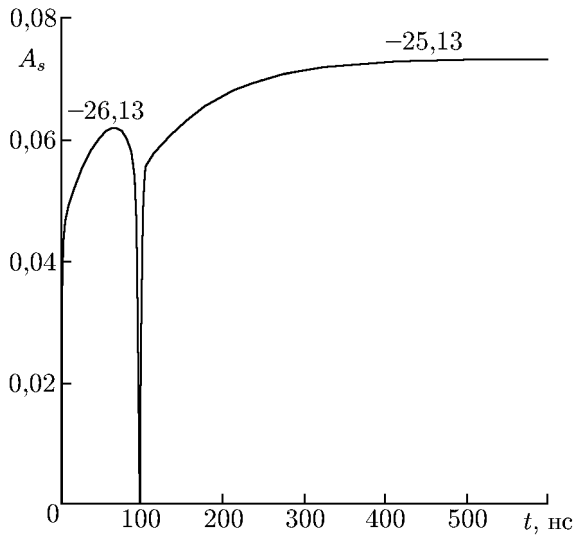

Рис. 5. Временны́е зависимости амплитуд мод в свободном режиме генерации при радиусе пучка 8 мм, благоприятном для возбуждения мод со встречным вращением, $I = 60$ А и $\Delta = 0{,}53$

Зоны одночастотной одномодовой генерации на плоскости параметров ток I—расстройка Δ показаны на рис. 6 при разном числе взаимодействующих мод для двух возможных режимов: автономной генерации и захвата внешним сигналом. Внутри этих зон происходит генерация единственной моды — рабочей моды $TE_{28,12}$ — на частоте, близкой к её собственной («холодной») частоте. Расстояние по частоте между соседними модами, показанными на рис. 1, составляет от 2 до 4 ГГц (по Δ_s — от 0,1 до 0,2), что существенно превышает ширину линии $\tau_s \approx \omega_s/Q_s$ для каждой моды и отстройку частоты внешнего сигнала от частоты рабочей моды, равную в оптимальном по КПД режиме 30 МГц. Важно подчеркнуть, что в автономном режиме каждой точке внутри зон соответствует своя частота генерации, а во всех точках внутри зон захвата частота генерации одинакова и равна частоте внешнего сигнала. При взаимодействии нескольких мод (пяти или семи) зоны сужаются по расстройке и становятся ограниченными сверху по току по сравнению с зоной, построенной без учёта влияния паразитных мод; однако зоны, построенные для взаимодействия пяти и семи мод, почти не отличаются друг от друга. Эти эффекты обусловлены конкуренцией мод. В процессе взаимодействия участвуют моды, попадающие в полосу циклотронного резонанса с шириной $\Delta \approx 4\pi/(\beta_\perp^2 T_t \omega_0)$, обратно пропорциональной времени пролёта. Величина Δ составляет примерно 0,3, при её расчёте целесообразно взять в качестве времени пролёта время движения электрона на участке с достаточно большим полем (рис. 2). Ширина зон одночастотной генерации сравнима с шириной полосы циклотронного резонанса. Поэтому моды, расположенные близко к рабочей моде ($TE_{27,12}$, $TE_{-25,13}$, $TE_{-26,13}$ и $TE_{29,12}$) оказывают существенное влияние на размер зон одночастотной генерации, а более далёкие моды ($TE_{26,12}$ и $TE_{30,12}$), отстоящие от рабочей моды по расстройке на величину $\Delta_s \approx 0{,}4$ (рис. 1), не попадают в полосу циклотронного резонанса и практически не возбуждаются.

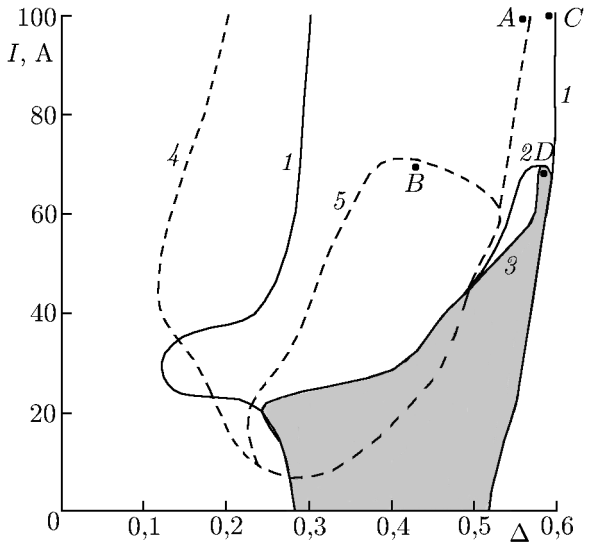

Рис. 6. Зоны захвата внешним сигналом (сплошные линии) и зоны одномодовой одночастотной генерации в автономном режиме (пунктирные линии) для гиротрона с рабочей модой $TE_{28,12}$ и разным числом взаимодействующих мод: для одной моды $TE_{28,12}$, для пяти мод ($TE_{28,12}$, $TE_{27,12}$, $TE_{29,12}$, $TE_{-25,13}$ и $TE_{-26,13}$) и для семи мод, отмеченных на рис. 1. Серым цветом выделена зона захвата при взаимодействии семи мод (кривая *3*). Кривые *1* и *2* ограничивают зоны захвата в случае учёта одной моды и пяти мод соответственно. Кривые *4* и *5* ограничивают зоны одномодовой одночастотной генерации в свободном режиме в случае учёта одной моды (кривая *4*), пяти или семи мод (кривая *5*). Максимальный КПД $\eta_\perp$ достигается в точках A (в свободном режиме при учёте одной моды, $\eta_\perp = 79\,\%$), B (в свободном режиме при учёте пяти или семи мод, $\eta_\perp = 60\,\%$), C (в режиме захвата при учёте одной моды, $\eta_\perp = 85\,\%$), D (в режиме захвата при учёте пяти или семи мод, $\eta_\perp = 81\,\%$). Мощность внешнего сигнала составляет 5 % от мощности излучения

Внутри зон захвата подавляются паразитные моды и при оптимальных параметрах устанавливается генерация на рабочей моде с достаточно высоким орбитальным КПД (рис. 6) и постоянной частотой, равной частоте внешнего сигнала, тогда как при свободной генерации наблюдаются малые осцилляции частоты рабочей моды (рис. 7). Часть зон захвата, при малых расстройках, лежит в области мягкого самовозбуждения, больши́е расстройки соответствуют области жёсткого самовозбуждения. При синхронизации генератора с жёстким самовозбуждением, как известно, возможны два режима генерации: синхронизованные автоколебания и вынужденные колебания с малой амплитудой [14, 15]. В данной работе наблюдались только синхронизованные колебания.

Как видно из рис. 4 и 6, при параметрах, соответствующих максимальному КПД в режиме захвата, свободная одномодовая генерация на рабочей моде $TE_{28,12}$ невозможна. Следовательно, существует порог синхронизации — минимальная мощность внешнего сигнала, при которой начинается генерация на рабочей моде. Этот порог виден на рис. 8, где изображён «язык» синхронизации на плоскости двух параметров: мощности и частоты внешнего сигнала. В соответствии с работами [2, 4], ширина полосы захвата для одномодового режима колебаний с мягким самовозбуждением примерно равна $|Bf_0/(F_0Q_0)|$, что при мощности сигнала 5 % от мощности излучения составляет около 38 МГц и хорошо согласуется с полученными результатами (рис. 8).

ВЫВОДЫ

Путём численного исследования многомодового гиротрона мегаваттного уровня мощности с внешним сигналом найдены зоны его одночастотной генерации на частоте внешнего сигнала (т. е. зоны захвата), в которых может достигаться достаточно высокий коэффициент полезного действия. Показано ограничение зон захвата по току и уменьшение ширины зон по сравнению с зоной захвата для одномодового гиротрона. Полученные результаты демонстрируют возможность создания стабилизированного по частоте многомодового гиротрона. Стабилизация частоты генерации гиротрона внешним сигналом представляется перспективной для создания большого числа когерентных источников излучения, например при синхронизации нескольких гиротронов

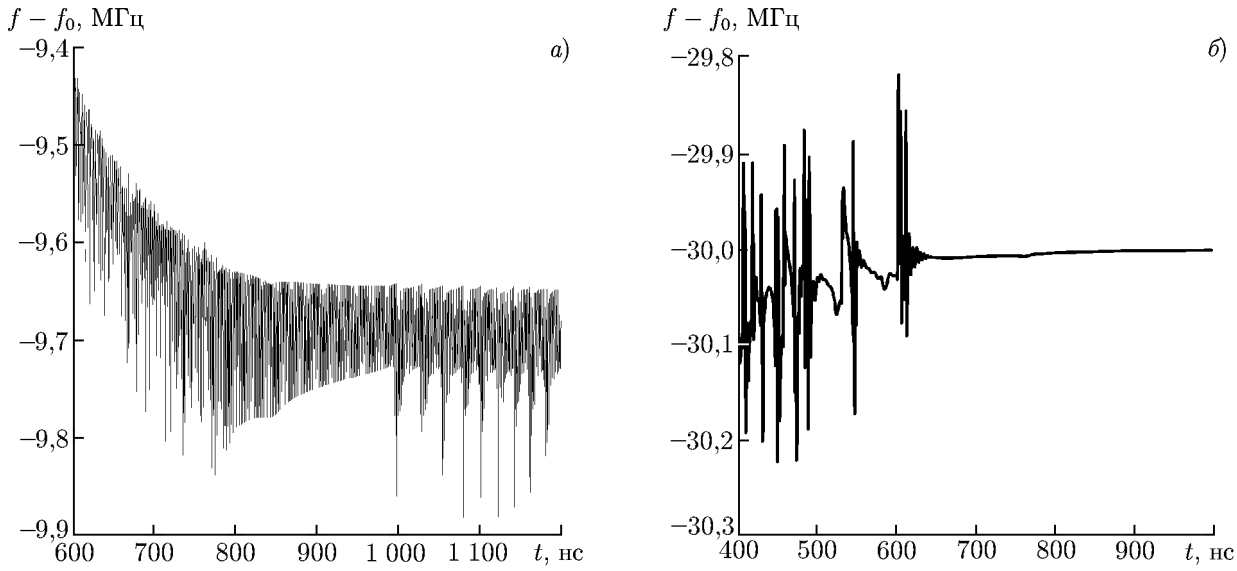

Рис. 7. Временны́е зависимости отстройки частоты рабочей моды от её «холодного» значения в режимах, оптимальных по КПД, при учёте взаимодействия семи мод: без сигнала при $I = 70$ А и $\Delta = 0{,}44$ (*а*) и с сигналом при $I = 70$ А и $\Delta = 0{,}49$ (*б*)

внешним управляющим сигналом, источником которого, в свою очередь, может служить стабилизированный гиротрон.

Авторы благодарят М. Ю. Глявина, Н. А. Завольского, М. И. Петелина, Н. М. Рыскина, А. С. Седова и А. П. Фокина за полезные замечания и обсуждения. Работа поддержана Российским научным фондом (проект 14–29–00192).

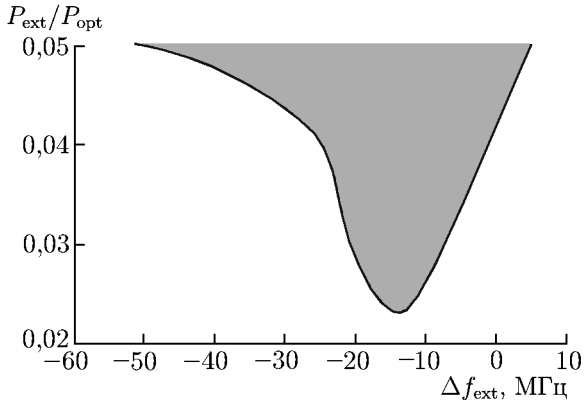

Рис. 8. «Язык» синхронизации на плоскости двух параметров — отношения мощности сигнала к мощности излучения $P_{\text{ext}}/P_{\text{opt}}$ и отстройки частоты внешнего сигнала от «холодной» частоты рабочей моды $\Delta f_{\text{ext}} = \omega/(2\pi) - f_0$. Расчёт проводился для случая взаимодействия семи мод, отмеченных на рис. 1, при $I = 50$ А и $\Delta = 0{,}55$

ПРИЛОЖЕНИЕ

Вывод уравнения возбуждения поля в резонаторе гиротрона сигналом, поступающим из сопряжённого выходного волновода

Возбуждение гиротрона внешним сигналом рассмотрим на основе подхода, развитого в работе [12], где методом возмущений было найдено стационарное решение задачи о возбуждении

резонатора поступающим из внешнего волновода монохроматическим сигналом на частоте, близкой к критической. Будем предполагать, что резонатор гиротрона представляет собой достаточно длинный отрезок осесимметричного волновода ($L \gg \sqrt{\lambda R_{\rm r}}$, где λ — длина волны, L — длина резонатора), в котором опорная частота электромагнитного поля близка к критической частоте $\omega_{\rm c}$ для рабочей моды:

$$\omega \approx \omega_{\rm c} = c\kappa_{\perp}(z). \tag{П1}$$

При этом радиус волновода $R_{\rm r} = R_0 + \Delta R_{\rm r}$ претерпевает малые изменения: $\Delta R_{\rm r}/R_0 \le \lambda^2/(4\pi L^2)$, и $|h_0| \ll k$ на всём отрезке с длиной L. Здесь $\kappa_{\perp 0}(z)$ — поперечное волновое число рабочей моды, определяемое текущим радиусом волновода, $h_0^2 = k^2 - \kappa_{\perp 0}^2$ — квадрат продольного волнового числа, $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$ — полное волновое число. Если колебания в гиротроне монохроматические, электрическое поле рабочей моды в резонаторе и выходном волноводе можно записать в виде

$$\mathbf{E}_0 \approx \mathrm{Re}[F_0 \mathbf{e}(\mathbf{r}_\perp) f(z) \exp(i\omega t)], \tag{П2}$$

где поперечная структура описывается мембранным уравнением $\Delta_\perp \mathbf{e} + \kappa_{\perp 0}^2(z)\mathbf{e} = 0$ с граничным условием $\mathbf{e}_\tau = 0$ на стенке волновода сравнения [16, 17], символ $\Delta_\perp$ обозначает поперечную составляющую оператора Лапласа, F_0 — амплитуда поля, функция $f(z)$ описывает продольную структуру поля и, в соответствии с работой [16], удовлетворяет уравнению неоднородной струны:

$$f''_{zz} + h^2 f = 0. \tag{П3}$$

Предполагаем, что в качестве опорной в соотношении (П2) выбрана частота входного сигнала.

Если колебания в гиротроне квазимонохроматические, амплитуда F_0 медленно меняется во времени: $|\dot{F}_0| \ll \omega\,|F_0|$ (здесь точкой обозначена производная по времени). Из волнового уравнения

$$\Delta \mathbf{E} = \frac{4\pi}{c^2}\,\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} + \frac{1}{c^2}\,\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}\,, \tag{П4}$$

где $\mathbf{j}$ — плотность тока, в отсутствие тока пучка и омических потерь получаем уравнение для комплексных амплитуд $f(z)$ и $F_0(t)$:

$$-\frac{2i\omega}{c^2}\,\dot{F}_0 f + f''_{zz} F_0 + \frac{2\omega(\omega - \omega_{\rm c})}{c^2}\,F_0 f = 0. \tag{П5}$$

Предположим, что резонатор гиротрона ограничен с обоих концов достаточно резкой нерегулярностью, так что его добротность Q существенно превосходит минимальную дифракционную добротность $Q_{\min}^{\rm rad}$: $Q \gg Q_{\min}^{\rm rad}$, где $Q_{\min}^{\rm rad} = 4\pi(L/\lambda)^2$. При этом условии у низших продольных мод максимальное поле внутри резонатора существенно выше, чем в выходном волноводе. На левом конце резонатора, при небольших значениях z, находится запредельное сужение, и на достаточном расстоянии за ним поле стремится к нулю: $f(0) = 0$ (рис. 2). На другом конце резонатор сопряжён с волноводом, причём выполнено адиабатическое условие Вентцеля—Крамерса—Бриллюэна $|{\rm d}h_0/{\rm d}z| \ll h_0^2$, и поле может быть представлено в виде суммы распространяющихся навстречу друг другу волн (рис. 2):

$$F_0 f \approx \frac{A}{\sqrt{h_0}}\exp(-i\phi) + \frac{B}{\sqrt{h_0}}\exp(i\phi), \tag{П6}$$

где $\phi(z) = \int_{z_{\rm ex}}^{z} h_0\,{\rm d}z$. Первое слагаемое в правой части (П6) соответствует полю, высвечиваемому из резонатора, второе — полю внешнего монохроматического сигнала, $A/\sqrt{h_0}$ и $B/\sqrt{h_0}$ — амплитуды излучённой и внешней волн в сечении $z = z_{\rm ex}$, которое будет определено ниже. Предполагаем, что поле внешнего сигнала имеет такую же поперечную структуру, как и рабочая мода.

В рамках метода возмущений будем считать, что продольная структура поля внутри резонатора близка к продольному распределению поля, являющегося вынужденным решением на резонансной частоте. Это решение найдём в соответствии с работой [12] следующим образом. Будем искать решения уравнения неоднородной струны (П3) на различных действительных частотах, при которых формируется одна продольная мода резонатора (для определённости — одногорбая). Такие решения описывают вынужденные стационарные колебания в резонаторе гиротрона, возбуждаемого внешним сигналом, поступающим из выходного волновода. Заметим, что свободные колебания в резонаторе происходят на комплексной частоте, т. к. есть дифракционные потери. Вынужденные решения представляют собой стоячие волны, слегка различающиеся значениями полей в пучностях и местоположением узлов и пучностей. Резонансной является та частота, для которой отклик (т. е. отношение максимального поля внутри резонатора к максимальному полю в пучности снаружи резонатора) имеет наибольшее значение. Обозначим эту частоту ω_0, а соответствующую ей функцию, описывающую продольную структуру поля стоячей волны, $g(z)$. Функция $g(z)$ удовлетворяет уравнению $g''_{zz} + h_0^2 g = 0$, где $h_0^2 = (\omega_0^2 - \omega_c^2)/c^2$. Граничное условия для уравнения (П5) будем ставить в выходном волноводе в некотором сечении (без нарушения общности обозначим его $z = z_{\rm ex}$), где функция $g(z)$ обращается в нуль: $g(z_{\rm ex}) = 0$. Это сечение выберем на таком расстоянии от резонатора, чтобы, с одной стороны, функцию $f(z)$ можно было представить как сумму волн (П6), а с другой стороны, функция $f(z)$ удовлетворяла бы уравнению неоднородной струны. Для рассматриваемого резонатора (рис. 2) такое сечение расположено примерно при $z = 52$ мм. Очевидно, что можно выбрать несколько таких сечений в выходном волноводе, однако различия нормы $\int_0^{z_{\rm ex}} |g|^2\,{\rm d}z$, вычисленной для разных сечений $z_{\rm ex}$, не превышают погрешности используемого приближённого метода возмущений. Уравнение неоднородной струны для функции $g(z)$ с действительным значением h_0 и нулевыми граничными условиями при $z = 0$ и $z = z_{\rm ex}$ описывает собственные колебания в некотором вспомогательном резонаторе, имеющем такую же форму, как рассматриваемый открытый резонатор (рис. 2), но с идеально проводящими стенками при $z = 0$ и $z = z_{\rm ex}$.

По аналогии с методом возмущений, применяемым для определения омических потерь в закрытом резонаторе при сильном скин-эффекте [18], будем считать, что магнитное поле, пропорциональное производной $f'(z)$, в сечении $z = z_{\rm ex}$ совпадает с невозмущённым магнитным полем закрытого резонатора:

$$f'(z_{\rm ex}) = g'(z_{\rm ex}). \tag{П7}$$

Домножим уравнение (П5) на комплексно сопряжённую функцию $g^*(z)$ и проинтегрируем по z на отрезке $(0, z_{\rm ex})$. В соответствии с методом возмущений считаем при интегрировании, что внутри резонатора $f(z) \approx g(z)$. Принимая во внимание равенство (П7) и граничные условий для полей при $z = 0$ и $z = z_{\rm ex}$,

$$F_0 f(z_{\rm ex}) = (A + B)/\sqrt{\bar h_0}\,, \qquad F_0 f'(z_{\rm ex}) = -i\bar h_0 (A - B)/\sqrt{\bar h_0} = -i\bar h_0 \Big[F_0 f(z_{\rm ex}) - 2B/\sqrt{\bar h_0}\Big]\,, \tag{П8}$$

получим

$$\dot F_0 + iF_0(\omega - \omega_0) + \frac{c^2\,|g'(z_{\rm ex})|^2}{2\bar h_0 \omega_0 \int\limits_0^{z_{\rm ex}} |g|^2\,{\rm d}z} F_0 = \frac{iB\omega_0\sqrt{\bar h_0}}{Q_{\rm dif0} g'(z_{\rm ex})}\,, \tag{П9}$$

где $\bar h_0 = h_0|_{z=z_{\rm ex}}$.

В отсутствие внешнего сигнала ($B = 0$) уравнение (П9) описывает свободное высвечивание поля из резонатора. При этом действительная часть частоты совпадает с резонансной частотой ω_0, а мнимая часть частоты и дифракционная добротность $Q_{\rm dif0}$ определяются последним

слагаемым в левой части уравнения (П9). Следовательно, дифракционная добротность равна

$$Q_{\mathrm{dif0}} = \bar{h}_0 \omega_0^2 \int\limits_0^{z_{ex}} |g|^2 \, \mathrm{d}z / \left[c^2 \, |g'(z_{\mathrm{ex}})|^2 \right] . \qquad (\text{П}10)$$

Если есть омические потери и электронный пучок в резонаторе, уравнение (П9) приобретает вид

$$\dot{F}_0 + iF_0(\omega - \omega_0) + \frac{\omega_0}{2Q_0} F_0 = i\chi_0 \frac{\omega_0}{2Q_0} + i \frac{B_{\mathrm{in}}\omega_0}{Q_{\mathrm{dif0}}} , \qquad (\text{П}11)$$

где $B_{\mathrm{in}} = B \sqrt{\bar{h}_0} / [g'(z_{\mathrm{ex}})]$ — величина, связанная с амплитудой внешней волны $B/\sqrt{\bar{h}_0}$ в сечении $z = z_{\mathrm{ex}}$ таким же образом, как связаны амплитуды поля внутри и снаружи резонатора (F_0 и $A/\sqrt{\bar{h}_0}$ соответственно) в случае, когда внешней волны нет ($B = 0$), Q_0 — полная добротность резонатора, χ_0 — комплексная восприимчивость электронного пучка [10, 11]. Аналогичное уравнение (с точностью до коэффициента перед слагаемым, описывающим внешний сигнал) было записано феноменологически в статье [2]. Уравнение (П11) совпадает с уравнением (4) для рабочей моды в предположении, что полная добротность для неё близка к дифракционной.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Litvak A. G., Denisov G. G., Myasnikov V. E., et al. // J. Infrared, Millimeter Terahertz Waves. 2011. V. 32, No. 3. P. 337.
2. Ергаков В. С., Моисеев М. А., Хижняк В. И. // Радиотехника и электроника. 1978. № 12. С. 2 591.
3. Nusinovich G. S. Introduction to the Physics of Gyrotrons. Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 2004. 335 p.
4. Нусинович Г. С.// Изв. вузов. Радиофизика. 1975. Т. 18, № 11. С. 1 689.
5. Novozhilova Yu. V., Ischenko A. S. // J. Infrared, Millimeter Terahertz Waves. 2011. V. 32, No. 12. P. 1 394.
6. Fliflet A. W., Manheimer W. M. // Phys. Rev. A. 1989. V. 39, No. 7. P. 3 432.
7. Ginzburg N. S., Sergeev A. S., Zotova I. V. // Phys. Plasmas. 2015. V. 22. Art. no. 033101.
8. Бакунин В. Л., Денисов Г. Г., Новожилова Ю. В. // Письма в ЖТФ. 2014. Т. 40, № 9. С. 41.
9. Chirkov A. V., Denisov G. G., Kuftin A. N. // Appl. Phys. Lett. 2015. V. 106. Art. no. 263501.
10. Моисеев М. А., Нусинович Г. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1974. Т. 17, № 11. С. 1 709.
11. Nusinovich G. S. // Int. J. Electron. 1981. V. 51, No. 4. P. 457.
12. Ковалёв Н. Ф., Новожилова Ю. В., Петелин М. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 2007. Т. 50, № 10–11. С. 875.
13. Myasnikov V., Agapova M., Kuftin A., et al. // Proc. 38th Int. Conf. Infrared, Millimeter Terahertz Waves (IRMMW-Thz 2013), Mainz on the Rhine, Germany, 1–6 September 2013. TU1-6.
14. Ланда П. С. Автоколебания в системе с конечным числом степеней свободы. М.: Наука, 1980. 359 с. Гл. 5, §5.
15. Якунина К. А., Рыскин Н. М. // Материалы международ. научно-техн. конф. Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП-2014). Саратов: СГТУ, 2014. Т. 1. С. 78.
16. Каценеленбаум Б. З. Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами. М.: АН СССР, 1961. 216 с.
17. Ковалёв Н. Ф. // Радиотехника и электроника. 1985. Т. 9. С. 1 729.
18. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988. 440 с.

Поступила в редакцию 2 июня 2015 г.; принята в печать 11 ноября 2015 г.

ZONES OF FREQUENCY LOCKING BY AN EXTERNAL SIGNAL IN A MULTIMODE GYROTRON OF A MEGAWATT POWER LEVEL

V. L. Bakunin, G. G. Denisov, and Yu. V. Novozhilova

We study trapping of the oscillation frequency of the operating $TE_{28,12}$ mode by an external monochromatic signal in a multimode gyrotron operated at a frequency of 170 GHz in the switching-on regime being close to the real operation regime. Trapping zones, i.e., regions of single-mode generation at the external-signal frequency are found on the "current—detuning" plane of parameters. It is shown that as the number of competing modes increases, the maximum achievable current decreases, and the trapping zones contract at sufficiently high currents.