УДК 537.876+537.871.62

### УПРАВЛЕНИЕ РАДИАЛЬНЫМ ПРОФИЛЕМ ЭНЕРГОВКЛАДА ПРИ ЭЛЕКТРОННОМ ЦИКЛОТРОННОМ НАГРЕВЕ ПЛАЗМЫ В ПРЯМОЙ МАГНИТНОЙ ЛОВУШКЕ

Е. Д. Господчиков <sup>1,2</sup> \*, О. Б. Смолякова <sup>1,2</sup>

 $^1$ Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород;  $^2$ Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, г. Новосибирск, Россия

На основе анализа поведения лучевых траекторий в окрестности поверхности электронного циклотронного резонанса предложен метод управления радиальным профилем электронного циклотронного нагрева плазмы в аксиально-симметричной магнитной ловушке за счёт небольших возмущений её магнитного поля. Также предложен способ реализации таких возмущений за счёт добавления в систему дополнительной «квадрупольной» пары магнитных катушек. Численно продемонстрирована возможность улучшения согласования излучения с плазмой в прямой ловушке и управления профилем энерговклада за счёт небольшой вариации тока в этих дополнительных катушках для двух основных сценариев электронного циклотронного нагрева плазмы: с торцевым вводом излучения и с захватом излучения неоднородным плазменным столбом.

#### ВВЕДЕНИЕ

Реализация электронного циклотронного нагрева плазмы, удерживаемой в прямых магнитных ловушках, с помощью излучения миллиметрового диапазона длин волн позволила в последние годы достичь серьёзного продвижения в проблеме создания разрядов с требуемыми параметрами. Это было сделано как на относительно компактных установках [1, 2], где переход к более высоким частотам греющего излучения позволил резко повысить эффективность работы источника многозарядных ионов на базе прямых ловушек, так и в крупномасштабных установках, работающих в интересах программы освоения управляемого термоядерного синтеза, где реализация дополнительного электронного циклотронного нагрева позволила за счёт повышения электронной температуры до рекордных для этого класса приборов значений существенно увеличить время удержания горячих «термоядерных» ионов [3–5].

В отличие от тороидальных систем, в которых управление радиальным профилем энерговклада при электронном циклотронном нагреве осуществляется, в принципе, просто [6–8], в прямых магнитных ловушках эффективные методы такого управления пока не разработаны. При этом, в зависимости от целей эксперимента, может быть необходимо создание как профиля с ярко выраженным максимумом, так и более однородного радиального профиля. В данной работе рассматривается возможность управления радиальным профилем энерговклада, основанная на свойствах рефракции электромагнитных волн в окрестности поверхности электронного циклотронного резонанса.

Распространение волн с частотами близкими к электронной циклотронной частоте, вследствие малости их длин, в лабораторных магнитных ловушках, как правило, с хорошей точностью описывается геометрооптическим приближением. Исследование траекторий геометрооптических лучей позволяет дать качественную, а зачастую и количественную оценку возможности реализации нагрева плазмы, его эффективности и размеров области энерговклада. В работах [9–11] было продемонстрировано, что качественная картина лучевых траекторий сильно зависит от двумерного

<sup>\*</sup> egos@appl.sci-nnov.ru

распределения магнитного поля в окрестности резонанса. В одних случаях лучевые траектории «притягиваются» к оси ловушки, а в других, хотя и соответствующих близкой конфигурации магнитного поля, случаях могут «отталкиваться» от неё. Наличие такой бифуркации позволяет надеяться, что малым возмущением магнитного поля ловушки можно эффективно управлять радиальным профилем энерговклада. Настоящая статья посвящена анализу этой возможности. Для этого за пределами приближений, сделанных в работах [9–11], исследуется процесс бифуркации, характеризуемый сменой типа особой точки на оси ловушки и образованием дополнительных особых точек на резонансной поверхности. На примере простейшей геометрии магнитного поля в ловушке определяется необходимый уровень возмущений магнитного поля. Приводятся оценки возможностей управления радиальным профилем энерговклада для некоторых современных экспериментов с электронным циклотронным нагревом плазмы в прямых магнитных ловушках.

## 1. ОСНОВНЫЕ ОСОБЕННОСТИ ЛУЧЕВЫХ ТРАЕКТОРИЙ В ОКРЕСТНОСТИ ОБЛАСТИ ЭЛЕКТРОННОГО ЦИКЛОТРОННОГО РЕЗОНАНСА В ПРЯМОЙ ЛОВУШКЕ

Основные особенности поведения лучевых траекторий в окрестности поверхности циклотронного резонанса были достаточно подробно проанализированы в работах [9, 10] в параксиальном приближении. Здесь мы ограничимся кратким изложением такого анализа.

Лучевой гамильтониан замедленных волн с волновым числом k, много большим волнового числа в вакууме  $k_0$ , которые распространяются квазипродольно по отношению к магнитному полю, в окрестности циклотронного резонанса ( $|\omega - \omega_{\rm B}| \ll \omega$ ) в приближении «холодной» плазмы имеет следующий вид [12]:

$$H(r, z, N_r, N_z) = N_{\perp}^2 + 2 \frac{\varepsilon_{\parallel}}{\varepsilon_{-}} \left( N_{\parallel}^2 - \varepsilon_{-} \right) = 0, \tag{1}$$

где  $\varepsilon_{\parallel} = 1 - \omega_{\rm P}^2/\omega^2$ ,  $\varepsilon_- = 1 - \omega_{\rm P}^2/[\omega(\omega - \omega_{\rm B})]$ ,  $N_{\perp} = N_r \cos \alpha - N_z \sin \alpha$ ,  $N_{\parallel} = N_r \sin \alpha + N_z \cos \alpha$ ,  $N_r = k_r(c/\omega)$ ,  $N_z = k_z(c/\omega)$ ,  $\alpha$  — угол между магнитным полем и осью z,  $\omega_{\rm P}$  и  $\omega_{\rm B}$  — электронные плазменная и циклотронная частоты соответственно,  $\omega$  — круговая частота излучения, r — радиальная координата, ось z совпадает с осью ловушки,  $k_r$  и  $k_z$  — величины радиальной и продольной компонент волнового вектора замедленных волн  $\mathbf{k}$ , c — скорость света в вакууме.

Из вида гамильтониана (1) можно понять, что вблизи циклотронного резонанса, где  $\varepsilon_{-} \to \infty$ , групповая скорость  $\mathbf{v}_{\rm gr}$  сильно замедленных волн, пропорциональная производной гамильтониана по обобщённым импульсам  $\partial H/\partial \mathbf{N}$ , где  $\mathbf{N} = \mathbf{k}/k_0$ , становится ортогональной магнитному полю. При этом направление этой скорости определяется знаком величины  $\varepsilon_{\parallel} N_{\perp}$  (при  $\varepsilon_{\parallel} N_{\perp} >$ > 0 групповая скорость направлена от оси ловушки, при  $\varepsilon_{\parallel} N_{\perp} < 0 - \kappa$  оси ловушки) [9]. Из этого следует, что для качественного описания поведения лучевых траекторий достаточно проанализировать знак выражения  $\varepsilon_{\parallel} (\partial N_{\perp}/\partial \tau)$ , где  $\tau$  — координата вдоль луча, возрастающая в направлении распространения волны. При этом зависимость гамильтониана от магнитного поля имеет резонансный характер, что позволяет пренебречь неоднородностью концентрации плазмы в некоторой окрестности поверхности электронного циклотронного резонанса. Таким образом, из уравнений геометрической оптики следует соотношение

$$\varepsilon_{\parallel} \frac{\partial N_{\perp}}{\partial \tau} = -|\varepsilon_{\parallel}| \left( \cos \alpha \, \frac{\partial H}{\partial r} - \sin \alpha \, \frac{\partial H}{\partial z} \right). \tag{2}$$

Воспользовавшись тем, что вблизи циклотронного резонанса во́лны сильно замедлены  $(N_{\parallel} \gg 1)$ ,

Е. Д. Господчиков, О. Б. Смолякова

924

выражение (2) можно упростить [10]:

$$\varepsilon_{\parallel} \frac{\partial N_{\perp}}{\partial \tau} \approx -|\varepsilon_{\parallel}| \frac{\omega_{\rm B} N_{\parallel}^2}{\omega_{\rm P}^2} \varepsilon_{\parallel} \left( \cos \alpha \, \frac{\partial \omega_{\rm B}}{\partial r} - \sin \alpha \, \frac{\partial \omega_{\rm B}}{\partial z} \right),\tag{3}$$

т. е. вблизи циклотронного резонанса «динамика» лучей определяется производными модуля магнитного поля, однако в каждой точке эти производные берутся вдоль своего направления. Сократив знакоопределённые величины, получаем, что поведение лучевых траекторий определяется знаком выражения

$$\varepsilon_{\parallel} \left( \cos \alpha \, \frac{\partial}{\partial r} \, \frac{B}{B_0} - \sin \alpha \, \frac{\partial}{\partial z} \, \frac{B}{B_0} \right),\tag{4}$$

где B — величина магнитного поля в рассматриваемой точке,  $B_0$  — величина магнитного поля в точке, соответствующей электронному циклотронному резонансу. Там, где величина (4) меньше нуля, лучевые траектории отклоняются в направлении бо́льших r, где больше нуля — в сторону меньших. Условию

$$\varepsilon_{\parallel} \left( \cos \alpha \, \frac{\partial}{\partial r} \, \frac{B}{B_0} - \sin \alpha \, \frac{\partial}{\partial z} \, \frac{B}{B_0} \right) = 0 \tag{5}$$

на резонансной поверхности соответствуют стационарные точки уравнений Гамильтона с гамильтонианом (1). При этом при выполнении неравенства

$$\frac{\partial}{\partial r} \varepsilon_{\parallel} \left( \cos \alpha \, \frac{\partial}{\partial r} \, \frac{B}{B_0} - \sin \alpha \, \frac{\partial}{\partial z} \, \frac{B}{B_0} \right) < 0 \tag{6}$$

стационарная точка устойчива (лучи «притягиваются» к ней), а при выполнении обратного неравенства — неустойчива (лучи «отталкиваются» от неё).

Необходимо отметить, что если масштаб неоднородности концентрации плазмы  $L_{\rm P}$  много меньше масштаба неоднородности магнитного поля  $L_{\rm B}$ , то область, где неоднородностью концентрации плазмы можно пренебречь, ограничивается довольно сильным неравенством  $(\omega - \omega_{\rm B})/\omega \ll L_{\rm P}^2/L_{\rm B}^2$  и может оказаться полностью внутри той окрестности поверхности циклотронного резонанса, в которой существенна пространственная дисперсия. В этом случае приближением холодной плазмы пользоваться нельзя (подробнее эти вопросы разобраны в работе [13]).

В параксиальном приближении, разложив магнитное поле в окрестности оси ловушки в ряд по поперечной координате до второго порядка, выражение (4) можно упростить:

$$\varepsilon_{\parallel} \left( \cos \alpha \, \frac{\partial}{\partial r} \, \frac{B}{B_0} - \sin \alpha \, \frac{\partial}{\partial z} \, \frac{B}{B_0} \right) \approx \varepsilon_{\parallel} \left( \xi - \frac{1}{2} \right) \frac{r}{L_{\rm B}^2} \,, \tag{7}$$

где  $\xi$  — безразмерный параметр, характеризующий кривизну резонансной поверхности, определяемой условием  $\omega = \omega_{\rm B}$  и описываемой уравнением  $z = -\xi r^2/(2L_{\rm B})$ . Положительным значениям  $\xi$ соответствует максимум магнитного поля на оси, отрицательным — минимум. Видно, что в параксиальном приближении существует только одна особая точка r = 0. При условии  $\varepsilon_{\parallel}(\xi - 1/2) > 0$ эта особая точка неустойчива (седло), при  $\varepsilon_{\parallel}(\xi - 1/2) < 0$  — устойчива (узел). Когда  $\xi = 1/2$ , происходит бифуркация, сопровождающаяся сменой типа особой точки, и характер поведения лучей резко меняется.

### 2. БИФУРКАЦИЯ ПРИ ПЕРЕХОДЕ КРИВИЗНЫ РЕЗОНАНСНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЧЕРЕЗ КРИТИЧЕСКОЕ ЗНАЧЕНИЕ

Подробнее рассмотрим, как ведут себя лучевые траектории в окрестности значения  $\xi \approx 1/2$ . В работе [10] было показано, что в этих условиях не только меняется тип особой точки, соответствующей пересечению поверхности электронного циклотронного резонанса с осью ловушки,

но и появляются дополнительные особые точки. Положение этих точек определяется системой уравнений

$$\frac{\partial \omega_{\rm B}}{\partial r} - \operatorname{tg} \alpha \, \frac{\partial \omega_{\rm B}}{\partial z} = 0, \qquad \omega_{\rm B} = \omega.$$
 (8)

В общем случае такие особые точки могут располагаться достаточно далеко от оси, и параксиальное приближение становится неприменимым. Однако в окрестности  $\xi \approx 1/2$  мы можем пользоваться параксиальным приближением, просто увеличив порядок разложения магнитного поля. Для этого удобно представить компоненты магнитного поля  $B_z$  и  $B_r$  в свободном пространстве в виде функционального ряда

$$B_z = J_0\left(r\frac{\partial}{\partial z}\right)F(z), \qquad B_r = -J_1\left(r\frac{\partial}{\partial z}\right)F(z), \tag{9}$$

где  $J_0(x)$  и  $J_1(x)$  — функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядков соответственно <sup>1</sup>, F(z) — функция, описывающая распределение магнитного поля на оси ловушки. Отметим, что если функция F(z) сама записана в виде степенного ряда, то ряды в формуле (9) становятся конечными. Чтобы определить положение новых особых точек, необходимо использовать разложение функции F(z) до третьего порядка в окрестности точки резонанса:  $F(z) = B_0[1 - \frac{z}{L_{\rm B}} + \frac{z^2}{(2a)} + \frac{z^3}{(3b)}]$ , где a и b — постоянные. Если подставить получающееся магнитное поле в систему (8), то можно получить следующее выражение для радиальной координаты дополнительных особых точек:

$$r_{\rm c} = L_{\rm B} \sqrt{\frac{\xi - 1/2}{3\xi^2/2 + \xi\zeta/2 + 3/32 + 5\zeta/8}},\tag{10}$$

где  $\xi = L_{\rm B}^2/(2a) - 1/4$  — кривизна резонансной поверхности на оси ловушки, а параметр  $\zeta = L_{\rm B}^3/b$  характеризует третью производную величины магнитного поля по продольной координате. Видно, что бифуркация происходит следующим образом. Если  $\zeta > -27/28$ , то при  $\xi \leq 1/2$  существует только одна особая точка на оси ловушки, а при  $\xi > 1/2$  появляются дополнительные особые точки. При этом в плазме с концентрацией ниже критической ( $\varepsilon_{\parallel} > 0$ ) это дополнительные чузлы, а в плазме с концентрацией выше критической ( $\varepsilon_{\parallel} < 0$ ) — дополнительные сёдла. При  $\zeta < -27/28$  ситуация обратная: при  $\xi \geq 1/2$  существует одна особая точка на оси, а при переходе к  $\xi < 1/2$  появляются дополнительные особые точки. При этом в плазме с концентрацией выше критической ( $\varepsilon_{\parallel} < 0$ ) — дополнительные сёдла. При  $\zeta < -27/28$  ситуация обратная: при  $\xi \geq 1/2$  существует одна особая точка на оси, а при переходе к  $\xi < 1/2$  появляются дополнительные особые точки. При этом в плазме с концентрацией ниже критической читической — дополнительные сёдла, а в плазме с концентрацией выше критической — дополнительные узлы. Отметим ещё одно интересное свойство: для значений  $\zeta > -27/28$  отклонение дополнительных особых точек от оси является ограниченной функцией параметра  $\xi$ :

$$\frac{r_{\rm c}^2}{R^2} = \frac{L_{\rm B}^2}{R^2} f(\xi, \zeta), \tag{11}$$

где R — поперечный размер шнура плазмы в ловушке,  $f(\xi, \zeta)$  — ограниченная функция порядка единицы (на рис. 1 приведены зависимости f от  $\xi$  при нескольких значениях  $\zeta$ ). Это означает, что координаты особых точек при достаточной гладкости распределения магнитного поля на оси ловушки не выходят из области, где применимо параксиальное приближение.

На рис. 2 и 3 показаны результаты расчёта лучевых траекторий в модельных магнитных полях, соответствующих различным значениям  $\xi$  и  $\zeta$ . Эти рисунки подтверждают выводы проведённого выше анализа.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Под функцией от оператора дифференцирования понимается дифференциальный оператор, получающийся как степенной ряд, соответствующий функции. Формула (9) может быть проверена прямой подстановкой в уравнения для магнитного поля в свободном пространстве.



Рис. 1. Зависимость  $f(\xi)$  при  $\zeta = -0.5$ ; 1; 3 (кривые 1, 2, 3 на панели *a* соответственно) и  $\zeta = -10$ ; -2; -1 (кривые 1, 2, 3 на панели *б* соответственно)



Рис. 2. Лучевые траектории в окрестности электронного циклотронного резонанса в плазме с концентрацией ниже критической при следующих значениях параметров:  $\xi = 0,4$  (левый столбец) и  $\xi = 0,6$  (правый столбец),  $\zeta = 0$  (верхняя строка) и  $\zeta = -2$  (нижняя строка). Жирными точками отмечены дополнительные внеосевые стационарные точки



Рис. 3. Лучевые траектории в окрестности электронного циклотронного резонанса в плазме с концентрацией выше критической при следующих значениях параметров:  $\xi = 0.4$  (левый столбец),  $\xi = 0.6$  (правый столбец),  $\zeta = 0$  (верхняя строка),  $\zeta = -2$  (нижняя строка). Жирными точками обозначены дополнительные внеосевые особые точки

Учёт следующего порядка разложения магнитного поля привёл к тому, что глобальная устойчивость получающейся приближённой системы (т. е. сумма коэффициентов устойчивости для всех особых точек) стала зависеть от параметра, характеризующего старшую степень этого разложения. Это легко понять, если представить себе процесс учёта новых членов как разложение некоторого потенциала в окрестности экстремума: естественно, что глобальная устойчивость при таком разложении определяется знаком коэффициента при старшей степени разложения.

### 3. УПРАВЛЕНИЕ КРИВИЗНОЙ РЕЗОНАНСНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Предсказываемая теорией зависимость картины лучевых траекторий (а следовательно, и эффективности поглощения излучения) от параметра  $\xi$  подталкивает к мысли о возможности управ-



Рис. 4. Распределение магнитного поля (a) и параметра  $\xi$  (b) по длине ловушки

ления эффективностью нагрева и профилем поглощения излучения за счёт небольших возмущений магнитного поля. Рассмотрим несколько наиболее простых способов управления кривизной резонансной поверхности на примере простейшей пробочной конфигурации магнитного поля, создаваемого одинаковыми витками с током, которые разнесены на некоторое расстояние. Отметим, что распределение параметра  $\xi$  в данном случае зависит только от соотношения между радиусом витков  $r_0$  и длиной ловушки 2L или от выражающегося через него пробочного отношения Q: для случая  $Q \gg 1$  имеет место приближённое равенство  $Q \approx L^3/(2r_0^3)$ .

На рис. 4 изображено распределение модуля магнитного поля и параметра  $\xi$  вдоль оси ловушки для такой системы токов с Q = 6.

Наиболее простая идея управления параметрами резонансной поверхности состоит в том, что изменением тока в витках можно сдвигать резонанс в область с другим параметром  $\xi$ . Однако это требует заметного изменения тока в катушках. Действительно, чтобы переместить область резонанса из области, где  $\xi = 0,4$ , в область, где  $\xi = 0,6$ , необходимо уменьшить магнитное поле в ловушке (а следовательно, и ток в катушках) примерно на 20%. Дело в том, что интересующая нас область соответствует небольшим градиентам магнитного поля ловушки, и в такой ситуации трудно ожидать резкой зависимости кривизны резонансной магнитной поверхности от тока в основных катушках.

Вторая возможная идея состоит в том, чтобы добавить в резонансную область дополнительную катушку. При этом можно ожидать, что область резонанса будет смещаться сильнее, чем при вариации тока в пробочных катушках. Однако расчёты для модельной системы показывают, что для изменения параметра  $\xi$  от 0,4 до 0,6 вариация дополнительного тока  $I_{\rm add}$  в такой катушке должна находиться в пределах 15% от тока в пробочной катушке  $I_{\rm mirr}$ :  $I_{\rm add}/I_{\rm mirr} \in (-0,05,0,1)$ . Асимметрия границ области изменения связана с тем, что добавление такого дополнительного тока заметно возмущает распределение магнитного поля. При этом параметр  $\xi$  легко уменьшить, но гораздо труднее увеличить, и оптимальная чувствительность, т. е. наименьший суммарный диапазон изменения дополнительного тока, достигается, когда без дополнительных катушек в точке резонанса  $\xi = 58$ .

Третья идея состоит в том, чтобы добавить две катушки симметрично относительно области резонанса и организовать в них встречные токи. Такая система не смещает резонанс, однако заметно меняет локальную кривизну резонансной поверхности. Расчёты показывают, что при этом для изменения параметра  $\xi$  от 0,4 до 0,6 достаточно вариации тока в дополнительных катушках порядка 3% от тока в основных:  $I_{\rm add}/I_{\rm mirr} \in (-0,014;0,016)$ , см. рис. 5. Отметим, что геометрооптическое моделирование приводит к заключению, что переход от  $\xi = 0,4$  к  $\xi = 0,6$  соответствует

полному изменению картины лучевых траекторий. Следовательно, в достаточно холодной плазме это соответствует переходу от случая, когда всё введённое излучение поглощается в окрестности оси ловушки, к случаю сильной рефракции, когда плотность энергии излучения локализована на периферии плазмы. Скорее всего, для заметного управления профилем энерговклада может оказаться достаточно меньшей вариации параметра  $\xi$ .

Таким образом, наиболее перспективной с точки зрения управления профилем энерговклада выглядит схема с двумя магнитными катушками



Рис. 5. Изменение параметра  $\xi$  в зависимости от отношения  $I_{\rm add}/I_{\rm mirr}$ 

со встречными токами. Стоит также отметить, что возмущение, создаваемое такой дополнительной системой, локально. Оно ма́ло возмущает основное поле ловушки, которое обычно оптимизировано с точки зрения удержания плазмы, а в некоторых случаях и с точки зрения доставки излучения в резонансную область [14].

## 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРАВЛЕНИЯ ПРОФИЛЕМ ЭЛЕКТРОННОГО ЦИКЛОТРОННОГО ПОГЛОЩЕНИЯ В ТЁПЛОЙ ПЛАЗМЕ КОМПАКТНОГО ПРОБКОТРОНА С ТОРЦЕВЫМ ВВОДОМ ИЗЛУЧЕНИЯ

В приведённых выше теоретических рассуждениях не учитывалось, что поглощение излучения происходит не непосредственно на резонансной поверхности, а в некоторой её окрестности, ширина которой определяется температурой плазмы. При этом для нагрева плотной плазмы на первой гармонике необыкновенной волны характерна значительная ширина области поглощения [15, 16]. Не учитывалась также неоднородность концентрации плазмы. Из работы [13] следует, что именно варьируемая неоднородность магнитного поля может определять картину лучевых траекторий в области основного энерговклада при выполнении неравенства

$$\left|1 - \frac{\omega_{\rm P}^2}{\omega_{\rm B}^2}\right| \frac{\omega_{\rm P}^2 L_{\rm P}^2}{\beta_{\rm T} \omega_{\rm B}^2 L_{\rm B}^2} > 1,\tag{12}$$

где  $\beta_{\rm T}=\sqrt{T_{\rm e}/(mc^2)}-$  параметр, характеризующий температуру плазмы $T_{\rm e},\,m-$ масса электрона.

Чтобы проверить возможность управления профилем энерговклада за счёт добавления катушек со встречными токами, мы провели численное моделирование поглощения мощности излучения в окрестности электронного циклотронного резонанса для достаточно тёплой ( $T_{\rm e} \approx 150$  эВ) плазмы, удерживаемой в компактной ловушке-пробкотроне — источнике многозарядных ионов с непосредственным квазипродольным вводом излучения [1, 2, 16].

Для моделирования магнитного поля компактного пробкотрона мы использовали магнитное поле двух витков с током с радиусом 8 см, разнесённых на расстояние 2L = 32 см, что соответствует пробочному отношению Q = 6. Ток в катушках был выбран так, что для частоты излучения 34,5 ГГц условие электронного циклотронного резонанса выполняется на оси ловушки на расстоянии 7 см от центрального сечения. Симметрично относительно этой точки, на расстояниях 4 см от неё, мы добавили витки со встречными токами, составляющими 2% от тока в основных витках. Концентрацию плазмы ( $n_e = 0.5 \cdot 10^{13}$  см<sup>-3</sup>) и её температуру в нашей модели мы считали постоянными. Излучение вводилось со стороны одной из пробок в форме набора лучей, параллельных

оси ловушки. Гауссово распределение интенсивности вводимого пучка моделировалось весовыми коэффициентами интенсивности излучения, соответствующей отдельным лучам. В качестве гамильтониана для расчёта лучевых траекторий в данной работе использовалось выражение для показателя преломления в пределе холодной плазмы. При этом оптическая толщина, характеризующая уменьшение интенсивности вводимого излучения вдоль луча вследствии поглощения, рассчитывалась с помощью уравнения

$$\frac{\mathrm{d}\tau}{\mathrm{d}l} = 2\,\mathrm{Im}\,k\cos\beta,\tag{13}$$

где l — координата вдоль луча,  $\beta$  — угол между волновым вектором и групповой скоростью, а мнимая часть волнового вектора находилась из дисперсионного уравнения, учитывающего влияние теплового движения электронов на диэлектрический отклик. Во всех проведённых нами расчётах мнимая часть волнового вектора всегда оставалась более, чем втрое меньше действительной, вплоть до значения  $\tau = 5$ . Более подробно используемая методика моделирования и ограничения, накладываемые приближением геометрической оптики, разобраны в работе [16]. Нужно отметить, что при квазипродольном распространении действительная часть волнового вектора, определяемая из более точного дисперсионного уравнения, вблизи циклотронного резонанса может отличаться от аналогичной величины, определяемой из «холодного» дисперсионного уравнения. Для контроля точности мы проводили моделирование распространения лучей с использованием действительной части «тёплого» дисперсионного соотношения [15]. Это моделирование не продемонстрировало сколь-нибудь существенной разницы в профилях энерговклада по сравнению с моделированием с помощью «холодного» дисперсионного соотношения. При этом для моделирования поглощения мощности использование «более тёплого» дисперсионного соотношения, а не просто поправок следующего порядка к «холодному» приближению (так называемый предел плотной плазмы [17]) является принципиальным из-за особенностей поляризации электромагнитной волны при квазипродольном распространении вблизи циклотронного резонанса.

При моделировании мы задавали начальные координаты и импульсы для лучевых траекторий непосредственно в плотной плазме. В соответствии с работой [13] мы считали, что картина лучевых траекторий, определяемая типом особых точек гамильтониана, слабо зависит от начальных условий, определяемых в значительной мере переходом вакуум—плазма.

На рис. 6 представлены лучевые траектории для двух способов включения токов.

Рассчитанный с помощью решения уравнений переноса вдоль лучей профиль энерговклада для двух случаев изображён на рис. 7. Видно, что, варьируя ток в дополнительных катушках в пределах 2% от тока в основной катушке, можно менять ширину профиля энерговклада почти вдвое, достигая таким образом более острого или более пологого профиля энерговклада в зависимости от целей эксперимента.

# 5. МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРАВЛЕНИЯ ПРОФИЛЕМ ЭНЕРГОВКЛАДА И СОГЛАСОВАНИЕМ ИЗЛУЧЕНИЯ С ПЛАЗМОЙ ПРИ ДОПОЛНИТЕЛЬНОМ ЭЛЕКТРОННОМ ЦИКЛОТРОННОМ НАГРЕВЕ НА БОЛЬШОЙ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОЙ ЛОВУШКЕ ГДЛ

Реализация дополнительного электронного циклотронного нагрева плазмы излучением от двух гиротронов (частота 54,5 ГГц, суммарная мощность 700 кВт) на большой газодинамической ловушке ГДЛ (Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера СО РАН) позволила достичь





Рис. 6. Лучевые траектории в окрестности поверхности электронного циклотронного резонанса при двух способах включения дополнительных катушек. Дополнительная катушка, ближняя к пробке, со стороны которой вводилось излучение, включена в ту же сторону, что и пробочные катушки, а дальняя — в противоположную (*a*), и наоборот (*б*). Штриховой линией отмечена поверхность электронного циклотронного резонанса. Точками отмечены области, где оптическая толщина, проинтегрированная вдоль луча, достигает единицы

рекордной для этого класса приборов электронной температуры в 900 эВ [5] и открыла перспективы создания на базе прямой ловушки эффективного источника термоядерных нейтронов [18]. При этом реализация нагрева плазмы потребовала на данном этапе ухода от оптимального режима работы установки. Это связано с тем, что в области ввода излучения на периферии плазмы расположена область паразитного резонанса, что, в сочетании с периферийным напуском газа, привело к сильному рассеянию вводимого излучения в этой области. Для борьбы с этим явлением на установке ГДЛ был увеличен ток в конусной, расположенной в окрестности области резонанса, катушке с 27 до 35 кА [4]. При этом, с одной стороны, ухудшилось согласование вводимого излучения с резонансом, поскольку область резонанса оказалась дальше от точки ввода излучения со стороны сильного поля. Это плохо сказалось на реализации нагрева [14]. С другой



Рис. 7. Распределение линейной плотности энерговклада dP/dr, где P — мощность излучения, в зависимости от поперечной координаты в ловушке для двух способов включения тока в дополнительных катушках. Сплошная линия соответствует способу включения, как на рис. 6a, штриховая линия — как на рис. 66

стороны, для такого увеличения тока в конусной катушке было уменьшено магнитное поле в основной части ловушки, поскольку была перенесена часть источников питания. Это отрицательно сказалось на удержании плазмы. Преодоление этих трудностей позволило бы дополнительно увеличить эффективность электронного циклотронного нагрева плазмы в установке ГДЛ.

Надо отметить, что поскольку в установке ГДЛ магнитное поле в основной части ловушки

Е. Д. Господчиков, О. Б. Смолякова

931

очень низкое (0,36 Тл в стандартном режиме и 0,27 Тл в режиме, в котором был реализован нагрев), то область резонанса находится вблизи пробочного узла и кривизна резонансной поверхности в этой области отрицательная (см. рис. 6). Непосредственное изменение этой кривизны в данном случае не может сильно сказаться на картине лучевых траекторий. Тем не менее, как показало численное моделирование, результаты которого приведены ниже, добавление дополнительной «квадрупольной» системы катушек и в этом случае позволяет надеяться на заметное изменения условий согласования излучения с плазмой и профиля энерговклада. Это связано с тем, что если поместить дополнительную катушку в окрестность области ввода излучения, то паразитный электронный циклотронный резонанс будет подавлен. Если при этом поместить катушку со встречным током симметрично относительно области резонанса, то эта область не сместится, как это имеет место при простом увеличении тока в конусной катушке.

Для моделирования нагрева на установке ГДЛ мы использовали реальную магнитную конфигурацию ловушки, создаваемую системой из 20 катушек, в которую были добавлены две катушки со встречными токами, расположенные симметрично относительно области электронного циклотронного резонанса. Ток в конусной катушке был выбран близким к току при стандартной схеме работы ловушки (27÷30 кА). Аналитические профили концентрации и температуры плазмы были рассчитаны на основе экспериментальных данных [4] в предположении, что концентрация и температура электронов постоянны вдоль силовых линий магнитного поля. При этом температура на оси ловушки была порядка 200 эВ, максимальная концентрация  $1,5 \cdot 10^{13}$  см<sup>-3</sup>, а характерная ширина центральной части плазменного столба, в которой концентрация и температура плазмы почти постоянны, в области электронного циклотронного резонанса была равна 6 см, что соответствует 15 см в центральном сечении ловушки. При бо́льших радиусах температура и концентрация плазмы начинали спадать, однако в области ввода излучения последняя составляла приблизительно  $10^{11}$  см<sup>-3</sup>, что достаточно для сильного влияния паразитного резонанса. Конфигурация вводимого в плазму сфокусированного волнового пучка соответствовала системе ввода излучения на установке ГДЛ [4, 14].



Рис. 8. Распределение линейной плотности энерговклада dP/dr в зависимости от поперечной координаты, пересчитанной в центральное сечение ловушки ГДЛ. Сплошная линия соответствует случаю, когда дополнительные катушки включены, штриховая — случаю, когда дополнительные катушки не включены

Результаты расчётов показали, что добавление дополнительных катушек с полным током через поперечное сечение, составляющим 3,5% от полного тока через поперечное сечение конусной катушки и 1,5% от тока в пробочном узле, позволяет увеличить общую долю поглощённого излучения с 70 до 94% и, что важнее, долю поглощённого в центральной части ловушки излучения (до 15 см в пересчёте в центральное сечение) с 40 до 75%. Энергию, поглощаемую в периферийных областях плазмы, можно считать потерянной, поскольку в этих областях очень велики продольные потери вследствие наличия в плазме лимитера. На рис. 8 приведены для сравнения профили энерговклада без дополнительных катушек и с дополнительными катушками.

Надо отметить, что соответствующее дополнительным катушкам простое увеличение тока в конусной катушке до 28,5 кА не приводит к та-

кому существенному увеличению общей доли поглощённого излучения (она в этом случае составляет 74%), и доля излучения, поглощённая в центральной области, также меняется заметно

#### 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной статье мы продемонстрировали возможность управления профилем энерговклада в достаточно тёплой плазме, удерживаемой в прямой магнитной ловушке, за счёт локального возмущения магнитного поля дополнительными магнитными катушками со встречными токами.

Для компактного пробкотрона с торцевым вводом излучения и резонансом в центральной части ловушки эта возможность связана с управлением кривизной резонансной поверхности. Делая эту кривизну больше или меньше критического значения, можно сильно перестраивать профиль энерговклада, добиваясь более пологого или более острого профиля в зависимости от целей эксперимента.

Для крупномасштабной газодинамической ловушки с резонансом в области пробочного узла такая возможность может быть связана с подавлением паразитного резонанса в разреженной плазме в области ввода излучения. При этом численное моделирование показывает, что добавление катушек со встречными токами позволяет эффективнее увеличивать согласование излучения с плазмой и долю излучения, поглощаемуюй в приосевой части плазменного столба, чем используемый сейчас метод увеличения тока в конусной катушке. Кроме того, предложенный в работе метод не требует такого сильного «дополнительного» тока, а значит его реализация позволила бы работать с конфигурацией магнитного поля ловушки, более близкой к оптимальной.

Авторы благодарят А.Г.Шалашова за внимание к работе и стимулирующие обсуждения, С.В.Голубева за плодотворные дискуссии об условиях нагрева в компактном пробкотроне и А.Л.Соломахина, предоставившего экспериментальные данные о распределениях плотности и температуры плазмы на установке ГДЛ.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 14–12–01007). Е. Д. Господчиков благодарит за персональную поддержку Совет по грантам при Президенте РФ для государственной поддержки молодых ученых (проект МД-1736.2014.2).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Водопьянов А. В., Голубев С. В., Зорин В. Г. и др. // Письма в ЖТФ. 1999. Т. 25, № 14. С. 90.
- Golubev S. V., Razin S. V., Semenov V. E., et al. // Rev. Scientific Instrum. 2000. V. 71, No. 2. P. 669.
- Bagryansky P. A., Demin S. P., Gospodchikov E. D., et al.// Fusion Sci. Technol. 2013. V. 63, No. 1T. P. 40.
- 4. Bagryansky P. A., Gospodchikov E. D., Kovalenko Yu. V., et al.// Proc. 9th Int. Workshop Strong Microwaves Terahertz Waves: Sources and Appl. Nizhny Novgorod, Russia, 24–30 July, 2014. P. 127.
- Bagryansky P. A., Shalashov A. G., Gospodchikov E. D., et al. // Phys. Rev. Lett. 2015. V. 114. Art. no. 205001.
- 6. Westerhof E. // Nuclear Fusion. 1987. V. 27, No. 11. P. 1929.
- 7. Hamamatsu K., Fukuyama A. // Plasma Phys. Contr. Fusion. 2000. V. 42. P. 1 309.
- 8. Балакина М. А., Токман М. Д., Смолякова О. Б. // Физика плазмы. 2003. Т. 29. С. 60.
- Gospodchikov E. D., Smolyakova O. B., Suvorov E. V. // Probl. Atomic Sci. Technol. 2010. V. 6. P. 76.

- 10. Господчиков Е. Д., Смолякова О. Б. // Физика плазмы. 2011. Т. 37, № 9. С. 824.
- 11. Bagulov D. S., Kotelnikov I. A. // Phys. Plasmas. 2012. V. 19. Art. no. 082502.
- 12. Тимофеев А. В. // Физика плазмы. 1992. Т. 18. С. 407.
- 13. Господчиков Е. Д., Смолякова О. Б.// Изв. вузов. Радиофизика. 2014. Т. 57, № 12. С. 981.
- Shalashov A. G., Gospodchikov E. D., Smolyakova O. B., et al. // Phys. Plasmas. 2012. V. 19. Art. no. 052503.
- 15. Господчиков Е. Д., Суворов Е. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2005. Т. 48, № 8. С. 641.
- 16. Господчиков Е. Д., Смолякова О. Б., Суворов Е. В. // Физика плазмы. 2007. Т. 33, № 5. С. 472.
- 17. Ахиезер А.И. Ахиезер И.А., Половин Р.В. и др. Электродинамика плазмы. М.: Наука, 1974. 719 с.
- Bagryansky P.A., Gospodchikov E.D., Kovalenko Yu.V., et al. // Proc. 10th Int. Conf. Open Magnetic Systems. Plasma Confinement. Daejeon, Korea, 26–29 August, 2014. P. OS6-03.

Поступила в редакцию 30 декабря 2014 г.; принята в печать 31 мая 2015 г.

## CONTROL OF THE RADIAL ENERGY DEPOSITION PROFILE IN AN OPEN MAGNETIC TRAP DURING ELECTRON CYCLOTRON PLASMA HEATING

#### E. D. Gospodchikov and O. B. Smolyakova

We propose a method for controlling the radial profile of electron cyclotron plasma heating in an axisymmetric magnetic mirror by using minor perturbations of the magnetic field of the mirror. The method is based on the analysis of the beam trajectories behavior near the surface of the electron cyclotron resonance. A way to produce such perturbations by supplementing the system with an additional "quadrupole" pair of magnetic coils is also proposed. The possibility to improve the coupling of radiation with the plasma in an open trap is demonstrated, as well as the possibility to control the energy deposition profile by means of small variations of the current in the additional coils for two basic scenarios of electron cyclotron plasma heating, specifically, longitudinal launching of microwave radiation to the magnetic mirror region and trapping of obliquely launched radiation by the inhomogeneous magnetized-plasma column.