УДК 621.373.826

ДИНАМИКА ОДНОМОДОВОГО ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ЛАЗЕРА С НЕКОГЕРЕНТНОЙ ОПТИЧЕСКОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

И. В. Корюкин*

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

Предложена новая модель инжекционного полупроводникового лазера с оптической обратной связью, обобщающая уравнения Лэнга—Кобаяши на случай некогерентной обратной связи. В её рамках эти уравнения дополнены стохастической переменной, моделирующей случайную разность фаз между полем внутри резонатора и полем, возвратившимся в лазер после обхода петли обратной связи. Показано, что для слабой обратной связи переход от когерентной к некогерентной обратной обратной связи приводит к замене динамического хаоса почти стационарной генерацией со слегка зашумлённой интенсивностью. Тем не менее значительно более сильная некогерентная обратная связь может привести к хаотическим колебаниям. Предложенная модель имеет как шумовые, так и детерминированные решения, что означает невозможность построить чисто динамическую модель полупроводникового лазера с некогерентной оптической обратной связью.

ВВЕДЕНИЕ

Современный интерес к динамике полупроводниковых лазеров с оптической обратной связью обусловлен потенциальным применением таких устройств для скрытой передачи информации посредством хаотической синхронизации [1– 4]. Без обратной связи инжекционный полупроводниковый лазер с непрерывной накачкой генерирует непрерывное излучение с постоянной мощностью. Для достижения хаотической моду-



Рис. 1. Схема полупроводникового лазера с оптической обратной связью: ЛД — лазерный диод, З — внешнее возвратное зеркало

ляции выходного излучения необходимы какие-либо внешние воздействия на лазер, например, модуляция тока накачки, инжекция внешнего оптического сигнала или введение обратной связи.

С практической точки зрения оптическая обратная связь, осуществляемая внешним возвратным зеркалом, является одним из простейших способов получения широкополосных хаотических колебаний в полупроводниковом лазере (рис. 1). Даже слабая оптическая обратная связь приводит к возникновению сложных хаотических режимов согласно исследованиям [5–7]. Наиболее изучен случай когерентной оптической обратной связи, которая соответствует ситуации, когда длина петли обратной связи меньше длины когерентности лазерного излучения. В этом случае разность фаз между полем внутри резонатора лазера и сигналом обратной связи является постоянной и эти поля складываются когерентно (интерферируют), что и приводит к неустойчивости стационарной генерации и возникновению нестационарных режимов, в том числе динамического хаоса.

Динамика одномодового по продольному индексу инжекционного полупроводникового лазера со слабой когерентной оптической обратной связью хорошо изучена экспериментально и теоретически. Подробно исследованы как сами режимы динамического хаоса и области параметров, где они существуют, так и сценарии перехода к этим режимам [8]. Указанная динамика адекватно описывается широко известной моделью Лэнга—Кобаяши [9]. Она представляет собой систему

^{*} igor@appl.sci-nnov.ru

двух обыкновенных дифференциальных уравнений для медленно меняющейся комплексной амплитуды электромагнитного поля лазерной моды E(t) и концентрации неравновесных носителей (разности населённостей) F(t). В рамках этой модели обратная связь считается слабой, что позволяет ограничиться учётом только одного отражения от внешнего зеркала и добавить член $E(t-\tau)$ с временной задержкой в уравнение для поля.

Представляет интерес и противоположная ситуация некогерентной обратной связи. Некогерентная обратная связь возникает естественным образом, когда длина петли обратной связи становится больше длины когерентности лазерного излучения, или может быть создана специально путём поворота плоскости поляризации света в петле обратной связи, так что она становится ортогональной поляризации поля внутри лазера. В обоих случаях поля складываются некогерентно, и разность фаз между ними никак не влияет на их взаимодействие, которое происходит только через совместное насыщение активной среды.

Из двух случаев некогерентной обратной связи, упомянутых выше, исследован только случай поворота плоскости поляризации в петле обратной связи в работах [10–14]. Была предложена модель [11], адекватно описывающая экспериментально наблюдаемую динамику полупроводникового лазера с такой некогерентной обратной связью. Она состоит из уравнения для амплитуды поля внутри резонатора лазера и уравнения для концентрации носителей. В отличие от модели Лэнга—Кобаяши, такая обратная связь влияет только на разность населённостей, а в полевом уравнении нет члена с временной задержкой.

Модель, предложенная в работе [11], неприменима для случая некогерентной обратной связи без поворота плоскости поляризации, т.е. когда длина петли обратной связи превышает длину когерентности лазерного излучения. В этом случае поле внутри лазера и запаздывающее поле, возвратившееся в резонатор после отражения от внешнего зеркала, не могут интерферировать, т. к. разность фаз между этими полями не постоянна, а меняется во времени случайным образом. Модель лазера с таким вариантом некогерентной обратной связи не предлагалась до настоящего времени. Чтобы правильно описать рассматриваемую ситуацию, я предлагаю и исследую в настоящей работе модифицированную модель Лэнга—Кобаяши, в которой фаза поля обратной связи является случайной величиной.

1. МОДЕЛЬ

В безразмерных переменных, введённых в статье [15], предлагаемая модель может быть записана в следующем виде:

$$\frac{\mathrm{d}E(t)}{\mathrm{d}t} = (1+i\alpha) F(t)E(t) + \eta E(t-\tau) \exp[-i(\Omega\tau + \varphi_{\mathrm{r}})], T \frac{\mathrm{d}F(t)}{\mathrm{d}t} = P - F(t) - [1+2F(t)] |E(t)|^2,$$
(1)

где E(t) — медленно меняющаяся комплексная амплитуда электрического поля лазерной моды, F(t) — концентрация неравновесных носителей (инверсная разность населённостей), α — фактор уширения линии (α -фактор Генри), η и τ — коэффициент обратной связи и время обхода петли обратной связи, т.е. время распространения от выходной грани лазерного кристалла до внешнего возвратного зеркала и обратно, Ω — оптическая частота лазера без обратной связи. Время t нормировано на время жизни фотонов в резонаторе $\tau_{\rm p}$, величина $T = \tau_{\rm s}/\tau_{\rm p}$, где $\tau_{\rm s}$ — время жизни неравновесных носителей. Параметр накачки $P = J/J_{\rm th} - 1$, где J и $J_{\rm th}$ — ток накачки и его пороговое значение для лазера без обратной связи. Необходимо отметить, что обратная связь, возвращая часть выходного излучения обратно в резонатор лазера, приводит к увеличению амплитуды поля и, следовательно, к понижению порога генерации. Поэтому эффективное

превышение порога генерации зависит не только от параметра накачки, но и от коэффициента обратной связи и при $|P| \ll 1$, $\eta \ll 1$ может быть оценено как $P + \eta$.

Случайная величина φ_r равномерно распределена на отрезке от 0 до 2π . В случае некогерентной обратной связи она моделирует случайную разность фаз между полем внутри лазера и полем, вернувшимся в лазер после обхода петли обратной связи. В противном случае, когда $\varphi_r \equiv 0$, обратная связь полностью когерентна и модель (1) совпадает с уравнениями Лэнга—Кобаяши.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для сравнения поведения системы при когерентной и некогерентной обратной связи проводилось численное интегрирование системы уравнений (1) методом Рунге—Кутты четвёртого порядка, адаптированным для решения уравнений с запаздывающим аргументом. Известно, что в полупроводниковом лазере с когерентной обратной связью могут реализоваться два качественно различных режима динамического хаоса, которые интенсивно изучаются до настоящего времени (см. монографию [8]). Поэтому были выбраны два наборов параметров лазера, которые при когерентной обратной связи приводят к этим режимам. Общие для обоих наборов значения параметров таковы: $\tau = 3$, $\alpha = 5$, $T = 10^3$ ($\tau_{\rm p} = 1$ пс, $\tau_{\rm s} = 1$ нс) и $\Omega \tau = 0$. Коэффициент обратной связи η варьировался и был использован в качестве управляющего параметра.

Поскольку первый режим существует только вблизи порога генерации, для первого набора выбран параметр накачки P = 0,001. При коэффициенте обратной связи η , превышающем критическое значение $\eta_{\text{пор}} \approx 1.5 \cdot 10^{-4}$ (для выбранных параметров), стационарное решение теряет свою устойчивость и лазер переходит в режим регулярных квазигармонических колебаний выходной мощности. Дальнейшее увеличение коэффициента η сопровождается усложнением динамического поведения и при $\eta > 0,002$ приводит к хаотическому режиму так называемых низкочастотных колебаний мощности излучения с внезапными нерегулярными её провалами и последующим постепенным восстановлением [5, 6]. В этом режиме характерные частоты модуляции мощности значительно ниже, чем частота релаксационных колебаний в стационарном режиме.

Второй набор параметров соответствует накачке, заметно выше пороговой: параметр накачки P = 0,3. В этом случае типичным хаотическим режимом являются так называемые дестабилизированные релаксационные колебания, при которых осцилляции излучаемой мощности имеют нерегулярности на масштабе периода релаксационных колебаний. Следует отметить, что и этот хаотический режим возникает только, когда коэффициент обратной связи превышает определённый порог. Расчёты корреляционной размерности и спектров проводились с помощью программного пакета TISEAN [16, 17].

Для первого набора параметров динамические режимы лазера с когерентной и некогерентной обратной связью показаны на рис. 2. Если обратная связь когерентная, то лазер работает в режиме низкочастотных колебаний мощности (рис. 2a, δ). В этом случае лазерное излучение представляет собой нерегулярную последовательность пачек пикосекундных импульсов (рис. 2a). Типичная экспериментальная картина низкочастотных колебаний мощности — резкие провалы мощности с её последующим медленным восстановлением — является результатом ограниченной полосы частот регистрирующей аппаратуры. Усреднённая мощность лазерного излучения хорошо воспроизводит экспериментально наблюдаемые особенности режима низкочастотных колебаний мощности, см. рис. 2δ . Включение флуктуаций фазы поля обратной связи, т. е. переход от когерентной к некогерентной обратной связи, приводит к замене хаотического режима низкочастотных колебаний почти стационарной генерацией со слегка колеблющейся (зашумлённой) мощностью, см. рис. 2ϵ .

Спектры флуктуаций мощности лазерного излучения для когерентной и некогерентной об-





Рис. 2. Численное решение системы (1) при параметре накачки $P = 10^{-3}$ и коэффициенте обратной связи $\eta = 0,01$. Временная эволюция мощности лазерного излучения (*a*) и усреднённой мощности (δ) при когерентной обратной связи (режим низкочастотных колебаний мощности), мощность излучения при некогерентной обратной связи (*b*). Время усреднения 2 нс

ратной связи представлены на рис. 3. Для когерентной обратной связи спектр имеет вид, характерный для режима низкочастотных колебаний, — набор гармоник частоты обратной связи [7], см. рис. 3*a*. В случае некогерентной обратной связи спектр флуктуаций имеет форму низкого широкого пика с центром на частоте релаксационных колебаний (0,54 ГГц для выбранных параметров) и не содержит гармоник частоты обратной связи, см. рис. 3*б*. Этот вид спектра типичен для флуктуаций мощности в режиме стационарной генерации и подтверждает шумовой характер процесса при некогерентной обратной связи.

Квазистационарная генерация наблюдается при относительно малом уровне некогерентной обратной связи, слегка превышающем порог неустойчивости стационарной генерации. Увеличение коэффициента обратной связи η приводит к увеличению флуктуаций мощности, которые тем не менее остаются случайными, недетерминированными. Дальнейшее увеличение коэффициента обратной связи приводит к 100-процентной модуляции мощности лазера. Расчёты корреляционной размерности показывают, что получившееся поведение — это динамический хаос с некоторой шумовой добавкой. Типичные колебания мощности при сильной некогерентной обратной связи представлены на рис. 4 ϵ , ϵ вместе с поведением лазера в случае когерентной обратной связи при тех же параметрах (рис. 4a, δ). Очевидно, что хаотический режим в случае некогерентной обратной связи. Во-первых, в огибающей мощности выходящего излучения отсутствуют провалы до нуля. Во-вторых, сами импульсы имеют существенно большую длительность и меньшую среднюю частоту повторения.

Для второго набора параметров и второго хаотического режима влияние некогерентной обратной связи в целом аналогично рассмотренному выше случаю. При когерентной обратной связи стационарная генерация теряет устойчивость при коэффициенте $\eta > 2,5 \cdot 10^{-4}$, а хаотичный режим дестабилизированных релаксационных колебаний возникает в области коэффициентов $\eta > 2 \cdot 10^{-3}$. Типичный режим таких колебаний показан на рис. 5*a*. Он имеет вид негармонических осцилляций с частотой, близкой к частоте релаксационных колебаний и с некоторыми фазовыми нерегулярностями и хаотической амплитудной модуляцией, см. также рис. 6*6*. Спектр флуктуаций мощности этого процесса имеет основной пик на частоте релаксационных колебаний (3,9 ГГц



Рис. 3. Спектральная плотность флуктуаций мощности излучения для параметров рис. 2: *a* — когерентная обратная связь (соответствует рис. 2*a*), *б* — некогерентная обратная связь (соответствует рис. 2*a*)



Рис. 4. Численное решение системы (1) при параметре накачки $P = 10^{-3}$ и коэффициенте обратной связи $\eta = 0.25$. Поведение излучаемой лазером мощности при когерентной обратной связи (a, δ) и при некогерентной обратной связи (e, e). Панели δ и e демонстрируют в увеличенном масштабе по времени зависимости на панелях a и e

для выбранных параметров) с двумя асимметричными группами сателлитов с его обеих сторон, см. рис. 56. Как и в предыдущем случае, переход от когерентной к некогерентной обратной связи приводит к почти квазистационарной генерации со слегка промодулированной шумовым образом мощностью, как показано на рис. 56. Соответствующий спектр флуктуаций мощности имеет форму низкого широкого пика с центром на частоте релаксационных колебаний (рис. 5*г*), как и для первого набора параметров (рис. 3*б*).

Для некогерентной обратной связи увеличение коэффициента η приводит к увеличению флуктуаций мощности вплоть до 100 %, как показано на рис. 6*6*, *г*. Расчёты корреляционной размерности показали, что при коэффициенте обратной связи $\eta > 0,1$ детерминированная компонента



Рис. 5. Численное решение системы (1) при параметре накачки P = 0,3 и коэффициенте обратной связи $\eta = 0,005$. Мощность излучения и спектр её флуктуаций при когерентной обратной связи в режиме дестабилизированных релаксационных колебаний $(a, \ b)$ и при некогерентной обратной связи ($b, \ c$)



Рис. 6. Мощность излучения при слабой когерентной обратной связи ($\eta = 0,01$, панели a, δ) и при сильной некогерентной обратной связи ($\eta = 0,15$, панели e, e), параметр накачки P = 0,3. Панели δ и e демонстрируют в увеличенном масштабе по времени зависимости на панелях a и e



Рис. 7. Спектральная плотность флуктуаций мощности излучения для слабой ($\eta = 0,01$, панель a) и сильной ($\eta = 0,15$, панель b) некогерентной обратной связи; параметр накачки P = 0,3

в колебаниях мощности доминирует над шумовой и система демонстрирует режим динамического хаоса. В отличие от случая низкочастотных колебаний мощности (когда хаотический режим при сильной некогерентной обратной связи качественно отличается от хаотического режима при когерентной обратной связи) в случае дестабилизированных релаксационных колебаний эти режимы практически совпадают (рис. 6). Единственное отличие — это наличие небольшого высокочастотного шума во временной реализации при некогерентной обратной связи, см. рис. 6г. Спектр флуктуаций мощности при сильной некогерентной обратной связи (рис. 76) принципиально отличается от случая слабой некогерентной обратной связи (рис. 7а), но качественно такой же, как и спектр дестабилизированных колебаний на рис. 56.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложено простейшее обобщение модели Лэнга—Кобаяши на случай полупроводникового лазера с некогерентной оптической обратной связью, длина петли которой превышает длину когерентности лазерного излучения. Уравнения этой модели дополнены стохастической переменной, моделирующей случайную разность фаз между полем внутри резонатора и полем, возвратившимся в лазер после обхода петли обратной связи. Достоинством предлагаемой модели является то, что она позволяет ввести в рассмотрение некогерентную обратную связь обсуждаемого типа простейшим образом. Её основное ограничение — невозможность моделировать обратную связь смешанного типа, т. е. переход от когерентной к некогерентной обратной связи, возникающий при длине петли обратной связи, близкой к длине когерентности излучения. Строгий подход состоит в корректном учёте спонтанного излучения, определяющем поведение фазы генерируемого поля и время когерентности лазерного излучения. Однако он существенно усложняет модель, приводя при этом для некогерентной обратной связи к качественно совпадающим результатам согласно расчётам [18].

В рамках предлагаемой модели показано, что для обоих характерных для инжекционного полупроводникового лазера с когерентной оптической обратной связью хаотических режимов переход к некогерентной обратной связи приводит к замене динамического хаоса на квазистационарную генерацию с небольшой шумовой составляющей. Это происходит при относительно слабой обратной связи, слегка превышающей порог возникновения соответствующего хаотического режима. При некогерентной обратной связи увеличение её коэффициента приводит к увеличению флуктуаций мощности, которые тем не менее остаются в основном случайными, недетерминированными. Дальнейшее увеличение коэффициента обратной связи приводит к 100-процентной

модуляции мощности лазерного излучения. При относительно сильной некогерентной обратной связи система демонстрирует режим динамического хаоса с небольшой шумовой добавкой.

Таким образом, даже некогерентная оптическая обратная связь может привести к хаотическим колебаниям интенсивности лазерного излучения. В отличие от когерентного случая, хаотические колебания при этом возникают при значительно бо́лее сильной обратной связи. Кроме того, неустойчивость стационарной генерации не имеет порогового характера: её порог не может быть определён, поскольку он сильно размыт. Показано, в случае некогерентной обратной связи предложенная модель может иметь как шумовые, так и детерминированные решения, в том числе хаотические. Это означает, что невозможно построить чисто динамическую модель полупроводникового лазера с некогерентной оптической обратной связью, справедливую во всём диапазоне изменения параметров.

Работа выполнена при поддержке программы Совета при Президенте РФ по государственной поддержке ведущих научных школ (грант НШ-2001.2014.2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Афраймович В. С., Веричев Н. Н., Рабинович М. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 29, № 9. С. 1050.
- 2. Colet P., Roy R. // Opt. Lett. 1994. V. 19, No 24. P. 2056.
- 3. Короновский А. А., Москаленко О. И., Храмов А. Е. // УФН. 2009. Т. 179, № 12. С. 1 281.
- 4. Корюкин И.В. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2010. Т. 18, № 3. С. 60.
- 5. Morikawa T., Mitsuhashi Y., Shimada J. // Electron. Lett. 1976. V. 12. P. 435.
- 6. Risch C., Voumard C. // J. Appl. Phys. 1977. V. 48. P. 2083.
- 7. Petermann K. // IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron. 1995. V. 1, No 1. P. 480.
- 8. Ohtsubo J. Semiconductor lasers: stability, instability and chaos. Springer, 2007. 476 p.
- 9. Lang R., Kobayashi K. // IEEE J. Quantum Electron. 1980. V. 16. P. 347.
- 10. Yasaka H., Yoshikuni Y., Kawaguchi H. // IEEE J. Quantum Electron. 1991. V. 27. P. 193.
- 11. Otsuka K., Chen J. L. // Opt. Lett. 1991. V. 16. P. 1759.
- 12. Chen J. L., Otsuka K., Ishiyama F. // Optics Comm. 1993. V. 96. P. 259.
- 13. Ishiyama F. // J. Opt. Soc. Am. B. 1999. V. 16. P. 2202.
- 14. Houlihan J., Huyet G., McInerney J.G. // Optics Comm. 2001. V. 199. P. 175.
- 15. Alsing P. M., Kovanis V., Gavrielides A., Erneux T. // Phys. Rev. A. 1996. V. 53. P. 4429.
- 16. Hegger R., Kantz H., Schreiber T. // Chaos. 1999. V. 9. P. 413.
- 17. http://www.mpipks-dresden.mpg.de/tisean/.
- 18. Koryukin I. V. // J. Opt. Soc. Am. B. 2014. V. 31. P. 873.

Поступила в редакцию 14 января 2014 г.; принята в печать 18 апреля 2014 г.

DYNAMICS OF A SINGLE-MODE SEMICONDUCTOR LASER WITH INCOHERENT OPTICAL FEEDBACK

I. V. Koryukin

A new model of an injection semiconductor laser with optical feedback generalizing the Lang– Kobayashi equations to the case of incoherent feedback is proposed. Within the framework of this model, the above-mentioned equations are complemented by the stochastic variable, which simulates

the random phase difference between the field inside the cavity and the field returned to the laser after travelling over the feedback loop. It is shown that transition from coherent to incoherent feedback in the case of weak feedback results in the replacement of dynamic chaos by almost stationary oscillation with slightly noisy intensity. However, a much stronger incoherent feedback can lead to chaotic oscillations. The proposed model has both noise and determinate solutions, which indicates impossibility to develop a purely dynamic model of a semiconductor laser with incoherent optical feedback.