

УДК 551.511.3

ОСОБЕННОСТИ ФИЛЬТРАЦИИ ДЛИННЫХ АКУСТИКО-ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН В БЕЗВЕТРЕННОЙ АТМОСФЕРЕ

О. Н. Савина^{1,2}, П. А. Беспалов^{3*}

¹ Высшая школа экономики;

² Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева;

³ Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

Рассмотрены уравнения для волновых возмущений скорости и давления в неизотермической атмосфере. Отмечено, что возмущение давления имеет особенности вблизи высоты, где выполняется равенство горизонтальной фазовой скорости возмущения и скорости звука в среде. На данной высоте сосредоточен тонкий слой атмосферы с конечной массой; выше волновые возмущения не проходят. Для реальных высотных температурных профилей атмосферы численными расчётами подтверждено наличие особенности в волновом возмущении давления.

ВВЕДЕНИЕ

Акустико-гравитационные волны могут играть важную роль в передаче колебаний от поверхности Земли к высоким слоям атмосферы. Исследование этой роли является актуальной задачей. Причиной приземной генерации акустико-гравитационных волн могут быть землетрясения, взрывы, морские волнения, а также другие искусственные и естественные процессы (см., например, [1]). При изучении возможности распространения акустико-гравитационных волн до ионосферных высот важно, какие волны и по каким причинам фильтруются на трассе распространения.

На распространение акустико-гравитационных волн в атмосфере оказывают влияние различные факторы, в частности горизонтальные ветры и неизотермичность. Ветры могут приводить к неустойчивости волн (см., например, [2]). Неизотермичность атмосферы может способствовать формированию волноводных каналов, связанных с переотражением акустико-гравитационных волн от определённых уровней атмосферы [3, 4].

В данной работе мы хотим обратить внимание на новый механизм фильтрации в атмосфере, проявляющийся на тех высотах, где в неизотермической среде совпадают горизонтальная фазовая скорость волны и скорость звука. Когда это совпадение выполняется, формируются особенности волнового поля и акустико-гравитационные волны резонансно захватываются в волноводные каналы, выше которых возмущения атмосферы отсутствуют. При обсуждении этого явления необходимо учитывать, что в неизотермической атмосфере скорость звука зависит от высоты.

Как будет показано ниже, в земной атмосфере существует диапазон фазовых скоростей (или диапазон частот при фиксированных горизонтальных размерах источника) волн, генерируемых на поверхности Земли и не пропускаемых вверх из-за предложенного механизма фильтрации. Для того, чтобы выделить основную причину рассмотренного эффекта, мы не принимаем во внимание ветры. Поскольку особенность возникает в узкой по высоте области, учёт ветра приведёт к доплеровскому сдвигу частоты, что потребует дополнительных уточняющих вычислений, но не изменит сути явления.

*pbspalov@mail.ru

1. АНАЛИЗ ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ ВБЛИЗИ ВЫСОТЫ СОВПАДЕНИЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ФАЗОВОЙ СКОРОСТИ И СКОРОСТИ ЗВУКА

Рассмотрим двумерные волновые поля в плоскостной атмосфере. Направим ось z вертикально вверх, а ось x — перпендикулярно ей. Горизонтальные ветры и вязкость среды не учитываем. Линеаризованная система уравнений газовой динамики для возмущений давления p_{\sim} , плотности ρ_{\sim} , горизонтальной v_{\sim} и вертикальной w_{\sim} компонент скорости хорошо известна. При решении системы для компенсации быстрого уменьшения плотности среды с высотой удобно использовать следующие зависимые переменные [5]: $V = (\rho/\rho_0)^{1/2} v_{\sim}$, $W = (\rho/\rho_0)^{1/2} w_{\sim}$, $P = (\rho/\rho_0)^{1/2} p_{\sim}$, $R = (\rho/\rho_0)^{1/2} \rho_{\sim}$, где ρ и ρ_0 — невозмущённая плотность атмосферы на текущем уровне и на поверхности Земли соответственно. Исключая возмущения плотности и горизонтальной скорости из линеаризованных уравнений газовой динамики, получаем систему [5], которая описывает волновые возмущения вида $\exp[i(-\omega t + k_{\perp} x)]$ в неизотермической плоскостной атмосфере:

$$[-\omega^2 + \omega_g^2(z)] W - i \frac{\omega}{\rho_0} \left[\frac{\partial}{\partial z} + \Gamma(z) \right] P = 0, \quad (1a)$$

$$[-\omega^2 + c_s^2(z)k_{\perp}^2] P - i\omega\rho_0 c_s^2(z) \left[\frac{\partial}{\partial z} - \Gamma(z) \right] W = 0. \quad (1b)$$

Здесь ω_g^2 — квадрат частоты Брента–Вяйсяля, Γ — параметр Экарта:

$$\omega_g^2 = \frac{(\gamma - 1)g^2}{c_s^2} + \frac{g}{T} \frac{\partial T}{\partial z}, \quad \Gamma = \frac{(2 - \gamma)g}{2c_s^2} - \frac{1}{2T} \frac{\partial T}{\partial z}, \quad (2)$$

где γ — показатель адиабаты, g — ускорение свободного падения, $c_s(z)$ — скорость звука, $T(z)$ — невозмущённая температура атмосферы. Для дальнейшего важно, что в атмосфере параметр Экарта $\Gamma > 0$. В соответствии с уравнениями (1) усреднённый по времени поток волновой энергии S не зависит от вертикальной координаты z (верхний индекс «*» означает комплексное сопряжение):

$$S = (PW^* + P^*W)/2 = \text{const}. \quad (3)$$

Рассмотрим подробнее процессы вблизи высоты $z = z_*$, где выполняется условие

$$\omega = c_s(z_*)k_{\perp}. \quad (4)$$

Ограничимся анализом волновых возмущений, для которых в достаточно большом интервале высот ниже и выше уровня z_* выполняется неравенство $\omega \neq \omega_g(z)$. Тогда для анализа особенности волновых полей вблизи уровня z_* достаточно учесть зависимость от высоты только в факторе $c_s^2(z)k_{\perp}^2$ в уравнениях (1a) и (1b), а для остальных коэффициентов использовать значения при $z = z_*$:

$$(-\omega^2 + \omega_{g*}^2) W - i \frac{\omega}{\rho_0} \left(\frac{\partial}{\partial z} + \Gamma_* \right) P = 0, \quad (5a)$$

$$[-\omega^2 + c_s^2(z)k_{\perp}^2] P - i\omega\rho_0 c_{s*}^2 \left(\frac{\partial}{\partial z} - \Gamma_* \right) W = 0. \quad (5b)$$

Исключая из системы (5) возмущения вертикальной скорости, для возмущения давления получаем уравнение

$$\frac{\partial^2 P}{\partial z^2} - \left(\Gamma_*^2 + \mu^3 \frac{z - z_*}{z_*^3} \right) P = 0. \quad (6)$$

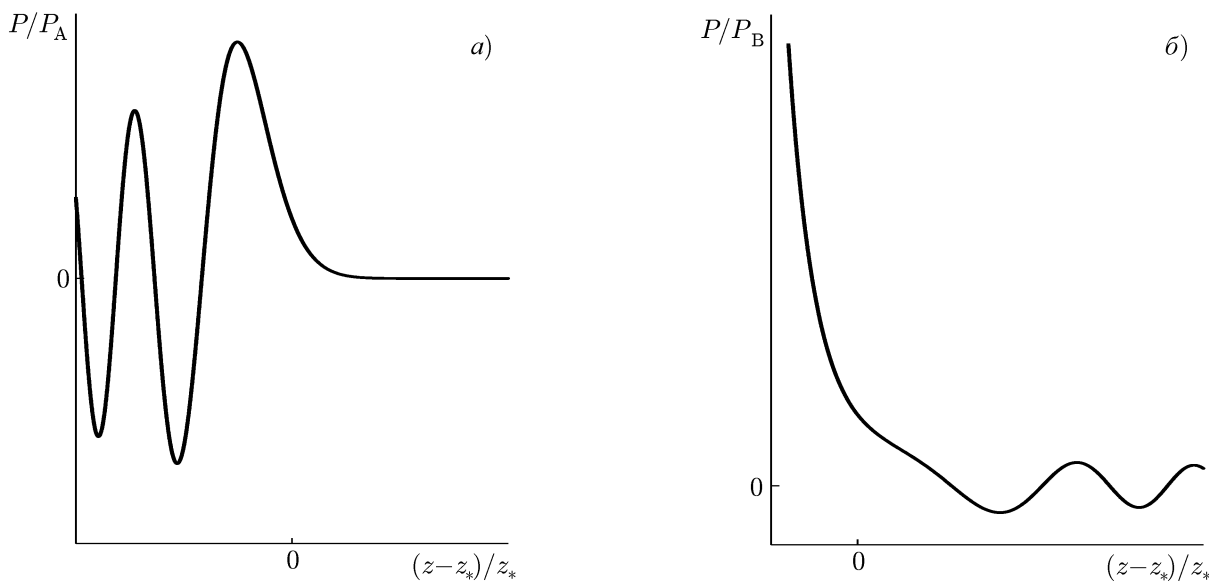


Рис. 1. Иллюстрации решений уравнения (6)

Здесь учтено, что зависимость скорости звука от высоты вблизи уровня z_* достаточно аппроксимировать линейной функцией z : $\omega - c_s(z)k_{\perp} = \mu^3 \omega c_{s*}^2 (z - z_*) / [2z_*^3 (\omega^2 - \omega_{g*}^2)]$, где μ — числовой коэффициент. Для определённости предположим, что $P(z_*) > 0$. Если, например, $\Gamma_* = 0$, то в решении уравнения Эйри (6) волновая составляющая давления имела бы точку отражения при $z = z_*$. В зависимости от знака коэффициента μ возможны два случая.

Если $\mu = \mu_A > 0$, то решением уравнения (6) является волновой процесс ниже рассматриваемой области, при $z > z_*$ переходящий в экспоненциально спадающее решение. С учётом поведения параметра Γ_* вблизи высоты z_* точка отражения находится ниже уровня z_* в соответствии с решением $P = P_A \text{Ai}[(\Gamma_* z_* / \mu_A)^2 + \mu_A (z - z_*) / z_*]$ уравнения (6), где P_A — константа. Вблизи $z = z_*$ возмущение давления почти экспоненциально уменьшается с высотой (см. рис. 1а).

В случае $\mu = \mu_B < 0$ давление, согласно решению уравнения (6), уменьшается с ростом высоты ниже рассматриваемой области, а выше неё переходит в волновой процесс. С учётом поведения коэффициента Γ_* точка перехода от спадающего режима к волновому находится выше уровня z_* в соответствии с решением уравнения (6) $P = P_B \text{Vi}[(\Gamma_* z_* / \mu_B)^2 + \mu_B (z - z_*) / z_*]$, где P_B — константа (см. рис. 1б).

Таким образом, на той высоте, где горизонтальная фазовая скорость волны сравнивается со скоростью звука, вне зависимости от знака изменения скорости звука в этой точке, амплитуда волнового давления уменьшается с высотой. С другой стороны, на высоте z_* согласно уравнению (5б) выполняется равенство

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} - \Gamma_* \right) W \Big|_{z=z_*} = 0. \quad (7)$$

Соотношение (7) допускает две возможности.

В первом случае вертикальная скорость $W \neq 0$. Тогда из равенства (7) ввиду линейности задачи следует, что в уравнении (5а) производную $\partial P / \partial z$ можно заменить на произведение $\Gamma_* P$, в результате чего получим соотношение

$$(-\omega^2 + \omega_{g*}^2) W - 2i\omega \Gamma_* P / \rho_0 = 0. \quad (8)$$

Следовательно, комплексные амплитуды возмущения вертикальной скорости и давления сдвинуты по фазе на $\pi/2$, поэтому усреднённый по времени вертикальный поток энергии $S = 0$ (см. (3)). Кроме того, согласно равенству (8) величины W и P с увеличением высоты растут экспоненциально. Такое поведение не согласуется с решением уравнения (6). Поэтому решение с вертикальной скоростью $W \neq 0$ не реализуется.

Рассмотрим второе возможное решение уравнения (7) вблизи высоты, где выполнено соотношение $\omega = c_s(z_*)k_{\perp}$. Это решение характеризуется нулевой скоростью вертикального смещения молекул $W = 0$. Усреднённый по времени вертикальный поток энергии отсутствует и в этом случае ($S = 0$, см. (3)). Из равенства нулю вертикальной скорости и её производной на высоте z_* следует, что при $z > z_*$ также выполнено равенство $W = 0$. При $W = 0$ система уравнений (1) вблизи особенности записывается следующим образом:

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} + \Gamma(z) \right] P = 0, \quad [-\omega^2 + c_s^2(z)k_{\perp}^2] P = 0. \quad (9)$$

Система уравнений (9) должна быть совместной в окрестности $z = z_*$. Общее решение системы (9) можно представить в виде

$$P = P_1 E(z_* - z) \exp\left(-\int_{z_*}^z \Gamma dz'\right) + \Phi \delta(z - z_*) + P_2 E(z - z_*) \exp\left(-\int_{z_*}^z \Gamma dz'\right), \quad (10)$$

где $E(\xi)$ — единичная функция Хевисайда, $\delta(\xi)$ — дельта-функция Дирака. С помощью δ -функции учитывается, что на уровне z_* может быть сосредоточен слой атмосферы с конечной массой. Поскольку при $z > z_*$, как было показано выше, возмущения вертикальной скорости отсутствуют, то в соответствии с уравнением (1б) коэффициент P_2 в (10) должен равняться нулю.

Для реального высотного профиля атмосферы Земли условие (4) для определённой частоты может выполняться один и более раз. Проведённое рассмотрение показало, что для возмущения вертикальной скорости и давления всюду выше первой на пути распространения высоты $z = z_*$ выполняются равенства $W = 0$ и $P = 0$. Величина Φ в выражении (10) определяется из условия, что слой с конечной массой на высоте z_* должен поддерживаться в равновесии давлением снизу. А именно, должно выполняться равенство давления снизу P_1 и гидростатического давления $P = \int \rho g dz$, обусловленного областью с конечной массой сверху. Учитываем, что в отсутствие возмущения вертикальной компоненты скорости нормированная плотность $R = P/c_s^2$, — получаем, что давление $P_1 = \Phi \int (g/c_s^2) \delta(z - z_*) dz = \Phi g/c_{s*}^2$ и соответственно величина $\Phi = P_1 c_{s*}^2/g$.

Таким образом, если для волновых возмущений в неизотермической атмосфере на некотором уровне z_* выполняется условие $\omega = c_s(z_*)k_{\perp}$, то на этой частоте отсутствует усреднённый вертикальный поток энергии. Данной частоте соответствуют собственные решения в виде возмущений, захваченных в горизонтальный волновод, высота которого определяется как температурным профилем атмосферы, так и временным и пространственным масштабами возмущения. На уровне z_* формируется особенность в распределении волновой составляющей давления. Выше первого из таких уровней на пути распространения волновые возмущения отсутствуют.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ПОЛНОВОЛНОВОГО ЧИСЛЕННОГО РАСЧЁТА

Расчёты волновых полей удобно выполнять в безразмерных переменных, в качестве которых в данном случае были выбраны переменные $\tilde{z} = z\omega_{g0}/c_{s0}$, $\tilde{T} = T/T_0$, $\tilde{\omega} = \omega/\omega_{g0}$, $\tilde{k}_{\perp} = k_{\perp}c_{s0}/\omega_{g0}$, $\tilde{c}_s = c_s(z)/c_{s0}$, $\tilde{W} = W/W_0$, $\tilde{P} = P/(\rho_0 c_{s0}^2)$. Здесь нулевой индекс отмечает значение переменной на поверхности Земли.

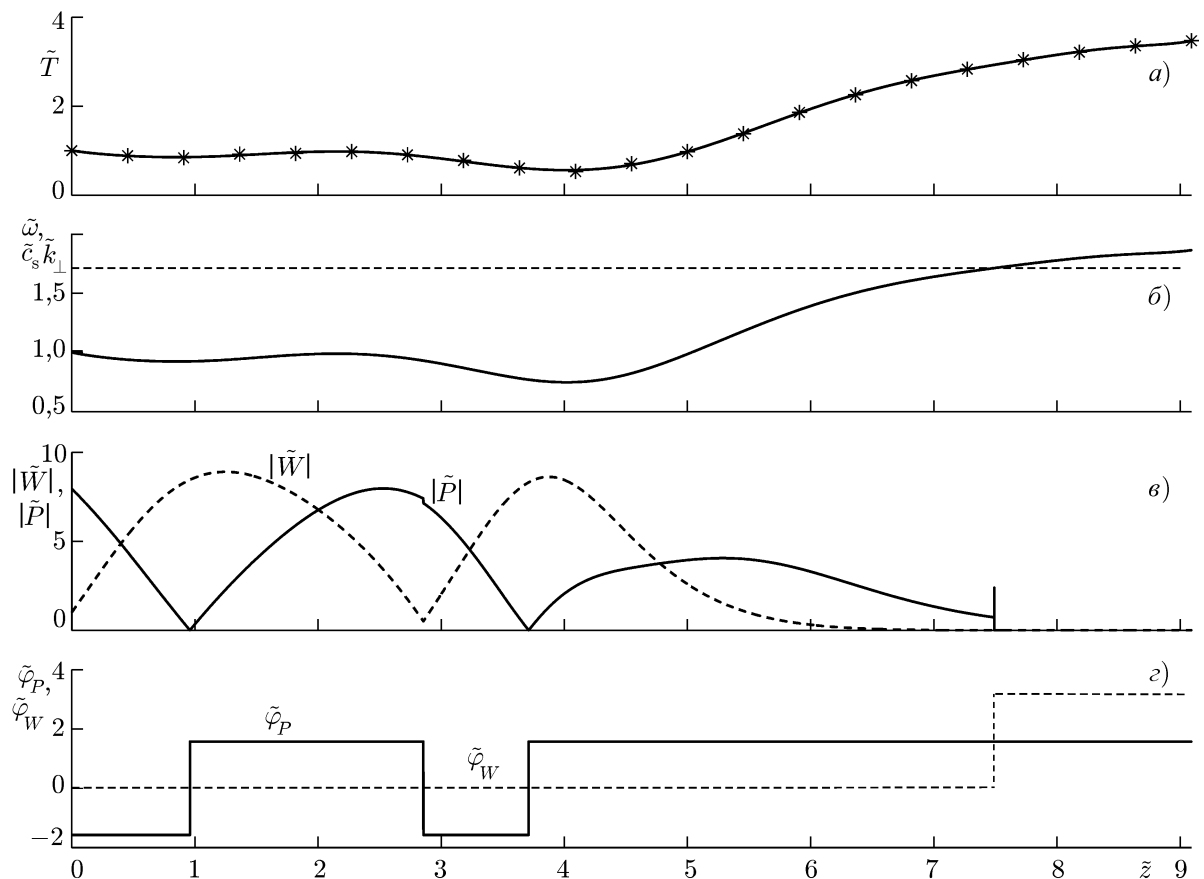


Рис. 2. Собственное волновое поле в атмосфере: *a* — высотное распределение температуры; *б* — высотное распределение величины $\tilde{c}_s \tilde{k}_\perp$, пунктирной линией показана частота $\tilde{\omega}$; *в* — высотное распределение амплитуды волнового давления и вертикальной скорости; *г* — высотные распределения фаз колебаний давления и вертикальной скорости

С помощью численного интегрирования системы (1) получено высотное распределение давления и вертикальной скорости в волновых полях для монохроматического источника возмущений вертикальной скорости. Верхняя граница при расчётах бралась равной 200 км. В качестве граничного условия на ней использовалось условие излучения, если распространение возможно, и условие экспоненциального убывания решения с высотой, если распространение невозможно. Выше 200 км для температуры атмосферы применялась изотермическая модель.

Высотные распределения температуры в атмосфере были выбраны в соответствии с моделью MSIS-E-90 [6]. При расчётах использовалось распределение температуры $T(z)$ в 15:00 UT 10.08.2012 в точке 65° с. ш., 45° в. д.; результаты показаны на рис. 2. На рис. 2*a* звёздочками показаны модельные значения температуры. На рис. 2*б* уровень z_* , отвечающий равенству горизонтальной фазовой скорости и скорости звука, соответствует точке пересечения сплошной и пунктирной линий. На рис. 2*в* и *г* показаны высотные распределения амплитуды и фазы волнового давления (сплошные линии) и вертикальной скорости (штриховые линии) собственных колебаний в условиях, когда горизонтальная компонента фазовой скорости совпадает на некоторой высоте со скоростью звука.

При расчётах, результаты которых приведены на рис. 3, использовалось распределение температуры $T(z)$ в 15:00 UT 15.02.2012 в точке 55° с. ш., 45° в. д. Обозначения аналогичны рис. 2. Проведённые расчёты показали, что в случаях, соответствующих рис. 2 и 3, усреднённый по

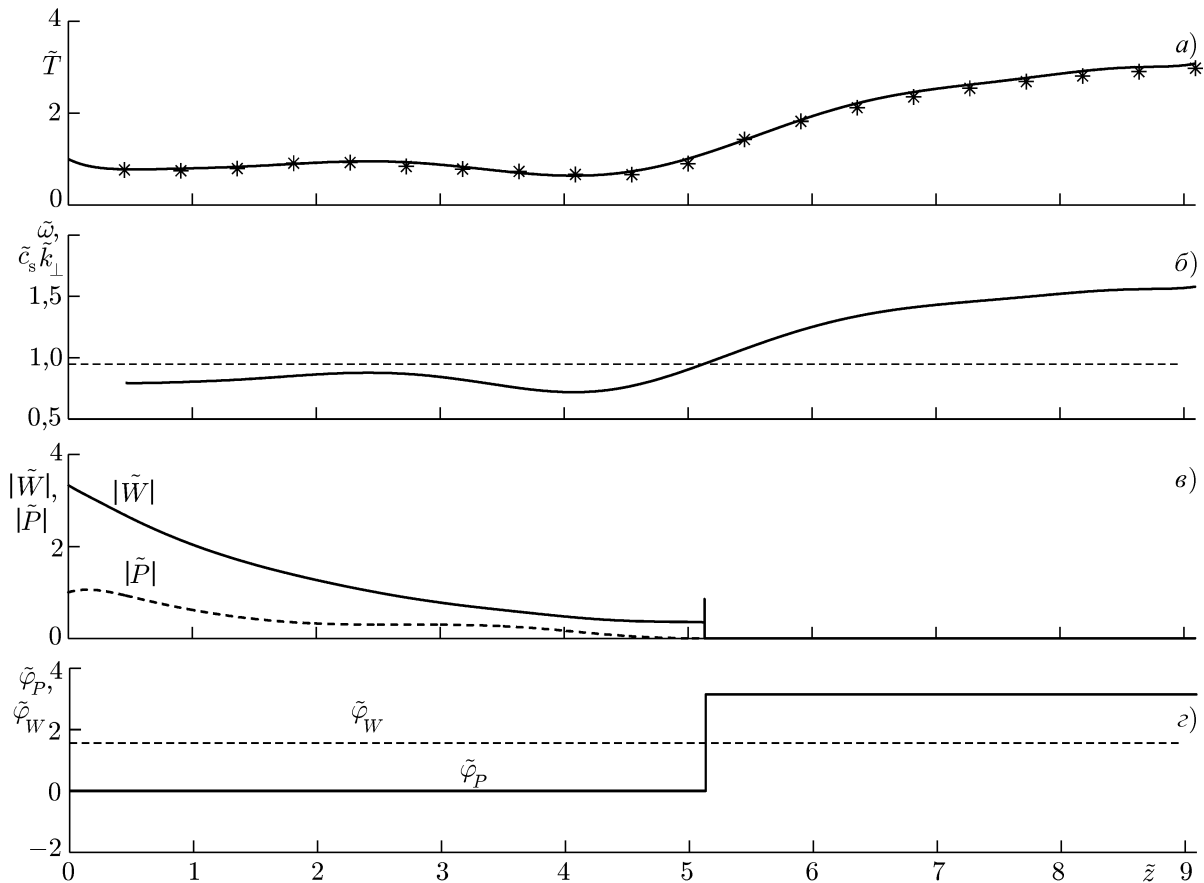


Рис. 3. Вынужденное волновое поле от монохроматического наземного источника (обозначения аналогичны рис. 2)

времени вертикальный поток энергии $S = 0$. Решение, приведённое на рис. 2, соответствует собственным колебаниям, на рис. 3 — вынужденным.

Согласно рис. 2в и 3в как в собственных, так и в вынужденных колебаниях на уровне z_* вертикальная скорость смещения молекул обращается в ноль, амплитуда волнового давления имеет особенность, а выше этого уровня волновые поля не проходят.

На рис. 4 приведены некоторые результаты численного расчёта двумерных атмосферных возмущений, создаваемых импульсным локальным наземным источником, центр которого задавался горизонтальной координатой $\tilde{x} = 0$. При расчётах использовалось двумерное прямое и обратное быстрое преобразование Фурье по горизонтальной координате и времени. Температурный профиль $\tilde{T}(\tilde{z})$, размеры источника $\Delta\tilde{x} = 2\pi/\tilde{k}_\perp$ и время его действия $\Delta\tilde{t} = 2\pi/\tilde{\omega}$ соответствовали характеристикам, использованным при построении рис. 3. На рис. 4 разным уровнем серого показаны значения волнового давления $\tilde{P}(\tilde{x}, \tilde{z})$ для четырёх равноотстоящих последовательных моментов времени. На начальной стадии процесса сравнительно высокочастотная составляющая волнового поля формирует акустическое возмущение, которое уходит в высокие слои атмосферы [7]. В нижней и средней атмосфере остаются волновые возмущения, интенсивность которых уменьшается с высотой. Эти волновые возмущения не проходят выше уровней, на которых горизонтальные фазовые скорости совпадают со скоростью звука.

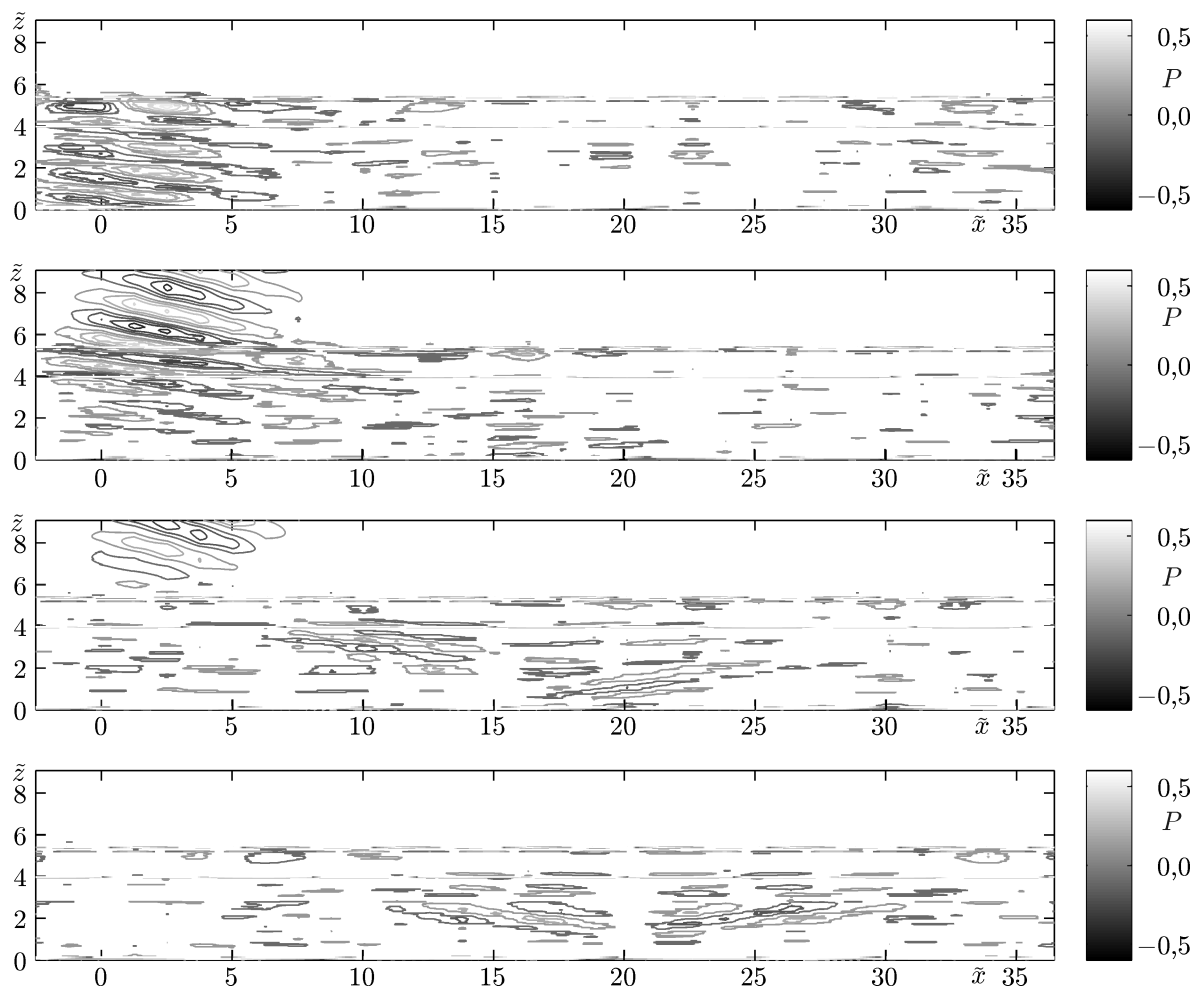


Рис. 4. Последовательные по времени (с интервалом в 5 минут) мгновенные снимки волнового давления от локального импульсного наземного источника

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены возмущения скорости и давления в акустико-гравитационных волнах в неизотермической атмосфере. Согласно полученным решениям, волновая составляющая давления имеет особенности вблизи высоты z_* , где выполняется равенство горизонтальной фазовой скорости возмущения и скорости звука. Это продемонстрировано для конкретных высотных профилей температуры в атмосфере; также показано, что на высоте z_* вертикальная скорость в возмущении обращается в ноль. Выше волновые возмущения не проходят.

В атмосфере рассмотренная особенность играет роль фильтра. На высотах, где скорость звука увеличивается с высотой, отсеиваются сначала возмущения со сравнительно низкими горизонтальными фазовыми скоростями. Если горизонтальный масштаб возмущения на земной поверхности определен источником, то с ростом высоты будет увеличиваться частота волн, которые не распространяются в верхние слои. Такая закономерность отмечалась в натуральных экспериментах [8]. Отметим, что в настоящее время с помощью различных методов наблюдения активно изучаются захваченные атмосферные волны на частотах, близких к частоте Брента–Вяйсяля (см., например, [9, 10]).

Мы рассматривали диапазон длин волн, при которых вязкость несущественна; это учиты-

валось заданием конкретных значений горизонтальных волновых чисел при численном расчёте. Более важно влияние вязкости на расплывание скачка плотности, вертикальные размеры которого будут порядка длины свободного пробега молекул на рассматриваемой высоте. Последовательный учёт влияния вязкости представляет собой самостоятельную задачу и не изменит принципиальный вывод о возможности фильтрации.

Работа частично поддерживалась РФФИ (проект 14-05-00565-а), Программой поддержки ведущих научных школ (грант НШ-4185.2012.2) и Программой фундаментальных исследований Президиума РАН № 22.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Blank E. // *Ann. Geophys.* 1985. V. 3, No. 6. P. 673.
2. Бахметьева Н. В., Григорьев Г. И., Толмачева А. В. // *Изв. вузов. Радиофизика.* 2010. Т. 53, № 11. С. 695.
3. Krasnov V. M., Drobzheva Y. V., Lastovicka J. // *Surveys Geophys.* 2006. V. 27. P. 169.
4. Fritts D. C., Alexander M. J. // *Rev. Geophys.* 2003. V. 41, No. 1. P. 1 003.
5. Госсард Э., Хук Н. *Волны в атмосфере.* М.: Мир, 1978.
6. http://omniweb.gsfc.nasa.gov/vitmo/msis_vitmo.html.
7. Bepalov P. A., Savina O. N. // *Earth Planets Space.* 2012. V. 64, No. 6. P. 451.
8. Jones T. B. // *Nature.* 1982. V. 299. Oct. 7. P. 488.
9. Snively B. J., Pasko V. P., Taylor M. J. // *J. Geophys. Res. A.* 2010. V. 115, No. 11. Art. no. A11311.
10. Garces M., Willis M., Hetzer C., et al. // *Geophys. Res. Lett.* 2004. V. 31, No. 19. Art. no. L19304.

Поступила в редакцию 17 сентября 2013 г.; принята в печать 23 октября 2013 г.

FILTERING FEATURES OF LONG ACOUSTOGRAVITATIONAL WAVES IN WINDLESS ATMOSPHERE

O. N. Savina and P. A. Bepalov

Equations for the wave perturbations of velocity and pressure in nonisothermal atmosphere are considered. It is noted that the pressure perturbation has singularities near the altitude where the equality of the horizontal phase velocity of acoustic perturbation and velocity in the medium is fulfilled. At this altitude, a thin atmospheric layer with finite mass is concentrated. The wave perturbation do not penetrate to a higher level. The presence of singularity in the wave perturbation of pressure is numerically confirmed for the actual altitude temperature profiles of the atmosphere.