УДК 524.354.4:524.3-7

РАСПРОСТРАНЕНИЕ И ГЕНЕРАЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ПРОТОННЫХ ГИРОЧАСТОТАХ В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННОЙ ПЛАЗМЕ. I. НИЗКОЧАСТОТНЫЕ СЛАБОЗАТУХАЮЩИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

В. В. Железняков, П. А. Беспалов *

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

Рассмотрены дисперсионные характеристики электромагнитных волн в плазме с сильным магнитным полем и равным содержанием релятивистских электронов и позитронов, синхротронное излучение которых может быть источником оптического излучения пульсара. Показано, что при наличии в плазме малой фракции нерелятивистских протонов с неравновесной функцией распределения возможно развитие эффективной неустойчивости на частотах ниже первой гармоники релятивистской гирочастоты электронов, а именно на гармониках протонной гирочастоты. Эта неустойчивость приводит к возбуждению обыкновенных и необыкновенных электромагнитных волн, которые в принципе могут быть связаны с наблюдаемым радиоизлучением пульсаров. В части I этой работы исследованы дисперсионные характеристики низкочастотных электромагнитных волн (с частотами ниже релятивистской гирочастоты электронов) в ультрарелятивистской электрон-позитронной плазме с изотропной функцией распределения частиц по импульсам. Неустойчивости обыкновенных и необыкновенных волн и условия выхода излучения из области сильного магнитного поля в разреженную изотропную плазму будут рассмотрены в статье II. Полученные результаты могут быть использованы при интерпретации известных экспериментальных данных о динамических спектрах радиоизлучения пульсаров, полученных с высоким временны́м и частотным разрешением.

ВВЕДЕНИЕ

Исследование неустойчивости неравновесной плазмы является традиционной задачей линейной теории плазмы, её решению посвящено огромное количество работ. Их разнообразие обусловлено выбором корпускулярного состава плазмы и характером распределения частиц в пространстве координат и импульсов. В предлагаемой статье мы рассматриваем однородную релятивистскую электрон-позитронную плазму с примесью нерелятивистских (или слабо релятивистских) протонов в однородном магнитном поле. Неравновесный характер распределения протонов по скоростям обеспечивает развитие неустойчивости и приводит к генерации электромагнитных волн в такой системе. Сделанный выбор базовой модели связан с проблемой поиска механизма генерации радиоизлучения пульсаров и объясняется следующими обстоятельствами.

В настоящее время обнаружено около десятка радиопульсаров, излучающих не только в радио, но и в оптическом диапазоне. Наиболее ярким примером таких объектов является пульсар в Крабовидной туманности, спектр излучения которого простирается вплоть до рентгеновских и гамма-частот. Его излучение в оптическом, рентгеновском и гамма-диапазонах обычно интерпретируется как некогерентное синхротронное излучение релятивистских электронов (или релятивистских электронов и позитронов) из локальных источников, расположенных в области светового цилиндра [1]. Эти источники с релятивистской скоростью увлекаются магнитным полем вращающейся нейтронной звезды. Последнее приводит к формированию узкой диаграммы направленности излучения, учёт особенностей которой позволяет дать универсальное объяснение регистрации наблюдаемого излучения в виде периодических кратковременных всплесков [2, 3].

* peter@appl.sci-nnov.ru

С другой стороны, определённым аргументом в пользу предположения о корпускулярном составе плазмы в локальных источниках служат результаты теоретических исследований разных моделей магнитосфер вращающихся нейтронных звёзд, заполненных релятивистской электрон-позитронной плазмой. На возможность «рождения» протонов в релятивистской электрон-позитронной плазме указывалось в монографии [4].

Неравновесная протонная компонента при определённом выборе распределения частиц по скоростям может приводить к генерации низкочастотных волн (с частотами ниже релятивистской гирочастоты электронов). Для параметров плазмы в окрестности светового цилиндра в пульсарах протонная гирочастота соответствует микроволновому диапазону. Так, например, для пульсара в Крабовидной туманности, где радиус светового цилиндра составляет 10^8 см, магнитное поле вблизи светового цилиндра опускается до значений $B \approx 10^6$ Гс. При этом протонная гирочастота $\Omega_B = eB/(Mc)$ и её низшие гармоники отвечают частотам порядка 10 ГГц (здесь $e > 0$ — элементарный заряд, M — масса протона, c — скорость света). Отметим, что эта оценка сделана в предположении о близком к дипольному магнитном поле пульсара, на поверхности которого магнитное поле порядка 10^{12} Гс. Сказанное позволяет объяснить наблюдаемое микроволновое излучение без предположения о низких значениях магнитного поля в локальных источниках, расположенных около светового цилиндра, в то время как циклотронное излучение нерелятивистских электронов приходится на радиодиапазон только в относительно слабых полях $B \leq 10^2$ Гс (см. подробнее в статье [5]).

1. ДИСПЕРСИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ХОЛОДНОЙ ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННОЙ ПЛАЗМЕ

Рассмотрим сначала нерелятивистскую электрон-позитронную плазму, находящуюся в однородном магнитном поле $\mathbf{B}$. В простейшем случае, когда тепловое движение в плазме не учитывается (плазма «холодная»), а концентрации электронов и позитронов одинаковы, для процессов, пропорциональных зависимости $\exp(-i\omega t + i\mathbf{kr})$, тензор диэлектрической проницаемости среды имеет вид (см., например, [6, 7])

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_\perp & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_\perp & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}. \tag{1}$$

Элементы тензора

$$\varepsilon_\perp = 1 - \frac{\omega_{\mathrm{L}}^2}{\omega^2 - \omega_B^2}\,, \qquad \varepsilon_{zz} = 1 - \frac{\omega_{\mathrm{L}}^2}{\omega^2}\,, \tag{2}$$

где $\omega_{\mathrm{L}}^2 = 8\pi e^2 N/m$, N — концентрация электронов или позитронов (поэтому полная концентрация частиц в плазме составляет $2N$), m — масса покоя электрона, ω_B — электронная гирочастота. Недиагональные элементы в тензоре холодной плазмы отсутствуют, поскольку вклад в них электронов и позитронов одинаков по величине и противоположен по знаку. Тензор записан в декартовой системе координат с осью z вдоль поля $\mathbf{B}$ и имеет вид, характерный для одноосного кристалла.

По классификации, принятой в оптике одноосных кристаллов, дисперсионные уравнения для обыкновенных и необыкновенных волн имеют следующий вид:

$$n_{\mathrm{ord}}^2 = \frac{k^2c^2}{\omega^2} = \varepsilon_\perp, \qquad n_{\mathrm{ext}}^2 = \frac{k^2c^2}{\omega^2} = \frac{\varepsilon_\perp \varepsilon_{zz}}{\varepsilon_\perp \sin^2\alpha + \varepsilon_{zz}\cos^2\alpha}\,, \tag{3}$$

где n_{ord} и n_{ext} — показатели преломления для обыкновенной и необыкновенной волн соответственно, α — угол между волновым вектором и магнитным полем. Не ограничивая общность результатов, допустим, что у волнового вектора есть две компоненты: $\mathbf{k} = k_x \mathbf{i}_x + k_z \mathbf{i}_z$, где $\mathbf{i}_x$ и $\mathbf{i}_z$ — единичные векторы вдоль осей x и z. Легко проверить, что поляризация обыкновенной электромагнитной волны линейная, с компонентой электрического поля $E_y \neq 0$. Необыкновенная волна также поляризована линейно, и её компоненты E_x и E_z связаны соотношением $E_z/E_x = [k_z^2 - (\omega/c)^2\, \varepsilon_\perp]/(k_x k_z)$.

Если в приведённых выше выражениях считать частоту волны низкой по сравнению с гирочастотой и ленгмюровской частотой, $\omega^2 \ll \{\omega_B^2, \omega_{\rm L}^2\}$, то $\varepsilon_\perp = 1 + (\omega_{\rm L}/\omega_B)^2$, $\varepsilon_{zz} = -(\omega_{\rm L}/\omega)^2$, где $|\varepsilon_{zz}| \gg 1$. В таких условиях дисперсионные уравнения сводятся к виду, характерному для быстрой магнитозвуковой и альвеновской волн [8]:

$$\omega^2 = \frac{(kcV_{\rm A})^2}{c^2 + V_{\rm A}^2}\,, \qquad \omega^2 = \frac{(kcV_{\rm A})^2}{c^2 + V_{\rm A}^2}\cos^2\alpha, \tag{4}$$

где $V_{\rm A} = c\omega_B/\omega_{\rm L}$ — альвеновская скорость.

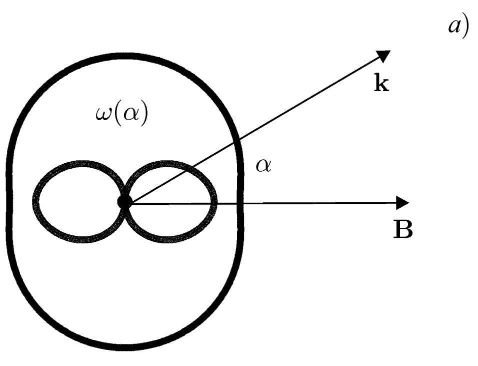
Отметим, что в однородной электрон-позитронной плазме с примесью нерелятивистских протонов возможен двойной резонанс между электростатическими колебаниями на частотах, определяемых в полосе нижнего гибридного резонанса уравнением

$$\varepsilon_\perp \sin^2\alpha + \varepsilon_{zz}\cos^2\alpha = 0, \tag{5}$$

и протонными циклотронными гармониками $\omega = s\Omega_B$ (s — номер гармоники), вблизи которых в плазме с конечной температурой могут существовать слабозатухающие электростатические колебания. Уравнение (5) сводится к виду

$$(\omega/\omega_B)^4 - [1 + (\omega_{\rm L}/\omega_B)^2]\,(\omega/\omega_B)^2 + (\omega_{\rm L}/\omega_B)^2\cos^2\alpha = 0.$$

Зависимости частоты колебаний ω от угла α в полосе нижнего (внутренняя «восьмерка») и верхнего (внешняя линия) гибридных резонансов показаны на рис. 1*а* (в полярных координатах). На рис. 1*б* представлена центральная часть рис. 1*а* в более крупном масштабе (область низких частот). Двойной резонанс соответствует точкам пересечения частот нижнего гибридного резонанса с частотами, отвечающими протонным циклотронным гармоникам (пунктирные окружности на рис. 1*б*).



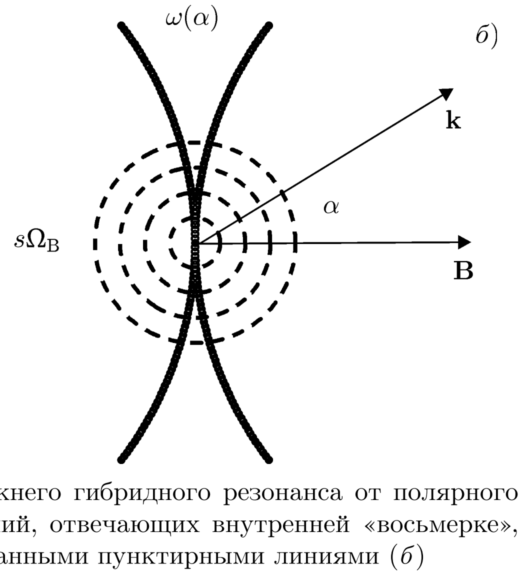


Рис. 1. Зависимость частоты колебаний ω в полосе нижнего гибридного резонанса от полярного угла α (*а*); двойной резонанс при пересечении колебаний, отвечающих внутренней «восьмерке», с протонными циклотронными гармониками $s\Omega_B$, показанными пунктирными линиями (*б*)

Эффективное возбуждение волн на указанных частотах неравновесной примесью протонов в электрон-позитронной плазме открывает возможность другого варианта интерпретации тонкой структуры типа «зебра» в радиоизлучении пульсара в Крабовидной туманности [9]. Эта структура представляет собой систему квазипериодических полос на динамическом спектре микроволнового излучения; в принципе, она может быть связана с эффектом двойного резонанса, рассмотренным в статье [5] в плазме с другим корпускулярным составом.

2. НИЗКОЧАСТОТНЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННОЙ ПЛАЗМЕ

Перейдём к случаю электрон-позитронной релятивистской плазмы с одинаковыми распределениями по импульсам электронов и позитронов [1]. Такая плазма не гиротропна благодаря равенству нулю четырёх компонент тензора диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy} = 0$.

В однородной плазме для монохроматических плоских электромагнитных волн вида $\exp(-i\omega t + i\mathbf{kr})$ дисперсионное уравнение имеет вид

$$D(\omega,\mathbf{k}) = \left|k^2\delta_{\alpha\beta} - (\omega/c)^2\,\varepsilon_{\alpha\beta} - k_\alpha k_\beta\right| = 0. \tag{6}$$

Если $\mathbf{k} = k_x\mathbf{i}_x + k_z\mathbf{i}_z$, то дисперсионное уравнение можно записать в форме

$$D(\omega,\mathbf{k}) = \begin{vmatrix} k_z^2 - (\omega/c)^2\,\varepsilon_{xx} & 0 & -k_xk_z - (\omega/c)^2\,\varepsilon_{xz} \\ 0 & k^2 - (\omega/c)^2\,\varepsilon_{yy} & 0 \\ -k_xk_z - (\omega/c)^2\,\varepsilon_{zx} & 0 & k_x^2 - (\omega/c)^2\,\varepsilon_{zz} \end{vmatrix} = 0, \tag{7}$$

где $\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx}$. Раскрывая определитель по второму столбцу, получаем дисперсионные уравнения для обыкновенных волн с $E_y \neq 0$

$$k^2c^2/\omega^2 = \varepsilon_{yy} \tag{8}$$

и для необыкновенных волн с поляризацией $E_x/E_z = [k_xk_z + (\omega/c)^2\,\varepsilon_{xz}]/[k_z^2 - (\omega/c)^2\,\varepsilon_{xx}]$

$$(k_z^2c^2/\omega^2 - \varepsilon_{xx})\,(k_x^2c^2/\omega^2 - \varepsilon_{zz}) = (k_xk_zc^2/\omega^2 + \varepsilon_{xz})^2. \tag{9}$$

Компоненты тензора диэлектрической проницаемости зависят от функции распределения релятивистских частиц по импульсам. В сильном магнитном поле из-за радиационных потерь возможно формирование анизотропной функции распределения с малыми поперечными к направлению магнитного поля импульсами [11]. Распространение электромагнитных волн в плазме с такой функцией распределения рассматривалось, например, в статье [12].

В данной работе будем предполагать, что функция распределения релятивистских частиц по импульсам $f(\mathbf{p})$ изотропна в пространстве импульсов. Это предположение, с одной стороны, согласуется с данными наблюдений синхротронного излучения из магнитосферы пульсара, а с другой — удобно для анализа условий распространения низкочастотных электромагнитных волн. В таком случае тензор диэлектрической проницаемости записывается в виде [13, 14]:

$$\varepsilon_{ij}(\omega,\mathbf{k}) = \delta_{ij} + \frac{\omega_{\mathrm{L}}^2}{\omega}\int \frac{1}{p}\,\frac{\partial f}{\partial p}\sum_{s=-\infty}^{\infty}\frac{\Lambda_{ij}}{(\omega - k_zV_z)\,\gamma - s\omega_B}\,\mathrm{d}\mathbf{p}. \tag{10}$$

[1] Возможные отличия функций распределения электронов и позитронов рассматривались в работе [10].

Здесь

$$\Lambda_{ij} = \begin{pmatrix} p_\perp^2\,[|s|J_{|s|}(\xi)/\xi]^2 & 0 & p_\perp p_z s J_{|s|}^2(\xi)/\xi \\ 0 & p_\perp^2\,[|s|J_{|s|}(\xi)/\xi - J_{|s|+1}(\xi)]^2 & 0 \\ p_\perp p_z s J_{|s|}^2(\xi)/\xi & 0 & p_z^2 J_{|s|}^2(\xi) \end{pmatrix},$$

функция распределения по импульсам нормирована условием $\int f\ \mathrm{d}\mathbf{p} = 1$, s — номер циклотронной гармоники, $\gamma = [1 + p^2/(mc)^2]^{1/2}$ — лоренц–фактор, $\mathrm{d}\mathbf{p} = 2\pi p^2 \sin\theta\ \mathrm{d}\theta\ \mathrm{d}p$, $\xi = k_\perp V_\perp \gamma/\omega_B$, $k_\perp$ и $V_\perp$ — волновое число и скорость частиц в направлении, поперечном магнитному полю, V_z — продольная скорость частиц, $J_l(\xi)$ — функции Бесселя. При записи формулы (10) использовались известные свойства функций Бесселя, согласно которым $J_{-s}(\xi) = (-1)^s J_s(\xi)$ и $\partial J_s(\xi)/\partial\xi = (s/\xi)\, J_s(\xi) - J_{s+1}(\xi)$.

Условия распространения электромагнитных волн в плазме существенно зависят от величины $\xi = k_\perp V_\perp \gamma/\omega_B$, определяемой отношением ларморовского радиуса электронов $V_\perp\gamma/\omega_B$ с лоренц–фактором γ к «поперечной» длине волны $2\pi/k_\perp$. Если для основной доли частиц величина ξ достаточно велика и характеризуется значительным разбросом, то траектории частиц можно считать прямыми, и магнитное поле не сказывается на дисперсионных свойствах волн.

В отсутствие постоянного магнитного поля свойства электромагнитных волн в изотропной электрон-позитронной ультрарелятивистской плазме с максвелловским распределением по импульсам

$$f(p) = \frac{mc^2/(\kappa T)}{4\pi\,(mc)^3\,K_2[mc^2/(\kappa T)]}\exp[-\gamma mc^2/(\kappa T)] \tag{11}$$

(κ — постоянная Больцмана, T — температура, $K_2(x)$ — функция Макдональда) исследованы, например, в книге [15]. В такой плазме существуют поперечные электромагнитные волны ($c < \omega/k$) с дисперсионным уравнением

$$\omega^2 = \frac{mc^2}{3\kappa T}\,\omega_{\mathrm{L}}^2 + \frac{6}{5}\,k^2c^2 \tag{12}$$

и продольные электростатические волны ($c > \omega/k$) с дисперсионным уравнением

$$\omega^2 = \frac{mc^2}{3\kappa T}\,\omega_{\mathrm{L}}^2 + \frac{3}{5}\,k^2c^2. \tag{13}$$

Нас интересует противоположный случай сильно замагниченной плазмы. Если распределение релятивистских частиц ограничено максимальным лоренц-фактором $\gamma_{\max} \gg 1$, то для волн с достаточно малыми $k_\perp \ll \omega_B/(V_\perp\gamma_{\max})$ величина

$$\xi = k_\perp V_\perp \gamma/\omega_B \ll 1. \tag{14}$$

При этом условии в общем тензоре диэлектрической проницаемости (10) можно оставить только сумму по низшим гармоникам $s = -1, 0, +1$ и для функций Бесселя использовать приближённую формулу

$$J_s(\xi) \approx \frac{1}{s!}\left(\frac{\xi}{2}\right)^s,$$

согласно которой $J_0(\xi) \approx 1$, $J_1(\xi) \approx \xi/2$. После суммирования по гармоникам из формулы (10) получаем следующие выражения для ненулевых компонент тензора диэлектрической проницаемости:

$$\varepsilon_\perp = \varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = 1 + \frac{\omega_{\rm L}^2}{2\omega} \int \frac{1}{\gamma p} \frac{\partial f}{\partial p} \frac{p_\perp^2 (\omega - k_z V_z)}{(\omega - k_z V_z)^2 - (\omega_B/\gamma)^2}\, d\mathbf{p},$$

$$\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx} = \frac{\omega_{\rm L}^2}{2\omega} \int \frac{1}{\gamma p} \frac{\partial f}{\partial p} \frac{p_\perp p_z k_\perp V_\perp}{(\omega - k_z V_z)^2 - (\omega_B/\gamma)^2}\, d\mathbf{p},$$

$$\varepsilon_{zz} = 1 + \frac{\omega_{\rm L}^2}{\omega} \int \frac{1}{\gamma p} \frac{\partial f}{\partial p} \frac{p_z^2}{(\omega - k_z V_z)}\, d\mathbf{p}. \tag{15}$$

Ограничимся рассмотрением не испытывающих бесстолкновительного затухания электромагнитных волн с частотами ниже характерной релятивистской гирочастоты электронов и достаточно малыми k_z:

$$|k_z V_z| < |k_z|\, c < \omega < \omega_B/\gamma. \tag{16}$$

Опуская в резонансных знаменателях формул (15) величину $k_z V_z$, отмечаем, что в формуле для компонент ε_{xz} и ε_{zx} нечётная функция интегрируется по чётному промежутку и поэтому $\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx} = 0$. В формуле для компоненты $\varepsilon_\perp$ по той же причине исчезает слагаемое, пропорциональное V_z. В результате отличными от нуля остаются следующие компоненты тензора диэлектрической проницаемости:

$$\varepsilon_\perp = 1 - \frac{\omega_{\rm L}^2}{2\omega_B^2} \int \frac{p_\perp^2}{p} \frac{\partial f}{\partial p} \frac{\gamma}{1 - (\gamma\omega/\omega_B)^2}\, d\mathbf{p}, \qquad \varepsilon_{zz} = 1 + \frac{\omega_{\rm L}^2}{\omega^2} \int \frac{p_z^2}{\gamma p} \frac{\partial f}{\partial p}\, d\mathbf{p}. \tag{17}$$

После интегрирования по углам в пространстве импульсов получаем

$$\varepsilon_\perp = 1 - \frac{4\pi\omega_{\rm L}^2}{3\omega_B^2} \int\limits_0^\infty p^3 \frac{\partial f}{\partial p} \frac{\gamma}{1 - (\gamma\omega/\omega_B)^2}\, dp, \qquad \varepsilon_{zz} = 1 + \frac{4\pi\omega_{\rm L}^2}{3\omega^2} \int\limits_0^\infty \frac{p^3}{\gamma} \frac{\partial f}{\partial p}\, dp \tag{18}$$

с условием нормировки $4\pi \int_0^\infty p^2 f(p)\, dp = 1$. Отметим, что в нерелятивистской плазме при $\gamma = 1$ формулы (18) переходят в приведённые выше выражения (2). В ультрарелятивистской плазме с функцией распределения (11) из второго соотношения в (18) следует, что $\varepsilon_{zz} = 0$ на частоте $\omega = [mc^2/(3\kappa T)]^{1/2}\, \omega_{\rm L}$. Это согласуется с формулой (13).

Для ультрарелятивистского моноэнергетического спектра с функцией распределения

$$f = \frac{1}{4\pi p_0^3}\, \delta[(p/p_0) - 1], \tag{19}$$

где δ — дельта-функция, при условии $\omega \ll \omega_B/\gamma$ из соотношений (8) и (18) получаем следующее дисперсионное уравнение для обыкновенной волны:

$$\omega^2 = \frac{(kcV_{\rm A})^2}{c^2 + V_{\rm A}^2}, \tag{20}$$

где $V_{\rm A} = c\omega_B/(\omega_{\rm L}\gamma_0^{1/2})$ — релятивистская альвеновская скорость, $\gamma_0 = [1 + p_0^2/(mc)^2]^{1/2}$. Дисперсионное уравнение (20) совпадает с соответствующим выражением для быстрых магнитозвуковых волн, полученным в рамках релятивистской магнитной гидродинамики (МГД) с учётом тока смещения [16–19]. Последнее вполне естественно, поскольку интересующие нас частоты (протонная гирочастота и её низшие гармоники) существенно меньше релятивистской гирочастоты электронов и позитронов ω_B/γ. В этом случае движение частицы в поле электромагнитной волны может быть описано в рамках дрейфового приближения, на использовании которого основано приближение релятивистской МГД.

Оптическое излучение пульсара в Крабовидной туманности обычно интерпретируется на основе некогерентного синхротронного механизма излучения релятивистских электронов (позитронов) со степенны́м энергетическим распределением (см., например, [1] и другие работы). Рассмотрим степенно́е распределение релятивистских электронов и позитронов по импульсам, ограниченным снизу и сверху значениями $p_{\min}$ и $p_{\max}$ соответственно:

$$f(p) = Ap^{-\delta}, \tag{21}$$

с нормирующим множителем

$$A = \frac{\delta - 3}{4\pi\,(p_{\min}^{3-\delta} - p_{\max}^{3-\delta})}\,. \tag{22}$$

Отметим, что при $\delta = 3$ величина $A = 1/[4\pi \ln(p_{\max}/p_{\min})]$. В релятивистской плазме ($\gamma = p/mc \gg \gg 1$) с функцией распределения (21) выражения для компонент тензора диэлектрической проницаемости (18) сводятся к виду

$$\varepsilon_\perp = 1 + \frac{\delta\,(\delta - 3)\,\omega_{\rm L}^2 \omega_B^{2-\delta}}{3\omega^{4-\delta}\,(\gamma_{\min}^{3-\delta} - \gamma_{\max}^{3-\delta})} \int\limits_{\omega\gamma_{\min}/\omega_B}^{\omega\gamma_{\max}/\omega_B} \frac{x^{3-\delta}\,\mathrm{d}x}{1 - x^2}\,,$$

$$\varepsilon_{zz} = 1 - \frac{2\,(\delta - 3)\,\omega_{\rm L}^2}{3\,(\delta - 2)\,\omega^2}\,\frac{\gamma_{\min}^{2-\delta} - \gamma_{\max}^{2-\delta}}{\gamma_{\min}^{3-\delta} - \gamma_{\max}^{3-\delta}}\,. \tag{23}$$

Для проведения дальнейших расчётов необходимо конкретизировать показатель степени у функции распределения (21). Положим для определённости, что $\delta = 5$. Тогда формулы (23) записываются следующим образом:

$$\varepsilon_\perp = 1 + \frac{10\omega_{\rm L}^2 \gamma_{\max}\gamma_{\min}}{3\omega_B^2\,(\gamma_{\max} + \gamma_{\min})} \left\{1 + \frac{\omega}{2\omega_B}\,\frac{\gamma_{\max}\gamma_{\min}}{\gamma_{\max} - \gamma_{\min}} \ln\left[\frac{(1 + \gamma_{\max}\omega/\omega_B)\,(1 - \gamma_{\min}\omega/\omega_B)}{(1 + \gamma_{\min}\omega/\omega_B)\,(1 - \gamma_{\max}\omega/\omega_B)}\right]\right\},$$

$$\varepsilon_{zz} = 1 - \frac{4\,(1 + \gamma_{\max}/\gamma_{\min} + \gamma_{\min}/\gamma_{\max})}{9\,(\gamma_{\max} + \gamma_{\min})} \left(\frac{\omega_{\rm L}}{\omega_B}\right)^2 \left(\frac{\omega_B}{\omega}\right)^2. \tag{24}$$

При выполнении более сильного по сравнению с (16) неравенства $\omega \ll \omega_B/\gamma_{\max}$ мы получаем

$$\varepsilon_\perp = 1 + \frac{10\gamma_{\max}\gamma_{\min}}{3\,(\gamma_{\max} + \gamma_{\min})} \left(\frac{\omega_{\rm L}}{\omega_B}\right)^2 \left[1 + \gamma_{\max}\gamma_{\min} \left(\frac{\omega}{\omega_B}\right)^2\right]. \tag{25}$$

Зная компоненты тензора диэлектрической проницаемости (24), из формул (8) и (9) находим соотношения, аналогичные (3), для показателей преломления обыкновенных и необыкновенных волн:

$$n_{\rm ord}^2 = \frac{k^2c^2}{\omega^2} = \varepsilon_\perp, \qquad n_{\rm ext}^2 = \frac{k^2c^2}{\omega^2} = \frac{\varepsilon_\perp \varepsilon_{zz}}{\varepsilon_\perp \sin^2\alpha + \varepsilon_{zz}\cos^2\alpha}\,, \tag{26}$$

где α — угол между волновым вектором и магнитным полем. Согласно условиям (14) и (16), в релятивистской электрон-позитронной плазме квадрат показателя преломления и частота рассматриваемых волновых возмущений ограничены неравенствами

$$n^2 < \frac{\omega_B^2}{\omega^2\gamma_{\max}^2 \sin^2\!\alpha}\,, \qquad n^2 < \frac{1}{\cos^2\!\alpha}\,, \qquad \omega < \frac{\omega_B}{\gamma_{\max}}\,. \tag{27}$$

Здесь первое неравенство обеспечивает замагниченность плазмы при $\xi < 1$, второе неравенство обеспечивает отсутствие затухания на черенковском ($s = 0$) и циклотронных ($s \neq 0$) резонансах

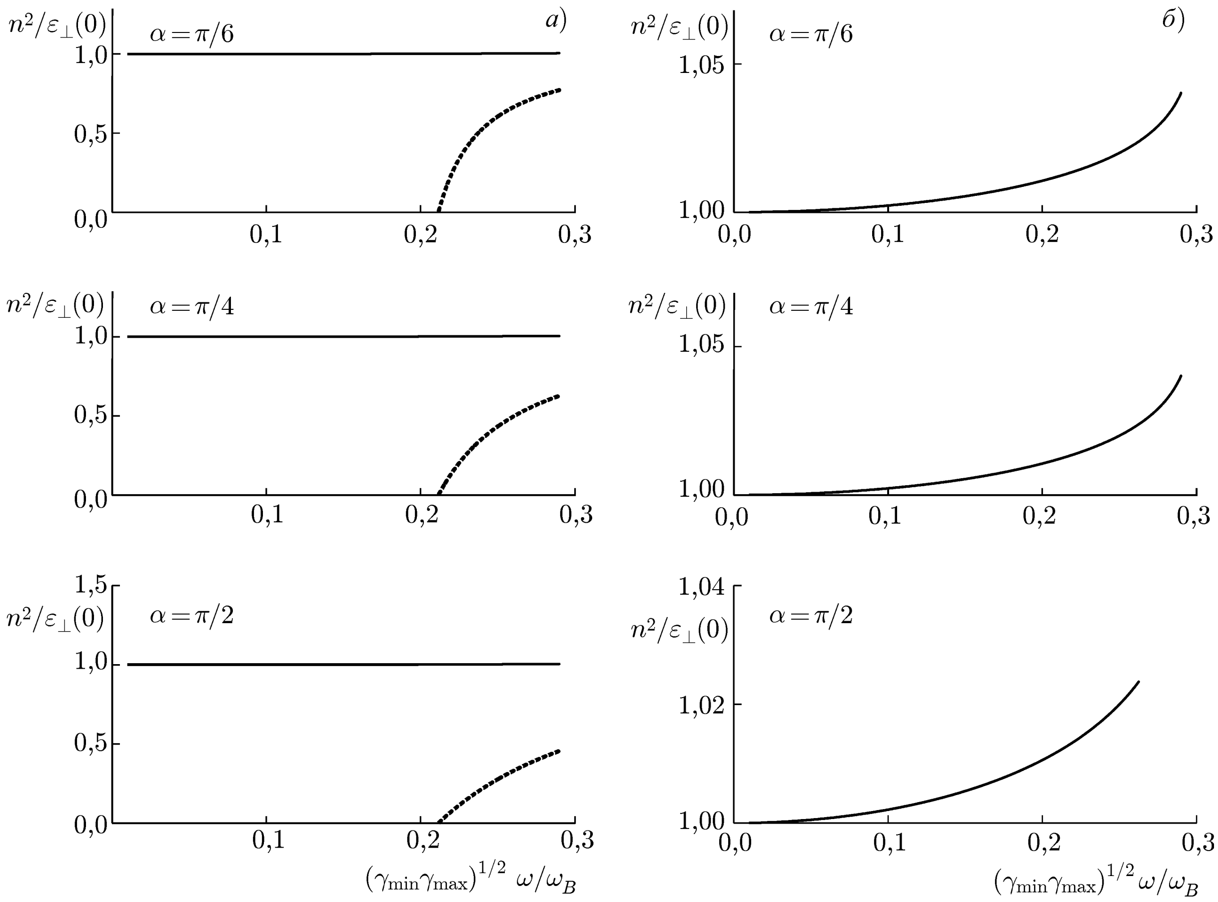


Рис. 2. Примеры зависимостей квадрата показателя преломления n^2 от частоты при $\gamma_{\max} = 100$ и $(\gamma_{\min}/\gamma_{\max})^{1/2} = 0{,}3$ для $(\omega_{\rm L}/\omega_B)^2 = 10^{-3}$ (*а*) и $(\omega_{\rm L}/\omega_B)^2 = 10^{-2}$ (*б*) и различных углов α. Сплошные линии отвечают обыкновенным, а пунктирные — необыкновенным волнам

низкочастотных электромагнитных волн с частотами, отвечающими третьему неравенству. Для обоснования утверждения об отсутствии затухания на черенковском и циклотронных резонансах достаточно записать выражения для резонансных знаменателей формулы (10) в традиционном для астрофизики виде

$$\omega\,(1 - nV_z\cos\alpha/c) = s\omega_B/\gamma.$$

Дисперсионные характеристики низкочастотных электромагнитных волн приведём в форме зависимостей квадрата показателей преломления (см. (24) и (26)) электромагнитных волн от частоты. Указанные зависимости показаны на рис. 2 для нескольких значений параметра $\omega_{\rm L}/\omega_B$ и угла α между волновым вектором и магнитным полем. При строго продольном распространении нет электромагнитных волн, удовлетворяющих принятым условиям (27). При распространении под углом к магнитному полю может существовать как обыкновенная волна с показателем преломления $n > [\varepsilon_\perp(\omega = 0)]^{1/2}$, так и быстрая ветвь необыкновенной волны с показателем преломления $n < [\varepsilon_\perp(\omega = 0)]^{1/2}$ (см. рис. 3). Быстрая ветвь необыкновенной электромагнитной волны существует только в сравнительно разреженной плазме на частотах

$$\omega > \omega_\star = \frac{2}{3}\left(\frac{1 + \gamma_{\max}/\gamma_{\min} + \gamma_{\min}/\gamma_{\max}}{\gamma_{\max} + \gamma_{\min}}\right)^{1/2}\omega_{\rm L}, \tag{28}$$

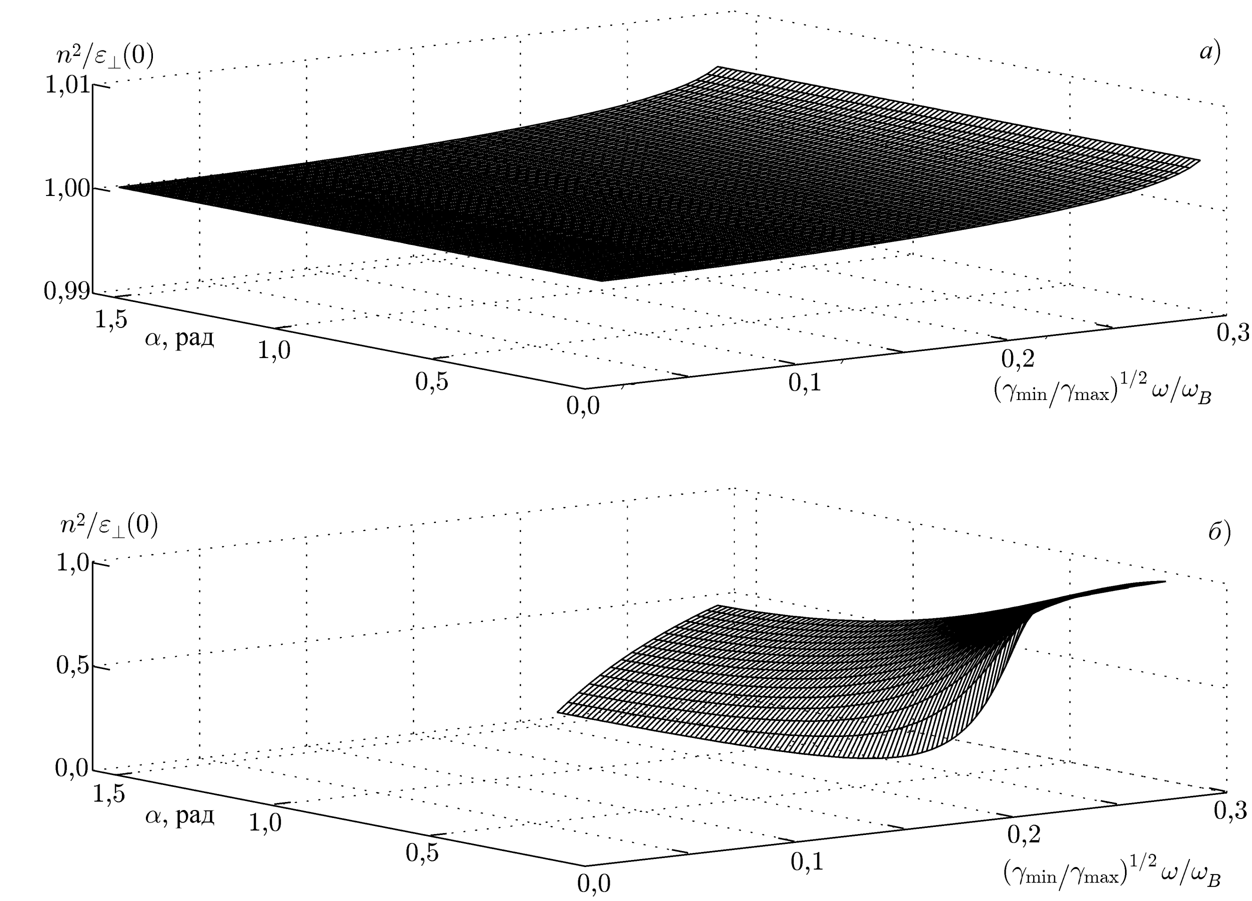


Рис. 3. Зависимости квадрата показателя преломления от частоты и угла между волновым вектором и магнитным полем для обыкновенных (*а*) и необыкновенных (*б*) волн при плазменных параметрах, как на рис. 2*а*

где $\varepsilon_{zz}(\omega_\star) = 0$. Указанное обстоятельство объясняет причину, по которой быстрая ветвь необыкновенной волны присутствует только на рис. 2*а*.

Для принятого энергетического спектра (21) существует максимальная скорость частиц $|V_{z\,\max}| < c$. Вместе с тем для круто спадающих в сторону бо́льших импульсов спектров частиц ($\delta \gg 1$) бесстолкновительное затухание может стать слабым из-за уменьшения числа резонансных частиц. Указанные обстоятельства надо учитывать при рассмотрении условий распространения медленной ветви необыкновенной волны.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье рассмотрены условия распространения низкочастотных электромагнитных волн в релятивистской магнитоактивной электрон-позитронной плазме.

Расчёты показали, что не испытывающие бесстолкновительного затухания в релятивистской электрон-позитронной плазме низкочастотные обыкновенные и необыкновенные электромагнитные волны существуют в области сравнительно длинных волн. Характерная величина их показателя преломления определяется лоренц-фактором и отношением ленгмюровской частоты к электронной циклотронной частоте.

Полученные результаты существенны для понимания условий эффективного возбуждения низкочастотных электромагнитных волн потоками нерелятивистских или слаборелятивистских протонов в магнитосферах радиопульсаров. Указанный вопрос мы подробно рассмотрим во второй части данной работы.

Работа частично поддерживалась РФФИ (проект 12–02–00344-а), Программой поддержки ведущих научных школ НШ–4185.2012.2, Министерством образования и науки Российской Федерации (грант 14.Z50.31.0007) и Программой 22 Президиума РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Zheleznyakov V. V., Shaposhnikov V. E. // Astrophys. Space Sci. 1972. V. 18. P. 166.
2. Smith F. G. // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 1970. V. 149. P. 1.
3. Zheleznyakov V. V. // Astrophys. Space Sci. 1971. V. 15. P. 74.
4. Zel'dovich Ya. B., Novikov I. D. Relativistic astrophysics. Chicago: Univ. Chicago Press, 1983.
5. Железняков В. В., Зайцев В. В., Злотник Е. Я. // Письма Астрон. журн. 2012. Т. 38, № 9. С. 660.
6. Stewart G. A., Liang E. W. // J. Plasma Phys. 1992. V. 47. P. 295.
7. Zank G. P., Greaves R. G. // Phys. Rev. E. 1995. V. 51. P. 6 079.
8. Шафранов В. Д. // Вопросы теории плазмы / Под ред. М. А. Леонтовича. М.: Атомиздат, 1963. Т. 3. С. 3.
9. Hankins T. H., Eilek J. A. // Astrophys. J. 2007. V. 670. P. 693.
10. Gedalin M., Gruman E., Melrose D. B. // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 2001. V. 325. P. 715.
11. Suvorov E. V., Chugunov Yu. V. // Astrophys. Space Sci. 1973. V. 23. P. 189.
12. Михайловский А. Б. // Письма Астрон. журн. 1979. Т. 5. С. 604.
13. Михайловский А. Б. Теория плазменных неустойчивостей. Т. 1. М.: Атомиздат, 1975. 272 с.
14. Железняков В. В. Излучение в астрофизической плазме. М.: Янус-К, 1997. 528 с.
15. Силин В. П., Рухадзе А. А. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. М.: Госатомиздат, 1961. 244 с.
16. Lichnerowicz A. Relativistic hydrodynamics and magnetohydrodynamics. New York: Benjamin, 1967.
17. Anile A. M. Relativistic fluids and magneto-fluids. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1989.
18. Rossi B., Olbert S. Introduction to physics of Space. New York: McGrow-Hill, 1970.
19. Chou M., Hau L.-N. // Astrophys. J. 2004. V. 611. P. 1 200.

Поступила в редакцию 25 июня 2014 г.; принята в печать 14 июля 2014 г.

PROPAGATION AND GENERATION OF ELECTROMAGNETIC WAVES AT PROTON GYROFREQUENCIES IN A RELATIVISTIC ELECTRON–POSITRON PLASMA. I. LOW-FREQUENCY WEAKLY DAMPED ELECTROMAGNETIC WAVES

V. V. Zheleznyakov and P. A. Bespalov

We consider the dispersion characteristics of electromagnetic waves in a plasma with strong magnetic field and equal content of relativistic electrons and positrons, whose synchrotron radiation can be the source of optical radiation of a pulsar. It is shown that when a small fraction of nonrelativistic protons with a nonequilibrium distribution function is present in the plasma, an effective instability can

develop at frequencies below the first harmonic of the relativistic gyrofrequency of electrons, namely, at the harmonics of the proton gyrofrequency. This instability leads to the excitation of the O- and X-mode electromagnetic waves, which can, in principle, be related with the observed pulsar radiation. In part I of this paper, we study dispersion characteristics of low-frequency electromagnetic waves (with frequencies below the relativistic gyrofrequency of electrons) in an ultrarelativistic electron–positron plasma with an isotropic momentum distribution function of the particles. Instabilities of the O- and X-mode waves and the conditions of escape of the radiation from the region of strong magnetic field into a rarefied isotropic plasma will be considered in paper II. The results can be used in the interpretation of known experimental data on the dynamic pulsar radiation spectra obtained with high temporal and frequency resolution.